中国科技期刊卓越行动计划项目入选期刊
控制与决策
CONTROL AND DECISION

有量化输入的受干扰磁悬浮系统的鲁棒自适应渐近跟踪控制

徐甜莉, 孙宗耀, 蔡彬, 陈智强

引用本文:
徐甜莉,孙宗耀,蔡彬,陈智强. 有量化输入的受干扰磁悬浮系统的鲁棒自适应渐近跟踪控制[J]. 控制与决策, 2024, 39(8): 2656-2662.

在线阅读 View online: https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2023.0380

有量化输入的受干扰磁悬浮系统的鲁棒自适应渐近跟踪控制

徐甜莉[1], 孙宗耀[1†], 蔡 彬[2], 陈智强[3]

(1. 曲阜师范大学 自动化研究所，山东 曲阜 273165；2. 曲阜师范大学 工学院，山东 日照 276826；
3. 国立成功大学 系统及船舶机电工程学院，台湾 台南 70101)

摘　要: 研究磁悬浮系统在非线性建模下的两个问题:时变有界扰动产生的系统振荡和通信网络传输导致的数据丢失. 首先,借助于同胚坐标变换对磁悬浮系统不可控的高度非线性进行抑制;然后,在控制中分别利用自适应律和指数衰减项来消除外部风阻和内部噪声电压,并将指数衰减项与量化分解方法相结合弥补量化误差带来的影响. 所构造的连续鲁棒自适应反馈控制器解决了有量化输入和受干扰磁悬浮系统的渐近跟踪问题. 最后,用仿真结果验证了控制策略的有效性.

关键词: 受干扰磁悬浮系统；量化输入；鲁棒自适应；渐近跟踪

中图分类号: TP273　　　**文献标志码:** A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2023.0380

引用格式: 徐甜莉,孙宗耀,蔡彬,等. 有量化输入的受干扰磁悬浮系统的鲁棒自适应渐近跟踪控制[J]. 控制与决策, 2024, 39(8): 2656-2662.

Robust adaptive asymptotic tracking control of magnetic levitation systems with quantized input and disturbances

XU Tian-li[1], *SUN Zong-yao*[1†], *CAI Bin*[2], *CHEN Chih-chiang*[3]

(1. Institute of Automation，Qufu Normal University，Qufu 273165，China；2. College of Engineering，Qufu Normal University，Rizhao 276826，China；3. Department of Systems and Naval Mechatronic Engineering，National Cheng Kung University，Tainan 70101，China)

Abstract: This paper investigates two problems in magnetic levitation systems based on nonlinear modeling: The oscillation caused by time-varying disturbance and the loss of the date when the information transmits over a communication network. Firstly, the uncontrollable nonlinearity of magnetic levitation systems is dominated by homeomorphic coordinate transformation. Then, this paper not only introduces the adaptive law and the exponential decay term to eliminate external wind resistance and internal noise voltage respectively, but also combines the exponential decay term with the quantization decomposition method to compensate for the effect of quantization error. The continuous robust adaptive feedback controller is constructed to solve the asymptotic tracking problem of magnetic levitation systems with quantized input and disturbances. Finally, the simulation results show the effectiveness of the proposed control strategy.

Keywords: magnetic levitation systems with disturbances；quantized input；robust adaptive；asymptotic tracking

0　引　言

近年来,磁悬浮技术在航天领域显示了巨大的应用前景[1],如高精度的磁悬浮控制力矩陀螺具有无接触、无摩擦、长寿命等优点. 然而,磁悬浮系统却具有典型的非线性和易受到干扰的特点,使得其高性能控制是一个极具挑战性的课题. 为此,专家学者们提出了 PID 控制[2]、自适应控制[3]、饱和控制[4]、滑模控制[5]等多种控制策略. 值得注意的是,这些丰硕的成果除了研究高度非线性和强不稳定性之外,还揭露了磁悬浮系统在有限的通信通道中传递时信息丢失的问题. 针对这 3 个特点和问题,本文首先在保证较高准确性的前提下将磁悬浮系统化为非线性模型. 其次,在受外部风阻和内部时变噪声电压干扰的影响下,如何使得系统的状态一致有界,并保证跟踪误差

收稿日期: 2023-03-30；**录用日期:** 2023-08-02.

