



控制与决策

CONTROL AND DECISION



一种基于应力矩阵的无人机集群队形变换控制方法

李欣, 蔡光斌, 吴彤, 杨芊

引用本文:

李欣, 蔡光斌, 吴彤, 杨芊. 一种基于应力矩阵的无人机集群队形变换控制方法[J]. *控制与决策*, 2024, 39(7): 2195–2204.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2022.2186>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于领航-跟随的有人/无人机编队队形保持控制

Formation keeping control for manned/unmanned aerial vehicle formation based on leader-follower strategy

控制与决策. 2021, 36(10): 2435–2441 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0453>

大规模固定翼无人机集群编队控制方法

Formation control of large-scale fixed-wing unmanned aerial vehicle swarms

控制与决策. 2021, 36(9): 2063–2073 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0076>

分布式无人机的时变编队非线性控制设计

Time-varying formation nonlinear control of distributed multiple UAVs

控制与决策. 2021, 36(10): 2490–2496 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0136>

四旋翼无人机抗干扰轨迹跟踪控制

Anti-interference trajectory tracking control of quadrotor UAV

控制与决策. 2021, 36(2): 379–386 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0875>

基于深度学习的四旋翼无人机地面效应补偿降落控制设计

Robust landing controller design for quadrotor unmanned aerial vehicle ground effects compensation via deep learning

控制与决策. 2021, 36(11): 2637–2646 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0184>

一种基于应力矩阵的无人机集群队形变换控制方法

李欣, 蔡光斌[†], 吴彤, 杨芊

(火箭军工程大学 导弹工程学院, 西安 710025)

摘要: 针对复杂环境下无人机集群队形变换与编队控制问题, 提出一种可抑制外部干扰的无人机集群队形变换策略, 设计基于滑模的编队控制方法. 首先, 考虑无人机集群中存在多个领导者, 提出一种“双层领导者-跟随者”无人机集群协同队形变换控制策略, 实现障碍环境下的编队队形变换; 然后, 基于图论、一致性理论和滑模控制理论设计针对无人机集群存在外部干扰条件下的从机时变编队控制律, 能够实现无人机编队按几何参数和几何图案连续变化; 其次, 通过构造 Lyapunov 函数证明在扰动条件下多领导者无人机集群系统队形变换的稳定性; 最后, 利用数值仿真验证所提出队形变换控制方法的有效性.

关键词: 无人机集群; 编队控制; 队形变换; 应力矩阵; 滑模控制

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2022.2186

引用格式: 李欣, 蔡光斌, 吴彤, 等. 一种基于应力矩阵的无人机集群队形变换控制方法[J]. 控制与决策, 2024, 39(7): 2195-2204.

Formation transformation control of UAV swarm based on stress matrix

LI Xin, CAI Guang-bin[†], WU Tong, YANG Qian

(College of Missile Engineering, Rocket Force University of Engineering, Xi'an 710025, China)

Abstract: For the problem of unmanned aerial vehicle (UAV) swarm transformation and formation control in complex environments, the UAV swarm formation transformation strategy is proposed to suppress external interference, and a formation sliding mode control method is designed. Firstly, considering the existence of multiple leaders in the UAV swarm, a “double layer leader-follower” UAV swarm cooperative formation transformation control strategy is proposed to achieve formation transformation in complex environments. Secondly, based on graph theory, consensus theory and sliding mode control theory, a time-varying follower formation control law is designed for the UAV swarm under the condition of external disturbances, which can achieve continuous changes of UAV formation geometry parameters and geometric patterns. Thirdly, the stability of the formation transformation of the multi-leader UAV system under the disturbance condition is demonstrated using the Lyapunov function method. Finally, numerical simulations are used to verify the effectiveness of the formation transformation control method.

Keywords: UAV swarm; formation control; formation transformation; stress matrix; sliding mode control

0 引言

在信息化、智能化作战背景下, 增加新域新质作战力量、提高武器装备一体化协同作战能力是全球军事发展的主要目标方向. 其中, 无人机集群因具有体积小、成本低、易扩展、机动性强等特点, 可以在军事行动中发挥抵近目标区域近距离探测、跟踪、围猎、打击目标等作用, 成为当前及未来多智能体技术的研究热点^[1-3]. 无人机集群主要通过编队飞行实现作战任务, 根据期望指令进行队形生成、队形保持、队形变换、编队避障, 满足多样化实战任务需求^[4].

无人机编队控制技术是无人机编队实现协同稳定飞行的核心, 主要控制方法有基于领导者-跟随者方法^[5-6]、基于行为法^[7-8]、基于虚拟结构法^[9-10]、基于一致性法^[11-12]等. 基于领导者-跟随者方法控制策略操作简单、可行性强, 但在鲁棒性上有所不足, 如果领导者失效, 则导致整个编队无法保持, 并且在跟踪高机动性领导者时会造成较大偏差. 基于行为法控制策略可有效整合队形保持、避障避碰等多种行为模式, 但是模型复杂程度高, 编队灵活性、适应性不足. 基于虚拟结构法的编队控制精度较高、鲁棒性

收稿日期: 2022-12-21; 录用日期: 2023-04-15.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61773387).

责任编辑: 虞文武.

[†]通讯作者. E-mail: cgb0712@163.com.

强,但由于虚拟结构引入带来的通信量、计算量较大,可靠性难以保证.一致性理论是多无人机系统编队控制的重点研究内容,也是许多编队控制问题的研究基础,其基本思想是根据相邻无人机之间的局部信息交互构建分布式控制协议,控制集群协同任务所需的状态变量达成一致.无人机编队控制技术根据协同策略的不同分为集中式、分布式两类,其中分布式编队控制的主要目标是仅利用局部信息设计控制方法实现给定的编队形状,目前研究主要以位移^[13-14]、距离^[15-17]、方位^[18]为状态变量.将基于位移的编队控制方法应用于跟踪直线运动的目标编队十分广泛,但处理变形、变向编队时需改变约束条件.基于距离的控制方法可用于跟踪具有时变平移和方向的目标编队,但难以跟踪时变编队尺度.基于方位的控制方法可跟踪时变平移和比例的编队,但很难跟踪变向编队.

近年来,许多研究团队提出使用重心^[19]、复杂拉普拉斯^[20-21]、应力矩阵^[22-25]等新的状态变量定义目标编队.如:Lin等^[22]将应力矩阵作为状态变量引入多智能体系统控制中,证明了仿射形成的数学条件;Zhao^[23]基于应力矩阵提出了一种仿射编队机动控制器,实现了目标编队的平移、旋转、缩放甚至形状变形等多种机动;Xu等^[24]在此基础上研究了任意维有向网络高阶多智能体系统的分布式编队机动控制问题,领导者轨迹可用高阶连续多项式表示;Yang等^[25]采用普遍刚性框架下的应力矩阵,考虑只给一个智能体预先输入所需的编队规模,提出了使用分布式估计器计算剩余智能体缩放参数,使编队能够以期望的缩放量收敛到指定形状.然而,上述文献的编队缩放参数大多是指定参数,且没有考虑可能存在的外部干扰,不能满足实际任务需求.滑模控制在无人机编队控制上应用十分广泛^[26],尤其在解决外部扰动、提高控制系统鲁棒性上效果显著.鲜斌等^[27]基于解耦控制设计了非奇异快速终端滑模面,能够实现期望巡航路径的跟踪;Li等^[28]将改进的排斥势函数与分布式一致性法相结合,实现了编队控制;针对某些特殊场合下多个智能体的相对距离,Wang等^[29]提出了一种将径向基函数神经网络与有源滤波器方法相结合的分布式编队控制方法;Wu等^[30]提出了一种新的滑模面,用于周期事件触发的无人机领-从编队控制.但使用现有滑模控制方法解决多无人机编队控制问题时,一般存在编队队形简单、变化单一等问题,无法满足当前复杂多变的任务需求.

