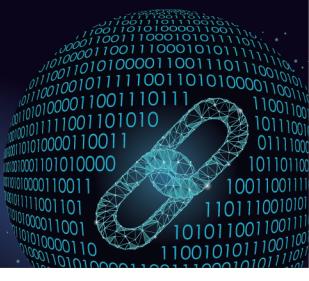




中国科技期刊卓越行动计划项目入选期刊

控制与决策

CONTROL AND DECISION



一种改进麻雀搜索算法的收敛性分析及应用

郭庆辉, 李媛, 杨东升

引用本文:

郭庆辉,李媛,杨东升. 一种改进麻雀搜索算法的收敛性分析及应用[J]. 控制与决策, 2024, 39(8): 2502–2510.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2023.1065>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[求解约束优化问题的改进果蝇优化算法及其工程应用](#)

Improved fruit fly optimization algorithm for solving constrained optimization problems and engineering applications

控制与决策. 2021, 36(2): 314–324 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0557>

[具有重组学习和混合变异的动态多种群粒子群优化算法](#)

Dynamic multi-population particle swarm optimization algorithm with recombined learning and hybrid mutation

控制与决策. 2021, 36(12): 2871–2880 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0898>

[嵌入Circle映射和逐维小孔成像反向学习的鲸鱼优化算法](#)

Whale optimization algorithm for embedded Circle mapping and one-dimensional oppositional learning based small hole imaging

控制与决策. 2021, 36(5): 1173–1180 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1362>

[基于自适应正态云模型的灰狼优化算法](#)

Grey wolf optimization algorithm based on adaptive normal cloud model

控制与决策. 2021, 36(10): 2562–2568 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0233>

[一种自适应拟牛顿-状态转移混合智能优化算法及应用](#)

A hybird state transition optimization algorithm based on adaptive quasi-newton method and its application

控制与决策. 2021, 36(10): 2451–2458 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0214>

一种改进麻雀搜索算法的收敛性分析及应用

郭庆辉¹, 李媛^{1†}, 杨东升²

(1. 沈阳工业大学 理学院, 沈阳 110870; 2. 东北大学 信息科学与工程学院, 沈阳 110819)

摘要: 针对麻雀搜索算法易陷入局部最优、收敛速度慢等问题, 提出一种改进的麻雀搜索算法。首先, 采用佳点集策略对麻雀种群初始化, 增加种群多样性, 提高算法的收敛速度和精度; 其次, 采用黄金正弦策略优化发现者位置更新过程, 进一步平衡算法的全局探索与局部开发能力; 最后, 采用 Levy 飞行策略优化跟随者位置更新过程, 扩大其搜索空间, 改善易陷入局部最优的问题。通过建立马尔科夫链模型从理论角度证明改进算法的收敛性, 并选取 5 个标准测试函数与其他经典群智能优化算法从仿真实验角度验证改进算法的有效性。利用改进算法对变分模态分解参数和回声状态网络参数进行优化, 搭建 ISSA-VMD-ESN 模型并应用到短期电价预测中, 通过仿真实验进一步验证了改进算法的优越性。

关键词: 麻雀搜索算法; 佳点集; 黄金正弦策略; Levy 飞行; 收敛性分析; 电价预测

中图分类号: TP301.6 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2023.1065

引用格式: 郭庆辉, 李媛, 杨东升. 一种改进麻雀搜索算法的收敛性分析及应用 [J]. 控制与决策, 2024, 39(8): 2502-2510.

Convergence analysis and application of an improved sparrow search algorithm

GUO Qing-hui¹, LI Yuan^{1†}, YANG Dong-sheng²

(1. School of Science, Shenyang University of Technology, Shenyang 110870, China; 2. College of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110819, China)

Abstract: Aiming at the problems of local optimization and slow convergence speed of sparrow search algorithms, an improved sparrow search algorithm (ISSA) is proposed. Firstly, a good point set method is used to initialize the sparrow population, which increases the population diversity and improves the convergence speed and accuracy of the algorithm. Then, the golden sine algorithm is used to optimize the founder's position update process to further balance the global exploration and local development capabilities of the algorithm. Finally, the Levy flight algorithm is used to optimize the follower's position update process, expand its search space, and improve the problem that it is easy to fall into local optimization. By establishing the Markov chain model, the convergence of the improved algorithm is proved from the theoretical perspective. Five standard test functions and other classical swarm intelligent optimization algorithms are selected to verify the effectiveness of the improved algorithm from the perspective of simulation experiments. The improved algorithm is used to optimize the variational mode decomposition (VMD) parameters and echo state network (ESN) parameters. The ISSA-VMD-ESN model is constructed and applied to short-term electricity price prediction, and the superiority of the improved algorithm is further verified by simulation experiments.

Keywords: sparrow search algorithm; good point set method; golden sine algorithm; Levy flight; astringency analysis; electricity price forecast

0 引言

麻雀搜索算法(sparrow search algorithm, SSA)^[1]是2020年提出的一种新型群智能优化算法, 其结构简单、易于实现, 具有一定的稳定性和良好的全局寻优能力^[2], 常用于机器学习算法参数优化^[3-5]、图像识

别^[6-7]、无人机路径规划^[8]等工程优化问题上。

SSA与其他群智能优化算法一样, 在求解复杂优化问题时, 算法迭代后期存在收敛能力弱、跳出局部最优能力不足等问题^[9]。当前, 国内外许多学者为了提高 SSA 的综合性能提出了多种改进方法。文献[10]

收稿日期: 2023-07-30; 录用日期: 2024-01-16.

基金项目: 国家重点研发计划项目(2022YFB4100802).

[†]通讯作者. E-mail: syliyan@sut.edu.cn.

