基于Riemann-Liouville分数阶模型的Buck变换器改进分数阶互补滑模控制

蔡中泽, 孙谷昊, 曾庆双

引用本文:
蔡中泽,孙谷昊,曾庆双. 基于Riemann-Liouville分数阶模型的Buck变换器改进分数阶互补滑模控制[J]. 控制与决策, 2024, 39(8): 2647-2655.

在线阅读 View online: https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2022.2233

基于Riemann-Liouville分数阶模型的Buck变换器改进分数阶互补滑模控制

蔡中泽, 孙谷昊, 曾庆双†

(哈尔滨工业大学 航天学院，哈尔滨 150001)

摘 要: 主要研究分数阶Buck变换器的互补滑模控制(CSMC)方法. 首先,基于电子元件实际非整数阶的特性与Riemann-Liouville (R-L)定义相比,Caputo定义更能准确描述Buck变换器模型的结论,建立基于R-L定义的分数阶Buck变换器数学模型. 然后,将参数不确定性和外部扰动统一为匹配干扰和不匹配干扰,建立两个分数阶干扰观测器(FDOB)分别实现对干扰及其分数阶导数的跟踪. 进而,设计新型分数阶互补滑模面,利用CSMC的高精度和分数阶微积分的记忆特性提升滑模运动的鲁棒性和稳态精度;设计新型趋近律,提升趋近速度的同时保证滑模面邻域内的鲁棒性. 最后,基于Mittag-Leffler稳定性理论证明滑模控制器的稳定性. 仿真结果验证了所提出FDOB的优越性,控制器相比传统滑模方法能够得到更好的动态性能和更低的稳态误差.

关键词: 分数阶微积分；Riemann-Liouville；Buck变换器；不匹配干扰；干扰观测器；分数阶互补滑模控制；Mittag-Leffler稳定性

中图分类号: TP273 **文献标志码:** A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2022.2233

引用格式: 蔡中泽, 孙谷昊, 曾庆双. 基于Riemann-Liouville分数阶模型的Buck变换器改进分数阶互补滑模控制[J]. 控制与决策, 2024, 39(8): 2647-2655.

Improved fractional-order complementary sliding mode control for fractional-order Buck converter based on Riemann-Liouville derivative

CAI Zhong-ze, SUN Gu-hao, ZENG Qing-shuang†

(School of Astronautics，Harbin Institute of Technology，Harbin 150001，China)

Abstract: This paper focuses on the complementary sliding mode control (CSMC) of fractional-order Buck converters. Firstly, to establish a more accurate model for describing the characteristics of the Buck converter, a mathematical model based on the Riemann-Liouville definition is proposed, which is more precise in describing the characteristics of the Buck converter compared to the Caputo definition, considering the non-integer order characteristics of electronic components. Then, to deal with parameter uncertainties and external disturbances, which are lumped as matched and mismatched disturbances, two fractional-order disturbance observer (FDOB) are designed to track them and their fractional-order derivatives. Subsequently, a novel fractional-order CSMC surface is developed to improve the robustness and steady-state error of the sliding mode phase by taking advantage of the high accuracy of CSMC and the memory property of fractional calculus. A new reaching law is also introduced to increase the convergence rate while maintaining the robustness of the sliding mode. Finally, the stability of the sliding mode controller is demonstrated based on the Mittag-Leffler stability. The simulation results demonstrate the superiority of the FDOB. Compared with the traditional sliding mode strategy, the proposed controller achieves better dynamic performance and lower steady-state error.

Keywords: fractional calculus；Riemann-Liouville；Buck converter；mismatched disturbance；disturbance observer；fractional-order complementary sliding mode control；Mittag-Leffler stability

0 引 言

“双碳”背景下,科学技术的高速发展使得对可再生能源的供应需求日益提高,而常见的可再生能源(如风能等)是波动的,这便对电力转换器提出了更高的控制要求. 电力转换器是提高可再生能源的利用效率的关键设备,Buck变换器作为重要的电力

收稿日期: 2022-12-31；**录用日期:** 2023-06-16.
基金项目: 国家自然科学基金项目(61673130).
责任编委: 张维海.
†通讯作者. E-mail: zqshuang@hit.edu.cn.

转换设备,能够通过降压控制获得稳定的输出电压,被广泛应用于光伏系统[1]和直流电机驱动[2]等工业场景. 由于其高频切换属性,Buck变换器也是一种复杂时变的非线性系统,而且在实际应用中,电路中存在多重干扰,如负载变化和电压突变等,部分特殊场景也对Buck变换器控制系统的动态响应和稳态误差提出了更高的要求. 因此,如何在复杂环境下,保证Buck变换器控制系统的稳定性和鲁棒性,提升系统性能指标,成为学者们的研究焦点.

学者们针对Buck变换器提出了多种非线性控制策略,如自适应控制[3-4]、分数阶PID控制[5]、模糊控制[6]、滑模控制[7-8]等. 在这些非线性控制策略中,滑模控制(sliding mode control, SMC)因其具有强鲁棒性和结构简单的特点,受到了广泛的关注. 文献[9]利用干扰观测器结合SMC处理匹配干扰,提升了系统的鲁棒性和动态性能. 针对不匹配干扰的抑制问题,文献[10]提出了非线性干扰观测器去补偿不匹配干扰. 文献[11]提出将互补滑模控制(complementary sliding mode control, CSMC)和自适应律相结合的算法,有效削弱了抖振,提高了系统的鲁棒性. 文献[12]对Buck变换器的误差进行分析,给出了滑模控制系统的参数选择与整定方法.

然而,上述文章均针对整数阶的Buck变换器模型,近年来相关研究表明,很多电子元件(如电容和电感)具有非整数阶特性,不精确的建模会给控制系统带来更高的误差. 对现代控制理论而言,被控对象建模的精准度是影响系统稳定性的重要因素,会直接影响控制器的性能. 基于以上分析,学者们开始使用分数阶微积分理论来研究Buck变换器的建模. 常见的分数阶微积分定义有R-L, Grünwald-Letnikov和Caputo等[13-14]. 目前多数文章基于Caputo定义研究Buck变换器的分数阶模型,但在Caputo定义下,为了模拟计算,研究中通常会将积分的下限设为零,这种近似的做法可能使计算出现错误. 因此,一些学者开始研究在R-L分数阶定义下Buck变换器的数学模型. 文献[15-16]基于R-L定义,对Buck变换器在连续和不连续导通模式状态下进行了分析和建模,提出了等效参数的建模方法. 文献[17]说明随着电感阶数的降低,Buck变换器的整体闭环响应更加稳定. 文献[18]建立了Buck变换器的R-L分数阶模型,得到其比Caputo定义更加精确的结论,说明了R-L分数阶定义能够提升系统建模精度. 文献[19]针对R-L定义和Caputo定义在时域的应用讨论,从理论和实验给出基于R-L定义的Buck变换器系统模型与实际系统具有更好的一致性和相对误差更小的结论,且R-L定义所要求的初始条件定义在电路中具有相应的物理意义.

