



中国科技期刊卓越行动计划项目入选期刊

控制与决策

CONTROL AND DECISION



异质多智能体系统的合围控制

贾亚鹏, 赵琦, 郑元世

引用本文:

贾亚鹏, 赵琦, 郑元世. 异质多智能体系统的合围控制[J]. 控制与决策, 2024, 39(7): 2267–2274.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2022.1869>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

脉冲控制下多智能体系统的保性能双向编队控制

Guaranteed cost bipartite formation problem of multi-agent systems with impulse control

控制与决策. 2021, 36(1): 180–186 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0854>

基于PID参数整定的线性自抗扰控制参数整定

Tuning of linear active disturbance rejection controllers based on PID tuning rules

控制与决策. 2021, 36(7): 1592–1600 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1408>

多航天器系统分布式固定时间输出反馈姿态协同跟踪控制

Distributed fixed-time output feedback attitude coordination tracking control for multiple rigid spacecraft

控制与决策. 2021, 36(5): 1049–1058 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0968>

空间机器人捕获航天器操作的避撞柔顺复合自抗扰控制

Collision avoidance and compliant composite active disturbance rejection control of space robot capture spacecraft

控制与决策. 2021, 36(2): 355–362 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0507>

自适应事件触发的马尔科夫跳变多智能体系统一致性

Adaptive event-triggered consensus for Markovian jumping multi-agent systems

控制与决策. 2020, 35(11): 2780–2786 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.1507>

异质多智能体系统的合围控制

贾亚鹏¹, 赵琦², 郑元世^{1†}

(1. 西安电子科技大学 机电工程学院, 西安 710071; 2. 青岛科技大学 大数据学院, 山东 青岛 266061)

摘要: 在固定有向拓扑下, 研究由一阶与二阶动力学智能体组成的异质多智能体系统的合围控制问题. 首先, 分别针对系统内同时包含一阶动力学领航者和二阶动力学跟随者、二阶动力学领航者和一阶动力学跟随者的两种情况, 共给出 4 种有效的控制协议; 其次, 综合利用代数图论、矩阵理论和稳定性分析工具, 通过系统变换方法或构建误差向量法得到上述两类异质多智能体系统能够实现合围控制的判据条件; 最后, 通过仿真进一步验证所提出协议的有效性.

关键词: 合围控制; 异质多智能体系统; 一致性; 有向网络

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2022.1869

引用格式: 贾亚鹏, 赵琦, 郑元世. 异质多智能体系统的合围控制[J]. 控制与决策, 2024, 39(7): 2267-2274.

Enclosing control of heterogeneous multi-agent systems

JIA Ya-peng¹, ZHAO Qi², ZHENG Yuan-shi^{1†}

(1. School of Mechanical and Electrical Engineering, Xidian University, Xi'an 710071, China; 2. College of Big Data, Qingdao University of Science and Technology, Qingdao 266061, China)

Abstract: We investigate the enclosing control problem of heterogeneous multi-agent systems composed of first-order and second-order dynamical agents in fixed directed topologies. Firstly, four effective control protocols are proposed for the two cases in which the system contains both first-order dynamical leaders and second-order dynamical followers, second-order dynamical leaders and first-order dynamical followers, respectively. Then, by using algebraic graph theory, matrix theory and stability analysis tools, the criteria for the above two types of heterogeneous multi-agent systems to achieve enclosing control are obtained through the system transformation method or the error vector construction method. Finally, the effectiveness of the proposed protocols is further verified by simulations.

Keywords: enclosing control; heterogeneous multi-agent systems; consensus; directed networks

0 引言

近几十年来, 多智能体系统的相关问题已成为控制科学领域研究的热点之一. 根据不同的应用领域, 多智能体系统的协调控制可分为一致性控制^[1]、蜂拥控制^[2]、包围控制^[3]、编队控制^[4]等. 在这些问题中, 多智能体系统的一致性作为分布式协调控制的基本问题, 包括领航者-跟随者网络的一致性^[5]、分组一致性^[6]、矩阵权重一致性^[7]、安全一致性^[8]等. 但在一些特定的应用场景中, 并不需要所有智能体最终能够达到一致, 比如在用多智能体系统模拟动物捕猎时, 要求作为抓捕者的智能体通过合作将被抓捕的智能体围在一个凸包内; 或者在用多智能体系统模拟领导人和保镖时, 要求作为领导人的智能体最终位于

由作为保镖的智能体组成的凸包内部. 对于一个多智能体系统, 将智能体分为领航者和跟随者两部分, 跟随者动态地张成一个凸包并将所有领航者围在该凸包内部, 这样的控制问题称为合围控制^[9].

合围控制问题可以看作是多领航者系统的一致性跟踪问题, 在近几年里, 该问题引起了一些科研工作者的研究兴趣. 在文献[10]中, 作者针对一阶多智能体系统提出了两种有效的分布式控制协议, 并给出了系统能够解决合围控制问题的判据条件; 在此基础上, 文献[11]通过将领航者作为一个外部系统, 进一步解决了二阶多智能体系统的合围控制问题. 此外, 有些文献利用编队控制对智能体实现了动态合围. 文献[12]将无人机分为领航者和跟随者两部分,

收稿日期: 2022-10-28; 录用日期: 2023-04-15.

基金项目: 国家自然科学基金项目(62273267); 陕西省杰出青年科学基金项目(2022JC-46).

责任编辑: 程龙.

[†]通讯作者. E-mail: zhengyuanshi2005@163.com.

并得到了多无人机系统能够通过编队控制解决动态合围问题的判据条件;在文献[13]中,作者提出了一种智能体能够围绕目标旋转的分布式协议,实现了多独轮车系统对移动目标的合围控制;文献[14]设计了一个不连续的分布控制器,证明了多智能体系统的合围控制问题可以通过非光滑分析解决.然而,利用编队控制解决合围问题时,需要人为设置凸包形状,且对多目标进行合围时需要获得所有目标的信息.在合围控制中,所使用的分布式控制协议能够很好地解决上述问题,因此对多智能体系统直接进行合围控制更具有应用价值.

值得注意的是,上述文献都研究的是同质系统,即系统中所有智能体都具有相同的动力学.在实际应用中,由于不同智能体可能需要执行不同的任务,且会受到各种因素的影响,相互耦合的智能体往往具有不同的动力学.近几年来,一些文献对异质多智能体系统的相关问题进行了研究.文献[15]考虑了由一阶与二阶动力学智能体组成的异质多智能体系统,分别利用线性和非线性控制协议解决了该系统的一致性问题;文献[16]在智能体无法获得速度信息的情况下,得到了异质多智能体系统能够达到一致的判据条件;文献[17]考虑了异质非线性多智能体系统的一致性问题,给出了该系统能在有限时间内实现一致的判据条件;文献[18]针对异质多智能体系统提出了一种分布式控制器,并证明了该系统能够在固定时间实现一致;文献[19]设计了两类有效的控制协议,解决了异质多智能体系统的包围控制问题.