利用反向学习方法代替 SSA 随机种群初始化方法; 文献[11]采用 Tent 混沌映射策略初始化种群, 并在发现者位置更新中引入考虑随机惯性权重的正余弦算法, 提高其跳出局部最优的能力; 文献[12]通过引入交叉与变异算子改进跟随者的位置更新过程; 文献[13]在麻雀种群初始化阶段引入反向学习策略, 并利用余弦惯性权重改进种群位置更新公式, 以提高算法的寻优精度。

上述文献主要通过改变 SSA 原始的种群随机初始化方式以及引入多种策略优化麻雀种群位置更新过程来实现对 SSA 的改进, 虽然在一定程度上提高了其跳出局部最优的能力, 但其全局搜索能力和局部开发能力不协调的问题依然存在, 而且这些改进方案都是通过标准测试函数来验证其收敛效果, 缺少理论性的证明过程。

针对上述问题, 本文提出一种改进麻雀搜索算法(improved sparrow search algorithm, ISSA), 并做了以下工作:

- 1) 通过引入佳点集策略改善 SSA 原始初始化方式, 并采用黄金正弦策略、Levy 飞行策略分别对发现者位置、跟随者位置进行改进, 增加算法收敛精度以及跳出局部最优能力;

- 2) 建立改进算法的马尔科夫链模型, 从理论上证明其收敛性, 并通过标准测试函数与其他群智能优化算法进行仿真对比以检验改进算法的有效性;

- 3) 利用 ISSA 优化变分模态分解模型和回声状态网络模型, 将其应用于短期电价预测并通过仿真分析进一步检验改进算法的适应性。

1 改进麻雀搜索算法

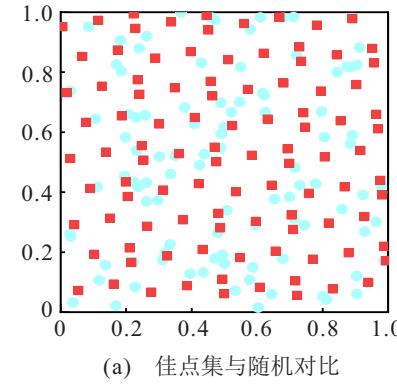
1.1 佳点集策略初始化种群

传统的 SSA 采用随机分布的方式初始化麻雀种群, 因此种群分布具有随机性, 容易导致 SSA 陷入局部最优。本文采用佳点集策略对麻雀种群初始化, 使初始麻雀种群能够较为均匀地分布在目标函数范围内, 提高算法精度及收敛速度。佳点集的原理如下。

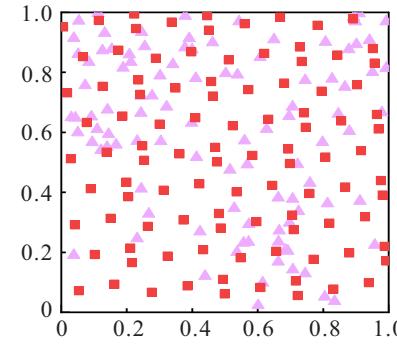
设 G_D 是 D 维欧氏空间的单位立方体, $r \in G_D$, $P_n(k) = (\{r_1^{(n)} \cdot k\}, \{r_2^{(n)} \cdot k\}, \dots, \{r_D^{(n)} \cdot k\})$, 其中 $1 \leq k \leq n$, 其偏差 $\varphi(n) = C(r, \varepsilon)n^{-1+\varepsilon}$, $C(r, \varepsilon)$ 是只与 r 和 ε (ε 是任意小的正数) 有关的常数, 则称 $P_n(k)$ 为佳点集, r 为佳点, n 为点数。本文取 $r = 2 \cos\left(\frac{2k\pi}{p}\right)$, $1 \leq k \leq D$, 其中 p 是满足 $\frac{(p-3)}{2} \geq D$ 的最小素数。

为了验证佳点集初始化的优越性, 设种群数量为 100, 在二维空间中初始化麻雀种群。图 1 中(a)、(b)两

图分别表示佳点集初始化与传统随机初始化, 以及与常用的 Tent 映射初始化的对比, 从图中可以直观地观察到采用佳点集策略初始化的麻雀种群分布更为均匀, 从而能更进一步优化算法收敛速度, 避免陷入局部最优。



(a) 佳点集与随机对比



(b) 佳点集与 Tent 映射对比

■ 佳点集初始化 ● 随机初始化 ▲ Tent 映射初始化

图 1 3 种初始化方式对比

1.2 黄金正弦策略改进发现者位置

SSA 发现者位置更新过程在迭代初期容易出现过早收敛, 陷入局部最优。黄金正弦策略^[14]在寻优时采用正弦函数, 扩大了算法搜索空间, 提高其全局寻优能力, 同时引入黄金分割系数使算法在局部区域能够更充分地搜索, 进一步平衡了算法的全局探索与局部开发的能力。改进后的发现者位置更新公式如下所示:

$$X_{i,j}^{t+1} = \begin{cases} X_{i,j}^t \cdot |\sin r_1| + r_2 \cdot \sin r_1, \\ |x_1 \cdot X_{\text{best}}^t - x_2 \cdot X_{i,j}^t|, R_2 < \text{ST}; \\ X_{i,j}^t + Q \cdot L, R_2 \geq \text{ST}. \end{cases} \quad (1)$$

其中: $X_{i,j}$ 为麻雀的位置; X_{best} 为全局最优位置; $R_2 \in [0, 1]$ 为警报值; $\text{ST} \in [0.5, 1]$ 为安全值; Q 为服从正态分布的随机数; L 为单位向量; $r_1 \in [0, 2\pi]$ 、 $r_2 \in [0, \pi]$ 分别为决定下次迭代个体移动距离、移动方向的随机数; $x_1 = -\pi + 2\pi(1 - \tau)$, $x_2 = -\pi + 2\pi\tau$ 是根据黄金分割系数 $\tau(\tau = (\sqrt{5} - 1)/2)$ 得到的系数, 这些系数缩小了搜索空间, 优化了 SSA 的寻优方式。

1.3 Levy飞行策略改进跟随者位置

根据SSA的运行机制可知,当跟随者察觉到发现者寻觅到更好食源时会大量涌入,使得发现者周围种群密度过高,从而容易陷入局部最优。如图2所示,Levy飞行策略可以产生变化多样的步长,具有一定 的遍历性和随机性。本文通过Levy飞行策略优化跟随者位置,扩大其搜索空间,改善易陷入局部最优的问题。

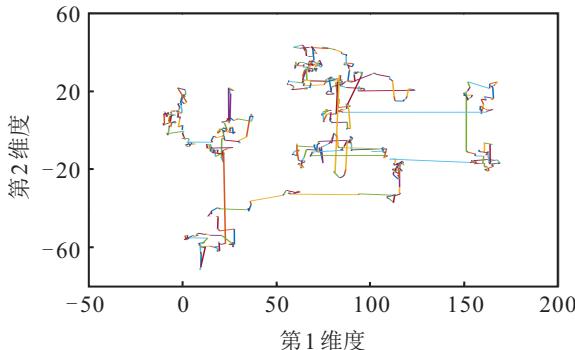


图2 Levy飞行策略

Levy飞行策略改进的跟随者位置更新公式为

$$X_{i,j}^{t+1} = \begin{cases} Q \cdot \exp\left(\frac{X_{\text{worst}}^t - X_{i,j}^t}{t^2}\right), & i > \frac{n}{2}; \\ X_p^{t+1} + |X_{i,j}^t - X_p^{t+1}| \cdot S, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (2)$$

