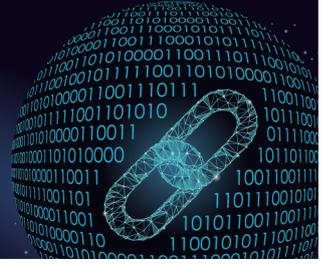




中国科技期刊卓越行动计划项目入选期刊

控制与决策

CONTROL AND DECISION



基于非奇异快速终端滑模的多水面船固定时间协同控制

王元慧, 任哲达, 邵兴超, 王心玮

引用本文:

王元慧,任哲达,邵兴超,王心玮. 基于非奇异快速终端滑模的多水面船固定时间协同控制[J]. 控制与决策, 2024, 39(8): 2637–2646.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2023.0232>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

多航天器系统分布式固定时间输出反馈姿态协同跟踪控制

Distributed fixed-time output feedback attitude coordination tracking control for multiple rigid spacecraft

控制与决策. 2021, 36(5): 1049–1058 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0968>

磁悬浮开关磁阻电机的自适应终端滑模控制

Adaptive terminal sliding mode control of bearingless switched reluctance motor

控制与决策. 2021, 36(6): 1449–1456 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1064>

输入饱和的充液航天器抗干扰有限时间滑模控制

Anti-disturbance finite-time sliding mode control for liquid-filled spacecraft with input saturation

控制与决策. 2021, 36(5): 1078–1086 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0820>

基于反演算法的严格反馈非线性系统固定时间跟踪控制

Fixed-time tracking control for strict-feedback nonlinear systems based on backstepping algorithm

控制与决策. 2021, 36(1): 173–179 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0658>

Fal函数的改进及3种新型非线性扩张状态观测器

Advanced fal function and three novel nonlinear extended state observers

控制与决策. 2021, 36(7): 1655–1662 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1652>

基于非奇异快速终端滑模的多水面船固定时间协同控制

王元慧, 任哲达[†], 邵兴超, 王心玮

(哈尔滨工程大学 智能科学与工程学院, 哈尔滨 150001)

摘要: 针对多水面船协同控制过程中存在的时变海洋环境干扰、模型参数不确定性、速度测量值未知和输入饱和的问题, 提出一种基于非奇异快速终端滑模的固定时间分布式协同控制方案, 该方案可保证协同控制系统的全局固定时间稳定性. 首先, 设计一个固定时间扩张状态观测器, 用于估计速度和集总干扰(包括时变海洋环境干扰和模型参数不确定性); 其次, 设计一种新型的固定时间辅助动态系统处理输入饱和; 再次, 基于固定时间非奇异快速终端滑模面提出一种分布式抗饱和的滑模控制器, 消除系统的奇异性, 并且使得收敛时间上界独立于系统的初始状态; 最后, 为了避免在编队控制律中使用邻船的加速度, 设计一种改进的一致鲁棒精确微分器估计邻船的加速度信息. 仿真结果验证了所提方案的有效性.

关键词: 多水面船系统; 固定时间扩张状态观测器; 固定时间非奇异快速终端滑模控制器; 输入饱和; 一致鲁棒精确微分器

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2023.0232

引用格式: 王元慧, 任哲达, 邵兴超, 等. 基于非奇异快速终端滑模的多水面船固定时间协同控制[J]. 控制与决策, 2024, 39(8): 2637-2646.

Fixed-time cooperative control for multiple surface vessels based on non-singular fast terminal sliding mode

WANG Yuan-hui, REN Zhe-da[†], SHAO Xing-chao, WANG Xin-wei

(College of Intelligent Systems Science and Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

Abstract: This paper presents a fixed-time distributed cooperative control scheme based on non-singular fast terminal sliding mode to solve the problems of time-varying marine environment disturbances, model parameter uncertainties, unavailable velocity measurements and input saturation in the cooperative control process for multiple surface vessels. The scheme ensures the global fixed time stability of the cooperative control system. Firstly, a fixed-time extended state observer is designed to estimate the velocities and lumped disturbances, including time-varying marine environmental disturbances and model parameter uncertainties. Secondly, a novel fixed-time auxiliary dynamic system is designed to deal with input saturation. Thirdly, a distributed anti-saturation sliding mode controller is proposed based on the fixed-time non-singular fast terminal sliding mode manifold to eliminate the singularity of the system, and make the upper bound of convergence time independent of the initial state of the system. Finally, in order to avoid using the acceleration for the adjacent vessel in the formation control law, an improved uniform robust exact differentiator is designed to estimate the acceleration information. The simulation results show that the proposed scheme is effective.

Keywords: multiple surface vessels; fixed-time extended state observer; fixed-time non-singular fast terminal sliding mode control; input saturation; uniform robust exact differentiator

0 引言

随着经济、军事等领域对海洋资源的竞争日益激烈, 多水面船协同控制技术得到了迅速发展^[1-2]. 由于多水面船协同控制具有操作范围广、效率高、容错性好等优点, 被广泛应用于导航补给、海洋勘探和海

上巡逻等领域^[3].

随着多水面船协同控制系统的更深入应用, 对多水面船协同作业的性能要求也越来越高. 然而, 由于复杂的海洋环境干扰和模型参数不确定性, 多水面船的高精度控制仍然是主要的挑战. 滑模控制因其

收稿日期: 2023-03-01; 录用日期: 2023-06-25.

基金项目: 国家自然科学基金项目(51879049); 黑龙江省自然科学基金项目(LH2019E039).

责任编辑: 易建强.

[†]通讯作者. E-mail: renzheda@hrbeu.edu.cn.

对不确定性和扰动具有很强的鲁棒性而受到广泛关注,被广泛应用于船舶运动控制领域^[4-5]。但是传统的滑模控制系统大多是渐近稳定的,这意味着控制系统只有在时间接近无穷时才会达到稳定^[6]。针对上述问题,文献[7]设计了有限时间终端滑模控制算法,既能保证控制系统的快速收敛,又能保证控制系统良好的控制性能。然而,如果将上述方法推广到二阶系统,则控制设计中会遇到奇异性问题。为此,文献[8]提出了非奇异终端滑模控制来解决奇异性问题。

为了使系统的收敛时间上界独立于初始状态,研究人员提出了一种固定时间控制方法,这是对传统滑模控制理论的进一步发展^[9]。与有限时间控制系统相比,固定时间控制系统在任意初始状态下都能保证收敛时间有界^[10],并且具有更快的瞬态响应速度和更高的控制精度。文献[11]将一种新型的非奇异终端滑模面与固定时间控制算法结合,实现了航天器六自由度跟踪绕飞任务控制的快速收敛;文献[12]将文献[11]的控制算法应用到水面船轨迹追踪控制中,实现了水面船的高精度跟踪控制,并且系统可以在固定时间内收敛;为了实现更快的收敛速度,文献[13]设计了一种固定时间非奇异快速终端滑模方案,应用到水面船轨迹追踪控制中,使水面船在固定时间内以更快速度收敛。固定时间非奇异终端滑模控制作为一种高精度非线性控制方案,在水面船控制中具有很大的优势。但将其应用到多水面船控制领域时,控制律中会引入邻船的加速度信息^[14-15]。因此,目前还没有将其应用到多水面船控制领域中的先例。

上述研究多采用状态反馈,在实际工程中,由于水面船空间限制,成本限制或运行设备发生故障等会导致速度测量值不可用,除此之外,有些水面船的航速比较低,很难从带有噪声的速度测量值中获得真实的速度信息,因此有必要设计不依赖速度测量值的输出反馈控制器。文献[16]提出采用扩张状态观测器来估计集总干扰和不可测速度;进一步,为了提高其估计性能,文献[17]提出了有限时间扩张状态观测器;此外,为了获得更快的收敛速度和更高的收敛精度,文献[18]提出了固定时间扩张状态观测器,其收敛时间与初始状态无关。

由于多水面船的固定时间协同控制方案需要快速的瞬时响应,使得控制力矩过大可能导致执行器饱和^[19],进而导致控制系统不稳定,有必要考虑执行器饱和问题。在文献[20]中将执行器饱和引起的系统不确定性视为集总干扰,用观测器进行估计,该方法增加了观测器的负担,并且执行器饱和引起的附加干

扰会极大地影响系统的动力学特性;文献[21]设计了一种固定时间非线性抗饱和和补偿器实时地补偿执行器的饱和效应,但在该方案中,当有轻微的扰动使滑模面不为零,并且执行器没有达到饱和时,抗饱和和补偿器仍然会进行补偿,从而会出现过补偿现象。