目前,研究异质多智能体系统合围控制的文献还较少,且在系统分析时,异质的特征阻止了拉普拉斯矩阵对角化的直接应用,一些分析同质系统的方法在分析异质系统时也不再适用.此外,同质系统可看作是异质系统的一般形式,即异质系统比同质系统的适用范围更广.因此,本文考虑的异质多智能体系统的合围控制问题具有一定的研究意义和应用价值.本文的主要贡献为:1)研究两类异质多智能体系统的合围控制问题,第1类系统由一阶动力学领航者与二阶动力学跟随者组成,第2类系统由二阶动力学领航者与一阶动力学跟随者组成;2)针对上述两类系统,共提出4种有效的合围控制协议;3)分别通过系统转换法和构建误差向量法,得出异质多智能体系统能够实现合围控制的判据条件.

数学符号说明:本文用 R 和 N 表示实数集和自然数集, R^n 和 $R^{n \times m}$ 表示 n 维实向量和 $n \times m$ 维实矩阵; I_n 和 $0_{n \times m}$ 表示 n 维单位阵和 $n \times m$ 维零矩阵;

$\text{diag}\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ 表示对角元素为 a_1, a_2, \dots, a_n 的对角阵; $\mathcal{D}(B) = \text{diag}\{\mathcal{D}_1(B), \mathcal{D}_2(B), \dots, \mathcal{D}_n(B)\}$, $\mathcal{D}_i(B)$ 表示矩阵 B 的第 i 行元素之和; $\det(A)$ 表示矩阵 A 的行列式; $\text{Re}(\lambda)$ 、 $\text{Im}(\lambda)$ 和 $|\lambda|$ 分别表示复数 λ 的实部、虚部和模; \mathcal{F} 和 \mathcal{R} 分别表示跟随者集合和领航者集合;节点集合 $\mathcal{I}_n = \{1, 2, \dots, n\}$, $\mathcal{I}_n/\mathcal{I}_m = \{m+1, m+2, \dots, n\}$.

1 预备知识

1.1 代数图论

有向图 $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E}, \mathcal{A})$.其中: $\mathcal{V} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ 为顶点集, $\mathcal{E} = \{e_{ij} = (v_i, v_j)\} \subseteq \mathcal{V} \times \mathcal{V}$ 为边集, $\mathcal{A} = [a_{ij}]_{n \times n} \in R^{n \times n}$ 为邻接矩阵.若 $e_{ij} \in \mathcal{E}$,则 $a_{ij} = 1$,否则 $a_{ij} = 0$.本文假设 $a_{ii} = 0, i = 1, 2, \dots, n$.顶点 v_i 的邻居集合表示为 $\mathcal{N}_i = \{v_j \in \mathcal{V} : e_{ji} = (v_j, v_i) \in \mathcal{E}, j \neq i\}$.有向图 \mathcal{G} 的度矩阵 $D = \text{diag}\{d_1, d_2, \dots, d_n\}$,其中 $d_i = \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij}$;有向图 \mathcal{G} 的拉普拉斯矩阵记为 $\mathcal{L} = D - \mathcal{A}$.

1.2 异质多智能体系统

对于由 n 个智能体组成的异质系统,其包含 q 个二阶动力学智能体和 $n - q$ 个一阶动力学智能体,且有 $q < n$.二阶智能体的动力学模型如下:

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = v_i(t), & i \in \mathcal{I}_q; \\ \dot{v}_i(t) = u_i(t), & i \in \mathcal{I}_q. \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x_i(t) \in R, v_i(t) \in R, u_i(t) \in R$ 分别为智能体 i 的位置信息、速度信息和控制输入.一阶智能体的动力学模型如下:

$$\dot{x}_i(t) = u_i(t), i \in \mathcal{I}_n/\mathcal{I}_q. \quad (2)$$

其中: $x_i(t) \in R, u_i(t) \in R$ 分别为智能体 i 的位置信息和控制输入.

注1 若智能体至少有一个邻居,则称之为跟随者,否则称之为领航者.本文考虑的系统均由 n 个智能体组成,其包含 $n - m$ 个跟随者和 m 个领航者,且有 $n - m \geq m$.

1.3 一阶连续时间多智能体系统的合围控制协议

对于由 n 个智能体组成的一阶连续时间系统

$$\dot{x}_i(t) = u_i(t), i \in \mathcal{I}_n, \quad (3)$$

其合围控制协议^[9]如下:

$$\begin{cases} u_i(t) = \alpha \sum_{j \in \mathcal{F}} a_{ij}(x_j(t) - x_i(t)) + \\ \quad \sum_{j \in \mathcal{R}} a_{ij}(x_j(t) - x_i(t)), & i \in \mathcal{F}; \\ u_i(t) = 0, & i \in \mathcal{R}. \end{cases} \quad (4)$$

其中参数 $\alpha < 0$. 系统(3)的通信拓扑图对应的邻接矩阵 \mathcal{A} 和拉普拉斯矩阵 \mathcal{L} 可表示为

$$\mathcal{A} = \begin{bmatrix} \mathcal{A}_{\mathcal{F}\mathcal{F}} & \mathcal{A}_{\mathcal{F}\mathcal{R}} \\ 0_{m \times (n-m)} & 0_{m \times m} \end{bmatrix}, \mathcal{L} = \begin{bmatrix} \mathcal{L}_{\mathcal{F}\mathcal{F}} & \mathcal{L}_{\mathcal{F}\mathcal{R}} \\ 0_{m \times (n-m)} & 0_{m \times m} \end{bmatrix},$$

且 $\mathcal{A}_{\mathcal{F}\mathcal{F}} \in R^{(n-m) \times (n-m)}$, $\mathcal{A}_{\mathcal{F}\mathcal{R}} \in R^{(n-m) \times m}$, $\mathcal{L}_{\mathcal{F}\mathcal{F}} \in R^{(n-m) \times (n-m)}$, $\mathcal{L}_{\mathcal{F}\mathcal{R}} \in R^{(n-m) \times m}$. 对系统(3)运用协议(4), 可将系统的动态方程进一步写为矩阵形式

$$\dot{x}(t) = - \begin{bmatrix} F_{\mathcal{F}\mathcal{F}} & F_{\mathcal{F}\mathcal{R}} \\ 0_{m \times (n-m)} & 0_{m \times m} \end{bmatrix} x(t) = -Fx(t).$$

其中: $F_{\mathcal{F}\mathcal{F}} = \alpha \mathcal{L}_{\mathcal{F}\mathcal{F}} + (1 - \alpha) \mathcal{D}(\mathcal{A}_{\mathcal{F}\mathcal{R}})$, $F_{\mathcal{F}\mathcal{R}} = \mathcal{L}_{\mathcal{F}\mathcal{R}}$.

注2 为了便于本文的分析, 后文中用 λ_i 表示矩阵 $F_{\mathcal{F}\mathcal{F}}$ 的特征值, 其中 $i = 1, 2, \dots, n - m$.

假设1 系统的通信拓扑图 \mathcal{G} 是固定有向图, 且没有孤立的节点.

引理1^[10] 在假设1条件下, 对系统(3)运用协议(4), 若参数满足 $\max_{i \in \mathcal{F}} \frac{-\mathcal{D}_i(\mathcal{A}_{\mathcal{F}\mathcal{R}})}{2\mathcal{D}_i(\mathcal{A}_{\mathcal{F}\mathcal{F}})} < \alpha < 0$, 则矩阵 $F_{\mathcal{F}\mathcal{F}}$ 可逆, 且特征值均有正实部.