总体来看,针对分数阶Buck变换器控制的研究文献仍然较少. 文献[5-6]使用分数阶控制器,但对象仍是整数阶的; 文献[3]针对匹配干扰设计了分数阶自适应滑模控制器,提升了系统的鲁棒性; 文献[20]提出基于干扰观测器的分数阶滑模控制算法,能够补偿不匹配干扰; 文献[21]针对不匹配干扰设计了分数阶干扰观测器(fractional-order disturbance observer, FDOB),实现了对不匹配干扰的抑制. 然而,以上研究均是基于Caputo定义,基于R-L定义的Buck变换器模型研究和针对Buck变换器中不匹配干扰的抑制研究能够为电路系统控制理论和实践提供崭新的思路和额外的自由度.

根据以上分析,本文针对分数阶Buck变换器提出了基于FDOB的分数阶CSMC方法. 在文献[15-19]的研究基础上,建立了基于R-L定义的分数阶Buck变换器数学模型,可有效提升建模精准度. 针对Buck变换器中存在的匹配和不匹配干扰,提出了一种基于FDOB的改进型CSMC控制器. FDOB能够在有限时间内估计干扰信号及其分数阶导数,并设计了分数阶互补滑模变量,分数阶微积分的记忆特性能够提升滑模运动的鲁棒性,互补滑模变量设计能够提升稳态误差精度. 最后,设计新型趋近律,提高了系统的趋近速度和鲁棒性.

1 分数阶微积分理论及相关引理

本节给出分数阶微积分的基本概念和相关引理.

定义1[13] 连续可微函数 $f(t)$ 的 α 阶Caputo微分定义如下:

$$ {}_{t_0}^{\mathrm{C}}D_t^{\alpha} f(t)=\frac{1}{\Gamma(1-\alpha)}\int_{t_0}^{t}\frac{f'(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha}}\mathrm{d}\tau. \tag{1} $$

其中: D 代表分数阶微积分算子, $\alpha\in(0,1), t\geqslant t_0$. $\Gamma(\cdot)$ 是Gamma函数,定义为

$$ \Gamma(\lambda)=\int_0^{\infty}\tau^{\alpha-1}\mathrm{e}^{-\tau}\mathrm{d}\tau, $$

其中 $\lambda>0$.

定义2[13] 连续可微函数 $f(t)$ 的 α 阶R-L微分定义如下:

$$ {}_{t_0}^{\mathrm{RL}}D_t^{\alpha} f(t)=\frac{1}{\Gamma(1-\alpha)}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{t_0}^{t}\frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha}}\mathrm{d}\tau. \tag{2} $$

其中: $\alpha\in(0,1), t\geqslant t_0$.

定义3[13] 连续可微函数 $f(t)$ 的 α 阶R-L积分定义如下:

$$ {}_{t_0}^{\mathrm{RL}}D_t^{-\alpha} f(t)=\frac{1}{\Gamma(\alpha)}\int_{t_0}^{t}\frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{1-\alpha}}\mathrm{d}\tau. \tag{3} $$

其中: $\alpha\in(0,1), t\geqslant t_0$.

注1　显然,分数阶微积分是整数阶微积分的一种拓展,整数阶微积分只是分数阶微积分的特殊形式. 因此,针对R-L分数阶模型Buck变换器设计控制器是很有必要的,能够拓宽控制器的应用范围.

注2　R-L和Caputo定义的主要差别在于求导和积分的顺序不同,前者是对$f(t)$先积分再求导,后者则是先对$f(t)$求导再积分. 注意到$f(t)$是常数时,两种定义下的分数阶微分结果不同,$f(t)$的Caputo微分是0,而其R-L定义下的微分是${}_{t_0}^{\mathrm{RL}}D_t^{\beta}C=\dfrac{C(t-t_0)^{-\beta}}{\varGamma(1-\beta)}$. 由此可知,非零条件下的Caputo微分并不准确. 根据文献[19],R-L定义下的初始条件在电路系统中有相应的物理意义,而Caputo定义将其设为0,这也是其误差的来源. 文献[15-19]表明,R-L定义的分数阶模型更能够准确描述Buck变换器对象.

引理1[22]　考虑如下分数阶单输入单输出系统:

$$\begin{cases}D^{\alpha}x_i(t)=x_{i+1}(t),\ i=1,2,\ldots,n-1;\\ D^{\alpha}x_n=f(x_1,x_2,\ldots,x_n)+g(x_1,x_2,\ldots,x_n)\varDelta(t);\\ D^{\alpha}\varDelta(t)=w(t),\ y(t)=x_1(t).\end{cases}$$

其中:$x_i(i=1,2,\ldots,n)$是系统状态;y是系统可测输出;$f(\cdot)$和$g(\cdot)$是Lipschitz有界的已知函数;$D^{\alpha}\varDelta(t)$有界,$\varDelta(t)$是未知输入. 考虑如下分数阶观测器:

$$\begin{cases}D^{\alpha}z_0=v_0=z_1-k_0L^{\frac{1}{n+1}}\lfloor z_0-y\rceil^{\frac{n}{n+1}},\\ D^{\alpha}z_i=v_i=z_i-k_iL^{\frac{1}{n+1-i}}\lfloor z_i-v_{i-1}\rceil^{\frac{n-i}{n-i+1}},\\ D^{\alpha}z_n=-k_nL\mathrm{sign}(z_n-v_{n-1}).\end{cases}$$

定义$\lfloor x\rceil^{\mu}=|x|^{\mu}\mathrm{sign}(x)$. 存在参数$k_i>0,\ i=1,2,\ldots,n$,使得观测器能够实现对被观测量的有限时间跟踪,即令$z_i\to x_i(i=1,2,\ldots,n-1)$和$z_n\to\varDelta$.