基于以上分析,本文考虑障碍环境下无人机集群复杂队形变换与编队控制问题,设计无人机编队队形仿射变换策略与基于应力矩阵的滑模控制方法.与

现有研究成果相比,本文工作的创新性如下:

1) 将无人机集群飞行过程进行分段,设计“双层领导者-跟随者”无人机集群协同队形变换控制策略.在多领机编队队形变换阶段发挥无人机集群优势,实现集群避障任务,提高工作效能;在单领机协同编队飞行阶段完成针对多目标的任务.

2) 为实现所设计编队队形变换策略,在考虑外界干扰的情况下,改进领机编队控制律,依据飞行环境变化计算无人机编队队形仿射变换参数;设计基于应力矩阵和滑模控制的从机编队控制律,在单积分器模型下,能够实现领导者静止、领导者匀速运动、领导者变速运动情况下的稳定编队队形变换.

1 预备知识和问题描述

1.1 预备知识

假设 d 维空间中集群系统有 n 架无人机,无人机间关系由图 $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$ 描述.其中:顶点集为 $\mathcal{V} = \{1, 2, \dots, n\}$,边集 $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{V} \times \mathcal{V}$.边 $(i, j) \in \mathcal{E}$ 表示无人机 i 可以接受无人机 j 的信息,顶点 i 的邻居集是 $\mathcal{N}_i = \{j \in \mathcal{V} \text{ 且 } (i, j) \in \mathcal{E}\}$.不失一般性,本文只考虑无向图,即 $(i, j) \in \mathcal{E} \Leftrightarrow (j, i) \in \mathcal{E}$.定义无人机编队 (\mathcal{G}, p) ,前 n_l 架无人机为领导者, $n_f = n - n_l$ 为跟随者, $\mathcal{V}_l = \{1, 2, \dots, n_l\}$ 和 $\mathcal{V}_f = \mathcal{V} \setminus \mathcal{V}_l$ 分别为领导者和跟随者的集合,各自位置记为 $p_l = [p_1^T, p_2^T, \dots, p_{n_l}^T]^T$, $p_f = [p_{n_l+1}^T, p_{n_l+2}^T, \dots, p_n^T]^T$.

对无人机编队 (\mathcal{G}, p) ,应力 $\{\omega_{ij}\}_{(i,j) \in \mathcal{E}}$ 为边 (i, j) 上的引力, $\omega_{ij} = \omega_{ji} \in R$,应力矩阵结构由基础图确定,矩阵元素的值由编队队形确定,对于编队的任何仿射变换,其应力矩阵不变.其中,平衡应力满足 $\sum_{j \in \mathcal{N}_i} \omega_{ij}(p_j - p_i) = 0, i \in \mathcal{V}$.平衡应力矩阵可表示为

$$[\Omega]_{ij} = \begin{cases} 0, & i \neq j, (i, j) \notin \mathcal{E}; \\ -\omega_{ij}, & i \neq j, (i, j) \in \mathcal{E}; \\ \sum_{k \in \mathcal{N}_i} \omega_{ik}, & i = j. \end{cases} \quad (1)$$

仿射变换通过线性变换和平移复合实现,具体包括:平移、缩放、旋转、翻转和错切,变换保留直线和平面,如下所示:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + b = \begin{bmatrix} S_x & \mathfrak{S}_x \\ \mathfrak{S}_y & S_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_x \\ d_y \end{bmatrix}. \quad (2)$$

其中: $[x, y]$ 为无人机集群在二维平面内的原始坐标, $[x', y']$ 为仿射变换后的坐标, A 为仿射变换矩阵, b 为平移向量, S_x, S_y 为缩放倍数, $\mathfrak{S}_x, \mathfrak{S}_y$ 为剪切倍数, d_x, d_y 为二维空间内的平移量.

根据仿射变换的数学性质,无人机编队可实现稳

定编队飞行、编队旋转、缩放围猎、剪切避障等多种功能,如图1所示.

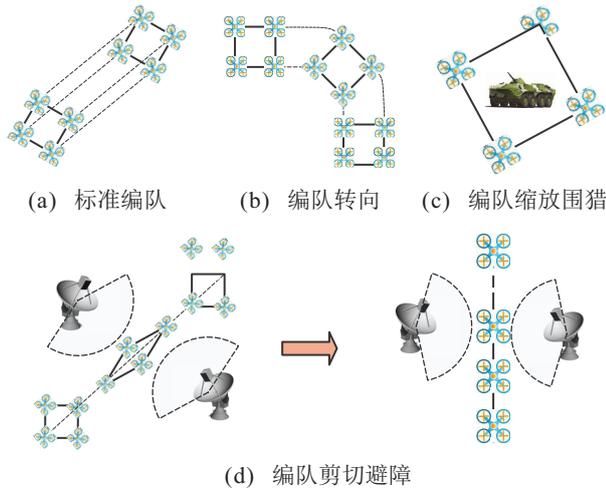


图1 无人机编队仿射变换

基于仿射变换定义目标时变编队为

$$p^*(t) = [I_n \otimes A(t)]r + 1_n \otimes b(t). \quad (3)$$

其中: $p^*(t)$ 为无人机集群理想位置, 标准队形 $r = [r_1^T, r_2^T, \dots, r_n^T]^T \in R^{d \times n}$ 为常值矩阵, $A(t) \in R^{d \times d}$, $b(t) \in R^d$ 为时变矩阵, \otimes 表示克罗内克积, $1_n \in R^n$ 为元素均等于1的向量. $I_d \in R^{d \times d}$ 为单位矩阵.

1.2 问题描述

考虑干扰条件下, 多架无人机均采用单积分器动力学建模

$$\dot{p}_i = u_i + d_i. \quad (4)$$

其中: $p_i \in R^d$ 为无人机位置; u_i 为待设计控制输入; d_i 为干扰项, $\|d_i\|_1 \leq d_{\max}$ 且 $d_{\max} > 0$.

本文的控制目标为: 在外部干扰 d_i 作用下, 通过构造基于应力矩阵 Ω 的分布式滑模编队控制律 u_i , 使得无人机集群能够形成并维持期望的仿射变换队形, 控制无人机当前位置 $p(t)$ 趋近理想位置 $p^*(t)$, 使无人机集群位置误差 $\delta_p(t)$ 趋向于0, 即

$$\delta_p(t) = p(t) - p^*(t) \rightarrow 0. \quad (5)$$

为设计无人机集群编队控制律, 首先给出如下引理与假设.

引理1 ^[22] (仿射展开的秩条件) 当且仅当 $n \gg d + 1$ 且 $\text{rank}(\bar{P}(p)) = d + 1$ 时, 点集 $\{p_i\}_{i=1}^n$ 仿射展开 R^d . $P \in R^{n \times d}$ 为位置矩阵, $\bar{P} \in R^{n \times (d+1)}$ 为位置矩阵增广1列, 即

$$P(p) = \begin{bmatrix} p_1^T \\ p_2^T \\ \vdots \\ p_n^T \end{bmatrix}, \quad \bar{P}(p) = \begin{bmatrix} p_1^T & 1 \\ p_2^T & 1 \\ \vdots & \vdots \\ p_n^T & 1 \end{bmatrix} = [P(p), 1_n]. \quad (6)$$

引理2 ^[31] (刚性条件) 给定无向图 \mathcal{G} 和标准队形 r , 当且仅当存在应力矩阵 Ω , 使 Ω 为正半定且秩 $\text{rank}(\Omega) = n - d - 1$ 时, 编队 (\mathcal{G}, r) 是普遍刚性的.