引理2^[10] 在假设1条件下, 对系统(3)运用协议(4), 若参数满足 $\max_{i \in \mathcal{F}} \frac{-\mathcal{D}_i(\mathcal{A}_{\mathcal{F}\mathcal{R}})}{2\mathcal{D}_i(\mathcal{A}_{\mathcal{F}\mathcal{F}})} < \alpha < 0$, 且每个跟随者只接收一个领航者的信息, 则矩阵 $F_{\mathcal{F}\mathcal{F}}$ 非负, 行和为1, 且矩阵 $-F_{\mathcal{F}\mathcal{R}}$ 列满秩, 每行仅有一个非零元素1.

引理3^[20] 设分块矩阵

$$B = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix}.$$

1) 若 $B_{11}, B_{12}, B_{21}, B_{22} \in R^{n \times n}$, $B_{11}B_{21} = B_{21}B_{11}$, 则 $\det(B) = \det(B_{11}B_{22} - B_{21}B_{12})$;

2) 若 $B_{11} \in R^{n \times n}$, $B_{12} \in R^{n \times m}$, $B_{21} = 0_{m \times n}$, $B_{22} \in R^{m \times m}$, 则 $\det(B) = \det(B_{11}) \det(B_{22})$;

3) 若 $B_{11} \in R^{m \times n}$, $B_{21} \in R^{n \times n}$, $B_{22} \in R^{n \times m}$, 且 $B_{12} \in R^{m \times m}$ 和 $B_{21} - B_{22}B_{12}^{-1}B_{11} \in R^{n \times n}$ 是可逆矩阵, 则

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} -JB_{22}B_{12}^{-1} & J \\ B_{12}^{-1} + B_{12}^{-1}B_{11}JB_{22}B_{12}^{-1} & -B_{12}^{-1}B_{11}J \end{bmatrix},$$

其中 $J = (B_{21} - B_{22}B_{12}^{-1}B_{11})^{-1}$.

引理4^[21] 对于二次复系数多项式 $H(s) = s^2 + \omega_1s + \omega_0$, 其中 ω_1 和 ω_0 是复数. $H(s)$ 是 Hurwitz 稳定的当且仅当 $\text{Re}(\omega_1) > 0$ 和 $\text{Re}(\omega_1)\text{Im}(\omega_1)\text{Im}(\omega_0) + \text{Re}^2(\omega_1)\text{Re}(\omega_0) - \text{Im}^2(\omega_0) > 0$ 成立.

引理5^[21] 对于离散时间线性系统的特征多项式 $H(z) = \sum_{i=0}^n a_i z^i$. 其中: $a_i > 0, i = 1, 2, \dots, n$. 若其根均位于单位圆内, 则该系统是 Schur 稳定的.

定义1^[22] 对于任意的 $x \in P$ 和 $y \in P$, 如果

有 $(1-\eta)x + \eta y \in P$, 其中 $\eta \in [0, 1]$, 则称 $P \subset R^m$ 是凸集. 有限个点 $x_1, x_2, \dots, x_n \in R^m$ 的凸包是包含这些点的最小凸集, 记作 $\text{Co}\{x_1, x_2, \dots, x_n\} = \left\{ \sum_{i=1}^n \xi_i x_i \mid \xi_i \in R, \xi_i \geq 0, \sum_{i=1}^n \xi_i = 1 \right\}$.

定义2 考虑一个多智能体系统, 对于任意的初始条件, 若所有领航者最终均位于由跟随者动态张成的凸包内部, 则该系统的合围控制问题可解.

2 一阶动力学领航者和二阶动力学跟随者

2.1 连续时间的控制协议

对于由一阶动力学领航者与二阶动力学跟随者组成的异质多智能体系统, 提出如下合围控制协议:

$$\begin{cases} u_i(t) = k_1 \left[\alpha \sum_{j \in \mathcal{F}} a_{ij}(x_j(t) - x_i(t)) + \sum_{j \in \mathcal{R}} a_{ij}(x_j(t) - x_i(t)) \right] - k_2 v_i(t), & i \in \mathcal{F}; \\ u_i(t) = 0, & i \in \mathcal{R}. \end{cases} \quad (5)$$

其中: 参数 $\alpha < 0, k_1 > 0, k_2 > 0$.

定理1 在假设1条件下, 对异质多智能体系统(1)和(2)运用协议(5), 若参数满足

$$\begin{cases} \max_{i \in \mathcal{F}} \frac{-\mathcal{D}_i(\mathcal{A}_{\mathcal{F}\mathcal{R}})}{2\mathcal{D}_i(\mathcal{A}_{\mathcal{F}\mathcal{F}})} < \alpha < 0, \\ \frac{k_2^2}{k_1} > \max_{i \in \mathcal{F}} \frac{\text{Im}^2(\lambda_i)}{\text{Re}(\lambda_i)}, \end{cases} \quad (6)$$

且每个跟随者只接收一个领航者的信息, 则合围控制问题可解.

证明 对每个跟随者 $i \in \mathcal{F}$ 定义如下状态量:

$$y_{i'}(t) = x_i(t) + k_3 v_i(t), \quad i' \in \mathcal{F}, \quad (7)$$

并记向量 $y_{\mathcal{F}}(t) = [y_{1'}(t), y_{2'}(t), \dots, y_{(n-m)'}(t)]^T$, 其中 $y_{i'}(t) \in R, k_3 > 0$. 对异质多智能体系统(1)和(2)运用协议(5), 并结合式(7)可得

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = \frac{1}{k_3}(y_{i'}(t) - x_i(t)), & i \in \mathcal{F}; \\ \dot{y}_{i'}(t) = k_1 k_3 \left[\alpha \sum_{j \in \mathcal{F}} a_{ij}(x_j(t) - x_i(t)) + \sum_{j \in \mathcal{R}} a_{ij}(x_j(t) - x_i(t)) \right] + k_4(x_i(t) - y_{i'}(t)), & i' \in \mathcal{F}; \\ \dot{x}_i(t) = 0, & i \in \mathcal{R}. \end{cases} \quad (8)$$

其中 $k_4 = k_2 - \frac{1}{k_3}$. 易知若转换后的一阶多智能体系统(8)能够实现合围控制, 则异质多智能体系统(1)和(2)在协议(5)下的合围控制问题可解. 记向量 $\delta(t) = [x_{\mathcal{F}}^T(t), y_{\mathcal{F}}^T(t)]^T$, $\sigma(t) = [x_{\mathcal{R}}^T(t), 0_{1 \times m}]^T$. 其中: $x_{\mathcal{F}}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_{n-m}(t)]^T$ 是跟随者的位置向量,

$x_{\mathcal{R}}(t) = [x_{n-m+1}(t), x_{n-m+2}(t), \dots, x_n(t)]^T$ 是领航者的位置向量, 则系统(8)的状态方程可写为如下矩阵形式:

$$\begin{cases} \dot{\delta}(t) = \Phi\delta(t) + \Psi\sigma(t), \\ \dot{x}_{\mathcal{R}}(t) = 0. \end{cases} \quad (9)$$