基金项目: 国家自然科学基金项目(62173208)；山东省泰山学者计划项目(tsqn202103061)；山东省高校青创科技计划项目(2019KJN036).

责任编委: 关新平.

[†]通讯作者. E-mail: sunzongyao@sohu.com.

收敛于零是本文的主要研究内容. 此外, 本文将量化输入引入磁悬浮系统中, 这是在磁悬浮系统非线性建模下未研究过的课题.

线性化是处理磁悬浮系统高度非线性的最常用方法, 文献[6]采用泰勒展开并忽略高阶项的方法, 保证了磁悬浮系统的有限时间收敛且输出被限制在规定的区域内. 然而, 线性化的解析模型[6-8]会导致理论与实验结果的误差较大, 且鲁棒性较差. 因此, 采取非线性建模的方法成为了关注的重点. 文献[9]设计了基于非线性扰动观测器的鲁棒控制器保证系统输出能渐近跟踪给定的参考信号, 但由于扰动观测器的设计需要较高的假设条件, 在实际中很难保证. 受文献[10-11]启发, 本文将引入一个指数衰减项来处理时变扰动, 放宽现有结果对扰动施加的限制条件.

针对电子控制系统与被控系统通过有限的通信互联的问题, 引发了关于量化的研究[12-14]. 文献[12]给出了有量化输入的一类非线性不确定系统可稳定的充分条件, 但稳定性依赖于控制信号的选择. 文献[13]提出了一种选择量化器参数的方法, 但该方法仍然依赖于系统的全局有界性这一前提. 文献[14]运用量化器扇区有界的特性来选择量化器参数, 放宽了系统全局有界性的条件. 但这些研究成果[12-14]只能保证系统状态的有界性. 因此, 本文改进了量化补偿方法, 保证磁悬浮系统的跟踪误差渐近收敛于零.

最后, 从3个方面总结本文的主要工作.

1) 研究带有量化输入的受干扰磁悬浮系统的鲁棒自适应渐近跟踪控制. 与文献[2-5]相比, 本文将量化输入引入磁悬浮系统, 解决了系统在有限的通信通道中传递时信息丢失的问题. 此外, 进一步改进了文献[13]中量化输入的处理方式, 结合新型指数衰减项实现了磁悬浮系统的渐近跟踪.

2) 利用同胚坐标变换对磁悬浮系统进行非线性建模, 抑制了高度非线性所带来的影响, 使得本文方法优于现有文献[6].

3) 同时考虑了外部风阻和内部时变噪声电压对磁悬浮系统的影响, 放宽了对内部噪声电压的约束. 提出了运用新型无穷小函数消除扰动误差的新思路, 使得本文方法优于现有文献[9].

1 问题描述与预备知识

1.1 问题描述

磁悬浮系统的简化结构如图1所示, 其组成成分包括固定的电磁线圈、铁球、激光传感器、功率放大器和控制器. 它的运动学模型为

$$mg + f_r(t) - F(i(t),\delta(t)) = m\ddot{\delta}(t). \tag{1}$$

其中: m 和 g 分别代表铁球的质量和重力加速度; $\delta(t)$ 为电磁铁与铁球之间的悬浮间隙; $i(t)$ 为瞬时电流; $F(i(t),\delta(t))$ 表示向上的连续可微的电磁力; $f_r(t)$ 表示铁球在运动过程中受到的风阻, 是关于铁球速度的非线性函数, 即 $f_r(t) = \theta\dot{\delta}^2(t)$, θ 未知.