综上所述,由于固定时间非奇异快速终端滑模控制方案具有高精度和快速收敛的性能,在水面船控制领域中具有很大的优势,但将其应用到多水面船控制领域时,控制律中会引入邻船的加速度信息。为此,本文设计一个基于非奇异快速终端滑模的固定时间分布式协同控制方案。首先,设计固定时间扩张状态观测器用于估计不可测速度和集总干扰,使得估计误差在固定时间内收敛;其次,设计一个新型的固定时间辅助动态系统来处理执行器饱和问题;然后,设计抗饱和的固定时间非奇异快速终端滑模控制器,不仅可消除奇异性,而且能确保系统在固定时间内收敛;最后,设计一种改进的一致精确微分器估计邻船的加速度信息。

本文的主要贡献如下:1)将固定时间非奇异快速终端滑模控制和有向拓扑与分布式协同控制策略相结合。在类似的滑模控制方案中^[14-15],所设计的控制律中带有邻船加速度信息,与其相比,本文引入一种改进的一致鲁棒精确微分器估计邻船的加速度信息;此外,该微分器可以实现固定时间稳定。2)受文献[22]中的有限时间辅助动态系统启发,本文设计一种新型的固定时间辅助动态系统处理执行器饱和问题。3)本文将非奇异快速终端滑模面应用到多水面船协同控制领域,与文献[22]的方案相比,本方案设计的滑模面的收敛速度更快,该控制器的跟踪误差可以在固定时间内收敛。

1 预备知识与问题描述

1.1 注释

1) $\mathbb{R}^{n \times n}$ 表示 $n \times n$ 维欧几里德空间; $|\cdot|$ 表示绝对值; $\|\cdot\|$ 表示欧几里德范数; $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in \mathbb{R}^n$; $\text{sig}^\alpha(x) = [\text{sig}^\alpha(x_1), \text{sig}^\alpha(x_2), \dots, \text{sig}^\alpha(x_n)]^T$, $\text{sig}^\alpha(x_i) = |x_i|^\alpha \text{sign}(x_i)$, $i = 1, 2, \dots, n, x_i \in \mathbb{R}, \alpha \in (0, 1)$ 。 $\text{sign}(\cdot)$ 表示为

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} -1, & x < 0; \\ 0, & x = 0; \\ 1, & x > 0. \end{cases} \quad (1)$$

2) $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in \mathbb{R}^n, a \in \mathbb{R}, |x|^\alpha = [|x_1|^\alpha, |x_2|^\alpha, \dots, |x_n|^\alpha]^T \in \mathbb{R}^n$ 。

1.2 代数图论

用图论描述 n 个水面船的通信拓扑. 用一个有序二元数组 $\mathcal{G} = (\mathcal{V}_{\mathcal{G}}, \mathcal{E})$ 抽象描述一个通信网络, 这个二元组 \mathcal{G} 可以成为一个图, 其中集合 $\mathcal{V}_{\mathcal{G}} = \{1, 2, \dots, n\}$ 表示这组节点的集合, 集合 $\mathcal{E} = \{(i, j) \in \mathcal{V}_{\mathcal{G}} \times \mathcal{V}_{\mathcal{G}}\}$, $(i, j) \in \mathcal{E}$ 表示链接的集合, 船 i 可以获得船 j 的信息, 船 j 是船 i 的邻船. 集合 $\mathcal{N}_i = \{j \in \mathcal{V}_{\mathcal{G}}, (i, j) \in \mathcal{E}\}$ 表示船 i 的所有邻船的集合. 定义一个邻接矩阵 $\mathcal{A} = [a_{ij}] \in \mathbb{R}^{n \times n}$, 如果 $(i, j) \in \mathcal{E}$, 则 $a_{ij} = 1$; 否则 $a_{ij} = 0$. 拉普拉斯矩阵 $\mathcal{L} = [l_{ij}] \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 是对一个图的矩阵描述, 被定义为 $\mathcal{L} = \mathcal{D} - \mathcal{A}$, 其中 $\mathcal{D} = \text{diag}\{d_i\} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $d_i = \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij}$. 一个对角阵 $\mathcal{A}_0 = \text{diag}\{a_{i0}\}$ 被定义为领航船的邻接矩阵. 如果船 i 能够获得领航船的参考信号, 则定义 $a_{i0} = 1$, 否则定义 $a_{i0} = 0$. 最后定义信息交换矩阵为 $\mathcal{H} = \mathcal{L} + \mathcal{A}_0$.

1.3 定义引理与问题描述

考虑如下系统:

$$\dot{x} = f(x(t)), f(0) = 0, x(0) = 0. \quad (2)$$

其中: $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$, $f(\cdot)$ 为连续非线性函数.

定义1 对于系统(2), 如果它能满足以下条件, 则原点 $x = 0$ 称为固定时间平衡点^[23]: 1) 系统(2)是全局有限时间稳定的; 2) 存在一个固定时间函数 $T(x) \leq T_{\max}$, 其中 T_{\max} 是一个正常数.

引理1^[12] 考虑李雅普诺夫函数 $V(x)$, 如果它在原点的邻域 D 上满足 $\dot{V}(x) \leq -(\alpha V(x)^p + \beta V(x)^g)^k$, 则系统(2)在原点是固定时间稳定的, 它表明在固定时间内, $V(x)$ 在区域 D 中从任意初值收敛到 $V(x) = 0$. 收敛时间为 $T \leq \frac{1}{\alpha^k(1-pk)} + \frac{1}{\beta^k(gk-1)}$. 其中: α, β, p, g, k 为正常数, 并且 $pk < 1, gk > 1$.

引理2^[24] 如果 $x_1, x_2, \dots, x_n \in \mathbb{R}^n, p > 0$, 则 $(|x_1| + |x_2| + \dots + |x_n|)^p \leq \max(n^{p-1}, 1)(|x_1|^p + |x_2|^p + \dots + |x_n|^p)$. 如果 $p = m/n \leq 1$, 其中 m, n 为奇数, 则 $|x_1^p - x_2^p| \leq 2^{1-p}|x_1 - x_2|^p$.

引理3^[24] 考虑一个动态系统

$$\dot{y} = -l_1 \text{sig}^{m_1} y - l_2 \text{sig}^{m_2} y, y(0) = y_0. \quad (3)$$

其中: $0 < m_2 < 1, m_1 > 1, l_1 > 0, l_2 > 0$. 因此, 系统(3)是固定时间稳定的, 收敛时间上界为

$$T \leq \frac{1}{l_1(m_1-1)} + \frac{1}{l_2(1-m_2)}. \quad (4)$$

考虑一个含有 n 艘水面船的网络. $\eta_i = [x_i, y_i, \psi_i]^T \in \mathbb{R}^3$ 为第 i 艘水面船在大地坐标系 $X_E O_E Y_E$

中的位姿向量, 如图1所示. $\nu_i = [u_i, v_i, r_i]^T \in \mathbb{R}^3$ 为第 i 艘水面船在船体坐标系 $X_B O_B Y_B$ 中的速度向量. 然后, 给出第 i 艘水面船三自由度水平运动的数学模型^[3]为

$$\dot{\eta}_i = R_i(\psi_i)\nu_i, \quad (5)$$

$$M_i \dot{\nu}_i = -D_i(\nu_i)\nu_i - C_i(\nu_i)\nu_i + \tau_i + \tau_{id}. \quad (6)$$

其中: $\tau_{id} = [\tau_{id1}, \tau_{id2}, \tau_{id3}]^T \in \mathbb{R}^3$ 为风、浪、流作用于第 i 艘水面船上的干扰力和力矩组成的向量; $M_i \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 为第 i 艘水面船的惯性矩阵; $D_i(\nu_i) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 为第 i 艘水面船的阻尼矩阵; $C_i(\nu_i) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 为第 i 艘水面船的水动力引起的科里奥利向心力矩阵; $R_i(\psi_i) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 为两个坐标系之间的旋转矩阵, 其具体形式为

$$R_i(\psi_i) = \begin{bmatrix} \cos \psi_i & -\sin \psi_i & 0 \\ \sin \psi_i & \cos \psi_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

在式(6)中: $\tau_i = [\tau_{i1}, \tau_{i2}, \tau_{i3}]^T \in \mathbb{R}^3$ 为第 i 艘水面船产生的控制力和力矩向量, 其约束为

$$\tau_i = \begin{cases} \tau_{i \max}, \tau_{i \max} < \tau_{ic}; \\ \tau_{ic}, \tau_{i \min} \leq \tau_{ic} \leq \tau_{i \max}; \\ \tau_{i \min}, \tau_{ic} < \tau_{i \min}. \end{cases} \quad (8)$$

其中: $\tau_{i \max} \in \mathbb{R}^3$ 和 $\tau_{i \min} \in \mathbb{R}^3$ 分别为船舶推进器系统能产生的最大和最小推力和转矩, τ_{ic} 为所设计的控制器计算而来的控制力. 有以下性质^[25]:

$$\dot{R}_i(\psi_i) = R_i(\psi_i)S_i(r_i), \quad (9)$$

$$R_i^T(\psi_i)S_i(r_i)R_i(\psi_i) = S_i(r_i), \quad (10)$$

$$S_i(r_i) = \begin{bmatrix} 0 & -r_i & 0 \\ r_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (11)$$

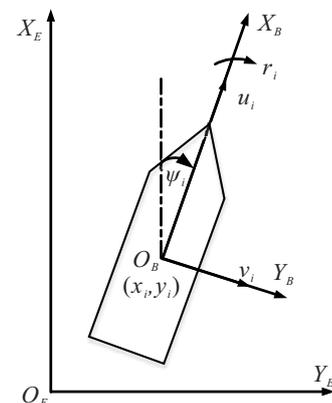


图1 大地坐标系和船体坐标系

$$R_i^T(\psi_i)R_i(\psi_i) = I_3, \quad (12)$$

$$\|R_i(\psi_i)\| = 1. \quad (13)$$

为下文方便起见,令 $R_i = R_i(\psi_i)$, $S_i = S_i(r_i)$.