引理2[23]　考虑如下分数阶系统:

$$\begin{cases}D^{\alpha}x(t)=Ax(t),\\ x(0)=x_0.\end{cases}\tag{4}$$

其中:$x(t)\in R^n$;$A=[a_{ij}]\in R^{n\times n}$;$0<\alpha<1$;$\arg(\cdot)$表示辐角,当且仅当

$$|\arg(\lambda_i(A))|>r\frac{\alpha\pi}{2},\ i=1,2,\ldots,n$$

时,系统(4)是渐近稳定的,并且状态变量向平衡点的收敛速度是$t^{-\alpha}$.

引理3[24]　令$V(x)\in R$是一连续可微方程,对于任意$t\geqslant t_0$,以下不等式成立:

$$\frac{1}{2}{}_{t_0}D_t^{\alpha}V^2(x)\leqslant V(x){}_{t_0}D_t^{\alpha}V(x),\ \forall\alpha\in(0,1).$$

引理4[21,24]　考虑分数阶系统$D^{\alpha}x(t)=f(x(t))$,其中$\alpha\in(0,1)$,$x=0$是系统平衡点,$x(t)\in R$. 若满足条件$x(t)f(x(t))\leqslant 0$,则平衡点$x=0$是稳定的. 进一步地,如果满足条件$x(t)f(x(t))<0,\ \forall x\neq 0$,则系统平衡点$x=0$是渐近稳定的.

2　R-L分数阶Buck变换器数学模型

Buck变换器中通常包括以下元件,电源输入环节(V_{in}),电容(C),电感(L),二极管(D),切换控制开关(S_{ω})和负载电阻(R),电路系统框图如图1所示.

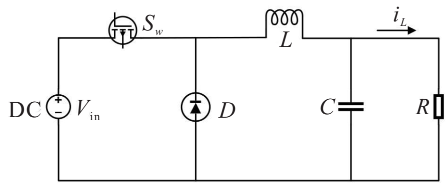


图1　Buck变换器框图

理想情况下,Buck变换器数学模型可以写为

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}=\dfrac{1}{L}(\mu V_{\mathrm{in}}-v_0),\\ \dfrac{\mathrm{d}v_0}{\mathrm{d}t}=\dfrac{1}{C}\Big(i_L-\dfrac{v_0}{R}\Big).\end{cases}\tag{5}$$

其中:μ代表切换开关S_w的状态,状态为ON时取值为1,状态为OFF时取值为0. 控制器U决定μ的取值.

考虑到电容和电阻在实际工程中不是整数阶,可将式(5)改为

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}^{\alpha}v_0}{\mathrm{d}t^{\alpha}}=\dfrac{1}{C}\Big(i_L-\dfrac{v_0}{R}\Big),\\ \dfrac{\mathrm{d}^{\alpha}i_L}{\mathrm{d}t^{\alpha}}=\dfrac{1}{L}(\mu V_{\mathrm{in}}-v_0).\end{cases}\tag{6}$$

其中:$\alpha\in(0,1)$为Buck变换器系统中电容和电感的分数阶次,一般情况下,其值依赖于实际系统中电容元件损耗和电感元件的邻近效应.

实际系统中存在不确定性,包含模型参数摄动和外部扰动等,导致控制对象的实际模型与理想模型存在偏差. 本文考虑实际工况,引入参数摄动和扰动,建立如下模型:

$$\begin{cases}D^{\alpha}v_0=\dfrac{1}{C_0+\Delta C}\Big(i_L-\dfrac{v_0}{R_0+\Delta R}\Big)+d_1,\\ D^{\alpha}i_L=\dfrac{1}{L_0+\Delta L}(\mu(V_{\mathrm{in}0}+\Delta V_{\mathrm{in}})-v_0)+d_2.\end{cases}\tag{7}$$

其中:$L_0,C_0,R_0,V_{\mathrm{in}0}$是Buck变换器内部元件的标称参数值,$\Delta L,\Delta C,\Delta R,\Delta V_{\mathrm{in}}$是元件的参数摄动,$d_1$和$d_2$分别是作用在电压通道、电流通道上的扰动.

假设1　干扰d_1和d_2有界. 合并全部干扰项,得

$$\begin{cases}D^{\alpha}v_0=\dfrac{1}{C_0}\Big(i_L-\dfrac{v_0}{R_0}\Big)+d_1^*,\\ D^{\alpha}i_L=\dfrac{1}{L_0}(\mu V_{\mathrm{in}0}-v_0)+d_2^*.\end{cases}\tag{8}$$

其中

$$d_1^*=\frac{v_0\Delta R}{R_0(R_0+\Delta R)(C_0+\Delta C)}+\\ \frac{v_0\Delta C-i_L\Delta CR_0}{C_0R_0(C_0+\Delta C)}+d_1,$$

$$d_2^*=\frac{\mu\Delta V_{\rm in}L_0-\mu\Delta LV_{\rm in0}+\Delta Lv_0}{(L_0+\Delta L)L_0}+d_2.$$

注3 系统(8)中存在不匹配干扰,传统滑模控制器不能够有效地处理不匹配干扰.

本文的目标是设计互补滑模控制器,使Buck变换器的输出电压v_0能够在多重干扰的作用下,跟踪理想参考输出电压信号,即令$v_0\to v_{\rm ref}$. 将式(8)转换为如下标准二阶积分型控制对象:

$$\begin{cases}D^\alpha x_1=x_2+w_1,\\ D^\alpha x_2=f(x_1,x_2)+gu+w_2.\end{cases}\tag{9}$$

其中

$$x_1=v_0, x_2=\frac{1}{C_0}\Big(i_L-\frac{V_0}{R_0}\Big),\ g=\frac{V_{\rm in0}}{C_0L_0},$$

$$f(x_1,x_2)=-\frac{1}{C_0L_0}x_1-\frac{1}{L_0R_0}x_2,$$

$$w_1=d_1^*,\ w_2=\frac{1}{C_0}d_2^*-\frac{1}{C_0R_0}d_1^*.$$

注4 显然有控制增益$g>0$,在假设1的前提下,必然存在正常数K_1,K_2使得如下不等式成立:

$$K_1=\sup_{t>0}|w_1(t)|,\ K_2=\sup_{t>0}|w_2(t)|.$$

假设2 干扰函数w_1,w_1可微且其α阶微分有界,即存在正常数ξ_1和ξ_2使得如下不等式成立:

$$\xi_1=\sup_{t>0}|D^\alpha w_1(t)|,\ \xi_2=\sup_{t>0}|D^\alpha w_2(t)|.$$

3 FDOB设计

考虑到系统状态方程(9)存在两种未知干扰的情况,本节设计两个FDOB分别对w_1和w_2进行观测. 根据文献[22]所述,针对不匹配干扰设计的FDOB阶数为2,这样能够得到w_1和$D^\alpha w_1$的观测值;针对匹配干扰设计的FDOB的阶数为1. 针对不匹配干扰的FDOB设计如下:

$$\begin{cases}D^\alpha z_{01}=v_{01}+x_2,\\ v_{01}=-\lambda_{01}L_1^{1/3}\lfloor z_{01}-x_1\rceil^{2/3}+z_{11};\\ D^\alpha z_{11}=v_{11},\\ v_{11}=-\lambda_{11}L_1^{1/2}\lfloor z_{11}-v_{01}\rceil^{1/2}+z_{21};\\ D^\alpha z_{21}=v_{21},\\ v_{21}=-\lambda_{21}L_1{\rm sign}(z_{21}-v_{11}).\end{cases}\tag{10}$$