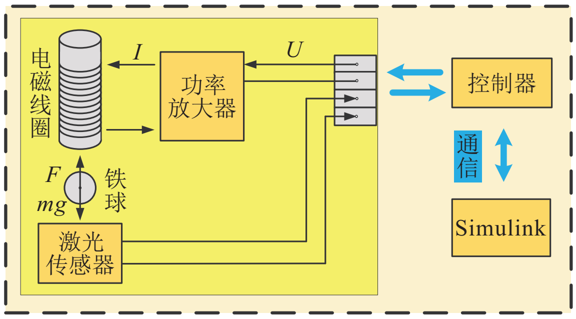

图 1 磁悬浮系统的简化结构

电磁力通常表示为

$$F(i(t),\delta(t)) = \frac{\mu_0 N^2 S}{4}\frac{i^2(t)}{\delta^2(t)} \triangleq \frac{k}{2}\frac{i^2(t)}{\delta^2(t)}. \tag{2}$$

其中: μ_0 为真空磁导率, N 为电磁铁线圈的线圈匝数, S 为电磁极磁导横截面积. 根据电磁感应定律及基尔霍夫定律, 激励电压为

$$u(t) = Ri(t) + \frac{k}{\delta(t)}\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t} - \frac{ki(t)}{\delta^2(t)}\frac{\mathrm{d}\delta(t)}{\mathrm{d}t} + d(t). \tag{3}$$

其中: R 为电磁线圈的等效电阻; $d(t)$ 是由于通信网络中存在负载不平衡, 设备开和关瞬间的电涌波叠加在原始波形上被合成的时变噪声电压. 需要强调的是, 与磁悬浮系统相连的共享通信通道的带宽和承载力有限, 在短时间内只能传输有限量的数据, 这会导致传输过程中发生拥堵、数据缺失等现象. 考虑传感器自身精度等限制, 将具有高精度和低通信速率的迟滞量化器引入拟研究系统, 能够避免信息损失. 将量化的激励电压 $Q(u(t))$ 代入式(3), 并结合式(1)和(2), 不确定受干扰磁悬浮系统的动力学模型为

$$\begin{cases} mg + \theta\dot{\delta}^2(t) - F(i(t),\delta(t)) = m\ddot{\delta}(t), \\ F(i(t),\delta(t)) = \dfrac{k}{2}\dfrac{i^2(t)}{\delta^2(t)}, \\ Q(u(t)) = Ri(t) + \dfrac{k}{\delta(t)}\dfrac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t} - \dfrac{ki(t)}{\delta^2(t)}\dfrac{\mathrm{d}\delta(t)}{\mathrm{d}t} + d(t). \end{cases} \tag{4}$$

控制目标为: 1) 设计输入激励电压, 保证悬浮铁球的运动轨迹 $\delta(t)$ 能够渐近跟踪给定的参考信号 $y_r(t)$; 2) 铁球的悬浮间隙、运动速度和直流激励电流是全局一致有界的. 为实现控制目标, 需要如下假设条件.

假设 1 $d(t)$ 满足: $|d(t)| \leqslant \Theta, \forall t \geqslant 0$, Θ 为一未

知常数.

假设2 $y_r(t)$满足:$y_r^{(i)}$有界,$i=0,1,2,3$.

注1 文献[9]通过设计扰动观测器估计不确定的内部扰动,但连续可微性的假设条件在实际中较难实现. 文献[15]应用投影算法设计了一种新型的扰动观测器,但要求扰动及其导函数有界. 假设1放宽了文献[9,15]对扰动的约束条件且保证跟踪误差渐近收敛于零.