假设1 期望参考信号 η_d 足够光滑,并且 η_d 的一阶导数和二阶导数存在并有界.

假设2 时变海洋环境干扰 τ_{id} 及其一阶导数 $\dot{\tau}_{id}$ 均有界. 存在未知正常数 $\bar{\tau}_{id}$ 和 ϖ_i , 使得 $\|\tau_{id}\| \leq \bar{\tau}_{id}$ 和 $\|\dot{\tau}_{id}\| \leq \varpi_i$.

假设3 第 i 艘水面船模型中的参数矩阵 M_i 是已知的.

控制目标: 针对每艘带有时变海洋环境干扰、模型不确定性和速度测量值未知的水面船, 设计一种新型的带有执行器饱和的固定时间分布式滑模协同控制方案, 使其在固定时间内精确跟踪参考信号 η_d .

2 观测器设计

在本节为了简化以下设计, 定义一个新的辅助速度向量

$$w_i = R_i \nu_i, \quad (14)$$

其中 $w_i = [w_{i1}, w_{i2}, w_{i3}]^T \in \mathbb{R}^3$. 根据式(9)~(13), 重写第 i 艘水面船的数学模型为

$$\dot{\eta}_i = w_i, \quad (15)$$

$$\dot{w}_i = R_i M_i^{-1} \tau_i + \Gamma_i, \quad (16)$$

$$\dot{\eta}_d = w_d. \quad (17)$$

其中: $\Gamma_i = R_i S_i \nu_i - R_i M_i^{-1} C_i(\nu_i) \nu_i - R_i M_i^{-1} D_i(\nu_i) \nu_i + R_i M_i^{-1} \tau_{id}$ 为集总干扰, $\eta_d = [x_d, y_d, \psi_d]^T$ 为期望位姿向量, $w_d = [w_{d1}, w_{d2}, w_{d3}]^T$ 为期望辅助速度向量.

注1^[24] Γ_i 是连续可微且有界的, 其中包括模型不确定性和时变海洋环境干扰. 因此存在一个常数 Γ_{id} , 使得 $\|\dot{\Gamma}(t)\| \leq H_n < \Gamma_{id}$, $0 < \Gamma_{id} < \infty$.

固定时间扩张状态观测器设计如下:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\eta}}_i = \hat{w}_i + \mu_1 \text{sig}^{\alpha_1}(\tilde{\eta}_i) + \varepsilon_1 \text{sig}^{\beta_1}(\tilde{\eta}_i), \\ \dot{\hat{w}}_i = \hat{\Gamma}_i + \mu_2 \text{sig}^{\alpha_2}(\tilde{\eta}_i) + \varepsilon_2 \text{sig}^{\beta_2}(\tilde{\eta}_i) + R_i M_i^{-1} \tau_i, \\ \dot{\hat{\Gamma}}_i = \mu_3 \text{sig}^{\alpha_3}(\tilde{\eta}_i) + \varepsilon_3 \text{sig}^{\beta_3}(\tilde{\eta}_i) + \Gamma_{id} \text{sign}(\tilde{\eta}_i). \end{cases} \quad (18)$$

其中: $\tilde{\eta}_i = \eta_i - \hat{\eta}_i$; $\alpha_m = m\bar{\alpha} - (m-1) \in (0, 1)$; $\beta_m = m\bar{\beta} - (m-1) \in (1, \infty)$, $m = 1, 2, 3$; $\bar{\alpha} \in (1-l_1, 1)$, $\bar{\beta} \in (1, 1+l_2)$, l_1, l_2 为足够小的常数, 满足 $l_1 > 0$, $l_2 > 0$. 设计观测器的增益是为了保证如下矩阵是 Hurwitz 矩阵:

$$P_1 = \begin{bmatrix} -\mu_1 & 1 & 0_3 \\ -\mu_2 & 0_3 & 1 \\ -\mu_3 & 0_3 & 0_3 \end{bmatrix}, \quad P_2 = \begin{bmatrix} -\varepsilon_1 & 1 & 0_3 \\ -\varepsilon_2 & 0_3 & 1 \\ -\varepsilon_3 & 0_3 & 0_3 \end{bmatrix}.$$

然后, w_i 和 Γ_i 分别可通过 \hat{w}_i 和 $\hat{\Gamma}_i$ 来观测.

定理1 在假设2和注1下, 固定时间扩张状态观测器可以同时估计集总干扰 Γ_i 和速度 w_i , 并且估计误差在固定时间内收敛, 收敛时间为

$$T_1 \leq \frac{\lambda_{\max}^{1-\bar{\alpha}}(\Omega_1)}{\gamma_1(1-\bar{\alpha})} + \frac{1}{\gamma_2(\bar{\beta}-1)\bar{h}^{\bar{\beta}-1}}. \quad (19)$$

其中: $\gamma_1 = \lambda_{\min}(Q_1)/\lambda_{\max}(Q_1)$, $\gamma_2 = \lambda_{\min}(Q_2)/\lambda_{\max}(Q_2)$, 正常数 $\bar{h} \leq \lambda_{\min}(Q_2)$, Q_1, Q_2, Ω_1 和 Ω_2 为非奇异对称正定矩阵, 并且上述参数矩阵分别满足 $P_1^T \Omega_1 + \Omega_1 P_1 = -Q_1$ 和 $P_2^T \Omega_2 + \Omega_2 P_2 = -Q_2$.

证明 估计误差为

$$\begin{cases} \tilde{e}_{i1} = \eta_i - \hat{\eta}_i, \\ \tilde{e}_{i2} = w_i - \hat{w}_i, \\ \tilde{e}_{i3} = \Gamma_i - \hat{\Gamma}_i. \end{cases} \quad (20)$$

对式(20)求导可得

$$\begin{cases} \dot{\tilde{e}}_{i1} = \tilde{e}_{i2} - \mu_1 \text{sig}^{\alpha_1}(\tilde{e}_{i1}) - \varepsilon_1 \text{sig}^{\beta_1}(\tilde{e}_{i1}), \\ \dot{\tilde{e}}_{i2} = \tilde{e}_{i3} - \mu_2 \text{sig}^{\alpha_2}(\tilde{e}_{i1}) - \varepsilon_2 \text{sig}^{\beta_2}(\tilde{e}_{i1}), \\ \dot{\tilde{e}}_{i3} = \\ \dot{\hat{\Gamma}}_i - \mu_3 \text{sig}^{\alpha_3}(\tilde{e}_{i1}) - \varepsilon_3 \text{sig}^{\beta_3}(\tilde{e}_{i1}) - \Gamma_{id} \text{sign}(\tilde{e}_{i1}). \end{cases} \quad (21)$$

根据文献[26], 要证明估计误差在固定时间内收敛到零, 需分为以下两个步骤:

1) 证明下述误差系统可在固定时间内收敛到零, 即

$$\begin{cases} \dot{\tilde{e}}_{i1} = \tilde{e}_{i2} - \mu_1 \text{sig}^{\alpha_1}(\tilde{e}_{i1}) - \varepsilon_1 \text{sig}^{\beta_1}(\tilde{e}_{i1}), \\ \dot{\tilde{e}}_{i2} = \tilde{e}_{i3} - \mu_2 \text{sig}^{\alpha_2}(\tilde{e}_{i1}) - \varepsilon_2 \text{sig}^{\beta_2}(\tilde{e}_{i1}), \\ \dot{\tilde{e}}_{i3} = -\mu_3 \text{sig}^{\alpha_3}(\tilde{e}_{i1}) - \varepsilon_3 \text{sig}^{\beta_3}(\tilde{e}_{i1}). \end{cases} \quad (22)$$

根据文献[23]中的定理2可知, \tilde{e}_{im} ($m = 1, 2, 3$) 可在固定时间内收敛到零.