针对匹配干扰的FDOB设计如下:

$$\begin{cases}D^\alpha z_{02}=v_{02}+f+gu,\\ v_{02}=-\lambda_{02}L_2^{1/2}\lfloor z_{02}-x_2\rceil^{1/2}+z_{12};\\ D^\alpha z_{12}=v_{12},\\ v_{12}=-\lambda_{12}L_2{\rm sign}(z_{12}-v_{02}).\end{cases}\tag{11}$$

其中: $z_{01},z_{11},z_{21},z_{02},z_{12}$代表观测器的状态变量,分别是$x_1,w_1,D^\alpha w_1,x_2,w_2$的观测值; $\lambda_{ij}(i=0,1,2;j=1,2)$及$L_1$和$L_2$是观测器参数,满足$L_i>\xi_i$, $i=1,2$. 定义干扰观测器观测误差为

$$e_{01}=z_{01}-x_1,\ e_{11}=z_{11}-w_1,\ e_{21}=z_{21}-D^\alpha w_1,$$
$$e_{02}=z_{02}-x_2,\ e_{12}=z_{12}-w_2.$$

函数f和g均是Lipschitz有界函数,且由假设1和假设2可知,干扰w_1和w_2也是Lipschitz有界的信号. 因此,根据引理1可知,存在正常数$\lambda_{ij}(i=0,1,2;j=1,2)$使得观测器误差能够有限时间内趋近于0. 以2阶FDOB (10)为例,由文献[22]可知,参数满足

$$\lambda_{01}>\frac{|\sigma_1|_{\max}}{(|\sigma_0|_{\max})^{\frac{2}{3}}},\ \lambda_{11}>\frac{|\sigma_2|_{\max}}{(|\sigma_1|_{\max})^{\frac{2}{3}}},\ \lambda_{21}>1.$$

其中: $\sigma_i=\dfrac{z_{i1}-x_1^{(\alpha(i-1))}}{L_1}$, $i=0,1,2$. FDOB (10)能够实现对不匹配干扰及其α阶导数的有限时间跟踪. FDOB (11)具有相同结构,参数选择方法基本相同,在这里不再赘述. 因此,本节提出的FDOB能够在有限时间内跟踪匹配干扰和不匹配干扰,即令$e_{ij}\to 0$.

4 分数阶CSMC设计

分数阶CSMC的设计过程与整数阶相同,分为两个步骤:设计滑模面和设计控制律. 定义Buck变换器的电压跟踪误差为

$$e=x_1-v_{\rm ref}.\tag{12}$$

控制器的目标为$e\to 0$. 针对Buck变换器系统的高精度控制要求,本节设计了分数阶互补滑模面,相比传统滑模面能够显著减小状态变量的误差[25],提出的分数阶互补滑模能够发挥分数阶微积分的特点,实现对误差信号历史信息的记忆,提升滑模运动的鲁棒性;同时,也保证了系统状态点在滑模面上能够渐近收敛至平衡点.

n维整数阶广义滑模面和互补滑模面设计为

$$S_g=(p+\beta)^n\int_0^t e(\tau){\rm d}\tau,$$

$$S_c=(p+\beta)^{n-1}(p-\beta)\int_0^t e(\tau){\rm d}\tau.$$

其中: $p={\rm d}/{\rm d}t$是微分算子; β是滑模面参数,满足$\beta>0$; n是互补滑模面的阶数. 注意到,空间中S_g和S_c是相互正交的.

针对二阶控制对象(9),分别设计分数阶广义滑模面

$$S_g=D^\alpha e+2\beta e+\beta^2D^{-\alpha}e\tag{13}$$

和分数阶互补滑模面

$$S_c = D^{\alpha}e - \beta^2 D^{-\alpha}e, \tag{14}$$

由式(13)和(14)可知

$$D^{\alpha}S_c + \beta S = D^{\alpha}S_g. \tag{15}$$

其中: S是实际滑模面,即两滑模面之和$S = S_c + S_g = 2(D^{\alpha}e + \beta e)$. 系统状态到达滑模面$S = 0$后, 系统状态方程变为$D^{\alpha}e = -\beta e$,由引理2可知,当选择$\beta > 0$时,系统状态能够在滑模面上渐近收敛至$e = 0$. 基于等效控制方法,设计如下控制:

$$u(t) = u_{\rm eq} + u_{rl}. \tag{16}$$

其中

$$u_{\rm eq} = -\frac{1}{g}[f(x_1, x_2, t) + z_{12} + z_{21} - D^{2\alpha}v_{\rm ref} + \beta(2D^{\alpha}e(t) + \beta e(t) + S_g(t))],$$
$$u_{rl} = -\frac{1}{g}[\zeta|S|^{\psi}{\rm sign}(S) + k^*{\rm sign}(S)]; \tag{17}$$

ζ和k^*是正常数, sign$(\cdot)$为符号函数. ψ为边界层参数,表示为

$$\psi = \begin{cases} v, \ |S| < \phi; \\ 0, \ |S| \geqslant \phi. \end{cases}$$

ϕ为一小正常数.

Buck变换器的控制系统总体框图如图2所示.