引理3 ^[23] (仿射可定位的应力条件) 如果编队 (\mathcal{G}, r) 中 $\{r_i\}_{i=1}^n$ 仿射展开 R^d , 同时具有半正定应力矩阵 Ω 且秩 $\text{rank}(\Omega) = n - d - 1$, 则当 $\bar{\Omega}_{ff}$ 非奇异时, 对任何 $p = [p_l^T, p_f^T]^T$ 标准编队仿射可定位, p_f 由 p_l 唯一确定, $p_f = -\bar{\Omega}_{ff}^{-1} \bar{\Omega}_{fl} p_l$. 其中: $\bar{\Omega} = \Omega \otimes I_d$, 应力矩阵按领导者、跟随者分块, 即

$$\bar{\Omega} = \Omega \otimes I_d = \begin{bmatrix} \bar{\Omega}_{ll} & \bar{\Omega}_{lf} \\ \bar{\Omega}_{fl} & \bar{\Omega}_{ff} \end{bmatrix}. \quad (7)$$

这里: $\bar{\Omega}_{ff} \in R^{(dn_f) \times (dn_f)}$, $\bar{\Omega}_{fl} \in R^{(dn_f) \times (dn_l)}$.

注1 引理1和引理2为引理3的前置条件, 满足引理3则可由领导者位置求解跟随者位置, 通过对领导者编队进行仿射变换实现对整个编队的队形变换.

假设1 不失一般性, 假设无人机集群领导者数目 $n \gg d + 1$ 且有半正定应力矩阵 Ω , 应力矩阵的秩为 $n - d - 1$.

2 “双层领导者-跟随者”无人机编队协同队形变换控制策略

本节针对无人机集群复杂环境下的队形变换, 提出“双层领导者-跟随者”无人机编队协同队形变换控制策略, 并基于该策略, 给出障碍环境的数学模型及编队队形变换参数的计算.

2.1 队形变换策略设计

本文面向无人机集群队形变换控制, 将无人机集群飞行过程分为编队形成段、多领机编队飞行段、单领机协同飞行段. 首先, 多架无人机从不同位置起飞, 经过一定时间的飞行集结成标准编队. 在多领机编队飞行段, 无人机集群根据领机队形保持标准编队稳定飞行, 当飞行环境中存在障碍物时进行队形变换, 或者按照任务对飞行过程中的特殊目标进行围猎. 在单领机协同飞行段, 无人机集群取消标准编队队形, 从机跟随特定领机组成无人机群组, 分别完成预先设定任务, 对多目标进行跟踪或完成其他预设动作. 无人机集群飞行过程分段如图2所示.

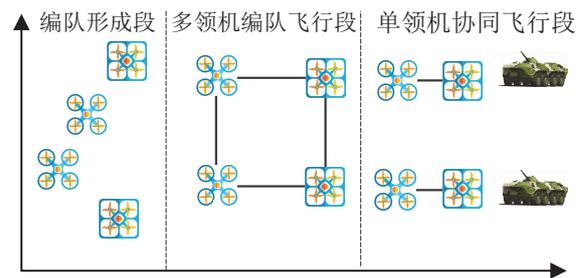


图2 无人机集群编队飞行过程

多领机编队飞行中,领机除保持通信关系外,为维持编队队形还需要在航迹上保持相对稳定.为此,设计“双层领导者-跟随者”无人机编队协同队形变换控制策略.与常规“领导者-跟随者”策略不同,在领导者群体中指定一架无人机作为主机,主机决定领机基本航迹,其余领机在主机航迹基础上根据需求生成对应航迹,由所有领机协同控制从机机群.

综合上述分析,给出“双层领导者-跟随者”无人机编队协同队形变换控制策略架构如图3所示,具体步骤如下.

step 1: 设定无人机集群领导者、跟随者身份,并将跟随者分配至各领导者构成多个无人机群组,给定标准队形和各无人机初始位置;

step 2: 无人机从不规则初始位置起飞,经过一定时间的飞行集结成标准编队队形;

step 3: 在线规划主领机航迹,在主领机航迹基础上根据无人机飞行环境情况及任务需求决策形成其余领机航迹;

step 4: 编队队形控制律控制无人机编队跟踪生成的理想航迹并稳定飞行;

step 5: 无人机集群结束多领机编队飞行,从机按照初始设置分配至特定领机组成无人机群组,进入单领机协同飞行段;

step 6: 在线规划各群组领机航迹,无人机群组转由协同控制律控制,各领-从无人机群组分别完成预先设定任务.

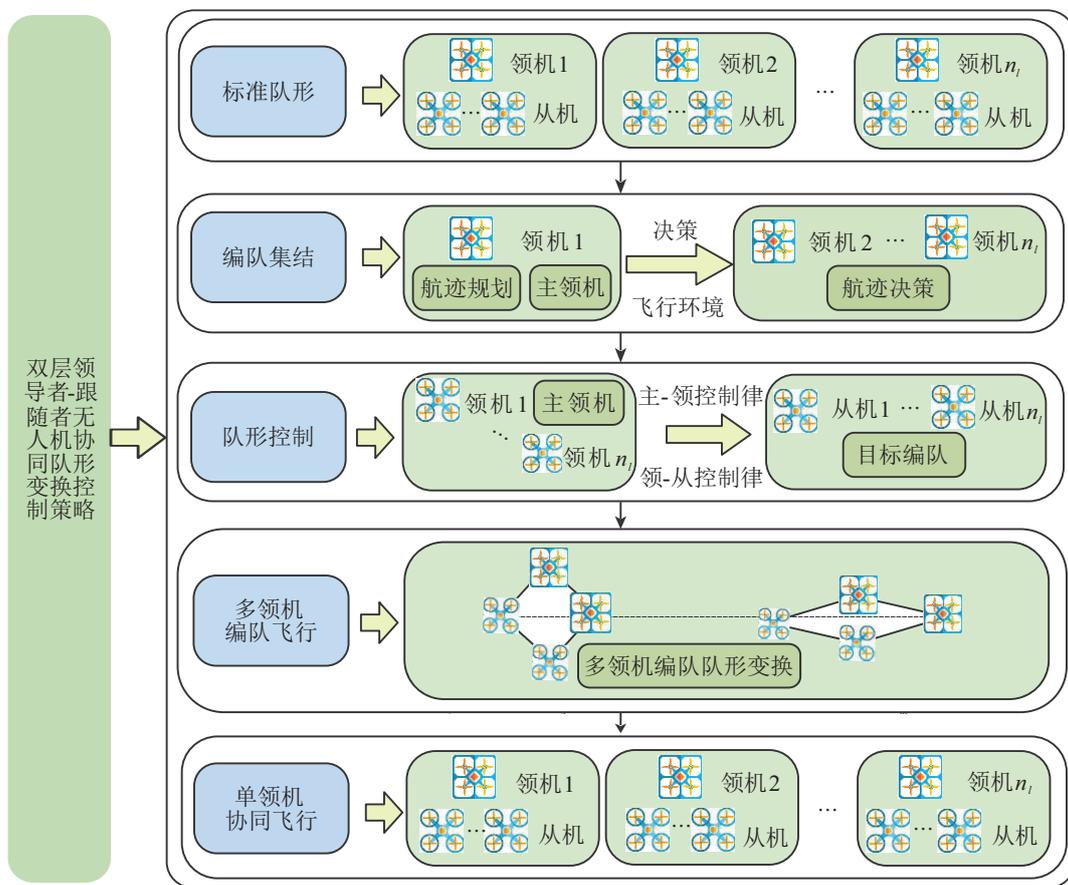


图3 双层领导者-跟随者无人机编队协同队形变换控制策略架构

注2 step 3中需要根据主机的航迹规划形成其余领机航迹,若所指定的主机1号因故障损毁,则可更换主机为2号或其他合适领机,并在线规划其航迹.只要领机数目满足引理1仿射展开的秩条件,无人机集群即可通过设计的控制律进行编队队形变换.根据引理3,形成所有领机航迹后,从机位置随之确定,无人机编队队形由领机队形决定,因此需要根据无人机飞行环境及任务需求决策生成主机外的领机航迹.为保持整个无人机集群的队形稳定,需根据

飞行障碍环境对领机编队队形进行仿射变换.