1.2 预备知识

首先,介绍一种经典的非对称迟滞量化器[13]

$$Q(u)=\begin{cases}u_k\mathrm{sgn}(u),\ \dfrac{u_k}{1+\sigma}<|u|\leqslant u_k,\dot{u}<0;\\ u_k(1+\sigma)\mathrm{sgn}(u),\ u_k<|u|\leqslant\dfrac{u_k}{1-\sigma},\dot{u}<0;\\ 0,\ 0\leqslant|u|<\dfrac{\underline{u}}{1+\sigma},\dot{u}<0;\\ u_k\mathrm{sgn}(u),\ u_i<|u|\leqslant\dfrac{u_k}{1-\sigma},\dot{u}>0;\\ u_k(1+\sigma)\mathrm{sgn}(u),\ \dfrac{u_k}{1-\sigma}<|u|\leqslant\dfrac{u_k(1+\sigma)}{1-\sigma},\dot{u}>0;\\ 0,\ \dfrac{\underline{u}}{1+\sigma}\leqslant|u|<\underline{u},\dot{u}>0;\\ Q(u(t^-)),\ \dot{u}=0,\end{cases}\tag{5}$$

其中:$\underline{u}>0,u_k=\varrho^{1-k}\underline{u},k=1,2,\ldots,\varrho=\dfrac{1-\sigma}{1+\sigma}$. $0<\sigma<1$.

注2 迟滞量化器是量化级别不相等的非均匀量化器,可以最大限度地减少通信中的平均速率,且易于实现. 此外,不相等的量化级别使得当$Q(u(t))$从一个值转换到另一个值时先停留一段时间, 这可以看作是一种给量化控制系统增加迟滞的方法,能够很好地避免传统控制方法(如PID控制[2]以及滑模控制[7])引起的系统抖振.

为了处理量化器的量化参数,给出如下引理.

引理1[16] 如下不等式成立:

$$|Q(u)-u|\leqslant\sigma|u|+\underline{u},\tag{6}$$

其中σ和$\underline{u}$定义见式(5).

引理2[16] 给定任意的连续函数$x(t)$和连续函数$\varepsilon(t)$,且满足$\varepsilon(t)>0,\varepsilon(t)\to0,t\to\infty$,则下面的不等式成立:

$$|x(t)|<\varepsilon(t)+\frac{x^2(t)}{\sqrt{x^2(t)+\varepsilon^2(t)}},\ \forall t\geqslant0,\tag{7}$$

$$Y(t)=\sqrt{\frac{x^2(t)}{x^2(t)+\varepsilon^2(t)}}\leqslant1,\ \forall t\geqslant0.\tag{8}$$

引理3[17] 对于任意一个给定的连续实值函数$\varPsi(x_1,x_2),x_1\in R^n,x_2\in R^m$,存在4个非负光滑函数$\varPsi_1,\varPsi_2,\varPsi_3,\varPsi_4$,使得不等式

$$|\varPsi(x_1,x_2)|\leqslant\varPsi_1(x_1)+\varPsi_2(x_2),$$
$$|\varPsi(x_1,x_2)|\leqslant\varPsi_3(x_1)\varPsi_4(x_2)$$

成立. 其中:$\varPsi_3(x_1)\geqslant1,\varPsi_4(x_2)\geqslant1$.

2 主要结果

定理1 若带有量化输入的磁悬浮系统(4)满足假设1和假设2,则存在一个连续的输入电压$u(t)$使得:

1) 悬浮间隙$\delta(t)$,悬浮铁球的速度$\dot{\delta}(t)$和激励电流$i(t)$在$[0,+\infty)$上是一致有界的.

2) $\lim\limits_{t\to+\infty}[\delta(t)-y_r(t)]=0$.

证明 定理的证明分为控制器设计和理论分析.

1) 控制器设计. 首先,引入第1次坐标变换

$$x_1=\delta,\ x_2=\dot{\delta},\ x_3=i,\tag{9}$$

可以将式(4)转化为

$$\begin{cases}\dot{x}_1=x_2,\\ \dot{x}_2=g+\dfrac{\theta x_2^2}{m}-\dfrac{kx_3^2}{2mx_1^2},\\ \dot{x}_3=\dfrac{x_1}{k}Q(u)-\dfrac{Rx_1x_3}{k}+\dfrac{x_2x_3}{x_1}-\dfrac{x_1}{k}d(t).\end{cases}\tag{10}$$