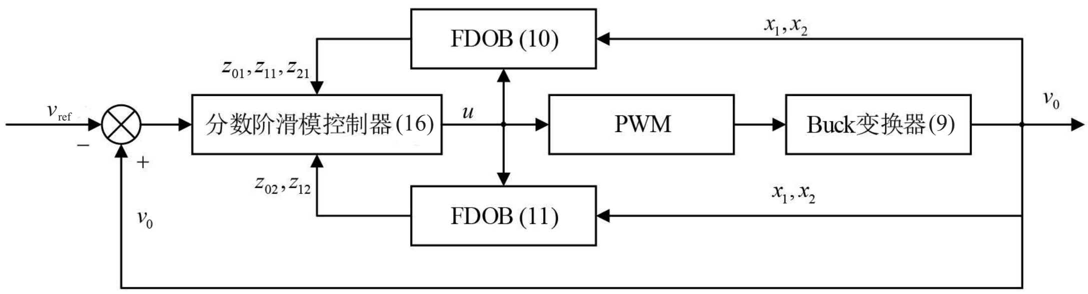


图 2　Buck变换器闭环控制系统框图

注 5　由文献[25]可知,二阶互补滑模变量相比传统线性滑模变量能够显著减小稳态误差. 理想情况下,系统(9)在控制器(16)作用下,系统状态点在滑模面小邻域ϕ内运动时,误差范围可以表示为$|e^{(i)}| \leqslant \frac{1}{2}(2\beta^{(i)})\frac{\phi}{\beta}$, $i = 0, 1$.

注 6　由于滑模控制器中存在高频切换项sign$(\cdot)$,不可避免地会产生抖振现象. 文献[11,25-26]设计了基于连续函数sat$(\cdot)$的CSMC,虽然能够有效抑制抖振,但也会失去系统状态在滑模边界层内运动时的鲁棒性,使系统响应速度变慢; 而且文献[26]将滑模变量边界值选取为0.001,参数选取过于激进,在实际工程中很难实现. 本文针对Buck变换器控制系统设计问题,提出了分数阶控制器,能够提升滑模运动的鲁棒性,进而改进幂次趋近律配合切换控制项sign$(\cdot)$,有效提升系统鲁棒性和趋近速度. 当状态点远离滑模面时,幂次项能有效提升趋近速度. 当状态点逼近滑模面附近时,边界层幂次项能够显著减小趋近速度,达到减小抖振的目的.

5　稳定性证明

定理 1　针对Buck变换器(9),本文设计的基于FDOB (10)和FDOB (11)的分数阶互补滑模控制器(16)能够实现对系统参考输出电压$v_{\rm ref}$的跟踪.

证明　定义如下Lyapunov函数:

$$V = \frac{1}{2}S_g^2 + \frac{1}{2}S_c^2. \tag{18}$$

根据引理3,对式(18)求α阶导数可得

$$\begin{aligned} & D^{\alpha}V \leqslant \\ & S_g D^{\alpha}S_g + S_c D^{\alpha}S_c = \\ & S_g D^{\alpha}S_g + (S - S_g)(D^{\alpha}S_g - \beta S) = \\ & (S_g + S_c)(D^{\alpha}S_g - \beta S_c) = \\ & S(D^{2\alpha}e + 2\beta D^{\alpha}e + \beta^2 e - \beta S + \beta S_g). \end{aligned} \tag{19}$$

将式(9), (16)代入(19)可得

$$\begin{aligned} & D^{\alpha}V \leqslant \\ & S(-\beta S + f(x) + gu + w_2 + D^{\alpha}w_1 - \\ & D^{2\alpha}v_{\rm ref} + \beta(2D^{\alpha}e + \beta e + S_g)) = \\ & S(-\beta S - e_{12} - e_{21} - \\ & \zeta|S|^{\psi}{\rm sign}(S) - k^*{\rm sign}(S)). \end{aligned} \tag{20}$$

FDOB跟踪误差e_{12}, e_{21},能够在有限时间内收敛至零,因此式(20)变为

$$\begin{aligned} & D^{\alpha}V \leqslant \\ & S(-\beta S - \zeta|S|^{\psi}{\rm sign}(S) - k^*{\rm sign}(S)) = \\ & -\beta S^2 - \zeta|S|^{\psi+1} - k^*|S| \leqslant 0. \end{aligned} \tag{21}$$

显然, $V(S)\cdot D^{\alpha}V(S) \leqslant 0$,当且仅当$S = 0$时,有$V \cdot D^{\alpha}V = 0$. 进一步地,假设$S_g = -S_c \neq 0$,此时$S = 0$,但由式(21)可知,这种情况$V(S)\cdot D^{\alpha}V(S) < 0$. 因

此, $V(S)\cdot D^{\alpha}V(S)=0\Leftrightarrow S=S_g=S_c=0$. 由引理4可知,滑模面$S$是渐近稳定的. 这意味着任意初始的位置$S(x_0)$都能渐近收敛至滑模面$S=0$. 所设计的控制信号$u$,能够令广义滑模面$S_g$和互补滑模面$S_c$均向0逼近. 由分数阶互补滑模面的稳定性可知,误差变量及其微积分信号$e(t),\dot{e}(t)$和$\int_0^t e(t)\mathrm{d}t$能够沿两个滑模面的交集$S=0$向系统平衡点渐近收敛,实现$e\to 0$,即系统状态x_1能够跟踪给定参考输出信号v_{ref}. □

注7 注意到,与传统SMC系统相比,系统的瞬态响应有所改善,因为两个滑动面可以看作是相互独立的,而两个滑动面的交面约束了系统的状态轨迹. 令跟踪误差在系统始终存在多重干扰的情况下实现渐近收敛. 由注5可知,滑模边界层为$|S|\leqslant\phi$,系统跟踪误差满足$|e|\leqslant\dfrac{\phi}{2\beta}, |\dot{e}|\leqslant\phi$.

6 仿真验证

本节建立了分数阶Buck变换器控制模型,进行仿真并分析结果. Buck变换器的各项参数如表1所示,设定阶数$\alpha=0.95$,系统的参考输出电压为$v_{\mathrm{ref}}=15$ V.

表 1 Buck变换器参数

元件	符号	标准值
输入电压 /V	$V_{\mathrm{in}0}$	20
负载电阻 /Ω	R_0	100
电感 /mH	L_0	2.0
电容 /(mF/s$^{1-\alpha}$)	C_0	1.1

FDOB(10) 和 FDOB(11) 的各项参数如表2所示. 控制器(16)的各项参数如表3所示.