其中: $S = \theta/|\omega|^{1/\gamma}$, $\theta \sim N(0, \sigma_\mu^2)$, $\omega \sim N(0, \sigma_\nu^2)$, $\sigma_\nu = 1$, $\sigma_\mu = \left\{ \frac{\Gamma(1+\gamma) \sin(\pi\gamma/2)}{\Gamma[(1+\gamma)/2] \gamma 2^{(\gamma-1)/2}} \right\}^{1/\gamma}$, γ 通常取 1.5; X_{worst} 为全局最差位置; X_p 为搜索者最佳位置。

1.4 ISSA算法流程

改进的麻雀搜索算法运行流程如图3所示。

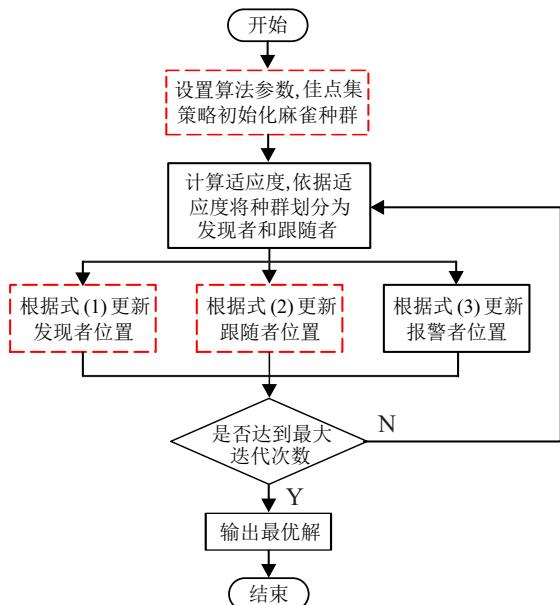


图3 ISSA算法流程

警报者位置更新公式为

$$X_{i,j}^{t+1} = \begin{cases} X_{i,j}^t + \varpi \frac{|X_{i,j}^t - X_{\text{worst}}^t|}{f_i - f_w + e}, & f_i = f_g; \\ X_{\text{best}}^t + \tau |X_{i,j}^t - X_{\text{worst}}^t|, & f_i > f_g. \end{cases} \quad (3)$$

其中: ϖ 为麻雀运动方向, 是区间 $[-1, 1]$ 上的随机数; τ 为步长控制参数, 是均值为 1、方差为 0 且服从标准正态分布的随机数; f_i 为第 i 个麻雀的适应度; f_g 为全局最好的适应度; f_w 为全局最差的适应度; e 为常数。

2 ISSA算法收敛性分析

2.1 理论分析

定义1(麻雀状态和麻雀状态空间) 麻雀状态由麻雀觅食时食物的位置构成, 记为 X , $X \in A$, A 为可行解空间。麻雀所有可能状态组成的集合构成了麻雀的状态空间, 记为 $\mathbf{X} = \{X | X \in A\}$ 。

定义2(麻雀群状态和麻雀群状态空间) 麻雀群中所有麻雀的状态构成麻雀群状态, 记为 $s = (X_1, X_2, \dots, X_i)$, $1 \leq i \leq N$, X_i 表示第 i 只麻雀的状态, N 为麻雀个体总数。麻雀群所有可能状态组成的集合构成麻雀群的状态空间, 记为 $S = \{s = (X_1, X_2, \dots, X_i) | X_i \in \mathbf{X}, 1 \leq i \leq N\}$ 。

定义3(状态等价) 对于 $s \in S$, $X \in s$, 记为

$$\varphi(s, X) = \sum_{i=1}^N \chi_{|X|}(X_i).$$

其中: $\chi_{|X|}$ 表示事件 X 的示性函数, $\varphi(s, X)$ 表示麻雀群状态 s 中包含的麻雀状态 X 的数量。

如果存在两个麻雀群 $s_1, s_2 \in S$, 对于任意的 $X \in \mathbf{X}$, 若有 $\varphi(s_1, X) = \varphi(s_2, X)$, 则称 s_1 和 s_2 等价, 记作 $s_1 \sim s_2$ 。

定义4(状态等价类) 由状态等价在 S 上可类比出麻雀群状态等价类, 记作 $\text{Le} = S / \sim$, 简称麻雀群等价类, 具有以下性质:

性质1 某 Le 内任意麻雀群之间都是等价的, 即 $\forall s_i, s_j \in \text{Le}, s_i \sim s_j$.

性质2 某 Le 内外任意麻雀群状态不等价, 即 $\forall s_i \in \text{Le}, \forall s_j \notin \text{Le}, s_i \not\sim s_j$.

性质3 任意两个不同等价类没有交集, 即 $\forall \text{Le}_1 \neq \text{Le}_2, \text{Le}_1 \cap \text{Le}_2 = \emptyset$.

定义5 ISSA 中任意两只麻雀个体 $X_i, X_j \in s$, 由状态 X_i 一步转移到 X_j , 记作 $T_s(X_i) = X_j$.

引理1 ISSA 中, 麻雀状态由 X_i 一步转移到 X_j 的状态转移概率 $p(T_s(X_i) = X_j)$ 为

$$p(T_s(X_i) = X_j) =$$

$$\begin{cases} p_1(T_s(X_i) = X_j), \text{由发现者实现;} \\ p_2(T_s(X_i) = X_j), \text{由加入者实现;} \\ p_3(T_s(X_i) = X_j), \text{由警报者实现.} \end{cases}$$

证明 麻雀种群觅食行为可以视作超空间中点集间的变换。根据定义4和ISSA的运行机制可知,发现者由状态 X_i 一步转移到状态 X_j 的转移概率为

$$p_1(T_s(X_i) = X_j) = \begin{cases} \frac{1}{|X_\alpha - X_i|} \cdot p(x_i \rightarrow x_j), & X_j \in [X_\alpha, X_i] \text{ 且 } R_2 < ST; \\ \frac{1}{|Q \cdot L|} \cdot p(x_i \rightarrow x_j), & X_j \in [X_i + Q \cdot L, X_i] \text{ 且 } R_2 \geq ST; \\ 0, \text{ otherwise.} \end{cases} \quad (4)$$

其中: $p(x_i \rightarrow x_j) = \begin{cases} 1, f(x_j) < f(x_i); \\ 0, f(x_j) \geq f(x_i). \end{cases}$ $f(x)$ 表示适应度函数, $X_\alpha = X_i \cdot |\sin r_1| + r_2 \cdot \sin r_1 \cdot |x_1 \cdot X_{\text{best}}^t - x_2 \cdot X_i|$.