需要注意的是,不会出现$\delta=0$的情况. 若$\delta=0$,则由式(4)的第2个式子可知,电磁力$F=+\infty$,这会导致悬浮铁球被吸附于电磁铁的上表面,无法继续进行实验. 接着,引入第2次坐标变换

$$\xi_1=x_1,\ \xi_2=x_2,\ \xi_3=g-\frac{kx_3^2}{2mx_1^2}.\tag{11}$$

通过式(11),不难得到其逆坐标变换为

$$x_1=\xi_1,\ x_2=\xi_2,\ x_3=\sqrt{\frac{2m}{k}\xi_1^2(g-\xi_3)}.\tag{12}$$

其中:$k\neq0,m\neq0$. 因为式(11)和(12)都是连续的,所以(11)是一个同胚坐标变换. 系统(10)可以转化为

$$\begin{cases}\dot{\xi}_1=\xi_2,\\ \dot{\xi}_2=\xi_3+\dfrac{\theta\xi_2^2}{m},\\ \dot{\xi}_3=\dfrac{Rx_3^2}{m\xi_1}-\dfrac{x_3}{m\xi_1}Q(u)+\dfrac{x_3}{m\xi_1}d(t).\end{cases}\tag{13}$$

控制设计将由此展开. 首先,引入包含虚拟控制器的新坐标变换,即

$$\begin{cases}z_1=\xi_1-y_r,\\ z_2=\xi_2-\alpha_1(\xi_1,y_r,\dot{y}_r),\\ z_3=\xi_3-\alpha_2(\xi_1,\xi_2,\hat{\theta},y_r,\dot{y}_r,\ddot{y}_r).\end{cases}\tag{14}$$

其中: $\hat{\theta}$是未知参数θ的估计, α_1和α_2是待设计的、有一定光滑性的函数.

为了确定α_1, 定义函数$V_1 = \frac{1}{2}z_1^2 + \frac{1}{2\gamma_1}\tilde{\theta}^2$, 其中$\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta}, \gamma_1 > 0$是已知常数. 那么, 函数$V_1$沿系统(13)的时间导数为

$$\dot{V}_1 = z_1(z_2 + \alpha_1 - \dot{y}_r) - \frac{1}{\gamma_1}\tilde{\theta}\dot{\hat{\theta}}. \tag{15}$$

选择

$$\alpha_1 = -c_1 z_1 + \dot{y}_r, \tag{16}$$

其中$c_1 > 0$是已知常数. 将式(16)代入(15), 有

$$\dot{V}_1 = -c_1 z_1^2 + z_1 z_2 - \frac{1}{\gamma_1}\tilde{\theta}\dot{\hat{\theta}}. \tag{17}$$

为了确定α_2, 引入函数$V_2 = V_1 + \frac{1}{2}z_2^2$. 结合式(17), 给出$V_2$沿系统(13)的时间导数为

$$\begin{aligned}&\dot{V}_2 = \\ &z_2\Big(z_1 + z_3 + \alpha_2 + \frac{\hat{\theta}\xi_2^2}{m} - \frac{\partial\alpha_1}{\partial\xi_1}\xi_2 - \frac{\partial\alpha_1}{\partial y_r}\dot{y}_r - \ddot{y}_r\Big) - \\ &c_1 z_1^2 + \frac{\tilde{\theta}}{\gamma_1}\Big(\gamma_1\frac{z_2\xi_2^2}{m} - \dot{\hat{\theta}}\Big).\end{aligned} \tag{18}$$

选择

$$\alpha_2 = -z_1 - c_2 z_2 - \frac{\hat{\theta}\xi_2^2}{m} + \frac{\partial\alpha_1}{\partial\xi_1}\xi_2 + \frac{\partial\alpha_1}{\partial y_r}\dot{y}_r + \ddot{y}_r, \tag{19}$$

$$\tau_1 = \gamma_1\frac{z_2\xi_2^2}{m}, \tag{20}$$

其中$c_2 > 0$是已知常数. 则式(18)可以转化为

$$\dot{V}_2 = -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 + z_2 z_3 + \frac{\tilde{\theta}}{\gamma_1}(\tau_1 - \dot{\hat{\theta}}). \tag{21}$$