表 2 FDOB参数

FDOB1	FDOB2
$\lambda_{01}=2$	$\lambda_{02}=2$
$\lambda_{11}=1.5$	$\lambda_{12}=3$
$\lambda_{21}=1.6$	$L_2=70$
$L_1=1\,200$	

表 3 改进分数阶互补滑模控制器参数

控制器参数				
$\beta=20$	$\zeta=10$	$k^*=10$	$v=0.1$	$\phi=1$

6.1 FDOB跟踪性能及改进分数阶互补滑模控制器性能分析

为了合理地分析所设计FDOB的追踪性能和互补滑模控制器的性能,给予匹配干扰w_1和不匹配干扰w_2相对较大的赋值,令$w_1=2\cos t+0.1x_1$, $w_2=0.5\sin t+0.8\sin x_2+0.2$. 跟踪误差如图3和图4所示. 可以看出,所设计的两个FDOB均能够实现对信号的快速跟踪,满足有限时间收敛,跟踪速度均保持在0.3 s以内,其中e_{01}, e_{11}, e_{02}, e_{12}得到了极小的误差,考虑到滑模控制器的鲁棒性,FDOB的引入能够得到干扰信号的精准估计,提升控制器的性能. 注意到图4中,估计误差信号为$D^{\alpha}w_1$时,稳态误差明显提升一个量级,而且相对其他信号跟踪不够稳定,这是由于该信号理论上包含控制信号的高频切换成分,而且在实际工作中并不存在w_1的导数这一项,因为所设计的滑模控制器需要w_1的α阶导数成分,所以设计了二阶的FDOB. 相比其他信号,对$D^{\alpha}\omega_1$的跟踪效果会变差,但是基于FDOB有限时间收敛性和定理1的研究,设计的滑模趋近控制u_{rl}依然能够有效抑制误差,控制器的参数选取可以根据状态分析进行合理的设定.

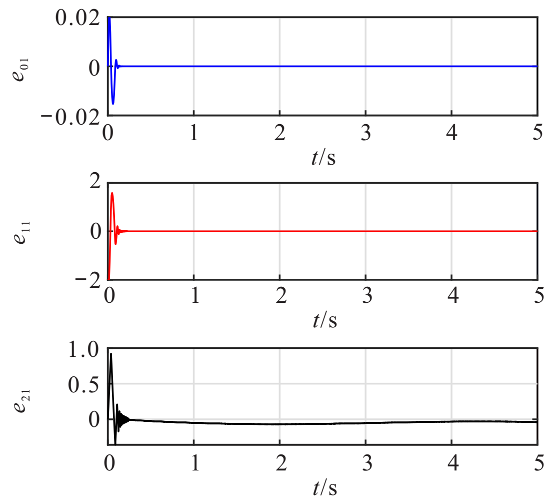


图 3 FDOB (10)跟踪误差输出曲线

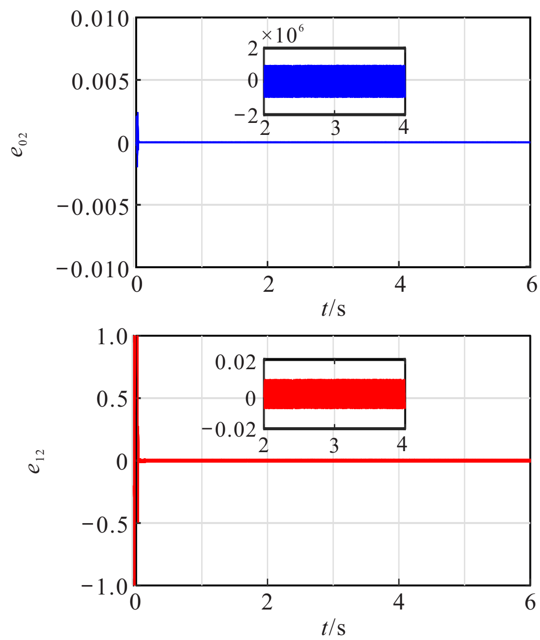


图 4 FDOB (11)跟踪误差输出曲线

注意到本文设计的FDOB能够估计干扰信号的分数阶导数. 目前大多数干扰观测器只能估计目标的整数阶信号, 为了进一步论证所提出的FDOB的性能, 针对不匹配干扰, 将文献[27]中分数阶干扰观测器(LFDOB)引入作为对比. LFDOB方程为

$$\begin{cases} D^{1+\alpha}p_1 = -L_1(D^{\alpha}p_1 + L_1 D^{2\alpha-1}x_1) - L_1 D^{\alpha}x_2, \\ D^{\alpha}\hat{d}_1 = D^{\alpha}p_1 + L_1 D^{2\alpha-1}x_1. \end{cases}$$

其中: p_1 是LFDOB的状态变量; L_1 是观测器参数, $L_1 = 16$; 不匹配干扰设计为 $w_1 = 0.2\sin(3t) + 0.3\cos(2t)$.

图5展示了FDOB和LFDOB的观测效果, 可以看到本文所设计的FDOB无论在收敛速度还是跟踪精度上都要超过LFDOB. 虽然LFDOB结构简单, 参数方便调节, 但从局部放大图能够看出, 其调整速度不快, 而且存在较大的稳态误差. 注意到, FDOB是基于滑模思路的切换符号函数设计的, 因此存在一定的抖振, 但是作为干扰观测器, 跟踪精度和速度是更重要的标准.

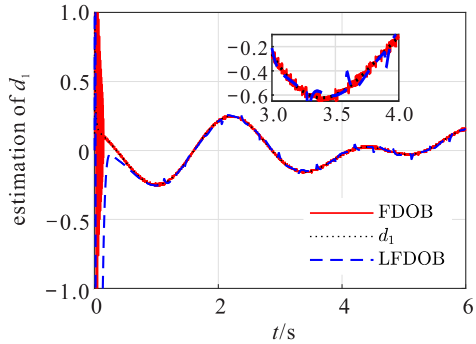
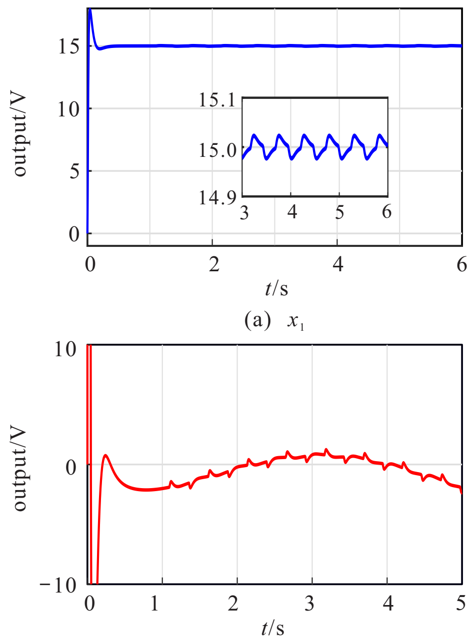


图5　不同干扰观测器跟踪对比



(a)　x_1

(b)　x_2

图6　系统状态 x_1, x_2 输出曲线

图6是被控对象状态输出曲线, 状态 x_1 即系统电压输出能够在双重干扰的作用下稳定在15 V, 说明其能够跟踪系统参考输出电压 v_{ref}, 验证了控制器的有效性和鲁棒性, 由局部放大图能够看到 x_1 会有 10^{-2} 量级的波动, 这是由于本节设定的不匹配干扰 w_1 相对比较苛刻造成的; 同时注意到状态 x_2 并没有稳定在0, 而是上下波动, 原因是系统存在不匹配干扰. 在系统(9)中状态 x_2 为保证 x_1 的稳定跟踪需要去抑制 w_1, 所以 x_2 不可能趋近于0, 而是会向 $x_2 \to -w_1$ 收敛.