其中

$$\Phi = \begin{bmatrix} -\frac{1}{k_3}I_{n-m} & \frac{1}{k_3}I_{n-m} \\ k_4I_{n-m} - k_1k_3F_{\mathcal{F}\mathcal{F}} & -k_4I_{n-m} \end{bmatrix},$$

$$\Psi = \begin{bmatrix} 0_{(n-m)\times m} & 0_{(n-m)\times m} \\ -k_1k_3F_{\mathcal{F}\mathcal{R}} & 0_{(n-m)\times m} \end{bmatrix}.$$

解微分方程(9)可得

$$\begin{cases} \delta(t) = e^{\Phi t}\delta(0) + e^{\Phi t} \int_0^t e^{-\Phi\tau}\Psi\sigma(\tau)d\tau, \\ x_{\mathcal{R}}(t) = x_{\mathcal{R}}(0). \end{cases} \quad (10)$$

结合引理3可得矩阵 Φ 的特征方程

$$\det(\mu I_{2n-2m} - \Phi) = \prod_{i=1}^{n-m} g(\mu, \lambda_i) = 0.$$

其中: $g(\mu, \lambda_i) = \mu^2 + k_2\mu + k_1\lambda_i, i \in \mathcal{F}$. 结合引理4可知, $g(\mu, \lambda_i)$ 是 Hurwitz 稳定的当且仅当 $k_2 > 0$ 和 $k_1k_2\text{Re}(\lambda_i) - k_1^2\text{Im}^2(\lambda_i) > 0$ 成立, 即当且仅当 $\frac{k_2^2}{k_1} > \max_{i \in \mathcal{F}} \frac{\text{Im}^2(\lambda_i)}{\text{Re}(\lambda_i)}$ 时, 矩阵 Φ 的特征值均有负实部, 此时有 $\lim_{t \rightarrow +\infty} e^{\Phi t} = 0_{(2n-2m)\times(2n-2m)}$. 由式(10)可知 $\sigma(t) = \sigma(0)$, 则不定积分 $\int_0^t e^{-\Phi\tau}\Psi\sigma(\tau)d\tau = (-e^{-\Phi t} + I_{2n-2m})\Phi^{-1}\Psi\sigma(0)$. 由引理1可知, 若参数满足 $\max_{i \in \mathcal{F}} \frac{-\mathcal{D}_i(\mathcal{A}_{\mathcal{F}\mathcal{R}})}{2\mathcal{D}_i(\mathcal{A}_{\mathcal{F}\mathcal{F}})} < \alpha < 0$, 则矩阵 $F_{\mathcal{F}\mathcal{F}}$ 可逆. 结合引理3并经过一些计算可得

$$\Phi^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1 - k_2k_3}{k_1k_3}F_{\mathcal{F}\mathcal{F}}^{-1} & -\frac{1}{k_1k_3}F_{\mathcal{F}\mathcal{F}}^{-1} \\ \frac{1 - k_2k_3}{k_1k_3}F_{\mathcal{F}\mathcal{F}}^{-1} + k_3I_{n-m} & -\frac{1}{k_1k_3}F_{\mathcal{F}\mathcal{F}}^{-1} \end{bmatrix}.$$

对误差向量 $\delta(t)$ 求极限可得

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \delta(t) = -\Phi^{-1}\Psi\sigma(0) = \begin{bmatrix} -F_{\mathcal{F}\mathcal{F}}^{-1}F_{\mathcal{F}\mathcal{R}}x_{\mathcal{R}}(0) \\ -F_{\mathcal{F}\mathcal{F}}^{-1}F_{\mathcal{F}\mathcal{R}}x_{\mathcal{R}}(0) \end{bmatrix},$$

进一步有

$$\begin{cases} F_{\mathcal{F}\mathcal{F}}x_{\mathcal{F}}(+\infty) = -F_{\mathcal{F}\mathcal{R}}x_{\mathcal{R}}(0), \\ F_{\mathcal{F}\mathcal{F}}y_{\mathcal{F}}(+\infty) = -F_{\mathcal{F}\mathcal{R}}x_{\mathcal{R}}(0). \end{cases} \quad (11)$$

综上所述, 在假设1条件下, 若参数满足式(6), 且每个跟随者只接收一个领航者的信息, 由引理2和式(11)可知, 对于任意领航者 $s \in \mathcal{R}$, 均有 $x_s(+\infty) = x_s(0) = \sum_{j \in \mathcal{F}} \beta_j^{(s)} x_j(+\infty)$, 其中 $\beta_j^{(s)} \geq 0$ 且 $\sum_{j \in \mathcal{F}} \beta_j^{(s)} = 1$. 由定义2可知, 系统(8)能够实现合围控制, 因此异质多智能体系统(1)和(2)在协议(5)下的合围控制问题可解. \square

2.2 基于采样信息的控制协议

对连续时间控制协议(5)进行等间隔采样, 并令采样周期 $h = t_{k+1} - t_k > 0, k \in N$, 记 t_k 是第 k 次采样时刻, 可得基于采样信息的控制协议

$$\begin{cases} u_i(t) = k_1 \left[\alpha \sum_{j \in \mathcal{F}} a_{ij}(x_j(t_k) - x_i(t_k)) + \sum_{j \in \mathcal{R}} a_{ij}(x_j(t_k) - x_i(t_k)) \right] - k_2 v_i(t_k), i \in \mathcal{F}; \\ u_i(t) = 0, i \in \mathcal{R}. \end{cases} \quad (12)$$

其中: $t \in (t_k, t_{k+1}]$, 参数 $\alpha < 0, k_1 > 0, k_2 > 0$. 将协议(12)运用于异质多智能体系统(1)和(2), 进一步有

$$\begin{cases} x_i(t_{k+1}) = x_i(t_k) + hv_i(t_k) + \frac{1}{2}h^2u_i(t_k), i \in \mathcal{F}; \\ v_i(t_{k+1}) = v_i(t_k) + hu_i(t_k), i \in \mathcal{F}; \\ x_i(t_{k+1}) = x_i(t_k) + hu_i(t_k), i \in \mathcal{R}. \end{cases} \quad (13)$$

定理2 在假设1条件下, 对异质多智能体系统(1)和(2)运用协议(12), 若参数和采样周期满足

$$\begin{cases} \max_{i \in \mathcal{F}} \frac{-\mathcal{D}_i(\mathcal{A}_{\mathcal{F}\mathcal{R}})}{2\mathcal{D}_i(\mathcal{A}_{\mathcal{F}\mathcal{F}})} < \alpha < 0, \\ 0 < h < \min_{i \in \mathcal{F}} \frac{2k_2\text{Re}(\lambda_i)}{k_1|\lambda_i|^2}, \\ 4(2 - k_2h)[k_2(k_2 - k_1h\text{Re}(\lambda_i))\text{Re}(\lambda_i) - k_1\text{Im}^2(\lambda_i)] + k_1^2h^2(2 - k_2h)\text{Re}(\lambda_i)|\lambda_i|^2 > 0, \end{cases} \quad (14)$$

且每个跟随者只接收一个领航者的信息, 则合围控制问题可解.