2) 根据文献[25]可得下述等式:

$$\dot{\tilde{e}}_{i3} = \dot{\hat{\Gamma}}_i - \Gamma_{id} \text{sign}(\tilde{e}_{i1}) = 0, \quad t \geq T_1. \quad (23)$$

由此得证. \square

3 控制器设计

在本节, 结合固定时间扩张状态观测器设计抗饱和的固定时间非奇异快速终端滑模控制器. 控制律设计过程分为以下几个步骤:

step 1: 设计一个固定时间辅助动态系统约束多水面船的控制输入, 该系统可以限制控制输入饱和, 提高系统稳定性. 第 i 艘水面船的固定时间辅助动态

系统如下:

$$\dot{\xi}_i = -A \text{sig}^{r_{01}}(\xi_i) - B \text{sig}^{r_{02}}(\xi_i) - \bar{\Delta}_i G_i \text{sign}(\xi_i) + a_{id} R_i M_i^{-1} \Delta \tau_i. \quad (24)$$

其中: $\Delta \tau_i = \tau_i - \tau_{ic}$ 为控制输入饱和约束前后的差值, τ_{ic} 为由所设计的控制器计算而来的控制力, 假设 $\Delta \tau_i$ 是有界的, 并且存在正常数 $\bar{\Delta}_i$ 使得 $\|\Delta \tau_i\| \leq \bar{\Delta}_i$; $\xi_i \in \mathbb{R}^3$ 为由辅助动态系统产生的辅助状态; $A, B \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 为设计的正定对角增益矩阵; r_{01}, r_{02} 为正常数, $r_{01} \in (0, 1), r_{02} > 1$; $G_i = \text{diag}\{\|g_i\|\} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$, g_i 为控制增益矩阵 $a_{id} R_i M_i^{-1}$ 的第 i 行.

定理2 辅助状态在固定时间 T_{sa} 内收敛到零.

证明 选择如下李雅普诺夫函数:

$$V_{i1} = \frac{1}{2} \xi_i^T \xi_i. \quad (25)$$

对上式两端求导, 可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_{i1} &= \xi_i^T \dot{\xi}_i = \\ &\xi_i^T (-A \text{sig}^{r_{01}}(\xi_i) - B \text{sig}^{r_{02}}(\xi_i) - \bar{\Delta}_i G_i \text{sign}(\xi_i) + \\ &a_{id} R_i M_i^{-1} \Delta \tau_i) \leq \\ &- 2^{\frac{r_{01}+1}{2}} \lambda_{\min}(A) \left(\frac{1}{2} \xi_i^T \xi_i\right)^{\frac{r_{01}+1}{2}} - \\ &2^{\frac{r_{02}+1}{2}} \lambda_{\min}(B) \left(\frac{1}{2} \xi_i^T \xi_i\right)^{\frac{r_{02}+1}{2}} - \\ &\bar{\Delta}_i \sum_{m=1}^3 g_{im} |\xi_{im}| + a_{id} \xi_i^T R_i M_i^{-1} \Delta \tau_i \leq \\ &- 2^{\frac{r_{01}+1}{2}} \lambda_{\min}(A) V_{i1}^{\frac{r_{01}+1}{2}} - 2^{\frac{r_{02}+1}{2}} \lambda_{\min}(B) V_{i1}^{\frac{r_{02}+1}{2}}. \end{aligned} \quad (26)$$

其中: $\lambda_{\min}(A)$ 为 A 的最小特征值, $\lambda_{\min}(B)$ 为 B 的最小特征值.

根据引理1, 辅助状态可在固定时间 T_{sa} 内收敛到零, 即

$$T_{sa} \leq \frac{1}{2^{\frac{r_{01}+1}{2}} \lambda_{\min}(A) \left(1 - \frac{r_{01}+1}{2}\right)} + \frac{1}{2^{\frac{r_{02}+1}{2}} \lambda_{\min}(B) \left(\frac{r_{02}+1}{2} - 1\right)}. \quad (27)$$

由此定理2得证. \square

step 2: 根据多水面船之间的通信关系, 利用图论和相邻船的位置信息定义第 i 艘水面船的跟踪误差如下:

$$z_{i1} = \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij} (\eta_i - \eta_j - \vartheta_{ij}) + a_{i0} (\eta_i - \eta_d - \vartheta_i), \quad (28)$$

$$\hat{z}_{i2} = a_{id} \hat{w}_i - \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij} \hat{w}_j - a_{i0} w_d - \xi_i. \quad (29)$$

其中: \mathcal{N}_i, a_{ij} 和 a_{i0} 的定义参考图论部分; ϑ_i 为一个常

数向量, 表示第 i 艘水面船与参考点之间的期望相对位置; ϑ_{ij} 为一个常数向量, 表示相对于相邻的第 j 艘水面船的期望位置; $a_{id} = a_{i0} + d_i$; \hat{z}_{i2} 为 z_{i2} 的估计值, $z_{i2} = a_{id} w_i - \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij} w_j - a_{i0} w_d - \xi_i$.

对式(29)求导可得

$$\dot{\hat{z}}_{i2} = a_{id} \dot{w}_i - \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij} \dot{w}_j - a_{i0} \dot{w}_d - \dot{\xi}_i. \quad (30)$$

注2 根据扩张状态观测器(18)和辅助动态系统(24)可知, 在 $t \geq T_1 + T_{sa}$ 时, 满足 $\hat{z}_{i2} = z_{i2}$ 和 $\xi_i = 0$, 因此, 式(29)转换为

$$\hat{z}_{i2} = z_{i2} = \dot{z}_{i1} = a_{id} w_i - \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij} w_j - a_{i0} w_d - \xi_i. \quad (31)$$

step 3: 设计如下固定时间非奇异快速终端滑模面

$$S_i = \text{sig}^{a_1}(z_{i1}) + \frac{k_2 a_2}{2a_2 - 1} \text{sig}^{2 - \frac{1}{a_2}}(\hat{z}_{i2} + k_1 \text{sig}^{a_1}(z_{i1})). \quad (32)$$

其中: $k_1 > 0, k_2 > 0, a_2 > 1, 1 < a_1 < 2 - \frac{1}{a_2}$.

定理3 结合固定时间扩张状态观测器部分, 如果 $S_i = 0$, 则 z_{i1} 和 \hat{z}_{i2} 可以在固定时间 T_2 内收敛, 收敛时间的上界为

$$\begin{aligned} T_2 &\leq \\ &T_1 + T_{sa} + \\ &\frac{1}{k_1(a_1 - 1)} + \frac{1}{\left(\frac{2a_2 - 1}{k_2 a_2}\right)^{a_2/(2a_2 - 1)} \left(1 - \frac{a_1 a_2}{2a_2 - 1}\right)}. \end{aligned} \quad (33)$$

由于定理3证明过程与文献[3]中的定理2类似, 此处略.

step 4: 根据式(18)的固定时间扩张状态观测器和(32)的固定时间非奇异快速终端滑模面, 控制律可设计为

$$\begin{aligned} \tau_{ic} &= \\ &- \frac{M_i R_i^{-1}}{a_{id}} \left[k_1 a_1 \text{diag}(|z_{i1}|^{a_1 - 1}) \left(\frac{A_i}{k_1} + \hat{z}_{i2}\right) + \right. \\ &a_{id} \hat{\Gamma}_i + \alpha \text{sig}^{r_1}(S_i) + \beta \text{sig}^{r_2}(S_i) - \\ &\left. \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij} \dot{w}_j - a_{i0} \dot{w}_d + A \text{sig}^{r_{01}}(\xi_i) + \right. \\ &\left. B \text{sig}^{r_{02}}(\xi_i) + \bar{\Delta}_i G_i \text{sign}(\xi_i) \right], \end{aligned} \quad (34)$$

$$A_i = \frac{1}{k_2} \text{sig}^{\frac{1}{a_2}}[\hat{z}_{i2} + k_1 \text{sig}^{a_1}(z_{i1})] +$$

$$\frac{k_1 a_1}{2a_2 - 1} [\hat{z}_{i2} + k_1 \text{sig}^{a_1}(z_{i1})]. \quad (35)$$

其中: $\alpha > 0, \beta > 0, r_1 > 1$ 和 $0 < r_2 < 1$.