为确定实际控制u, 选择$V_3 = V_2 + \frac{1}{2}z_3^2 + \frac{1}{2\gamma_2}\tilde{\Theta}^2$, 其中$\gamma_2 > 0, \tilde{\Theta} = \Theta - \hat{\Theta}$. 不难推导出$\dot{V}_3$满足

$$\begin{aligned}&\dot{V}_3 = \\ &z_3\Big(z_2 + Rx_3\zeta - \frac{\partial\alpha_2}{\partial\hat{\theta}}\dot{\hat{\theta}} - \sum_{i=1}^{2}\frac{\partial\alpha_2}{\partial\xi_i}\dot{\xi}_i - \\ &\sum_{j=0}^{2}\frac{\partial\alpha_2}{\partial y_r^{(j)}}y_r^{(j+1)}\Big) - c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 - z_3\zeta Q(u) + \\ &z_3\zeta d(t) + \frac{\tilde{\theta}}{\gamma_1}(\tau_1 - \dot{\hat{\theta}}) - \frac{1}{\gamma_2}\tilde{\Theta}\dot{\hat{\Theta}},\end{aligned} \tag{22}$$

其中$\zeta = \frac{x_3}{m\xi_1}$. 由引理2可得

$$z_3\zeta d(t) \leqslant |z_3\zeta|\Theta \leqslant \Theta\varepsilon(t) + \frac{(z_3\zeta)^2\Theta}{\sqrt{(z_3\zeta)^2 + \varepsilon^2(t)}}. \tag{23}$$

定义$\tau_2 = \tau_1 - \gamma_1\frac{z_3\xi_2^2}{m}\frac{\partial\alpha_2}{\partial\xi_2}$, 并将式(23)代入(22), 推导出

$$\begin{aligned}&\dot{V}_3 = \\ &-c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 - c_3 z_3^2 + \Theta\varepsilon(t) - z_3\zeta Q(u) + \\ &(\tau_2 - \dot{\hat{\theta}})\Big(\frac{\tilde{\theta}}{\gamma_1} + z_3\frac{\partial\alpha_2}{\partial\hat{\theta}}\Big) + \frac{\tilde{\Theta}}{\gamma_2}(\mu - \dot{\hat{\Theta}}) + \\ &z_3\Big(z_2 + Rx_3\zeta - \frac{\partial\alpha_2}{\partial\xi_1}\xi_2 - \frac{\partial\alpha_2}{\partial\xi_2}\Big(\xi_3 + \frac{\hat{\theta}\xi_2^2}{m}\Big) - \\ &\tau_2\frac{\partial\alpha_2}{\partial\hat{\theta}} - \sum_{j=0}^{2}\frac{\partial\alpha_2}{\partial y_r^{(j)}}y_r^{(j+1)} + z_3 H\hat{\Theta} + c_3 z_3\Big).\end{aligned} \tag{24}$$

其中: $c_3 > 0, H = \frac{\zeta^2}{\sqrt{(z_3\zeta)^2 + \varepsilon^2(t)}}, \mu = \gamma_2 z_3^2 H$. 设计自适应律为

$$\begin{cases}\dot{\hat{\theta}} = \tau_2 = \gamma_1\Big(\frac{z_2\xi_2^2}{m} - \frac{z_3\xi_2^2}{m}\frac{\partial\alpha_2}{\partial\xi_2}\Big), \\ \dot{\hat{\Theta}} = \mu = \gamma_2\Big(\frac{z_3 x_3}{m\xi_1}\Big)^2\frac{1}{\sqrt{\Big(\frac{z_3 x_3}{m\xi_1}\Big)^2 + \varepsilon^2(t)}}.\end{cases} \tag{25}$$