根据所设计的无人机编队协同队形变换控制策略,给出具体算法的伪代码如下:

算法1 无人机集群编队飞行算法.

input: 标准编队 (G, r) , 初始位置矩阵 P_0 , 目标数量 m , 目标位置矩阵 P_T ;

output: 时变无人机编队位置 $p(t)$.

1) for $i = 1 : m, i++$ do

2) 分配无人机群组 g_i 到目标 $i, g_i \cap \mathcal{V}_i \neq \emptyset$.

- 3) end for
- 4) $\bigcup_{i=1}^m (g_i \cap \mathcal{V}_i) = \mathcal{V}_i$ 且 $\bigcup_{i=1}^m (g_i \cap \mathcal{V}_f) = \mathcal{V}_f$;
- 5) 规划主领机航迹 p_1^* ;
- 6) $(\mathcal{G}, r) \leftarrow (\mathcal{G}, p)$;
- 7) while p_l 进入 \mathcal{D}_i do
- 8) 计算 d_{ij} ;
- 9) 生成领机理想航迹 p_l^* ;
- 10) 计算从机控制律 $\dot{p}_i, i \in \mathcal{N}_f$.
- 11) end while
- 12) for 无人机群组 g_i 有 $\|p_l - p_T\| < \gamma, \gamma > 0$ do
- 13) 更新无人机协同控制律;
- 14) 打击目标 $i \leftarrow g_i$.
- 15) end for

2.2 编队队形变换参数计算

无人机飞行环境中存在多种不规则障碍物,可用规则外形进行包络处理,如二维空间中障碍物处理成圆形、长方形,三维空间中用球、椭球、长方体代替^[32]. 在本文中,考虑无人机集群在二维平面空间中进行编队飞行,在障碍物周边定义3个典型区域^[33],如图4所示. 记障碍区 $\mathcal{O}_i = \{x \in R^d | \|x - x_i^o\| < \kappa_i\}$, 无人机进入此区域则损毁;缓冲区 $\mathcal{V}_i = \{x \in R^d | \kappa_i < \|x - x_i^o\| < \sigma_i\}$,一旦无人机进入应采取规避;检测区 $\mathcal{D}_i = \{x \in R^d | \sigma_i < \|x - x_i^o\| < \varsigma_i\}$,在此区域领机将发现障碍物并应采取避让动作.

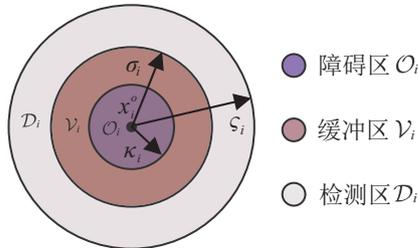


图4 障碍物周边区域示意

当领机进入检测区开始对编队队形仿射变换矩阵进行实时在线计算,地面坐标系中无人机集群避障队形变换示意图如图5所示.

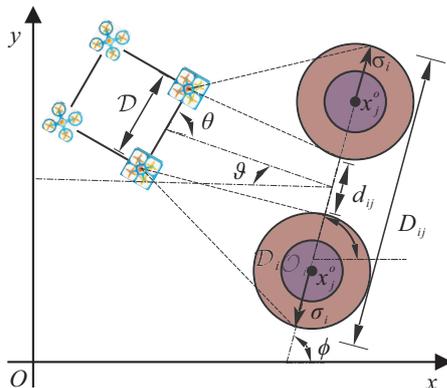


图5 剪切变换避障

定义障碍物 i, j 间可通过的距离 d_{ij} 为

$$d_{ij} = \|x_i^o - x_j^o\| - \sigma_i - \sigma_j. \quad (8)$$

若 $d_{ij} > \varepsilon, \varepsilon$ 为保证无人机可成“一”字纵列通过的最小正距离,则无人机编队可剪切变换拉长编队并通过障碍区. 若 $d_{ij} \leq \varepsilon$,则无人机集群不能通过障碍区间隙,需进行放大剪切. 仿射变换矩阵 A 中剪切倍数为

$$\begin{cases} \mathfrak{S}_x = \frac{d_{ij}}{D_{\max} \sin(\theta - \vartheta)} \cos \phi \\ \mathfrak{S}_y = \frac{d_{ij}}{D_{\max} \sin(\theta - \vartheta)} \sin \phi \end{cases}, d_{ij} > \varepsilon; \quad (9)$$

$$\begin{cases} \mathfrak{S}_x = \frac{D_{\max} \sin(\theta - \vartheta)}{D_{ij}} \cos \phi \\ \mathfrak{S}_y = \frac{D_{\max} \sin(\theta - \vartheta)}{D_{ij}} \sin \phi \end{cases}, d_{ij} \leq \varepsilon. \quad (10)$$

其中: $D_{\max} = \max\{\|p_i - p_j\| | i, j \in [1, 2, \dots, n_i]\}$ 为无人机集群中领机间最大距离; $(\theta - \vartheta)$ 为无人机集群的理想避障角度; ϕ 为障碍区通道与地面坐标系的夹角,由障碍区位置决定; $D_{ij} = d_{ij} + 2(\sigma_i + \sigma_j)$ 为覆盖障碍区 i, j 的最大距离. 将队形变换参数(9)和(10)代入目标时变编队位置(3),则领机的理想航迹为

$$p_l^*(t) = \left\{ I_n \otimes \begin{bmatrix} 0 & \mathfrak{S}_y(t) \\ \mathfrak{S}_x(t) & 0 \end{bmatrix} \right\} r_l + 1_n \otimes b(t). \quad (11)$$

其中: $p_l^*(t)$ 为理想领机位置, r_l 为初始标准队形领机位置, $b(t)$ 为编队整体位移.

注3 当无人机按照任务需求或探测识别目标需求进行围猎放缩时,放缩比例计算方法与剪切类似. 通过障碍物时编队放缩与剪切产生的避障效果类似,区别在于放缩可以维持原有标准队形无人机间相对距离之比不变,剪切会改变该比例,而放缩在二维空间上对无人机间的避碰有更高要求. 不失一般性,本文主要选择剪切变换进行队形改变,在有指定任务要求时进行放缩变换.

3 编队控制律设计

基于“双层领导者-跟随者”无人机编队协同队形变换控制策略,编队控制律的设计分为两部分:主-领编队控制律、领-从编队控制律. 本节改进主-领编队控制律中队形变换参数,并设计扰动环境下的领-从编队控制律.

3.1 主-领编队控制律

在本文中,仅考虑对无人机集群的主机进行航迹规划,并由变换的飞行环境得到编队队形变换参数,因此基于主机航迹对其余领机航迹进行设计是十分必要的.

引理4^[25,34] 考虑由 $\dot{p}_i = u_i$ 建模的一组无人

机,基于应力矩阵的编队控制律设计为

$$\begin{aligned} \dot{p}_i = & - \sum_{j \in \mathcal{N}} \omega_{ij}(p_i - p_j) - \\ & \sum_{(i,j) \in \mathcal{E}_l} a_{ij}[(p_i - p_j) - \tau(p_i^* - p_j^*)]. \end{aligned} \quad (12)$$

其中: a_{ij} 为关于领导者编队 $\mathcal{G}_l(\mathcal{V}_l, \mathcal{E}_l)$ 的邻接矩阵元素,则具有指定尺寸 τ 的目标编队整体指数稳定.