加入者由状态 X_i 一步转移到状态 X_j 的转移概率为

$$p_2(T_s(X_i) = X_j) = \begin{cases} \frac{1}{|X_\beta - X_i|} \cdot p(x_i \rightarrow x_j), & X_j \in [X_\beta, X_i] \text{ 且 } i > \frac{n}{2}; \\ \frac{1}{|X_\delta - X_i|} \cdot p(x_i \rightarrow x_j), & X_j \in [X_\delta, X_i]; \\ 0, \text{ otherwise.} \end{cases} \quad (5)$$

其中: $X_\beta = Q \cdot \exp\left(\frac{x_{\text{worst}}^t - X_i}{t^2}\right)$, $X_\delta = X_p^{t+1} + |X_i - X_p^{t+1}| \cdot \frac{\theta}{|\omega|^{1/\beta}}$.

警报者由状态 X_i 一步转移到状态 X_j 的转移概率为

$$p_3(T_s(X_i) = X_j) = \begin{cases} \frac{1}{|X_\gamma - X_i|} \cdot p(x_i \rightarrow x_j), & X_j \in [X_\gamma, X_i] \text{ 且 } f_i > f_g; \\ \frac{1}{|X_\varphi - X_i|} \cdot p(x_i \rightarrow x_j), & X_j \in [X_\varphi, X_i] \text{ 且 } f_i = f_g; \\ 0, \text{ otherwise.} \end{cases} \quad (6)$$

其中: $X_\gamma = X_{\text{best}}^t + \beta \cdot |X_i - X_{\text{best}}^{t+1}|$, $X_\varphi = X_i + k$.

$$\left(\frac{|X_i - X_{\text{worst}}^t|}{(f_i - f_\omega) + \varepsilon} \right).$$

ISSA是由不同麻雀之间的交流合作来实现的,所以麻雀状态由 X_i 一步转移到 X_j 的转移概率由式(4)~(6)共同决定. \square

定义6(麻雀群状态转移概率) ISSA麻雀群状态由 s_i 一步转移到 s_j ,记作 $T_S(s_i) = s_j$,其中 $\forall s_i, s_j \in S, i, j \in [1, N]$. 麻雀群状态由 s_i 一步转移到 s_j 的转移概率为

$$p(T_S(s_i) = s_j) = \prod_{n=1}^N p(T_s(X_{in}) = X_{jn}),$$

即麻雀群 s_i 中所有麻雀的状态同时转移成麻雀群 s_j 中所有麻雀的状态.

定理1 ISSA麻雀群状态 $\{s(t), t > 0\}$ 是有限齐次Markov链.

证明 因ISSA的搜索空间是有限的,故任意麻雀状态 X_i 都是有限的,所以麻雀的状态空间 X 是有限的. 麻雀群状态空间 $s = (X_1, X_2, \dots, X_N)$ 由 N 只麻雀组成, N 为有限正整数,所以麻雀群状态空间 S 也是有限的.

Markov性. 由定义6可知,麻雀群状态 $\{s(t), t > 0\}$ 中,对于任意的 $s(t-1) \in S, s(t) \in S$,其转移概率 $p(T_S(s(t-1)) = s(t))$ 由麻雀群内所有麻雀的转移概率 $p(T_s(X(t-1)) = X(t))$ 决定. 由引理1可知,麻雀群内任意麻雀的状态转移概率 $p(T_s(X(t-1)) = X(t))$ 仅与 $t-1$ 时刻的状态 $X(t-1)$,随机数 r_1, r_2, β ,黄金分割系数 x_1, x_2 ,符合正态分布的 Q, θ, ω, k ,单位向量 L ,最优位置 X_{best} ,最差位置 X_{worst} ,搜索者最佳位置 X_p ,适应度 f ,常数 γ, ε 有关,所以 $p(T_S(s(t-1)) = s(t))$ 也仅与 $t-1$ 时刻的状态有关,即麻雀群状态序列 $\{s(t), t > 0\}$ 具有Markov性.

有限性. 因为状态空间为可列集,麻雀群状态空间 S 是有限的,所以麻雀群状态序列 $\{s(t), t > 0\}$ 构成一个有限Markov链.

齐次性. 由引理1可知,麻雀的状态转移概率 $p(T_s(X(t-1)) = X(t))$ 仅与 $t-1$ 时刻的状态 $X(t-1)$ 有关,而与 $t-1$ 时刻无关,因此麻雀群状态序列 $\{s(t), t > 0\}$ 是有限齐次Markov链. \square

定义7 优化问题的全局最优解集合为 $C = \{x^* | \#x \neq x^*, f(x) \leq f(x^*)\}$,令状态空间 S 中包含最优解的个数为 $F(X(t))$.

定义8^[15] 若对于任意初始状态 X_0 均有 $\lim_{t \rightarrow \infty} P(F(X(t)) > 0 | X(0) = X_0) = 1$,则称算法依概率1收敛于全局最优解.

引理2 状态空间 S 中包含最优解的个数单调

不减,即对 $\forall t \geq 0, m \geq 0$,有

$$P(F(X(t+1)) < m | F(X(t)) = m) = 0.$$

证明 因为表示最优解的麻雀个体的适应度值总优于其他麻雀个体,而麻雀搜索算法的选择策略为保留较优的麻雀个体,前面迭代中的最优解在后面迭代中不可能被淘汰,所以第 $t+1$ 次迭代最优解个数一定不会小于第 t 次迭代最优解个数,即状态空间 S 中包含最优解的个数单调不减. \square

引理3 ISSA在任意时刻都有可能发现全局最优解,即对于 $\forall t \geq 0$,有

$$P(F(X(t+1)) > 0 | F(X(t)) = 0) > 0.$$

证明 ISSA采用佳点集策略,初始状态 $X(0)$ 能较为均匀地分布在最优解附近,所以在任意时刻都有可能发现全局最优解. \square

定理2 ISSA依概率1收敛于全局最优解,即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P(F(X(t)) > 0) = 1.$$