图7展示了所设计分数阶广义滑模面、互补滑模面及滑模面的输出曲线, 在设计控制器的作用下, 三者均能够向 $S = S_c = S_g = 0$ 收敛. 同时注意到滑模面 S 是在滑模变量的值超过邻域的情况下调整的, 这是由于本节在控制器中设计了 $\phi = 0.1$ 的边界层.

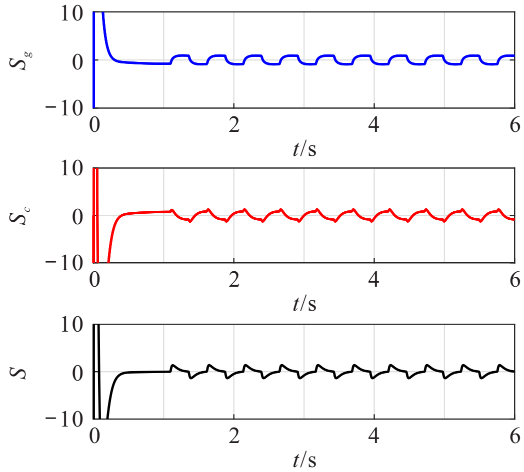


图7　互补滑模变量输出曲线

6.2　控制器性能对比

令 $w_1 = 0.3\cos t + 0.1x_1 + 0.1$, $w_2 = 0.2\sin t + 0.3\sin(x_2) + 0.2$, 来测试不同控制器的性能. 引入如下线性SMC控制器(linear SMC, LSMC):

$$\begin{aligned} &S_{\mathrm{lsmc}} = \dot{e} + ce, \\ &u_{\mathrm{lsmc}} = -\frac{1}{g}[f + z_{12} + z_{21} + cx_2 + \\ &\qquad cz_{11} + k_{\mathrm{lsmc}}\mathrm{sign}(S_{\mathrm{lsmc}})]. \end{aligned} \tag{22}$$

其中: $c = 40$, $k_{\mathrm{lsmc}} = 1\,000$. 仿真结果如图8所示, 可以看出, 在控制对象存在不匹配干扰的情况下, 含有FDOB的LSMC控制器仍然能够满足系统控制要求, 实现对不匹配干扰的抑制. 然而没有观测器的LSMC方法无法有效抑制 w_1, 能够看出随着 w_1 的波动 x_1 也随之在小范围内波动, 但SMC仍对匹配干扰 w_2 有良好的抑制效果. 基于FDOB的LSMC控制效果对比本文提出的分数阶改进互补滑模控制(如图8)可以看出, 互补滑模控制能够提升系统的稳态精度, 动态响

应明显变快,虽然有明显的超调但仍在可接受范围,且调整时间很短. 而且注意到SMC中k_{lsmc}值要求偏大,不易实现.

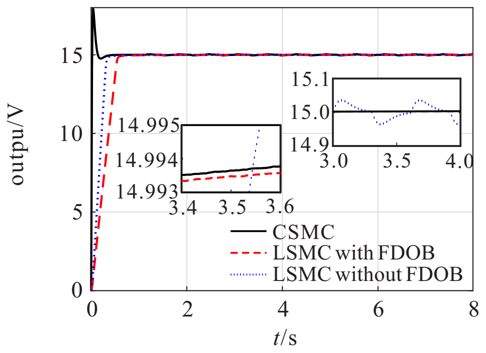


图 8　不同控制方法输出电压对比

为进一步验证本文提出的改进型分数阶互补滑模控制器的性能,对比普通分数阶互补滑模,使用文献[26]替换的sat函数来代替符号函数,对比结果如图9所示. 可以看出,本文设计的改进型互补滑模控制能够得到更高的收敛精度和较快的收敛速度,同时由于改进幂次项的存在,使得控制器不会过于依赖k^*的高增益. 高增益导致的抖振虽然会因sat函数的引入极大地减小,但鲁棒性和调整速度会明显变慢. 从仿真结果来看,本文设计的基于FDOB的改进型CSMC方法取得了良好的效果.

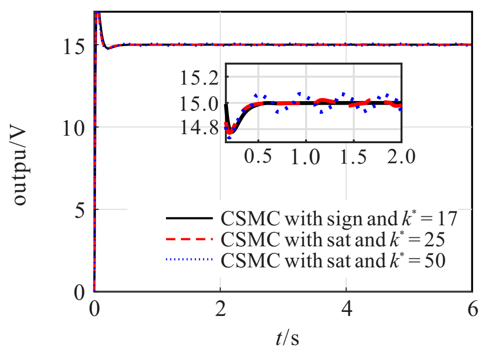


图 9　几种不同参数的CSMC输出电压对比

7　结　论

本文考虑了R-L定义的分数阶微积分,相比Caputo定义能够更精确地描述Buck变换器的物理动态,建立了存在多重扰动的R-L定义分数阶Buck变换器数学模型. 设计了基于FDOB的分数阶CSMC方法, FDOB能够准确估计系统匹配干扰和不匹配干扰及其分数阶导数. 提出了分数阶CSMC控制器,利用FDOB补偿干扰,使系统输出电压能够跟踪参考输出电压. 分数阶互补滑模面的设计能够提升滑模运动的鲁棒性和稳态误差的精度;同时,改进了CSMC趋近算法,提出了鲁棒性更强、调整速度更快的趋近律,拓宽了边界层厚度的选取范围. 数字仿真结果验证了所提出总体控制方案的优越性.