定理4 对于控制系统(5)和(6),结合所设计的固定时间控制律和固定时间扩张状态观测器,跟踪误差可以在固定时间内收敛,收敛时间的上界为

$$T \leq T_2 + T_3 + T_\delta. \quad (36)$$

证明 选择如下的李雅普诺夫函数:

$$V_{i2} = \frac{1}{2} S_i^T S_i. \quad (37)$$

对式(37)求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{i2} &= S_i^T \dot{S}_i = \\ &S_i^T [a_1 \text{diag}(|z_{i1}|^{a_1-1}) \hat{z}_{i2} + \\ &k_2 \text{diag}(|\hat{z}_{i2} + k_1 \text{sig}^{a_1}(z_{i1})|^{1-\frac{1}{a_2}}) \cdot \\ &(\dot{\hat{z}}_{i2} + k_1 a_1 \text{diag}(|z_{i1}|^{a_1-1}) \hat{z}_{i2})]. \end{aligned} \quad (38)$$

将 $\dot{\hat{z}}_{i2}$ 代入,并结合定理1和式(16)可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{i2} &= S_i^T \left\{ a_1 \text{diag}(|z_{i1}|^{a_1-1}) \hat{z}_{i2} + \right. \\ &k_2 \text{diag}(|\hat{z}_{i2} + k_1 \text{sig}^{a_1}(z_{i1})|^{1-\frac{1}{a_2}}) \cdot \\ &\left[a_{id}(R_i M_i^{-1} \tau_i + \Gamma_i) - \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij} \dot{w}_j - \right. \\ &\left. \left. a_{i0} \dot{w}_d - \dot{\xi} + k_1 a_1 \text{diag}(|z_{i1}|^{a_1-1}) \hat{z}_{i2} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (39)$$

将式(24)和(37)代入(39)可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{i2} &= \\ &S_i^T \{ a_1 \text{diag}(|z_{i1}|^{a_1-1}) \hat{z}_{i2} + \\ &k_2 \text{diag}(|\hat{z}_{i2} + k_1 \text{sig}^{a_1}(z_{i1})|^{1-\frac{1}{a_2}}) \cdot [-\alpha \text{sig}^{r_1}(S_i) - \\ &\beta \text{sig}^{r_2}(S_i) - a_1 \text{diag}(|z_{i1}|^{a_1-1}) A_i] \}. \end{aligned} \quad (40)$$

为证明稳定性,结合式(32)和(35)可得

$$k_2 \text{diag}(|\hat{z}_{i2} + k_1 \text{sig}^{a_1}(z_{i1})|^{1-\frac{1}{a_2}}) A_i = \hat{z}_{i2} + k_1 S_i. \quad (41)$$

将式(41)代入到(40)中可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{i2} &= S_i^T \{ -a_1 \text{diag}(|z_{i1}|^{a_1-1}) \cdot (k_1 S_i) + \\ &k_2 \text{diag}(|\hat{z}_{i2} + k_1 \text{sig}^{a_1}(z_{i1})|^{1-\frac{1}{a_2}}) \cdot \\ &[-\alpha \text{sig}^{r_1}(S_i) - \beta \text{sig}^{r_2}(S_i)] \} = \\ &-k_1 a_1 S_i^T \text{diag}(|z_{i1}|^{a_1-1}) S_i + S_i^T \Pi_i \cdot \\ &[-\alpha \text{sig}^{r_1}(S_i) - \beta \text{sig}^{r_2}(S_i)], \end{aligned} \quad (42)$$

其中 $\Pi_i = k_2 \text{diag}(|\hat{z}_{i2} + k_1 \text{sig}^{a_1}(z_{i1})|^{1-\frac{1}{a_2}})$. 由于 $-k_1 \cdot a_1 S_i^T \text{diag}(|z_{i1}|^{a_1-1}) S_i$ 是负定的,则由式(45)可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{i2} &\leq S_i^T \Pi_i (-\alpha \text{sig}^{r_1}(S_i) - \beta \text{sig}^{r_2}(S_i)) \leq \\ &\sum_{m=1}^3 (-\alpha \Pi_{im} |S_{im}|^{r_1+1} - \beta \Pi_{im} |S_{im}|^{r_2+1}). \end{aligned} \quad (43)$$

结合引理2可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{i2} &\leq -\alpha \frac{1}{3^{(r_1+1)/2}} 2^{(r_1+1)/2} \min(\Pi_i) (V_i)^{(r_1+1)/2} + \\ &\beta \frac{1}{3^{(r_2+1)/2}} 2^{(r_2+1)/2} \min(\Pi_i) (V_i)^{(r_2+1)/2}. \end{aligned} \quad (44)$$

让 $\chi_i = \hat{z}_{i2} + k_1 \text{sig}^{a_1}(z_{i1})$, $\Pi_i = k_2 \text{diag}(|\chi_i|^{1-\frac{1}{a_2}})$, 如果 $\chi_{im} \neq 0$, 则 $\Pi_{im} > 0$. 因此系统状态分为如下两个不同的区域:

$$\Omega_1 = \{(z_{i1m}, \hat{z}_{i2m}) | \Pi_{im} \geq 1\}, \quad (45)$$

$$\Omega_2 = \{(z_{i1m}, \hat{z}_{i2m}) | \Pi_{im} < 1\}. \quad (46)$$

如果 $\Pi_{im} \geq 1$, 则得到 $|\chi_{im}| \geq \left(\frac{1}{k_2}\right)^{a_2/(a_2-1)}$, 然后式(44)可以转换为

$$\dot{V}_{i2} \leq -(A)(V_i)^{(r_1+1)/2} - (B)(V_i)^{(r_2+1)/2}. \quad (47)$$

其中

$$A = \alpha \frac{1}{3^{(r_1+1)/2}} 2^{(r_1+1)/2},$$

$$B = \beta \frac{1}{3^{(r_2+1)/2}} 2^{(r_2+1)/2}.$$

根据引理1,系统状态将达到滑模面 $S_i = 0$ 或在固定时间 T_3 内进入 Ω_2 区域,收敛时间为

$$T_3 \leq \frac{2}{B(1-r_2)} + \frac{2}{A(r_1-1)}. \quad (48)$$

如果 $0 < \Pi_{im} < 1$, 则根据式(44)容易得到 $S_i = 0$ 仍是一个吸引区. 接下来证明 $\chi_i = 0$ 除了零以外不是一个吸引区. 如果 $\chi_i = \hat{z}_{i2} + k_1 \text{sig}^{a_1}(z_{i1}) = 0$, 则可以得到

$$A_i = 0. \quad (49)$$

将式(49)代入(34)可得

$$\begin{aligned} \tau_{ic} &= -\frac{M_i R_i^{-1}}{a_{id}} \left[k_1 a_1 \text{diag}(|z_{i1}|^{a_1-1}) \hat{z}_{i2} + \right. \\ &a_{id} \hat{\Gamma}_i + \alpha \text{sig}^{r_1}(S_i) + \beta \text{sig}^{r_2}(S_i) - \\ &\sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij} \dot{w}_j - a_{i0} \dot{w}_d + A \text{sig}^{r_{01}}(\xi_i) + \\ &\left. B \text{sig}^{r_{02}}(\xi_i) + \bar{\Delta}_i G_i \text{sign}(\xi_i) \right]. \end{aligned} \quad (50)$$

对 χ_i 求导数可以得到

$$\begin{aligned} \dot{\chi}_i &= \dot{\hat{z}}_{i2} + k_1 a_1 \text{diag}(|z_{i1}|^{a_1-1}) \hat{z}_{i2} = \\ &a_{id} R_i M_i^{-1} \tau_i + a_{id} \Gamma_i - \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij} \dot{w}_j - \\ &a_{i0} \dot{w}_d - \dot{\xi} + k_1 a_1 \text{diag}(|z_{i1}|^{a_1-1}) \hat{z}_{i2}. \end{aligned} \quad (51)$$

将式(50)代入(51)可得

$$\dot{\chi}_i = -\alpha \text{sig}^{r_1}(S_i) - \beta \text{sig}^{r_2}(S_i). \quad (52)$$

如果 $S_i > 0$, 则 $\dot{\chi}_i < 0$; 如果 $S_i < 0$, 则 $\dot{\chi}_i > 0$. 由此可知系统状态将在有限时间内单调地从 Ω_2 通过到 Ω_1 . 对于 $\delta > 0$, 则存在一个常数 $\varepsilon(\delta) > 0$ 用来