证明 对每个跟随者 $i \in \mathcal{F}$ 定义如下状态量:

$$y_{i'}(t_k) = x_i(t_k) + k_3v_i(t_k), i' \in \mathcal{F}. \quad (15)$$

其中: $y_{i'}(t_k) \in R, k_3 > 0$. 对异质多智能体系统(1)和(2)运用协议(12), 并经过一些计算可得

$$\begin{cases} x_i(t_{k+1}) = x_i(t_k) + hk_4(y_{i'}(t_k) - x_i(t_k)) + \frac{k_1h^2}{2} \left[\alpha \sum_{j \in \mathcal{F}} a_{ij}(x_j(t_k) - x_i(t_k)) + \sum_{j \in \mathcal{R}} a_{ij}(x_j(t_k) - x_i(t_k)) \right], i \in \mathcal{F}; \\ y_{i'}(t_{k+1}) = y_{i'}(t_k) + hk_5(x_i(t_k) - y_{i'}(t_k)) + hk_6 \left[\alpha \sum_{j \in \mathcal{F}} a_{ij}(x_j(t_k) - x_i(t_k)) + \sum_{j \in \mathcal{R}} a_{ij}(x_j(t_k) - x_i(t_k)) \right], i' \in \mathcal{F}; \\ x_i(t_{k+1}) = x_i(t_k), i \in \mathcal{R}. \end{cases} \quad (16)$$

其中: $k_4 = \frac{1}{k_3} - \frac{hk_2}{2k_3}, k_5 = k_2 - \frac{1}{k_3} + \frac{hk_2}{2k_3}, k_6 = k_1\left(\frac{h}{2} + k_3\right)$, 且有

$$\begin{cases} k_4 + k_5 = k_2, \\ hk_1k_5 + 2k_4k_6 = 2k_1. \end{cases} \quad (17)$$

记向量 $\xi(t_k) = [x_{\mathcal{F}}^T(t_k), y_{\mathcal{F}}^T(t_k), x_{\mathcal{R}}^T(t_k)]^T$, 则有

$$\xi(t_{k+1}) = \begin{bmatrix} I_{2n-2m} - h\Omega_1 & -h\Omega_2 \\ 0_{m \times (2n-2m)} & I_m \end{bmatrix} \xi(t_k) = \Theta \xi(t_k).$$

其中

$$\Omega_1 = \begin{bmatrix} \frac{hk_1}{2} F_{\mathcal{F}\mathcal{F}} + k_4 I_{n-m} & -k_4 I_{n-m} \\ k_6 F_{\mathcal{F}\mathcal{F}} - k_5 I_{n-m} & k_5 I_{n-m} \end{bmatrix},$$

$$\Omega_2 = \begin{bmatrix} \frac{hk_1}{2} F_{\mathcal{F}\mathcal{R}} \\ k_6 F_{\mathcal{F}\mathcal{R}} \end{bmatrix}, \Theta^{k+1} = \begin{bmatrix} P^{k+1} & Q \\ 0_{m \times (2n-2m)} & I_m \end{bmatrix},$$

$$P = I_{2n-2m} - h\Omega_1, Q = \sum_{i=0}^k P^i (-h\Omega_2).$$

类似于定理1并结合式(17)可得矩阵 P 的特征方程

$$\det(\mu I_{2n-2m} - P) = \prod_{i=1}^{n-m} p(\mu, \lambda_i) = 0.$$

其中: $p(\mu, \lambda_i) = \mu^2 + \left(hk_2 + \frac{h^2k_1}{2}\lambda_i - 2\right)\mu + \frac{h^2k_1}{2}\lambda_i - hk_2 + 1, i \in \mathcal{F}$. 运用双线性变换, 令 $\mu = \frac{s+1}{s-1}$ 可得

$$r_i(s) = (s-1)^2 p\left(\frac{s+1}{s-1}, \lambda_i\right) = h^2k_1\lambda_i s^2 + (2hk_2 - h^2k_1\lambda_i)s + 4 - 2hk_2.$$

由于 $\max_{i \in \mathcal{F}} \frac{-\mathcal{D}_i(\mathcal{A}_{\mathcal{F}\mathcal{R}})}{2\mathcal{D}_i(\mathcal{A}_{\mathcal{F}\mathcal{F}})} < \alpha < 0$, 结合引理1可知 $\text{Re}(\lambda_i) > 0$, 即 $h^2k_1\lambda_i \neq 0$, 因此可将 $r_i(s)$ 进一步转化为 $\hat{r}_i(s) = s^2 + \omega_1 s + \omega_0$. 其中: $\omega_1 = \frac{2k_2\bar{\lambda}_i}{hk_1|\lambda_i|^2} - 1, \omega_0 = \frac{2(2-hk_2)\bar{\lambda}_i}{h^2k_1|\lambda_i|^2}, i \in \mathcal{F}$. 结合引理4并经过一些计算可得 $\hat{r}_i(s)$ 是 Hurwitz 稳定的当且仅当以下条件成立:

$$\begin{cases} 0 < h < \min_{i \in \mathcal{F}} \frac{2k_2 \text{Re}(\lambda_i)}{k_1 |\lambda_i|^2}, \\ 4(2 - k_2h) [k_2(k_2 - k_1h \text{Re}(\lambda_i)) \text{Re}(\lambda_i) - k_1 \text{Im}^2(\lambda_i)] + k_1^2 h^2 (2 - k_2h) \text{Re}(\lambda_i) |\lambda_i|^2 > 0, \end{cases} \quad (18)$$

即当且仅当式(18)成立时, 可知 $2 - k_2h \neq 0$, 即 $k_4 \neq 0$, 此时矩阵 P 的特征值均在单位圆内, 因此 $\lim_{k \rightarrow +\infty} P^k = 0$ 且 $\lim_{k \rightarrow +\infty} \sum_{i=0}^k P^i = (I_{2n-2m} - P)^{-1} = \frac{1}{h} \Omega_1^{-1}$, 其中

$$\Omega_1^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{k_5}{k_1} F_{\mathcal{F}\mathcal{F}}^{-1} & \frac{k_4}{k_1} F_{\mathcal{F}\mathcal{F}}^{-1} \\ \frac{hk_5 - 2}{2k_4} I_{n-m} + \frac{k_5}{k_1} F_{\mathcal{F}\mathcal{F}}^{-1} & \frac{h}{2} I_{n-m} + \frac{k_4}{k_1} F_{\mathcal{F}\mathcal{F}}^{-1} \end{bmatrix}.$$

结合式(17)并经过一些计算可得

$$\lim_{k \rightarrow +\infty} \xi(t_{k+1}) = \begin{bmatrix} -F_{\mathcal{F}\mathcal{F}}^{-1} F_{\mathcal{F}\mathcal{R}} x_{\mathcal{R}}(0) \\ -F_{\mathcal{F}\mathcal{F}}^{-1} F_{\mathcal{F}\mathcal{R}} x_{\mathcal{R}}(0) \\ x_{\mathcal{R}}(0) \end{bmatrix},$$

剩余分析与定理1类似, 此处略. \square

3 二阶动力学领航者和一阶动力学跟随者

3.1 连续时间的控制协议

对于由二阶动力学领航者与一阶动力学跟随者组成的异质多智能体系统, 提出如下合围控制协议:

$$\begin{cases} u_i(t) = k_1 \left[\alpha \sum_{j \in \mathcal{F}} a_{ij} (x_j(t) - x_i(t)) + \sum_{j \in \mathcal{R}} a_{ij} (x_j(t) - x_i(t)) \right], i \in \mathcal{F}; \\ u_i(t) = -k_2 v_i(t), i \in \mathcal{R}. \end{cases} \quad (19)$$

其中: 参数 $\alpha < 0, k_1 > 0, k_2 > 0$.