参考文献(References)

[1] Ayop R, Tan C W. Rapid prototyping of photovoltaic emulator using buck converter based on fast convergence resistance feedback method[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2019, 34(9): 8715-8723.

[2] Chen X, Liu G. Sensorless optimal commutation steady speed control method for a nonideal back-EMF BLDC motor drive system including buck converter[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2020, 67(7): 6147-6157.

[3] Xie L L, Liu Z P, Ning K Z, et al. Fractional-order adaptive sliding mode control for fractional-order buck-boost converters[J]. Journal of Electrical Engineering & Technology, 2022, 17(3): 1693-1704.

[4] 陈强, 钱宁, 南余荣. Buck型变换器固定时间自适应控制[J]. 控制与决策, 2020, 35(5): 1183-1190.
(Chen Q, Qian N, Nan Y R. Fixed-time adaptive control for Buck converters[J]. Control and Decision, 2020, 35(5): 1183-1190.)

[5] Khubalkar S, Chopade A, Junghare A, et al. Design and realization of stand-alone digital fractional order PID controller for buck converter fed DC motor[J]. Circuits, Systems, and Signal Processing, 2016, 35(6): 2189-2211.

[6] Babes B, Mekhilef S, Boutaghane A, et al. Fuzzy approximation-based fractional-order nonsingular terminal sliding mode controller for DC-DC buck converters[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2022, 37(3): 2749-2760.

[7] Liu L, Zheng W X, Ding S H. An adaptive SOSM controller design by using a sliding-mode-based filter and its application to buck converter[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, 2020, 67(7): 2409-2418.

[8] 陈强, 黄佳毅, 南余荣. 基于未知系统动态估计器的Buck型变换器快速固定时间控制[J]. 控制与决策, 2022, 37(3): 746-752.
(Chen Q, Huang J Y, Nan Y R. Unknown system dynamic estimator-based fast fixed-time control of Buck converters[J]. Control and Decision, 2022, 37(3): 746-752.)

[9] 陈强, 杨晨冰, 南余荣. 基于变速趋近律的Buck型变换器抗扰动控制[J]. 控制与决策, 2021, 36(4): 893-900.
(Chen Q, Yang C B, Nan Y R. Disturbance rejection control of Buck converters based on variable rate reaching law[J]. Control and Decision, 2021, 36(4): 893-900.)

[10] Yang J, Li S H, Yu X H. Sliding-mode control for systems with mismatched uncertainties via a disturbance observer[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2013, 60(1): 160-169.

[11] Su J P, Wang C C. Complementary sliding control of

non-linear systems[J]. International Journal of Control, 2002, 75(5): 360-368.

[12] 王艳敏, 杨铭洋, 冯勇, 等. 霍尔传感器对Buck变换器滑模控制系统的影响分析[J]. 控制与决策, 2022, 37(11): 2917-2924.
(Wang Y M, Yang M Y, Feng Y, et al. Influence of Hall sensor on Buck converters with sliding mode control[J]. Control and Decision, 2022, 37(11): 2917-2924.)

[13] Podlubny I. Fractional differential equations[M]. New York: Academic Press, 1999: 62-86.

[14] Zhao D Z, Luo M K. Representations of acting processes and memory effects: General fractional derivative and its application to theory of heat conduction with finite wave speeds[J]. Applied Mathematics and Computation, 2019, 346: 531-544.

[15] Chen X, Chen Y F, Zhang B, et al. A modeling and analysis method for fractional-order DC-DC converters[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2017, 32(9): 7034-7044.

[16] Wei Z H, Zhang B, Jiang Y W. Analysis and modeling of fractional-order buck converter based on Riemann-Liouville derivative[J]. IEEE Access, 2019, 7: 162768-162777.

[17] Radwan A G, Emira A A, AbdelAty A M, et al. Modeling and analysis of fractional order DC-DC converter[J]. ISA Transactions, 2018, 82: 184-199.

[18] Xie L L, Liu Z P, Zhang B. A modeling and analysis method for CCM fractional order buck-boost converter by using R-L fractional definition[J]. Journal of Electrical Engineering & Technology, 2020, 15(4): 1651-1661.

[19] Jiang Y W, Zhang B. Comparative study of Riemann-Liouville and caputo derivative definitions in time-domain analysis of fractional-order capacitor[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2020, 67(10): 2184-2188.

[20] Lin X P, Liu J X, Liu F G, et al. Fractional-order sliding mode approach of buck converters with mismatched disturbances[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, 2021, 68(9): 3890-3900.

[21] Shi S L, Li J X, Fang Y M. Fractional-disturbance-observer-based sliding mode control for fractional order system with matched and mismatched disturbances[J]. International Journal of Control, Automation and Systems, 2019, 17(5): 1184-1190.

[22] Fanaee N. Adaptive finite time high-order sliding mode observer for non-linear fractional order systems with unknown input[J]. Asian Journal of Control, 2021, 23(2): 1083-1096.

[23] Aghababa M P. A fractional-order controller for vibration suppression of uncertain structures[J]. ISA Transactions, 2013, 52(6): 881-887.

[24] Aguila-Camacho N, Duarte-Mermoud M A, Gallegos J A. Lyapunov functions for fractional order systems[J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2014, 19(9): 2951-2957.

[25] 金鸿雁. 高精度永磁直线同步电动机互补滑模控制策略研究[D]. 沈阳: 沈阳工业大学, 2021 .
(Jin H Y. Research on complementary sliding mode control strategy of high precision permanent magnet linear synchronous motor[D]. Shenyang: Shenyang University of Technology, 2021.)

[26] 赵希梅, 赵久威. 永磁直线同步电机的互补滑模变结构控制[J]. 中国电机工程学报, 2015, 35(10): 2552-2557.
(Zhao X M, Zhao J W. Complementary sliding mode variable structure control for permanent magnet linear synchronous motor[J]. Proceedings of the CSEE, 2015, 35(10): 2552-2557.)

[27] Wang J, Shao C F, Chen Y Q. Fractional order sliding mode control via disturbance observer for a class of fractional order systems with mismatched disturbance[J]. Mechatronics, 2018, 53: 8-19.

作者简介

蔡中泽 (1993−), 男, 博士生, 从事滑模控制、伺服控制等研究, E-mail: hitczz@163.com;

孙谷昊 (1992−), 男, 博士生, 从事无人机编队控制的研究, E-mail: sungh@hit.edu.cn;

曾庆双 (1963−), 男, 教授, 博士生导师, 从事惯导测试设备、智能无人系统控制等研究, E-mail: zqshuang@hit.edu.cn.