特指通过区域 Ω_2 的时间间隔. 因此总收敛时间为 $T \leq T_2 + T_3 + \varepsilon(\delta)$. \square

注3 从所提出的固定时间分布式非奇异快速终端滑模控制律(34)中可以看出, 所设计的控制律包含了 \dot{w}_j 项, 这就意味着要实现多水面船固定时间协同控制需要预先获得邻船的加速度, 但在工程实际中, 加速度的测量是比较困难的. 因此, 在文献[26]中微分器的基础上, 设计一个改进的一致鲁棒精确微分器估计邻船的加速度信息, 如下所示:

$$\dot{\bar{\xi}}_{j1} = -k_{d1} \{ \text{sig}^{1/2}(\bar{\xi}_{j1} - w_j) + \mu_d(\bar{\xi}_{j1} - w_j) + \mu_d \text{sig}^{3/2}(\bar{\xi}_{j1} - w_j) + \bar{\xi}_{j2} \}, \quad (53)$$

$$\dot{\bar{\xi}}_{j2} = -k_{d2} \left\{ \frac{1}{2} \text{sign}(\bar{\xi}_{j1} - w_j) + 2\mu_d(\bar{\xi}_{j1} - w_j) + \frac{3}{2} \mu_d^2 \text{sig}^2(\bar{\xi}_{j1} - w_j) \right\}. \quad (54)$$

其中: μ_d 、 k_{d1} 、 k_{d2} 为正常数, $\bar{\xi}_{j1}$ 、 $\bar{\xi}_{j2}$ 分别为 w_j 、 \dot{w}_j 的估计. 该分析与文献[26]中的定理2没有太大区别, 因此为了节省空间, 这里省略. 估计误差 $\bar{\xi}_{j1} - w_j$ 和 $\bar{\xi}_{j2} - \dot{w}_j$ 可以被证明在固定时间内收敛. 在工程实际中, 为避免抖振, 可以用平滑的双曲正切函数代替不连续的符号函数, 即 $\text{sign}(\bar{\xi}_{j1} - w_j) = \tanh\left(\frac{\bar{\xi}_{j1} - w_j}{\varepsilon_d}\right)$, 其中 ε_d 为小正常数.

4 仿真结果及分析

水面船的模型参数与文献[27]相同. 建立时变环境干扰模型为 $\tau_{id} = R_i^T b_i$. 其中: b_i 为一阶马尔可夫过程, 具体形式为 $\dot{b}_i + \Psi_{id} b_i = E_b w_b$, $\Psi_{id} = \text{diag}\{0.001, 0.001, 0.001\}$, $E_b = \text{diag}\{10^{-5}, 10^{-5}, 10^{-5}\}$ 为缩放噪声振幅的对角矩阵, $w_b = [0.5, 0.5, 0.2]^T$ 为关于零均值高斯白噪声标准差的矢量, 初值设定为 $b_i(0) = [0, 0, 0]^T$. 图2为有向通信拓扑.

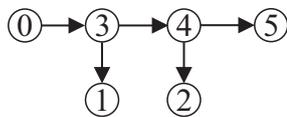


图2 通信拓扑

图2中0表示虚拟领航船, 1、2、3、4、5表示5艘跟随船. 参考轨迹 $\eta_d = [x_d, y_d, \psi_d]^T$. 5艘跟随船的初始位置和姿态(位姿)分别为

$$\eta_1(0) = \left[-1.4, 0.2, \frac{\pi}{8}\right]^T, \eta_2(0) = \left[0.7, 0.7, \frac{\pi}{3}\right]^T,$$

$$\eta_3(0) = \left[0.2, 0.1, \frac{\pi}{5}\right]^T, \eta_4(0) = \left[0.5, -0.2, \frac{\pi}{4}\right]^T,$$

$$\eta_5(0) = \left[-0.7, -0.7, \frac{\pi}{7}\right]^T.$$

5艘跟随船与虚拟领航船之间的期望位姿分别为 $\vartheta_1 = [1.2, 0, 0]^T$, $\vartheta_2 = [0, 1.2, 0]^T$, $\vartheta_3 = [0, 0, 0]^T$, $\vartheta_4 = [-1.2, 0, 0]^T$ 和 $\vartheta_5 = [0, -1.2, 0]^T$. 每艘船的初始速度

为 $\nu_i(0) = [0, 0, 0]^T$.

$$\left\{ \begin{aligned} & \left[\frac{t}{10} \cos\left(\frac{\pi}{4}\right), \frac{t}{10} \sin\left(\frac{\pi}{4}\right), \frac{\pi}{4} \right], 0 \leq t < 250; \\ & \left[5 \cos\left(\frac{3\pi}{4} - \frac{1}{50}(t - 250)\right) + 10 \cos\left(\frac{\pi}{4}\right), \right. \\ & \left. 5 \sin\left(\frac{3\pi}{4} - \frac{1}{50}(t - 250)\right), \frac{1}{50}(t - 250) + \frac{\pi}{4} \right], \\ & 250 \leq t < 250 + 50\pi; \\ & \left[5 \cos\left(\frac{3\pi}{4} + \frac{1}{50}(t - 250 - 50\pi)\right) + 20 \cos\left(\frac{\pi}{4}\right), \right. \\ & \left. 5 \sin\left(\frac{3\pi}{4} + \frac{1}{50}(t - 250 - 50\pi)\right) - 10 \sin\left(\frac{\pi}{4}\right), \right. \\ & \left. \frac{1}{50}(t - 250 - 50\pi) - \frac{3\pi}{4} \right], \\ & 250 + 50\pi \leq t < 250 + 100\pi; \\ & \left[25 \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + \frac{t - 250 - 100\pi}{10} \cos\left(\frac{\pi}{4}\right), \right. \\ & \left. -15 \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) + \frac{t - 250 - 100\pi}{10} \sin\left(\frac{\pi}{4}\right), \frac{\pi}{4} \right], \\ & t \geq 250 + 100\pi. \end{aligned} \right. \quad (55)$$

固定时间扩张状态观测器的参数分别为 $\varepsilon_1 = \mu_1 = 40$, $\varepsilon_2 = \mu_2 = 150$, $\varepsilon_3 = \mu_3 = 100$, $\alpha_1 = 0.8$, $\alpha_2 = 0.6$, $\alpha_3 = 0.4$, $\beta_1 = 1.2$, $\beta_2 = 1.4$ 和 $\beta_3 = 1.6$. 固定时间非奇异快速终端滑模面以及控制器的参数分别为 $a_1 = 1.1$, $a_2 = 2.2$, $k_1 = 1.2$, $k_2 = 1.2$, $\alpha = \beta = 0.02$, $r_1 = 1.8$ 和 $r_2 = 0.5$. 执行器输入限制设定为 $|\tau_{i1}| \leq 2$, $|\tau_{i2}| \leq 2$, $|\tau_{i3}| \leq 1.5$. 动态辅助系统参数分别为 $r_{01} = 5/4$, $r_{02} = 4/5$, $A = \text{diag}\{5, 6, 5\}$ 和 $B = \text{diag}\{2, 2, 5\}$.

4.1 固定时间扩张状态观测器的估计性能

为了展现固定时间扩张状态观测器(FXESO)的估计性能, 本文将它与有限时间扩张状态观测器(FTESO)和扩张状态观测器(ESO)分别进行比较, 并采用本文提出的控制器. 有限时间扩张状态观测器和扩张状态观测器如下所示:

$$\begin{cases} \dot{\hat{\eta}}_i = \hat{w}_i + \mu_1 \text{sig}^{\alpha_1}(\tilde{\eta}_i), \\ \dot{\hat{w}}_i = \hat{\Gamma}_i + \mu_2 \text{sig}^{\alpha_2}(\tilde{\eta}_i) + R_i M_i^{-1} \tau_i, \\ \dot{\hat{\Gamma}}_i = \mu_3 \text{sig}^{\alpha_3}(\tilde{\eta}_i). \end{cases} \quad (56)$$

其中: $\mu_1 = 40$, $\mu_2 = 150$, $\mu_3 = 100$, $\alpha_1 = 0.8$, $\alpha_2 = 0.8$ 和 $\alpha_3 = 0.4$.

$$\begin{cases} \dot{\hat{\eta}}_i = \hat{w}_i + \mu_1 \tilde{\eta}_i, \\ \dot{\hat{w}}_i = \hat{\Gamma}_i + \mu_2 \tilde{\eta}_i + R_i M_i^{-1} \tau_i, \\ \dot{\hat{\Gamma}}_i = \mu_3 \tilde{\eta}_i. \end{cases} \quad (57)$$

其中: $\mu_1 = 40$, $\mu_2 = 150$, $\mu_3 = 100$.