由引理1可知

$$-z_3\zeta Q(u) \leqslant |z_3\zeta|(\sigma|u| + \underline{u}) - z_3\zeta u. \tag{26}$$

将式(25)和(26)代入(24)可得

$$\begin{aligned}&\dot{V}_3 = \\ &-c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 - c_3 z_3^2 + |z_3\zeta|\sigma|u| - z_3\zeta u + \\ &\Theta\varepsilon(t) + z_3\Big(z_2 + Rx_3\zeta - \frac{\partial\alpha_2}{\partial\xi_1}\xi_2 - \frac{\partial\alpha_2}{\partial\xi_2}\Big(\xi_3 + \frac{\hat{\theta}\xi_2^2}{m}\Big) - \\ &\tau_2\frac{\partial\alpha_2}{\partial\hat{\theta}} - \sum_{j=0}^{2}\frac{\partial\alpha_2}{\partial y_r^{(j)}}y_r^{(j+1)} + z_3 H\hat{\Theta} + c_3 z_3\Big) + |z_3\zeta|\underline{u}.\end{aligned} \tag{27}$$

由引理2可知下列不等式成立:

$$z_3 H\hat{\Theta} \leqslant |\hat{\Theta}\zeta|, \ |z_3\zeta|\underline{u} \leqslant \varepsilon(t) + |\underline{u}z_3\zeta|. \tag{28}$$

选择实际控制器为

$$u(\xi, \hat{\theta}, \hat{\Theta}, \bar{y}_r) = \frac{1}{1-\sigma}\mathrm{sgn}(z_3\zeta)h(\xi, \hat{\theta}, \hat{\Theta}, \bar{y}_r). \tag{29}$$

其中: $\bar{y}_r = [y_r, \dot{y}_r, \ddot{y}_r, y_r^{(3)}]^{\mathrm{T}}, h(\xi, \hat{\theta}, \hat{\Theta}, \bar{y}_r)$是光滑函数, 且满足$0 \leqslant \omega \leqslant h$. 通过引理3确定$h$的存在性, 且

$$\begin{aligned}\omega = &\Big|\frac{1}{\zeta}\Big|\Big((|z_2| + c_3|z_3| + |Rx_3\zeta| + \Big|\frac{\partial\alpha_2}{\partial\xi_1}\xi_2\Big| + \\ &\Big|\frac{\partial\alpha_2}{\partial\xi_2}\Big(\xi_3 + \frac{\hat{\theta}\xi_2^2}{m}\Big)\Big| + \Big|\sum_{j=0}^{2}\frac{\partial\alpha_2}{\partial y_r^{(j)}}y_r^{(j+1)}\Big| + \\ &\Big|\tau_2\frac{\partial\alpha_2}{\partial\hat{\theta}}\Big| + |\hat{\Theta}\zeta| + |\underline{u}\zeta|\Big).\end{aligned} \tag{30}$$

分析$z_3\zeta > 0, z_3\zeta < 0$和$z_3\zeta = 0$的情况, 不难推出

$$|z_3\zeta|\sigma|u| - z_3\zeta u = -|z_3\zeta|h. \tag{31}$$

最后, 将式(28)～(31)代入(27)得

$$\dot{V}_3 \leqslant -\sum_{j=1}^{3} c_j z_j^2 + (1+\Theta)\varepsilon(t), \tag{32}$$

其中

$$V_3 = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{3} z_i^2 + \frac{1}{2\gamma_1}\tilde{\theta}^2 + \frac{1}{2\gamma_2}\tilde{\Theta}^2.$$

2) 理论分析. 首先,借助于文献[18]中引理1,可知在$[0,+\infty)$上磁悬浮系统的解是存在惟一的.