定理3 在假设1条件下, 对异质多智能体系统(1)和(2)运用协议(19), 若参数满足

$$\max_{i \in \mathcal{F}} \frac{-\mathcal{D}_i(\mathcal{A}_{\mathcal{F}\mathcal{R}})}{2\mathcal{D}_i(\mathcal{A}_{\mathcal{F}\mathcal{F}})} < \alpha < 0, \quad (20)$$

且每个跟随者只接收一个领航者的信息, 则合围控制问题可解.

证明 异质多智能体系统(1)和(2)在协议(19)下的状态方程可写为如下矩阵形式:

$$\begin{cases} \dot{x}_{\mathcal{F}}(t) = -k_1 [F_{\mathcal{F}\mathcal{F}} x_{\mathcal{F}}(t) + F_{\mathcal{F}\mathcal{R}} x_{\mathcal{R}}(t)], \\ \dot{x}_{\mathcal{R}}(t) = v_{\mathcal{R}}(t), \\ \dot{v}_{\mathcal{R}}(t) = -k_2 v_{\mathcal{R}}(t). \end{cases} \quad (21)$$

对式(21)构建误差向量 $\zeta(t) = [\zeta_x^T(t), \zeta_v^T(t)]^T$, 其中: $\zeta_x(t) = F_{\mathcal{F}\mathcal{F}} x_{\mathcal{F}}(t) + F_{\mathcal{F}\mathcal{R}} x_{\mathcal{R}}(t), \zeta_v(t) = v_{\mathcal{R}}(t)$, 进一步可得

$$\dot{\zeta}(t) = \begin{bmatrix} -k_1 F_{\mathcal{F}\mathcal{F}} & F_{\mathcal{F}\mathcal{R}} \\ 0_{m \times (n-m)} & -k_2 I_m \end{bmatrix} \zeta(t) = \Gamma \zeta(t). \quad (22)$$

结合引理3可得矩阵 Γ 的特征方程

$$\det(\mu I_n - \Gamma) = (\mu + k_2)^m \prod_{i=1}^{n-m} (\mu + k_1 \lambda_i) = 0.$$

当参数满足 $\max_{i \in \mathcal{F}} \frac{-\mathcal{D}_i(\mathcal{A}_{\mathcal{F}\mathcal{R}})}{2\mathcal{D}_i(\mathcal{A}_{\mathcal{F}\mathcal{F}})} < \alpha < 0$ 时, 结合引理1可知 $\text{Re}(\lambda_i) > 0, i \in \mathcal{F}$. 又因为 $k_1 > 0, k_2 > 0$, 所以矩阵 Γ 的特征值均具有负实部, 即

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \zeta(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \begin{bmatrix} \zeta_x(t) \\ \zeta_v(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0_{(n-m) \times 1} \\ 0_{m \times 1} \end{bmatrix},$$

进一步可得

$$\begin{cases} F_{\mathcal{F}\mathcal{F}}x_{\mathcal{F}}(+\infty) = -F_{\mathcal{F}\mathcal{R}}x_{\mathcal{R}}(+\infty), \\ v_{\mathcal{R}}(+\infty) = 0_{m \times 1}. \end{cases} \quad (23)$$

综上所述,在假设1条件下,若参数满足式(20),且每个跟随者只接收一个领航者的信息,则结合引理2和式(23)可知,对于任意领航者 $s \in \mathcal{R}$ 均有 $x_s(+\infty) = \sum_{j \in \mathcal{F}} \beta_j^{(s)} x_j(+\infty), v_s(+\infty) = 0$, 其中 $\beta_j^{(s)} \geq 0$ 且 $\sum_{j \in \mathcal{F}} \beta_j^{(s)} = 1$. 由定义(2)可知,异质多智能体系统(1)和(2)在协议(19)下可以实现合围控制. \square

3.2 基于采样信息的控制协议

对连续时间控制协议(19)进行等间隔采样,并令采样周期 $h = t_{k+1} - t_k > 0, k \in N$, 记 t_k 是第 k 次采样时刻,可得基于采样信息的控制协议:

$$\begin{cases} u_i(t) = k_1 \left[\alpha \sum_{j \in \mathcal{F}} a_{ij} (x_j(t_k) - x_i(t_k)) + \sum_{j \in \mathcal{R}} a_{ij} (x_j(t_k) - x_i(t_k)) \right], & i \in \mathcal{F}; \\ u_i(t) = -k_2 v_i(t_k), & i \in \mathcal{R}. \end{cases} \quad (24)$$

其中: $t \in (t_k, t_{k+1}]$, 参数 $\alpha < 0, k_1 > 0, k_2 > 0$. 将协议(24)运用于异质多智能体系统(1)和(2)中,进一步可得

$$\begin{cases} x_i(t_{k+1}) = x_i(t_k) + hu_i(t_k), & i \in \mathcal{F}; \\ x_i(t_{k+1}) = x_i(t_k) + hv_i(t_k) + \frac{1}{2}h^2u_i(t_k), & i \in \mathcal{R}; \\ v_i(t_{k+1}) = v_i(t_k) + hu_i(t_k), & i \in \mathcal{R}. \end{cases} \quad (25)$$

定理4 在假设1条件下,对异质多智能体系统(1)和(2)运用协议(24),若参数和采样周期满足

$$\begin{cases} \max_{i \in \mathcal{F}} \frac{-\mathcal{D}_i(\mathcal{A}_{\mathcal{F}\mathcal{R}})}{2\mathcal{D}_i(\mathcal{A}_{\mathcal{F}\mathcal{F}})} < \alpha < 0, \\ 0 < h < \min_{i \in \mathcal{F}} \left\{ \frac{2}{k_2}, \frac{2\text{Re}(\lambda_i)}{k_1|\lambda_i|^2} \right\}, \end{cases} \quad (26)$$

且每个跟随者只接收一个领航者的信息,则合围控制问题可解.