为了更清晰地展示仿真结果, 选择船1比较观测器的估计性能. 图3展示了FXESO对比FTESO和

ESO的估计性能的仿真结果,其中actual表示实际的集总干扰变化曲线,从图3中可以看出,FXESO可以快速识别集总干扰,从局部放大图可以看出,FXESO对集总干扰的识别性能最好,并且估计误差最小。

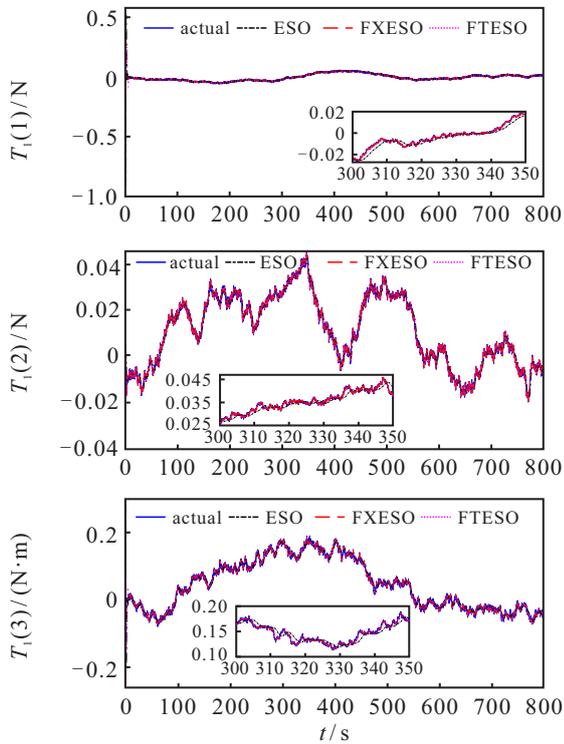


图3 船1的集总干扰及其估计

图4展示了速度估计误差对比仿真结果,从图4中可以看出,FXESO可以快速识别速度,并且估计误差最小,表明FXESO的估计性能优于FTESO和ESO。

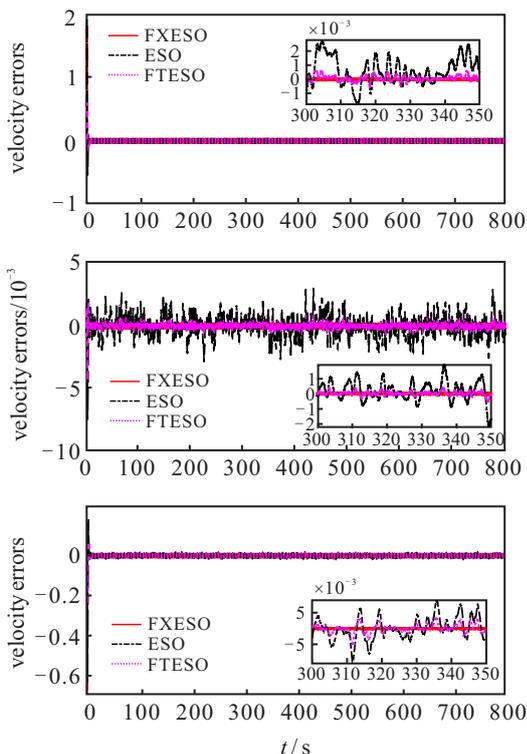


图4 船1的速度估计误差对比

4.2 控制性能对比验证

为了更好地验证所提控制方案的优越性,与文献[22]提出的有限时间非奇异终端滑模控制方案进行对比分析,并且假设集总干扰和速度是已知的。

为了更清晰地对比仿真结果,选择船1进行仿真对比分析. 本文提出的固定时间非奇异快速终端滑模控制方案称为FXNFTSMM方案,文献[22]中提出的有限时间非奇异终端滑模控制方案为FTNTSMM方案. 图5给出了船1的初始滑模面的仿真比较,从图5中可以看出,FXNFTSMM方案的滑模面收敛速度明显快于FTNTSMM方案的滑模面。

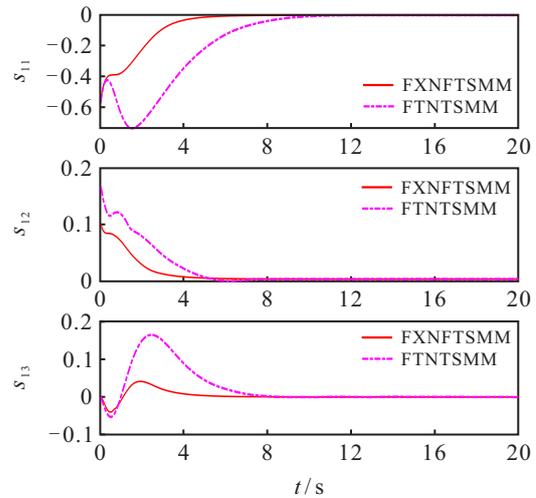


图5 船1的初始滑模面比较

图6给出了船1的初始跟踪误差的仿真比较,从中可以看出,FXNFTSMM方案的收敛速度明显快于FTNTSMM方案。

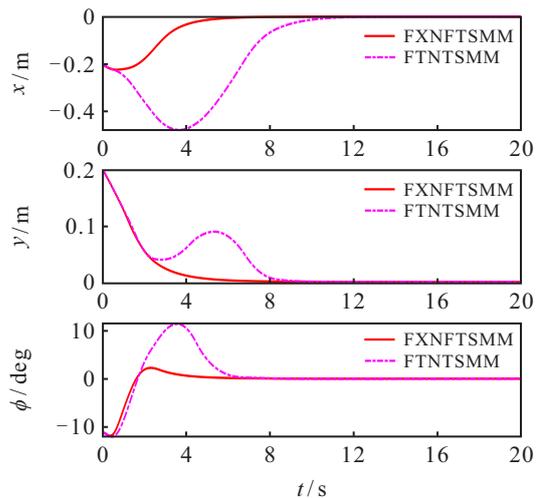


图6 船1的初始跟踪误差比较

图7~图10为本文提出的控制方案的多水面船协同控制的仿真结果. 图7展示了多水面船的编队轨迹;图8为多水面船协同控制的控制输入;图9为多水面船协同控制的协同跟踪误差,在考虑执行器饱和和带

有未知环境干扰的情况下,本文提出的控制方案可以使多水面船能以预设的编队形式快速精确地跟踪参考轨迹;图10为多水面船系统中邻船的加速度估计.