证明 记 t 时刻ISSA的状态空间 S 含有0个最优解的概率为 $P'(t) = P(F(X(t)) = 0)$,则由贝叶斯条件概率公式有

$$P'(t+1) = P(F(X(t+1)) = 0) =$$

$$P(F(X(t+1)) = 0 | F(X(t)) = 0) \cdot$$

$$P(F(X(t)) = 0) +$$

$$P(F(X(t+1)) = 0 | F(X(t)) \neq 0) \cdot$$

$$P(F(X(t)) \neq 0).$$

由引理2可知

$$P(F(X(t+1)) = 0 | F(X(t)) \neq 0) = 0.$$

所以

$$P'(t+1) = P(F(X(t+1)) = 0 | F(X(t)) = 0) \cdot$$

$$P(F(X(t)) = 0),$$

即

$$P'(t+1) = P(F(X(t+1)) = 0 | F(X(t)) = 0) \cdot P'(t).$$

又由引理3,对于 $\forall t \geq 0$,令 $\varepsilon = \min(P(F(X(t+1)) > 0 | F(X(t)) = 0))$,则有 $P(F(X(t+1)) > 0 | F(X(t)) = 0) \geq \varepsilon > 0$. 所以

$$P(F(X(t+1)) = 0 | F(X(t)) = 0) =$$

$$1 - P(F(X(t+1)) \neq 0 | F(X(t)) = 0) =$$

$$1 - P(F(X(t+1)) > 0 | F(X(t)) = 0) \leq$$

$$1 - \varepsilon < 1,$$

故

$$P'(t+1) = P(F(X(t+1)) = 0 | F(X(t)) = 0) \cdot$$

$$P'(t) \leq (1 - \varepsilon) \cdot P'(t).$$

同理可得

$$0 \leq P'(t+1) \leq (1 - \varepsilon) \cdot P'(t) \leq \dots \leq$$

$$(1 - \varepsilon)^{(t+1)} \cdot P'(0).$$

又因 $0 < \varepsilon \leq 1$,故 $\lim_{t \rightarrow \infty} (1 - \varepsilon)^{(t+1)} \cdot P'(0) = 0$,所以 $\lim_{t \rightarrow \infty} P'(t+1) = 0$. 因此

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P(F(X(t)) > 0) = 1 - \lim_{t \rightarrow \infty} P(F(X(t)) = 0) =$$

$$1 - \lim_{t \rightarrow \infty} P'(t) = 1. \quad \square$$

2.2 仿真验证

为了验证ISSA的有效性,采用Matlab 2021a进行仿真实验. 计算机配置为Window10 64位操作系统,CPU为11th Gen Intel® Core™ i5- 11300H,主频为3.10 GHz,内存为16 GB,显卡为Intel® Iris(R)Xe Graphics 128 MB. 本文选取5个CEC测试函数(见表1),其中 f_1, f_5, f_7 为单峰函数, f_8, f_{10} 为多峰函数.

表1 测试函数

序号	函数名	范围	最小值
f_1	Sphere	$[-100, 100]$	0
f_5	Rosenbrock	$[-30, 30]$	0
f_7	Quartic	$[-1.28, 1.28]$	0
f_8	Schwefel's 2.26	$[-500, 500]$	-418.98×30^n
f_{10}	Ackley	$[-32, -32]$	0

将ISSA与传统SSA、粒子群算法(PSO)、鲸鱼算法(WOA)、灰狼优化算法(GWO)、改进的灰狼优化算法(IGWO)^[16]这5种群智能优化算法进行极值寻优对比实验. 为了保证实验公平性,所有算法种群个数均为30,迭代次数为1000,实验在同一环境下独立运行50次. 实验结果如表2所示.

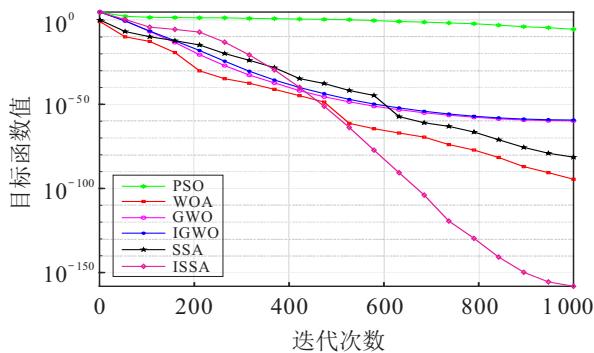
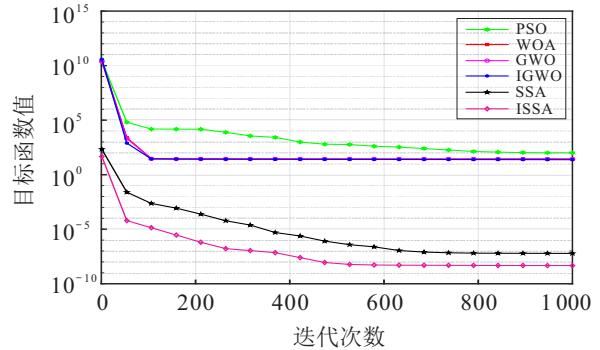
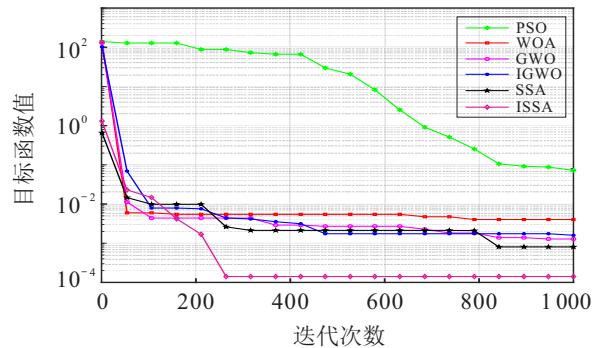
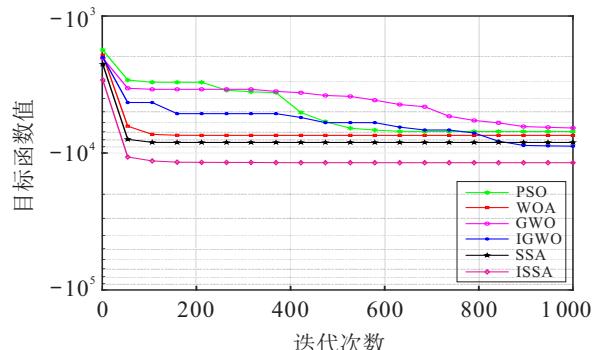
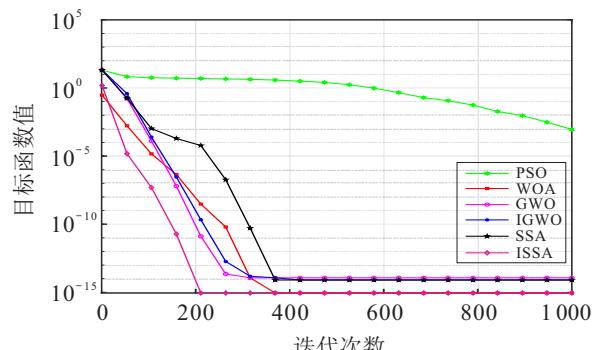
观察表2可知:6种算法在 f_1, f_2, f_8 上,ISSA无论是最优解、平均值、方差,还是运行时间都是最好的;在 f_7 上,ISSA虽然在平均值和方差上仅次于IGWO,但在最优解和运行时间上都优于其他算法;在 f_{10} 上,ISSA与SSA在最优解、平均值和方差上都能达到最优,但ISSA在运行时间上优于SSA. 这充分表明了ISSA的优越性.