控制律(12)中针对领机的控制律为

$$\begin{aligned} \dot{p}_l = & \sum_{(i,j) \in \mathcal{E}_l} a_{ij}[(p_i - p_j) - \tau(p_i^* - p_j^*)], \\ & i \in \mathcal{N}_l[2, 3, \dots, n_l]. \end{aligned} \quad (13)$$

下面根据引理4不加证明地给出领机控制律.

推论1 考虑由 $\dot{p}_i = u_i$ 建模的一组无人机,主机航迹在线规划完成后,领机控制律设计为

$$\dot{p}_l = -\mathcal{L}_l p_l + \mathcal{L}_l [I_n \otimes A] p_l^*. \quad (14)$$

其中: \mathcal{L}_l 为领导者邻接矩阵, p_l 为时变领机位置, p_l^* 为时变目标领机位置, A 为仿射变换矩阵. 则无人机编队可以实现期望的时变编队,使 $\delta_{p_l}(t) \rightarrow 0$.

注4 式(14)为(13)的矩阵形式,区别在于引理4指定了队形变换参数 τ ,而推论1通过式(9)和(10)所求仿射变换矩阵 A 替代由 τ 构成的常值矩阵,将引理4控制律中指定形变参数改为依据障碍物生成的变参数.

3.2 领-从编队控制律

受文献[23]启发,考虑领导者静止、领导者做匀速运动、领导者做变速运动3种情况,通过滑模控制克服外部干扰对编队稳定性的影响.

3.2.1 领导者静止

首先考虑领导者静止的情况,即对任意 $i \in \mathcal{V}_l$, 都有 $\dot{p}_i = 0$. 在此情况下,目标编队静止.

定理1 基于模型(4),考虑无人机集群领导者数目 $n \gg d + 1$ 且有半正定应力矩阵 Ω ,应力矩阵的秩为 $n - d - 1$,领导者静止时,将基于应力矩阵的滑模控制律设计为

$$\begin{aligned} \dot{p}_i = & - \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \omega_{ij}(p_i - p_j) + d_i - \\ & k_1 \text{sign}(p_i - p_i^*), \quad i \in \mathcal{N}_f. \end{aligned} \quad (15)$$

其中: k_1 为正参数,则无人机编队可以实现期望的时变编队.

证明 控制律(15)的矩阵形式表示为

$$\dot{p}_f = -\bar{\Omega}_{ff} p_f - \bar{\Omega}_{fl} p_l^* + d_f - k_1 \text{sign}(\delta_{pf}). \quad (16)$$

当 $\bar{\Omega}_{ff}$ 正定时,有 $p_f^*(t) = -\bar{\Omega}_{ff}^{-1} \bar{\Omega}_{fl} p_l^*(t)$.

将跟踪误差 δ_{pf} 定义为

$$\delta_{pf}(t) = p_f(t) - p_f^*(t). \quad (17)$$

对跟踪误差求导,可得

$$\begin{aligned} \dot{\delta}_{pf} = & -\bar{\Omega}_{ff} \delta_{pf} + \bar{\Omega}_{ff}^{-1} \bar{\Omega}_{fl} p_l^* + d_f - k_1 \text{sign}(\delta_{pf}) = \\ & -\bar{\Omega}_{ff} \delta_{pf} + d_f - k_1 \text{sign}(\delta_{pf}). \end{aligned} \quad (18)$$

构造 Lyapunov 函数如下:

$$V = \frac{1}{2} \delta_{pf}^T \delta_{pf}. \quad (19)$$

对式(19)求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -\delta_{pf}^T \bar{\Omega}_{ff} \delta_{pf} + \delta_{pf}^T d_f - k_1 \|\delta_{pf}\|_1 \leq \\ & -\delta_{pf}^T \bar{\Omega}_{ff} \delta_{pf} + \|\delta_{pf}\|_1 d_{\max} - k_1 \|\delta_{pf}\|_1 \leq \\ & -\delta_{pf}^T \bar{\Omega}_{ff} \delta_{pf}. \end{aligned} \quad (20)$$

其中: $\bar{\Omega}_{ff}$ 为正定矩阵, d_{\max} 为干扰上界,当 $k_1 \geq d_{\max}$ 时可使 $\dot{V} \leq 0$. 因此,可以得到 $\lim_{t \rightarrow \infty} V(t)$ 存在且有界. 式(20)可以改写为

$$\dot{V} \leq -\lambda_{\min}(\bar{\Omega}_{ff}) \delta_{pf}^T \delta_{pf}. \quad (21)$$

其中: $\lambda_{\min}(\bar{\Omega}_{ff})$ 为矩阵 $\bar{\Omega}_{ff}$ 的最小特征值, $\lambda_{\min}(\bar{\Omega}_{ff}) > 0$.

将式(21)积分可得

$$\lambda_{\min}(\bar{\Omega}_{ff}) \int_0^\infty \delta_{pf}^T \delta_{pf} dt \leq V(0) - V(\infty). \quad (22)$$

根据 Barbalat 引理可得, $t \rightarrow \infty$ 时, $\delta_{pf} \rightarrow 0$, 则控制律(15)可使无人机集群在领导者静止时保持编队队形稳定. \square

3.2.2 领导者速度为常值

考虑领导者以恒定速度运动,则控制律(15)不能保证跟踪误差为零. 因此需设计新的控制律如下.

定理2 基于模型(4),考虑无人机集群领导者数目 $n \gg d + 1$ 且有半正定应力矩阵 Ω ,应力矩阵的秩为 $n - d - 1$,领导者匀速运动时,将基于应力矩阵的滑模控制律设计为

$$\begin{aligned} \dot{p}_i = & -\alpha \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \omega_{ij}(p_i - p_j) - \\ & \beta \int_0^t \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \omega_{ij}(p_i(\tau) - p_j(\tau)) d\tau + \\ & d_i - k_2 \text{sign}(p_i - p_i^*), \quad i \in \mathcal{N}_f, \end{aligned} \quad (23)$$

其中 α, β, k_2 为正参数,则无人机编队可以实现期望的时变编队.

证明 引入变量 ξ 表示积分项,则式(23)的矩阵形式可表示为

$$\begin{cases} \dot{p}_f = -\alpha \bar{\Omega}_{ff} p_f - \alpha \bar{\Omega}_{fl} p_l^* - \beta \xi + d_f - k_2 \text{sign}(\delta_{pf}), \\ \dot{\xi} = \bar{\Omega}_{ff} p_f + \bar{\Omega}_{fl} p_l^*. \end{cases} \quad (24)$$

将式(24)代入跟踪误差得到

$$\begin{aligned} \dot{\delta}_{pf} &= \dot{p}_f + \bar{\Omega}_{ff}^{-1} \bar{\Omega}_{ff} \dot{p}_f^* - \\ &\quad - \alpha \bar{\Omega}_{ff} p_f - \alpha \bar{\Omega}_{ff} p_f^* - \beta \xi + \\ &\quad d_f - k_2 \text{sign}(\delta_{pf}) + \bar{\Omega}_{ff}^{-1} \bar{\Omega}_{ff} v_f^* = \\ &\quad - \alpha \bar{\Omega}_{ff} \delta_{pf} - \beta \xi + d_f - k_2 \text{sign}(\delta_{pf}) + M, \end{aligned} \quad (25)$$

其中 $M = \Omega_{ff}^{-1} \Omega_{ff} v_f^*$. 记矩阵 M 中元素最大值为 M_{\max} , v_f^* 为无人机群领导者目标速度, 无人机速度存在上限, 因此 M_{\max} 为已知量.