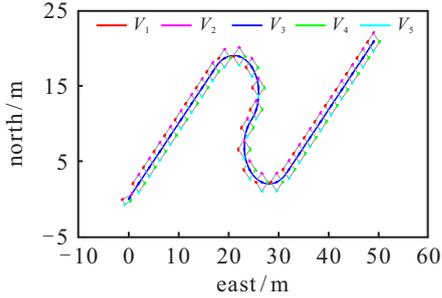


图7 多水面船在协同控制下的轨迹

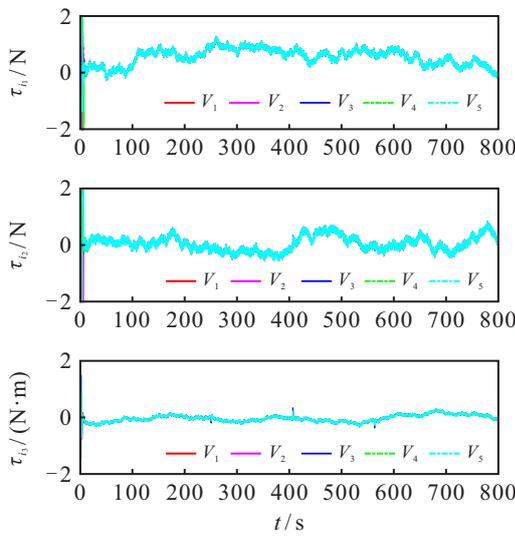


图8 多水面船的控制输入

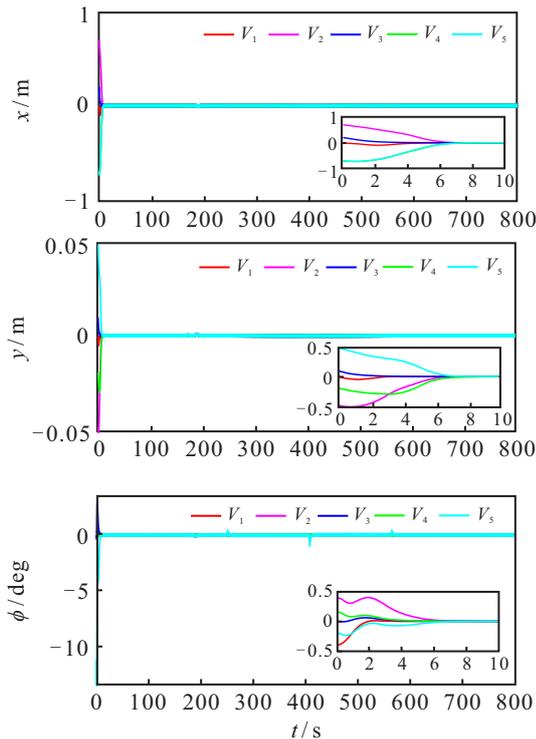


图9 多水面船的协同跟踪误差

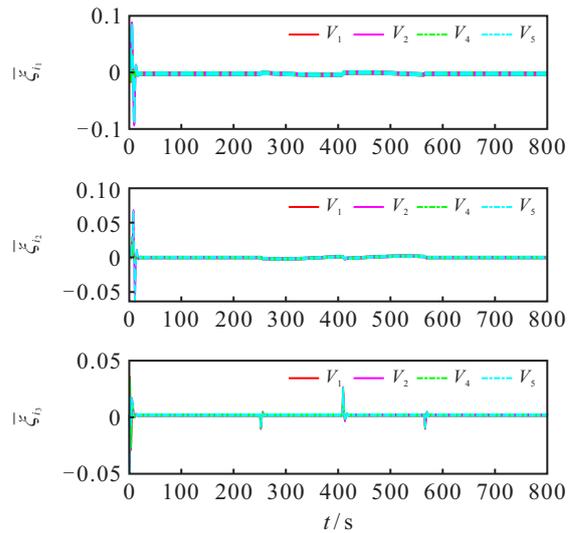


图10 多水面船系统中邻船的加速度估计

5 结论

本文设计了一种基于非奇异快速终端滑模的固定时间分布式协同控制方案. 首先,设计的固定时间扩张状态观测器用于估计不可测速度和集总干扰,使得估计误差在固定时间内收敛;其次,设计了一个新型的固定时间辅助动态系统处理执行器饱和问题;然后,设计了抗饱和的固定时间非奇异快速终端滑模控制器,不仅消除了奇异性,而且确保了系统在固定时间内收敛,收敛时间上界独立于系统的初始状态;再次,设计了一种改进的一致鲁棒精确微分器估计邻船的加速度信息;最后,以全驱船为例进行了仿真,验证了所提方案的有效性. 然而,本文没有将输出受限和执行器故障问题考虑在内,这将是下一阶段研究的重点.

参考文献(References)

[1] 付明玉, 余玲玲, 焦建芳, 等. 控制饱和约束下的自主水面船编队[J]. 控制理论与应用, 2017, 34(5): 663-670.
(Fu M Y, Yu L L, Jiao J F, et al. Formation control of autonomous surface vessels with saturation constraint[J]. Control Theory & Applications, 2017, 34(5): 663-670.)

[2] 朱英富, 熊治国, 袁奕, 等. 现代水面舰船技术发展思考[J]. 中国舰船研究, 2022, 17(5): 1-8.
(Zhu Y F, Xiong Z G, Yuan Y, et al. Thoughts on development of modern ship technology[J]. Chinese Journal of Ship Research, 2022, 17(5): 1-8.)

[3] 夏国清, 任哲达, 孙显信, 等. 带有执行器故障的多水面船固定时间分布式滑模协同控制[J]. 控制与决策, 2023, 38(5): 1239-1248.
(Xia G Q, Ren Z D, Sun X X, et al. Fixed-time distributed sliding mode cooperative control of multi-surface ship with actuator failure[J]. Control and Decision, 2023, 38(5): 1239-1248.)

- [4] Tian B L, Zuo Z Y, Yan X M, et al. A fixed-time output feedback control scheme for double integrator systems[J]. *Automatica*, 2017, 80: 17-24.
- [5] Li H J, Cai Y L. On SFTSM control with fixed-time convergence[J]. *IET Control Theory & Applications*, 2017, 11(6): 766-773.
- [6] Huang Y, Jia Y M. Fixed-time consensus tracking control for second-order multi-agent systems with bounded input uncertainties via NFFTSM[J]. *IET Control Theory & Applications*, 2017, 11(16): 2900-2909.
- [7] Wu Y Q, Yu X H, Man Z H. Terminal sliding mode control design for uncertain dynamic systems[J]. *Systems & Control Letters*, 1998, 34(5): 281-287.
- [8] Feng Y, Yu X H, Man Z H. Non-singular terminal sliding mode control of rigid manipulators[J]. *Automatica*, 2002, 38(12): 2159-2167.
- [9] Van M, Mavrouniotis M, Ge S S. An adaptive backstepping nonsingular fast terminal sliding mode control for robust fault tolerant control of robot manipulators[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2019, 49(7): 1448-1458.
- [10] Polyakov A. Nonlinear feedback design for fixed-time stabilization of linear control systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, 57(8): 2106-2110.
- [11] Huang Y, Jia Y M. Adaptive fixed-time six-DOF tracking control for noncooperative spacecraft fly-around mission[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2019, 27(4): 1796-1804.
- [12] Zhang J Q, Yu S H, Wu D F, et al. Nonsingular fixed-time terminal sliding mode trajectory tracking control for marine surface vessels with anti-disturbances[J]. *Ocean Engineering*, 2020, 217: 108158.
- [13] Zhang J Q, Yu S H, Yan Y, et al. Fixed-time output feedback sliding mode tracking control of marine surface vessels under actuator faults with disturbance cancellation[J]. *Applied Ocean Research*, 2020, 104: 102378.
- [14] Gao Z Y, Guo G. Fixed-time sliding mode formation control of AUVs based on a disturbance observer[J]. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2020, 7(2): 539-545.
- [15] Cheng W L, Jiang B, Zhang K, et al. Robust finite-time cooperative formation control of UGV-UAV with model uncertainties and actuator faults[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2021, 358(17): 8811-8837.
- [16] 李芸, 白响恩, 肖英杰. 基于新型扩张干扰观测器的船舶航向滑模控制[J]. *上海交通大学学报*, 2014, 48(12): 1708-1713.
(Li Y, Bai X E, Xiao Y J. Ship course sliding mode control system based on a novel extended state disturbance observer[J]. *Journal of Shanghai Jiao Tong University*, 2014, 48(12): 1708-1713.)
- [17] 杨明, 董晨, 王松艳, 等. 基于有限时间输出反馈的线性扩张状态观测器[J]. *自动化学报*, 2015, 41(1): 59-66.
(Yang M, Dong C, Wang S Y, et al. Linear extended state observer based on finite-time output feedback[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2015, 41(1): 59-66.)
- [18] Wang T Q, Liu Y T, Zhang X F. Extended state observer-based fixed-time trajectory tracking control of autonomous surface vessels with uncertainties and output constraints[J]. *ISA Transactions*, 2022, 128: 174-183.
- [19] Wang H B, Su B. Event-triggered formation control of AUVs with fixed-time RBF disturbance observer[J]. *Applied Ocean Research*, 2021, 112: 102638.
- [20] Su B, Wang H B, Li N. Event-triggered integral sliding mode fixed time control for trajectory tracking of autonomous underwater vehicle[J]. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 2021, 43(15): 3483-3496.
- [21] Cao S J, Sun L, Jiang J J, et al. Reinforcement learning-based fixed-time trajectory tracking control for uncertain robotic manipulators with input saturation[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2021(99): 1-12.
- [22] Liang K, Lin X G, Chen Y, et al. Adaptive sliding mode output feedback control for dynamic positioning ships with input saturation[J]. *Ocean Engineering*, 2020, 206: 107245.
- [23] Basin M, Yu P, Shtessel Y. Finite-and fixed-time differentiators utilising HOSM techniques[J]. *IET Control Theory & Applications*, 2017, 11(8): 1144-1152.
- [24] Zhang L, Wei C Z, Wu R, et al. Fixed-time extended state observer based non-singular fast terminal sliding mode control for a VTVL reusable launch vehicle[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2018, 82/83: 70-79.
- [25] Wang N, Lv S L, Er M J, et al. Fast and accurate trajectory tracking control of an autonomous surface vehicle with unmodeled dynamics and disturbances[J]. *IEEE Transactions on Intelligent Vehicles*, 2016, 1(3): 230-243.
- [26] Cruz-Zavala E, Moreno J A, Fridman L M. Uniform robust exact differentiator[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2011, 56(11): 2727-2733.
- [27] Skjetne R, Fossen T I, Kokotović P V. Adaptive maneuvering, with experiments, for a model ship in a marine control laboratory[J]. *Automatica*, 2005, 41(2): 289-298.

作者简介

王元慧(1981—), 女, 教授, 博士生导师, 从事现代船舶控制和智能海洋装备等研究, E-mail: wangyuanhui@hrbeu.edu.cn;

任哲达(1992—), 男, 博士生, 从事船舶运动控制和多船协同控制等研究, E-mail: renzheda@hrbeu.edu.cn;

邵兴超(1984—), 男, 讲师, 博士, 从事非线性系统控制、船舶运动控制等研究, E-mail: shaoxingchao@163.com;

王心玮(1995—), 男, 博士生, 从事智能控制、船舶路径跟踪控制的研究, E-mail: s316040164@hrbeu.edu.cn.