为了比较6种算法的收敛性能,本文对6种算法进行仿真对比,结果如图4~图8所示.

表2 实验结果对比

函数	算法	最优解	平均值	方差	平均时间
f_1	PSO	3.40e-07	4.29e-06	6.95e-06	1.49e-01
	WOA	7.09e-171	1.97e-77	1.39e-76	7.28e-01
	GWO	1.66e-61	3.58e-59	9.82e-59	5.00e-02
	IGWO	5.44e-63	1.97e-60	4.18e-60	1.24e-01
	SSA	4.23e-206	5.88e-74	3.34e-73	1.51e-01
	ISSA	0.00e+00	4.90e-152	2.20e-151	3.00e-03
f_5	PSO	1.74e+01	7.86e+01	7.06e+01	1.92e-01
	WOA	2.66e+01	2.75e+01	7.01e-01	7.27e-01
	GWO	2.52e+01	2.68e+01	8.34e-01	7.30e-02
	IGWO	2.19e+01	2.30e+01	3.23e-01	1.46e-01
	SSA	1.27e-10	1.85e-05	8.78e-05	1.89e-01
	ISSA	1.09e-13	2.62e-06	5.34e-06	1.03e-01
f_7	PSO	4.13e-02	1.07e-01	4.20e-02	3.49e-01
	WOA	3.63e-05	2.00e-03	2.43e-03	9.43e-01
	GWO	6.55e-05	2.12e-03	4.22e-03	1.77e-01
	IGWO	2.91e-04	8.13e-04	4.72e-04	2.53e-01
	SSA	5.07e-05	1.21e-03	1.13e-03	3.51e-01
	ISSA	2.24e-05	1.24e-03	1.30e-03	4.20e-02
f_8	PSO	-8.49e+03	-4.96e+03	1.67e+03	2.01e-01
	WOA	-9.74e+03	-8.68e+03	5.35e+02	9.25e-01
	GWO	-7.11e+03	-5.80e+03	8.34e+02	1.48e-01
	IGWO	-1.13e+04	-9.44e+03	1.32e+03	1.93e-01
	SSA	-9.72e+03	-8.55e+03	5.05e+02	2.38e-01
	ISSA	-1.26e+04	-1.11e+04	1.62e+03	1.15e-01
f_{10}	PSO	3.71e-04	1.37e-03	9.67e-04	9.10e-02
	WOA	0.00e+00	4.51e-15	2.09e-15	6.83e-01
	GWO	1.15e-14	1.57e-14	2.35e-15	7.40e-02
	IGWO	7.99e-15	1.21e-14	3.39e-15	1.35e-01
	SSA	0.00e+00	0.00e+00	0.00e+00	1.76e-01
	ISSA	0.00e+00	0.00e+00	0.00e+00	1.70e-01

观察图4~图8可知: ISSA 收敛速度和精度均高于其他对比算法,相较于传统的SSA, ISSA在寻优时间和全局寻优能力方面均有所提高.

图4 f_1 函数的收敛曲线图5 f_5 函数的收敛曲线图6 f_7 函数的收敛曲线图7 f_8 函数的收敛曲线图8 f_{10} 函数的收敛曲线

3 在短期电价预测中的应用

3.1 模型搭建

搭建ISSA-VMD-ESN模型以预测短期电价,其基本思路为“分解-预测-重构”.

1) 在“分解”阶段,变分模态分解(VMD)克服了

小波变换方法的不稳定性以及经验模态分解方法混叠模态分量等问题,可以降低短期电价序列的波动性和非平稳性。本文利用ISSA对VMD参数进行优化,将原始电价序列分解成多个子序列,使其具有更好的采样和噪声鲁棒性。

2) 在“预测”阶段,因回声状态网络(ESN)储备池具备短期记忆功能,相较于传统递归神经网络具有更好的收敛速度,不易陷入局部最优,本文用其对分解后的子序列进行预测,并用ISSA对ESN的储备池规模、泄露率和正则化系数进行优化,使其根据不同子序列自适应地调整模型参数,降低了参数经验设置的随机性。

3) 在“重构”阶段,当前大部分混合预测模型是将各子序列的预测结果叠加得到最终预测结果,由于

噪声的影响使得最终预测结果并不十分理想。本文引入皮尔逊相关系数,选择合适子序列的预测结果,重构最终预测结果,以达到降噪的目的。

皮尔逊相关系数公式为

$$r(X, Y) = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sigma X \sigma Y}. \quad (7)$$

其中: $\text{Cov}(X, Y)$ 为样本 X 和样本 Y 的协方差; σX 、 σY 为样本 X 和样本 Y 的标准差。 r 越大,表示样本间的相关性越高。

4) 性能评价:本文使用平均绝对误差(MAE)、平均绝对百分比误差(MAPE)和均方根误差(RMSE)来评价模型预测精度,评价指标的值越小,表明模型预测效果越好。