构造 Lyapunov 函数如下:

$$V = \frac{1}{2} \delta_{pf}^T \delta_{pf}. \quad (26)$$

对式(26)求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -\alpha \delta_{pf}^T \bar{\Omega}_{ff} \delta_{pf} - \beta \delta_{pf}^T \xi + \delta_{pf}^T d_f - \\ &\quad k_2 \delta_{pf}^T \text{sign}(\delta_{pf}) + \delta_{pf}^T M \leq \\ &\quad -\alpha \delta_{pf}^T \bar{\Omega}_{ff} \delta_{pf} + \beta \|\delta_{pf}\|_1 |\xi|_{\max} + \|\delta_{pf}\|_1 d_{\max} - \\ &\quad k_2 \|\delta_{pf}\|_1 + \|\delta_{pf}\|_1 M_{\max} \leq -\alpha \delta_{pf}^T \bar{\Omega}_{ff} \delta_{pf}. \end{aligned} \quad (27)$$

若 $\dot{V} \leq 0$, 则需 $k_2 \geq \beta |\xi|_{\max} + d_{\max} + M_{\max}$, 与定理1证明步骤相似, 由 Barbalat 引理可得, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\delta_{pf} \rightarrow 0$. 控制律(23)可使无人机群在领导者做匀速运动时保持编队队形稳定. \square

3.2.3 领导者速度时变

考虑领导者做变速运动, 则控制律(23)不能保证跟踪误差为零. 因此需设计如下控制律.

定理3 基于模型(4), 考虑无人机集群领导者数目 $n \gg d + 1$ 且有半正定应力矩阵 Ω , 应力矩阵的秩为 $n - d - 1$, 领导者变速运动时, 将基于应力矩阵的滑模控制律设计为

$$\begin{aligned} \dot{p}_i &= -\frac{1}{\gamma_i} \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \bar{\Omega}_{ij} [(p_i - p_j) - \dot{p}_j] + \\ &\quad d_i - k_3 \text{sign}(p_i - p_i^*), \quad i \in \mathcal{N}_f. \end{aligned} \quad (28)$$

其中: k_3 为正参数, $\gamma_i = \sum_{i \in \mathcal{N}_i} \omega_{ij}$. 由于 $\bar{\Omega}_{ff}$ 是正定矩阵, $\gamma_i > 0$ 恒成立, 则无人机编队可以实现期望的时变编队.

证明 对式(28)变形可得

$$\begin{aligned} \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \bar{\Omega}_{ij} (\dot{p}_i - \dot{p}_j) &= \\ - \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \bar{\Omega}_{ij} (p_i - p_j) + \gamma_i d - \gamma_i k_3 \text{sign}(p_i - p_i^*). \end{aligned} \quad (29)$$

其矩阵形式为

$$\begin{aligned} \bar{\Omega}_{ff} \dot{p}_f + \bar{\Omega}_{fl} \dot{p}_l^* &= \\ - \bar{\Omega}_{ff} p_f - \bar{\Omega}_{fl} p_l^* + \tilde{\Omega}_{ii} d_i - k_3 \tilde{\Omega}_{ii} \text{sign}(\delta_{pf}), \end{aligned} \quad (30)$$

其中定义 $\tilde{\Omega}_{ii} = \gamma_i$.

化简式(30)可得

$$\begin{aligned} \dot{p}_f &= -\delta_{pf} + \tilde{\Omega}_{ii} \bar{\Omega}_{ff}^{-1} d_i - \\ &\quad k_3 \tilde{\Omega}_{ii} \bar{\Omega}_{ff}^{-1} \text{sign}(\delta_{pf}) - \bar{\Omega}_{ff}^{-1} \bar{\Omega}_{fl} p_l^*. \end{aligned} \quad (31)$$

将式(31)代入跟踪误差得到

$$\begin{aligned} \dot{\delta}_{pf} &= \\ - \bar{\Omega}_{ff}^{-1} \delta_{pf} + \tilde{\Omega}_{ii} \bar{\Omega}_{ff}^{-1} d_i - k_3 \tilde{\Omega}_{ii} \bar{\Omega}_{ff}^{-1} \text{sign}(\delta_{pf}). \end{aligned} \quad (32)$$

构造 Lyapunov 函数如下:

$$V = \frac{1}{2} \delta_{pf}^T \bar{\Omega}_{ff} \delta_{pf}. \quad (33)$$

对式(33)求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \\ - \delta_{pf}^T \bar{\Omega}_{ff} \delta_{pf} + \tilde{\Omega}_{ii} \delta_{pf}^T d_i - k_3 \tilde{\Omega}_{ii} \|\delta_{pf}\|_1 &\leq \\ - \delta_{pf}^T \bar{\Omega}_{ff} \delta_{pf} + \tilde{\Omega}_{ii} \max \|\delta_{pf}\|_1 d_{i \max} - \\ k_3 \tilde{\Omega}_{ii} \max \|\delta_{pf}\|_1 &\leq -\delta_{pf}^T \bar{\Omega}_{ff} \delta_{pf}. \end{aligned} \quad (34)$$

由式(34)可知, 当 $\tilde{\Omega}_{ii} \max d_{i \max} - k_3 \tilde{\Omega}_{ii} \max \leq 0$ 成立, 即 $k_3 \geq d_{i \max}$ 时, 有 $\dot{V} \leq 0$. 与定理1证明步骤相似, 由 Barbalat 引理可得, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\delta_{pf} \rightarrow 0$. 此时控制律(28)可使无人机群在领导者做变速运动时保持编队队形稳定. \square

注5 定理1~定理3分别为考虑外部干扰条件时, 领导者静止、领导者做匀速运动、领导者做变速运动3种情况下的从机编队控制律. 在实际应用中领导者静止或匀速运动的情况较为少见, 应更多考虑领导者做变速运动的情况. 由推导得知, 控制律(28)仅要求 $k_3 \geq d_{i \max}$, 只要设计 k 大于外部干扰最大值, 无人机编队即可保持稳定飞行.

4 仿真实验

为验证复杂环境下编队队形变换控制律, 在满足仿射展开的秩条件和刚性条件下设计仿真实验. 假定1~3号为领机, 4~8号为从机, 1号领导者为主机, 设置外部干扰 $d = 0.1 \sin(4\pi t)$, 设计 $k_3 = 0.1$, 无人机集群系统通信拓扑关系如图6所示.

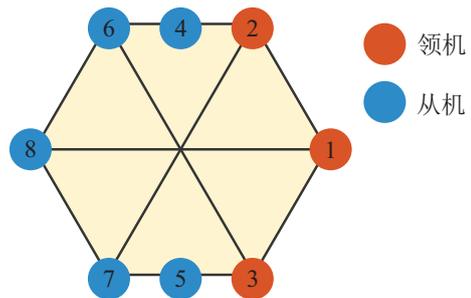


图6 无人机集群通信拓扑关系

在此通信拓扑下, 其应力矩阵 Ω 应用文献[34]中的算法计算, 即

$$\Omega = \begin{bmatrix} -0.3293 & 0.2195 & 0.2195 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.1098 \\ 0.2195 & -0.5488 & 0 & 0.4391 & 0 & 0 & -0.1098 & 0 \\ 0.2195 & 0 & -0.5488 & 0 & 0.4391 & -0.1098 & 0 & 0 \\ 0 & 0.4391 & 0 & -0.8781 & 0 & 0.4391 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.4391 & 0 & -0.8781 & 0 & 0.4391 & 0 \\ 0 & 0 & -0.1098 & 0.4391 & 0 & -0.5488 & 0 & 0.2195 \\ 0 & -0.1098 & 0 & 0 & 0.4391 & 0 & -0.5488 & 0.2195 \\ -0.1098 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.2195 & 0.2195 & -0.3293 \end{bmatrix}$$

在仿真过程中,离线生成了1号主机的运动轨迹,根据实际飞行环境生成了其余领机航迹.此外,为维持无人机集群编队飞行的稳定性,领机集群除需满足引理1要求数量 $n \gg d + 1$ 外,若领机群通信拓扑保持全连通特性,则可保证主机损毁后其余领机可替代主机位置进行领航并生成其余领机航迹,提高无人机集群鲁棒性.