证明 异质多智能体系统(1)和(2)在协议(24)下的状态方程可写为如下矩阵形式:

$$\begin{cases} x_{\mathcal{F}}(t_{k+1}) = x_{\mathcal{F}}(t_k) - hk_1[F_{\mathcal{F}\mathcal{F}}x_{\mathcal{F}}(t_k) + F_{\mathcal{F}\mathcal{R}}x_{\mathcal{R}}(t_k)], \\ x_{\mathcal{R}}(t_{k+1}) = x_{\mathcal{R}}(t_k) + \left(h - \frac{h^2k_2}{2}\right)v_{\mathcal{R}}(t_k), \\ v_{\mathcal{R}}(t_{k+1}) = (1 - hk_2)v_{\mathcal{R}}(t_k). \end{cases} \quad (27)$$

对式(27)构建误差向量 $\eta(t_k) = [\eta_x^T(t_k), \eta_v^T(t_k)]^T$. 其中: $\eta_x(t_k) = F_{\mathcal{F}\mathcal{F}}x_{\mathcal{F}}(t_k) + F_{\mathcal{F}\mathcal{R}}x_{\mathcal{R}}(t_k), \eta_v(t_k) = v_{\mathcal{R}}(t_k)$,进一步可得

$$\eta(t_{k+1}) = M\eta(t_k), \quad (28)$$

这里有

$$M = \begin{bmatrix} I_{n-m} - hk_1F_{\mathcal{F}\mathcal{F}} & \left(h - \frac{h^2k_2}{2}\right)F_{\mathcal{F}\mathcal{R}} \\ 0_{m \times (n-m)} & (1 - hk_2)I_m \end{bmatrix}.$$

类似于定理3可求得矩阵 M 的特征方程

$$\det(\mu I_n - M) = (\mu - 1 + hk_2)^m \prod_{i=1}^{n-m} q(\mu, \lambda_i) = 0.$$

其中: $q(\mu, \lambda_i) = \mu - 1 + hk_1\lambda_i, i \in \mathcal{F}$. 矩阵 M 的特征值均在单位圆内,当且仅当

$$\begin{cases} |1 - hk_2| < 1, \\ |1 - hk_1\lambda_i| < 1. \end{cases} \quad (29)$$

由于 $\max_{i \in \mathcal{F}} \frac{-\mathcal{D}_i(\mathcal{A}_{\mathcal{F}\mathcal{R}})}{2\mathcal{D}_i(\mathcal{A}_{\mathcal{F}\mathcal{F}})} < \alpha < 0$, 结合引理1可知 $\text{Re}(\lambda_i) > 0, i \in \mathcal{F}$. 由式(29)可知,当且仅当 $0 < h < \min_{i \in \mathcal{F}} \left\{ \frac{2}{k_2}, \frac{2\text{Re}(\lambda_i)}{k_1|\lambda_i|^2} \right\}$ 时,离散时间误差系统(28)是渐近稳定的,则有

$$\lim_{k \rightarrow +\infty} \eta(t_k) = \lim_{k \rightarrow +\infty} \begin{bmatrix} \eta_x(t_k) \\ \eta_v(t_k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0_{(n-m) \times 1} \\ 0_{m \times 1} \end{bmatrix}.$$

剩余分析与定理3类似. \square

4 仿真实例

例1 考虑图1所示的通信拓扑图,领航者具有一阶动力学,记为 $R_5 \sim R_7$;跟随者具有二阶动力学,记为 $F_1 \sim F_4$. 由图1可知假设1成立,且每个跟随者只接收一个领航者的信息. 取 $\alpha = -0.2, k_1 = 1, k_2 = 2$,并对异质多智能体系统(1)和(2)运用协议(5),所有智能体的位置轨迹如图2所示,所有跟随者的速度轨迹如图3所示.

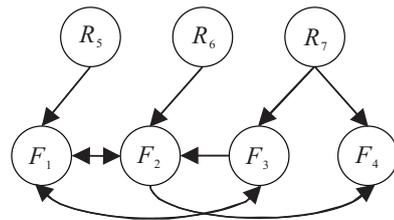


图1 第1类异质多智能体系统的通信拓扑图

分析可知,所有领航者最终均位于由跟随者动态张成的凸包内,且所有跟随者的速度均渐近趋于0,与定理1的理论结果吻合.

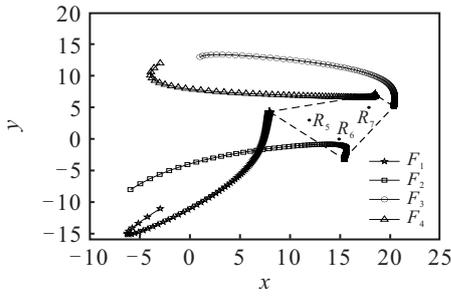


图2 例1中所有智能体的位置轨迹

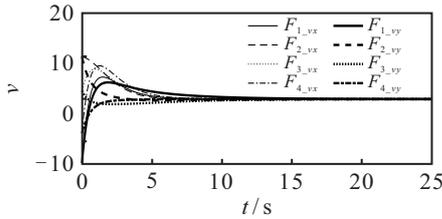


图3 例1中所有跟随者的速度轨迹

例2 考虑图1所示的通信拓扑图,领航者和跟随者的标号以及所有智能体的初始位置和初始速度均与例1相同. 取 $\alpha = -0.22, k_1 = 1.2, k_2 = 1.8$, 采样周期 $h = 0.9s$, 将协议(12)运用于异质多智能体系统(1)和(2)中, 所有智能体的位置轨迹如图4所示, 所有跟随者的速度轨迹如图5所示.

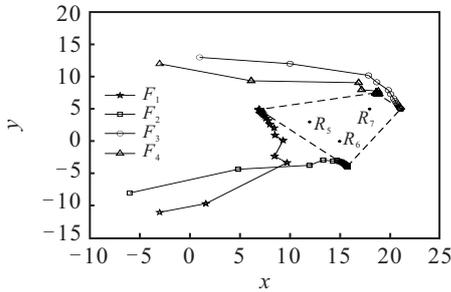


图4 例2中所有智能体的位置轨迹

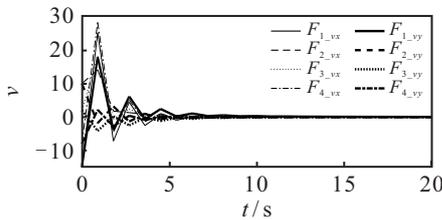


图5 例2中所有跟随者的速度轨迹

分析可知, 跟随者动态张成一个凸包并将所有领航者围在该凸包内, 且所有跟随者的速度均渐近趋于0, 符合定理2中的理论结果.

例3 考虑异质多智能体系统的通信拓扑图如图6所示, 领航者具有二阶动力学, 记为 $R_5 \sim R_7$; 跟随者具有一阶动力学, 记为 $F_1 \sim F_4$. 由图6可知假设1成立, 且每个跟随者只接收一个领航者的信息. 取 $\alpha = -0.15, k_1 = 0.8, k_2 = 1.2$, 并对异质多智能体系

统(1)和(2)运用协议(19), 所有智能体的位置轨迹如图7所示, 所有领航者的速度轨迹如图8所示.

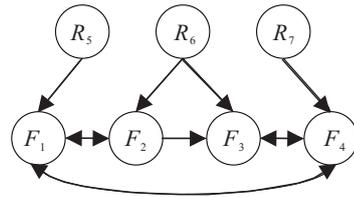


图6 第2类异质多智能体系统的通信拓扑图

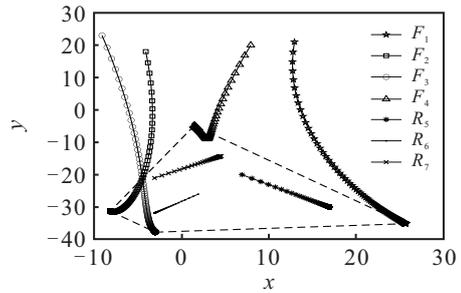


图7 例3中所有智能体的位置轨迹

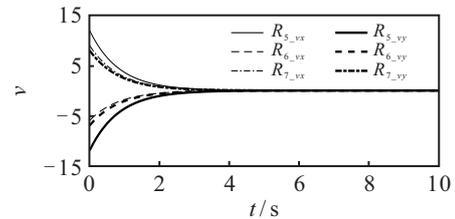


图8 例3中所有领航者的速度轨迹

分析可知, 所有领航者最终均位于由跟随者动态张成的凸包内, 且所有领航者的速度均渐近趋于0, 与定理3的理论结果一致.