完整的算法流程如图9所示。

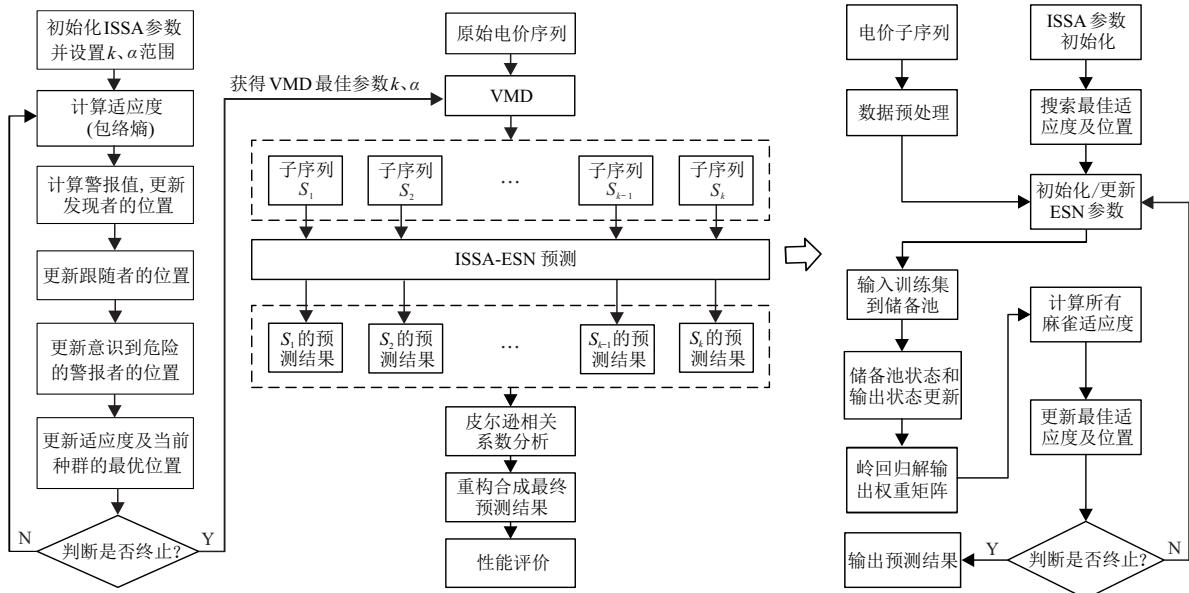


图9 ISSA-VMD-ESN模型流程

3.2 仿真分析

本文选取美国PJM电力市场2012年1月份的日前加权平均电价数据,每隔1 h采样一个点,共计744

个采样点。利用ISSA对VMD参数进行优化,确定优化后的参数 $K = 3, \alpha = 3800$,原始电价序列及ISSA-VMD分解后的子序列如图10所示。

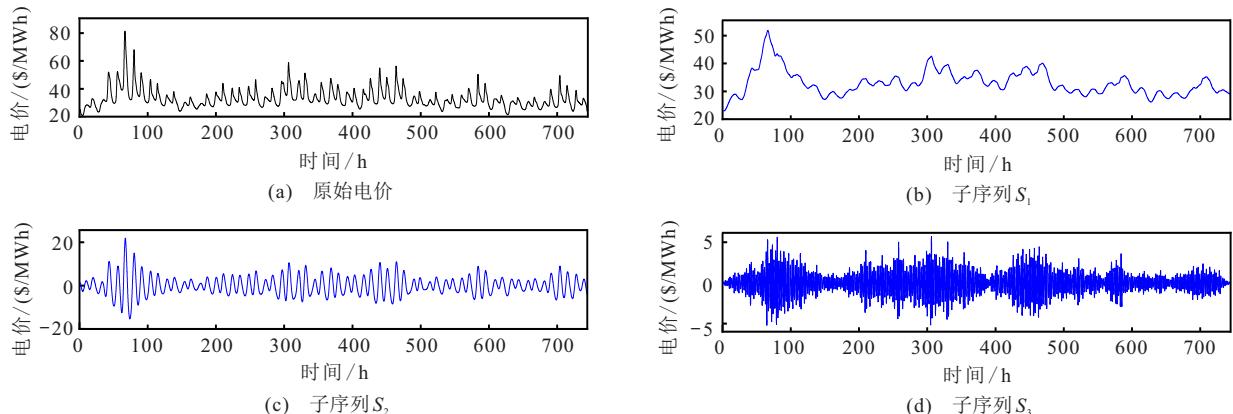


图10 原始电价序列及VMD分解结果

将各子序列划定其前536个采样点为训练集,后208个采样点为预测集,通过ISSA-ESN单独预测.求得其皮尔逊相关系数 $r_1 = 0.692, r_2 = 0.718, r_3 = 0.096$,因此选择子序列 S_1 和 S_2 的预测结果,重构合成最终预测结果,如图11(a)所示,常用直接相加法最终预测结果如图11(b)所示,两种方法的误差值如表3所示.

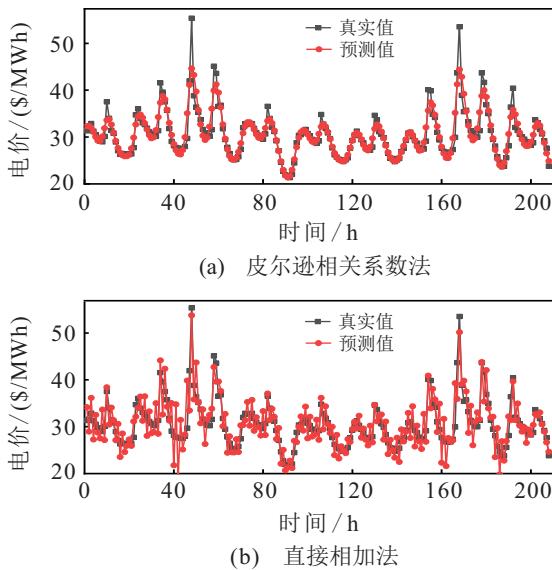


图11 两种重构方式的预测结果

表3 两种重构方法预测结果的误差值

重构方法	MAE (\$/MWh)	MAPE (%)	RMSE (\$/MWh)
直接相加法	2.39	7.84	3.01
皮尔逊相关系数法	1.11	3.33	1.82

由图11可知,皮尔逊相关系数法得到的最终预测结果能更好地反映电价的变动趋势;由表3可知,本文所采用的皮尔逊相关系数法在MAPE指标上可提升4.51%,在MAE指标上可提升1.28\$/MWh,在RMAE指标上可提升1.19\$/MWh.由此可见皮尔逊系数法的有效性.

为了验证所提出模型在预测精度上的优越性,本文还分别对LSSVM模型、LSTM模型、ARIMA模型和SSA-VMD-ESN模型进行原始电价预测,不同模型的预测结果对比如图12所示,在相同测试集上的3种评价指标的对比如图13所示.

由图12可见,本文所提出的模型能更好地拟合实际电价,针对短期电价波动性和非线性的特点具有更好的预测性能.由图13可知,从3种评价指标上比较,ISSA-VMD-ESN模型均优于其他4种预测模型,在MAPE指标上最高可提升3.57%,在MAE指标上最高可提

升1.41\$/MWh.