编队避障仿真轨迹如图7所示,仿真实验中,无人机集群以不规则图案起飞,并根据4组障碍物情况进行队形变换.实验结果显示,无人机集群在通过狭长障碍通道时编队变换为“一”字队形飞行,此时剪切变换发生在两个维度上,当标准队形为对称图形

时,单方向剪切变换为“一”字型会造成对称无人机碰撞.实际飞行过程中,无人机集群很难垂直通过障碍物,航迹与障碍物的角度差异会使无人机集群两个维度上剪切变换,避免集群内无人机发生碰撞损毁.对第3组障碍物进行放缩围猎时,不可避免地存在部分无人机穿过障碍物的情况.完成指定任务时,围猎行为主要针对地面低矮目标,无人机穿过障碍物不会产生无人机碰撞损毁.针对第4组障碍部分遮挡无人机集群航迹的情况,编队可对部分领机航迹进行调整,侧向绕过障碍区域,但当标准编队中无人机距离设置较大时,部分从机需进行较大范围机动,因此无人机集群的领机航迹应尽量保持对称变换.

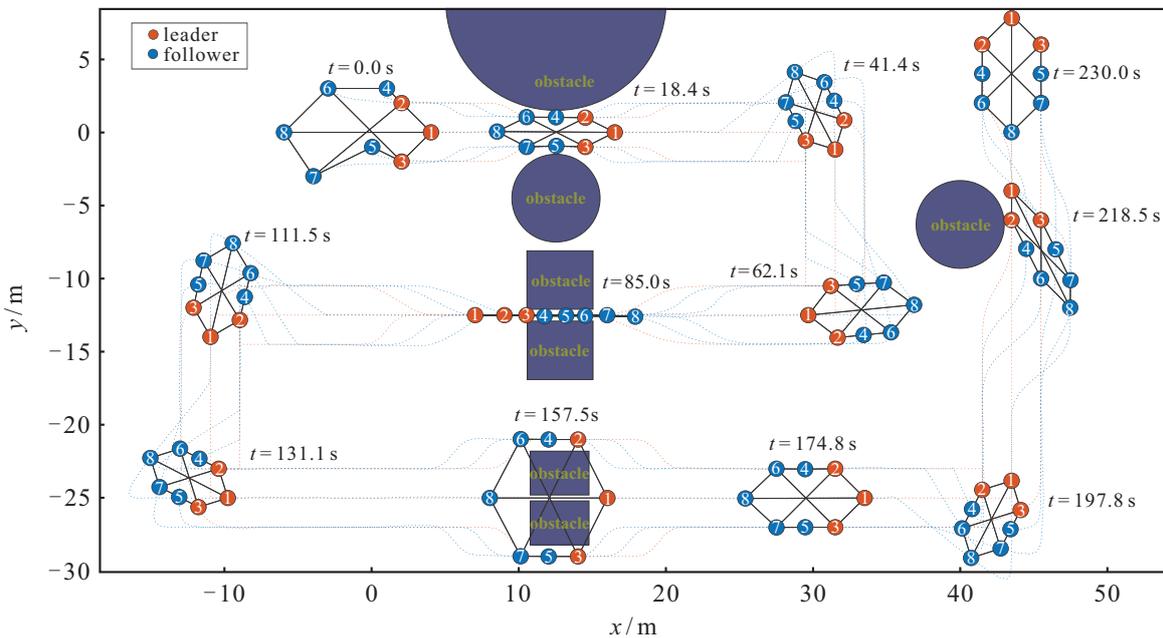


图7 编队避障轨迹

位置跟踪误差如图8所示,当编队机动时,跟踪误差随着无人机集群编队集结为标准编队队形,在大约15s时收敛至零附近,随外部干扰有轻微波动.

图9、图10分别为速度、加速度的变化示意图,加速度误差如图11所示,在旋转、剪切等变换时,速度误差波动较小,编队稳定飞行时速度、加速度基本与领机保持一致.

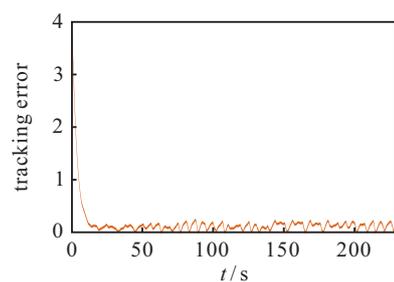


图8 位置跟踪误差

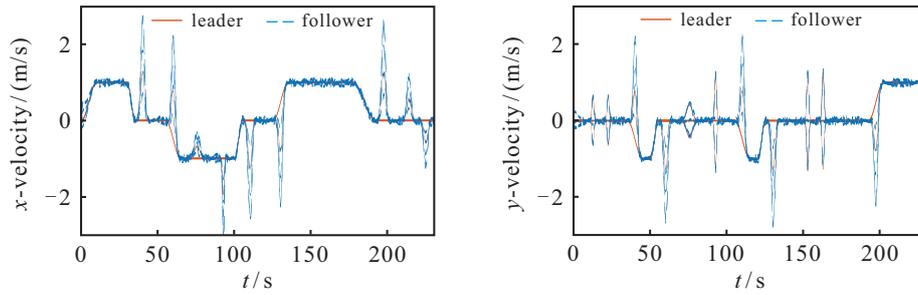


图9 速度变化

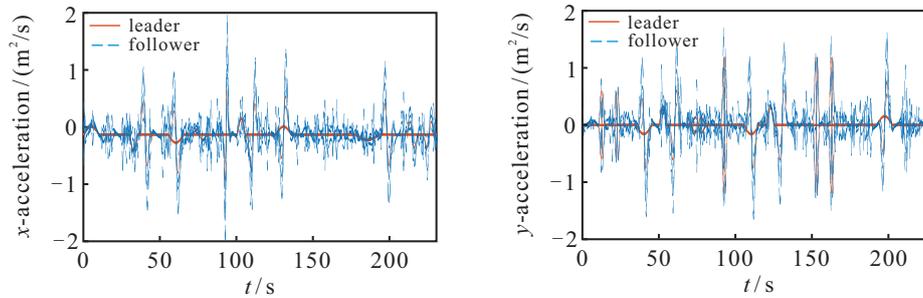


图10 加速度变化

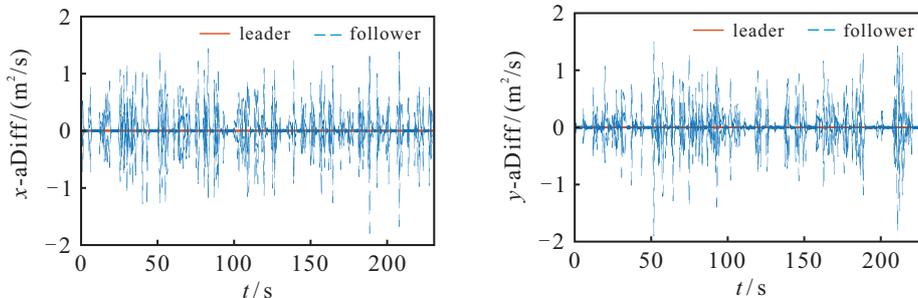


图11 加速度误差

仿真结果表明,在本文设计的控制律下,无人机集群机动飞行过程中,其形心、方向、规模和几何图案可根据障碍物进行变化,能够完成障碍环境下与干扰条件下的稳定编队飞行。

5 结论

本文针对复杂环境下无人机集群队形变换问题,在领导者-跟随者方法的基础上,研究了一种基于应力矩阵的无人机编队队形仿射变换策略与滑模控制方法。考虑无人机集群飞行环境与实战任务需要,提出“双层领导者-跟随者”无人机编队协同队形变换控制策略,依据实际飞行环境对领机航迹进行决策,实现无人机编队目标队形根据复杂环境进行变换。基于图论、一致性理论和滑模控制理论设计了针对无人机仿射编队存在外部干扰条件下的时变编队控制律,通过Lyapunov函数证明了系统的稳定性。仿真结果显示,所设计的控制律能使无人机集群完成稳定飞行、旋转、围猎、剪切避障等多种队形变换。未来可考虑部分无人机损坏导致通信拓扑条件改变的情况下,对无人机集群编队控制方法进行进一步研究。