例4 仍考虑图6所示的通信拓扑图, 领航者和跟随者的标号以及所有智能体的初始位置和初始速度均与例3相同. 取 $\alpha = -0.18, k_1 = 0.5, k_2 = 1$, 采样周期 $h = 0.7s$, 经计算可知所取参数和采样周期满足定理4的条件, 将协议(24)运用于异质多智能体系统(1)和(2)中, 所有智能体的位置轨迹如图9所示, 所有领航者的速度轨迹如图10所示.

分析可知, 跟随者动态张成一个凸包并将所有领航者围在该凸包内, 且所有领航者的速度均渐近趋于0, 与定理4的理论结果相同.

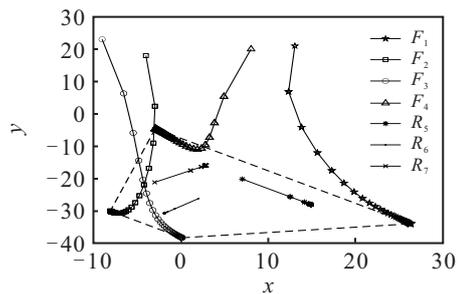


图9 例4中所有智能体的位置轨迹

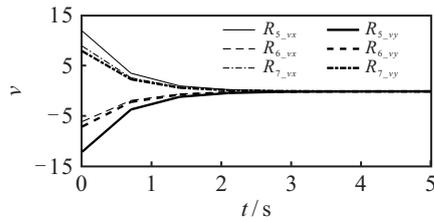


图10 例4中所有领航者的速度轨迹

5 结论

本文分别针对两类异质多智能体系统,设计了连续时间和基于采样信息的控制协议,并给出了这两类异质多智能体系统能够实现合围控制的判据条件.未来工作将考虑在切换拓扑条件下研究多智能体系统合围控制问题,以及在有限时间内使得多智能体系统实现合围控制,并进一步研究更为复杂的系统,比如切换系统和混杂系统的合围控制问题.

参考文献(References)

- [1] Jadbabaie A, Lin J, Morse A S. Coordination of groups of mobile autonomous agents using nearest neighbor rules[C]. Proceedings of the 41st IEEE Conference on Decision and Control. Las Vegas, 2003: 2953-2958.
- [2] 王希铭, 孙金生, 吴梓杏, 等. 基于自适应滑模的不确定 Euler-Lagrange 多智能体系统抗扰动蜂拥控制[J]. 控制与决策, 2022, 37(9): 2418-2424. (Wang X M, Sun J S, Wu Z X, et al. Adaptive sliding mode control based flocking control of uncertain Euler-Lagrange multi-agent systems subject to unknown external disturbances[J]. Control and Decision, 2022, 37(9): 2418-2424.)
- [3] Zhu Y R, Zheng Y S, Wang L. Containment control of switched multi-agent systems[J]. International Journal of Control, 2015, 88(12): 2570-2577.
- [4] 赵超轮, 戴邵武, 赵国荣, 等. 基于分布式模型预测控制的无人机编队控制[J]. 控制与决策, 2022, 37(7): 1763-1771. (Zhao C L, Dai S W, Zhao G R, et al. Formation control of multi-UAV based on distributed model predictive control algorithm[J]. Control and Decision, 2022, 37(7): 1763-1771.)
- [5] Ding L, Han Q L, Guo G. Network-based leader-following consensus for distributed multi-agent systems[J]. Automatica, 2013, 49(7): 2281-2286.
- [6] Yu J Y, Wang L. Group consensus in multi-agent systems with switching topologies and communication delays[J]. Systems & Control Letters, 2010, 59(6): 340-348.
- [7] Trinh M H, Van Nguyen C, Lim Y H, et al. Matrix-weighted consensus and its applications[J]. Automatica, 2018, 89: 415-419.
- [8] Shang Y L. Resilient consensus of switched multi-agent systems[J]. Systems & Control Letters, 2018, 122: 12-18.
- [9] Wang Y H, Liu Y F, Wang Z. Multi-agent system enclosing control algorithm[C]. Advances in Guidance, Navigation and Control. Singapore, 2022: 1755-1765.
- [10] Wang Y H, Liu Y F, Wang Z. Theory and experiments on enclosing control of multi-agent systems[J]. IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica, 2021, 8(10): 1677-1685.
- [11] Liu Y F, Wang Y H. Theory and experiment of enclosing control for second-order multi-agent systems[J]. IEEE Access, 2020, 8: 186530-186539.
- [12] Dong X W, Hua Y Z, Zhou Y, et al. Theory and experiment on formation-containment control of multiple multirotor unmanned aerial vehicle systems[J]. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 2019, 16(1): 229-240.
- [13] Yu X, Ding N, Zhang A D, et al. Cooperative moving-target enclosing of networked vehicles with constant linear velocities[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2020, 50(2): 798-809.
- [14] Ju S, Wang J, Dou L Y. Enclosing control for multiagent systems with a moving target of unknown bounded velocity[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2022, 52(11): 11561-11570.
- [15] Zheng Y, Wang L, Zhu Y. Consensus of heterogeneous multi-agent systems[J]. IET Control Theory & Applications, 2011, 5(16): 1881-1888.
- [16] Zheng Y S, Wang L. Consensus of heterogeneous multi-agent systems without velocity measurements[J]. International Journal of Control, 2012, 85(7): 906-914.
- [17] 董新民, 丁超, 陈勇, 等. 完全分布式异构多智能体系统有限时间跟踪[J]. 控制与决策, 2020, 35(4): 870-876. (Dong X M, Ding C, Chen Y, et al. Fully distributed finite-time tracking of heterogeneous multi-agent systems[J]. Control and Decision, 2020, 35(4): 870-876.)
- [18] Du H B, Wen G H, Wu D, et al. Distributed fixed-time consensus for nonlinear heterogeneous multi-agent systems[J]. Automatica, 2020, 113: 108797.
- [19] Zheng Y S, Wang L. Containment control of heterogeneous multi-agent systems[J]. International Journal of Control, 2014, 87(1): 1-8.
- [20] Horn R A, Johnson C R. Matrix analysis[M]. Cambs: Cambridge University Press, 1985: 24-27.
- [21] Parks P C, Hahn V. Stability theory[M]. New Jersey: Prentice-Hall, 1993: 18-20, 32-34.
- [22] Rockafellar R T. Convex analysis[M]. New Jersey: Princeton University Press, 1970: 10-13.

作者简介

贾亚鹏(1998—),男,硕士生,从事多智能体系统协调控制的研究, E-mail: jyp2243@163.com;

赵琦(1995—),女,讲师,博士,从事多智能体系统协调控制、群体行为与群体智能等研究, E-mail: zhaqi_1995@qq.com;

郑元世(1985—),男,教授,博士,从事多智能体系统的分布式协调与控制、复杂系统的分析与控制、信息物理系统等研究, E-mail: zhengyuanshi2005@163.com.