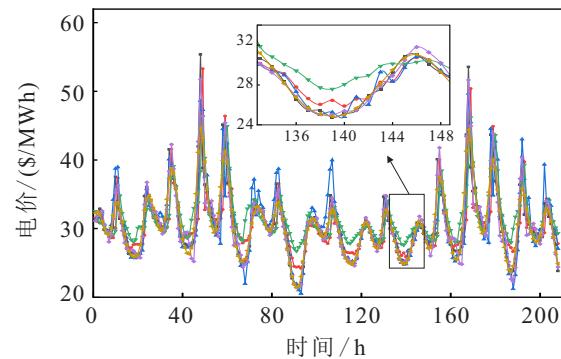


图12 不同模型预测结果对比

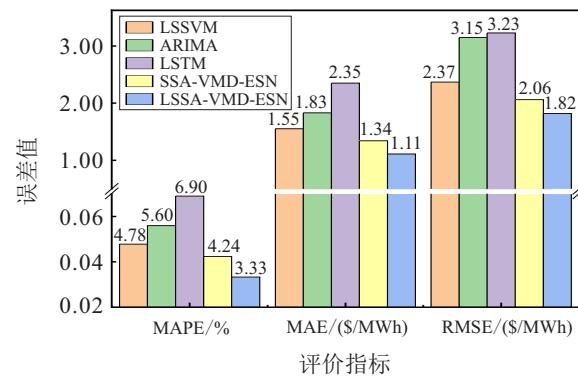


图13 各模型预测指标对比

4 结论

- 1) 本文建立了ISSA的马尔科夫链模型,并从理论角度证明了ISSA全局收敛,验证了改进算法的可行性.
- 2) 在对比其他初始化方式以及测试函数的寻优实验中,ISSA相较于SSA和其他群智能优化算法具有更佳的种群多样性和全局寻优能力,综合性能显著提升.
- 3) 将ISSA应用到短期电价预测中,结果表明,经ISSA优化后的VMD-ESN模型明显提高了预测精度,从而进一步验证了改进算法的优越性.

参考文献(References)

- [1] Xue J K, Shen B. A novel swarm intelligence optimization approach: Sparrow search algorithm[J]. Systems Science & Control Engineering, 2020, 8(1): 22-34.
- [2] 李雅丽, 王淑琴, 陈倩茹, 等. 若干新型群智能优化算法的对比研究[J]. 计算机工程与应用, 2020, 56(22): 1-12.
(Li Y L, Wang S Q, Chen Q R, et al. Comparative study of several new swarm intelligence optimization algorithms[J]. Computer Engineering and Applications, 2020, 56(22): 1-12.)

- [3] Zhu Y L, Yousefi N. Optimal parameter identification of PEMFC stacks using adaptive sparrow search algorithm[J]. International Journal of Hydrogen Energy, 2021, 46(14): 9541-9552.
- [4] Zhang X, Cheng Z L, Zhang M Y, et al. Comfort prediction of office chair surface material based on the ISSA-LSSVM[J]. Sensors, 2022, 22(24): 9822.
- [5] Zhou J G, Chen D F. Carbon price forecasting based on improved CEEMDAN and extreme learning machine optimized by sparrow search algorithm[J]. Sustainability, 2021, 13(9): 4896.
- [6] Yue X F, Ma G Y, Gao X L, et al. A sparrow search algorithm with intelligent weight factors and mutation operators and applications to image classification[J]. Journal of Intelligent & Fuzzy Systems, 2022, 43(3): 3627-3653.
- [7] Wu D M, Yuan C Z. Threshold image segmentation based on improved sparrow search algorithm[J]. Multimedia Tools and Applications, 2022, 81(23): 33513-33546.
- [8] Liu G Y, Shu C, Liang Z W, et al. A modified sparrow search algorithm with application in 3d route planning for UAV[J]. Sensors, 2021, 21(4): 1224.
- [9] 付华, 刘昊. 多策略融合的改进麻雀搜索算法及其应用[J]. 控制与决策, 2022, 37(1): 87-96.
(Fu H, Liu H. Improved sparrow search algorithm with multi-strategy integration and its application[J]. Control and Decision, 2022, 37(1): 87-96.)
- [10] 顾清华, 姜秉俊, 常朝朝, 等. 求解大规模优化问题的改进麻雀搜索算法[J]. 控制与决策, 2023, 38(7): 1960-1968.
(Gu Q H, Jiang B J, Chang Z Z, et al. An improved sparrow search algorithm for solving large-scale optimization problems[J]. Control and Decision, 2023, 38(7): 1960-1968.)
- [11] Ren X Y, Chen S, Wang K Y, et al. Design and application of improved sparrow search algorithm based on sine cosine and firefly perturbation[J]. Mathematical Biosciences and Engineering, 2022, 19(11): 11422-11452.
- [12] 刘耿耿, 张丽媛, 刘笛, 等. 求解复杂约束优化问题的多策略混合麻雀搜索算法[J]. 控制与决策, 2023, 38(12): 3336-3344.
(Liu G G, Zhang L Y, Liu D, et al. Multi-strategy hybrid sparrow search algorithm for complex cons-trained optimization problems[J]. Control and Decision, 2023, 38(12): 3336-3344.)
- [13] Li J J, Wu Y H. Improved sparrow search algorithm with the extreme learning machine and its application for prediction[J]. Neural Processing Letters, 2022, 54(5): 4189-4209.
- [14] Tanyildizi E, Demir G. Golden sine algorithm: A novel math-inspired algorithm[J]. Advances in Electrical and Computer Engineering, 2017, 17(2): 71-78.
- [15] 李宝磊, 施心陵, 荀常兴, 等. 多元优化算法及其收敛性分析[J]. 自动化学报, 2015, 41(5): 949-959.
(Li B L, Shi X L, Gou C X, et al. Multivariant optimization algorithm and its convergence analysis[J]. Acta Automatica Sinica, 2015, 41(5): 949-959.)
- [16] Nadimi-Shahraki M H, Taghian S, Mirjalili S. An improved grey wolf optimizer for solving engineering problems[J]. Expert Systems with Applications, 2021, 166: 113917.

作者简介

郭庆辉(1998-),男,硕士生,从事优化算法、电价预测等研究,E-mail: guoqinghui2013@163.com;
李媛(1974-),女,教授,博士,从事优化算法、动态规划、自适应控制等研究,E-mail: syliyuan@sut.edu.cn;
杨东升(1976-),男,教授,博士,从事早期故障诊断、电力系统等研究,E-mail: yangdongsheng@mail.neu.edu.cn.