参考文献(References)

- [1] Ryan A, Zennaro M, Howell A, et al. An overview of emerging results in cooperative UAV control[C]. The 43rd IEEE Conference on Decision and Control (CDC). Nassau, 2005: 602-607.
- [2] Zong Q, Wang D D, Shao S K, et al. Research status and development of multi UAV coordinated formation flight control[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2017, 49(3): 1-14.
- [3] Luo D L, Zhang H Y, Xie R Z, et al. Unmanned aerial vehicles swarm conflict based on multi-agent system[J]. Control Theory & Applications, 2015, 32(11): 1498-1504.
- [4] Wang X K, Li X, Zheng Z Q. Survey of developments on multi-agent formation control related problems[J]. Control and Decision, 2013, 28(11): 1601-1613.
- [5] Saska M, Baca T, Thomas J, et al. System for deployment of groups of unmanned micro aerial vehicles in GPS-denied environments using onboard visual relative localization[J]. Autonomous Robots, 2017, 41(4): 919-944.
- [6] Ghamry K A, Dong Y Q, Kamel M A, et al. Real-time autonomous take-off, tracking and landing of UAV on a moving UGV platform[C]. The 24th Mediterranean Conference on Control and Automation. Athens, 2016:

- 1236-1241.
- [7] Jadbabaie A, Lin J, Morse A S. Coordination of groups of mobile autonomous agents using nearest neighbor rules[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2003, 48(6): 988-1001.
- [8] Fu Y G, Ding M Y, Zhou C P, et al. Route planning for unmanned aerial vehicle (UAV) on the sea using hybrid differential evolution and quantum-behaved particle swarm optimization[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2013, 43(6): 1451-1465.
- [9] Ren W, Beard R W. A decentralized scheme for spacecraft formation flying via the virtual structure approach[C]. *Proceedings of the 2003 American Control Conference*. Denver, 2003: 1746-1751.
- [10] Wu L Y, Han W, Zhang Y, et al. Formation keeping control for manned/unmanned aerial vehicle formation based on leader-follower strategy[J]. *Control and Decision*, 2021, 36(10): 2435-2441.
- [11] Kuriki Y, Namerikawa T. Consensus-based cooperative formation control with collision avoidance for a multi-UAV system[C]. *2014 American Control Conference*. Portland, 2014: 2077-2082.
- [12] Dong X W, Yu B C, Shi Z Y, et al. Time-varying formation control for unmanned aerial vehicles: Theories and applications[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2015, 23(1): 340-348.
- [13] He L L, Bai P, Liang X L, et al. Feedback formation control of UAV swarm with multiple implicit leaders[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2018, 72: 327-334.
- [14] Oh K K, Park M C, Ahn H S. A survey of multi-agent formation control[J]. *Automatica*, 2015, 53: 424-440.
- [15] van der Walle D, Fidan B, Sutton A, et al. Non-hierarchical UAV formation control for surveillance tasks[C]. *2008 American Control Conference*. Seattle, 2008: 777-782.
- [16] Zhao S Y, Zelazo D. Bearing rigidity and almost global bearing-only formation stabilization[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2016, 61(5): 1255-1268.
- [17] Sun Z Y, Park M C, Anderson B D O, et al. Distributed stabilization control of rigid formations with prescribed orientation[J]. *Automatica*, 2017, 78: 250-257.
- [18] Zhao S Y, Zelazo D. Translational and scaling formation maneuver control via a bearing-based approach[J]. *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, 2017, 4(3): 429-438.
- [19] Han T R, Lin Z Y, Zheng R H, et al. A barycentric coordinate-based approach to formation control under directed and switching sensing graphs[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2018, 48(4): 1202-1215.
- [20] Lin Z Y, Wang L L, Han Z M, et al. Distributed formation control of multi-agent systems using complex Laplacian[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2014, 59(7): 1765-1777.
- [21] Han Z M, Wang L L, Lin Z Y, et al. Formation control with size scaling via a complex Laplacian-based approach[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2016, 46(10): 2348-2359.
- [22] Lin Z Y, Wang L L, Chen Z Y, et al. Necessary and sufficient graphical conditions for affine formation control[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2016, 61(10): 2877-2891.
- [23] Zhao S Y. Affine formation maneuver control of multiagent systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2018, 63(12): 4140-4155.
- [24] Xu Y, Zhao S Y, Luo D L, et al. Affine formation maneuver control of high-order multi-agent systems over directed networks[J]. *Automatica*, 2020, 118: 109004.
- [25] Yang Q K, Sun Z Y, Cao M, et al. Stress-matrix-based formation scaling control[J]. *Automatica*, 2019, 101: 120-127.
- [26] Zhao Z H, Xiao L, Jiang B, et al. Fast nonsingular terminal sliding mode trajectory tracking control of a quadrotor UAV based on extended state observers[J]. *Control and Decision*, 2022, 37(9): 2201-2210.
- [27] 鲜斌, 许鸣镝, 王岭. 分布式无人机队列控制与动态障碍规避设计[J]. *控制与决策*, 2022, 37(9): 2226-2234. (Xian B, Xu M D, Wang L. Distributed unmanned aerial vehicle platoon control with dynamic obstacle avoidance[J]. *Control and Decision*, 2022, 37(9): 2226-2234.)
- [28] Li S H, Wang X Y. Finite-time consensus and collision avoidance control algorithms for multiple AUVs[J]. *Automatica*, 2013, 49(11): 3359-3367.
- [29] Wang D D, Zong Q, Tian B L, et al. Finite-time fully distributed formation reconfiguration control for UAV helicopters[J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2018, 28(18): 5943-5961.
- [30] Wu T, Wang J, Tian B L. Periodic event-triggered formation control for multi-UAV systems with collision avoidance[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2022, 35(8): 193-203.
- [31] Anderson B D O, Yu C B, Fidan B, et al. Rigid graph control architectures for autonomous formations[J]. *IEEE Control Systems Magazine*, 2008, 28(6): 48-63.
- [32] Tai J J, Phang S K, Wong F Y M. COAA*—An optimized obstacle avoidance and navigational algorithm for UAVs operating in partially observable 2D environments[J]. *Unmanned Systems*, 2022, 10(2): 159-174.
- [33] Wang K, Mu C X, Cai G B, et al. Autonomous obstacle avoidance control method based on safety adaptive reinforcement learning[J]. *Scientia Sinica: Informationis*, 2022, 52(9): 1672-1686.
- [34] Yang Q K, Sun Z Y, Cao M, et al. Construction of universally rigid tensegrity frameworks and their applications in formation scaling control[C]. *The 36th Chinese Control Conference*. Dalian, 2017: 8177-8182.

作者简介

李欣(1999—),女,博士生,从事新型飞行器制导与控制的研究, E-mail: lixin990725@163.com;

蔡光斌(1982—),男,副教授,博士生导师,从事新型飞行器制导与控制、快速轨迹优化、智能控制理论及应用等研究, E-mail: cgb0712@163.com;

吴彤(1997—),男,博士生,从事新型飞行器制导与控制的研究, E-mail: wutong00215@163.com;

杨芊(1997—),男,助理工程师,硕士,从事变体飞行器建模与控制的研究, E-mail: yq1057815460@163.com.