下面分析解的有界性和收敛性. 根据引理2,定义$\varepsilon(t)=\mathrm{e}^{-t}$,并在式(32)的两端从0到$t$积分,容易得到

$$V_3(t) \leqslant V_3(0) + \int_0^t (1+\Theta)\mathrm{e}^{-t}\mathrm{d}t \leqslant V_3(0) + 1 + \Theta. \tag{33}$$

设$M_0 = V_3(0)+1+\Theta$,则对于$t \geqslant 0$,下式成立:

$$\begin{cases} |z_i(t)| \leqslant \sqrt{2M_0} < +\infty,\ i=1,2,3; \\ |\hat{\theta}(t)| \leqslant |\theta| + |\tilde{\theta}(t)| \leqslant |\theta| + \sqrt{2\gamma_1 M_0} < +\infty; \\ |\hat{\Theta}(t)| \leqslant |\Theta| + |\tilde{\Theta}(t)| \leqslant |\Theta| + \sqrt{2\gamma_2 M_0} < +\infty. \end{cases} \tag{34}$$

结合假设2可知,$|\xi_1(t)| \leqslant |z_1(t)| + |y_r(t)| \leqslant \sqrt{2M_0} < +\infty$. 因此,$\xi_1(t)$在$[0,\infty)$上是有界的. 据此不难证明$|\xi_2(t)|$和$|\xi_3(t)|$在$[0,\infty)$上也是有界的. 通过式(29)以及光滑函数的有界性,能够推出

$$|u(\xi(t),\hat{\theta}(t),\hat{\Theta}(t),\bar{y}_r(t))| \leqslant \frac{1}{1-\sigma}h < +\infty. \tag{35}$$

这表明u是一致有界的. 式(13)表明$|\dot{\xi}_1(t)| < +\infty$, $|\dot{\xi}_2(t)| < +\infty$. 下面证明$|\dot{\xi}_3(t)| < +\infty$. 结合引理1,并将式(12)代入(13),容易推出$|\dot{\xi}_3(t)|$是有界的. 由控制设计可知$|\dot{\hat{\theta}}| \leqslant \left|\gamma_1 \dfrac{z_2\xi_2^2}{m}\right| + \left|\gamma_1 \dfrac{z_3\xi_2^2}{m}\dfrac{\partial\alpha_2}{\partial\xi_2}\right| < +\infty$. 应用假设2,可以验证$\dot{z}_i(t)(i=1,2,3)$的有界性. 另一方面,在式(32)的两端从0到$\infty$积分,可得

$$\int_0^{+\infty} z_i^2(s)\mathrm{d}s \leqslant V_3(0) + \int_0^{+\infty}(1+\Theta)\mathrm{e}^{-s}\mathrm{d}s \leqslant M_0. \tag{36}$$

根据Barbalet's引理,可以导出$\lim\limits_{t\to+\infty} z_i(t) = 0$. 进一步地,由式(14)可得$\lim\limits_{t\to+\infty}[\delta(t)-y_r(t)] = 0$,这意味着铁球能够渐近跟踪到参考信号$y_r(t)$,且跟踪误差渐近收敛于零. 另外,由式(11)知悬浮间隙$\delta(t)$,悬浮铁球的速度$\dot{\delta}(t)$和电流$i(t)$在$[0,+\infty)$上一致有界. □

注3 下面从3个角度分析控制设计的难点.

1) 首先,如何将磁悬浮系统转化成可控的非线性模型极具挑战. 本文的贡献之一在于引入了同胚坐标变换(11)和(12),得到了可控的非线性模型.

2) 其次,考虑了外部风阻和内部时变噪声电压的干扰因素. 本文的独到之处在于引入了自适应律和指数衰减项分别消除外部风阻和内部时变噪声电压产生的系统振荡,放宽了内部时变噪声电压的约束.

3) 最后,通过选择合适的量化参数处理方法,保证了系统的跟踪误差渐近收敛到零而不是一个紧集. 针对控制设计式(26)中出现的量化参数$\underline{u}$,本文通过引理2对量化参数做出如式(28)的处理,从而消除了量化参数带来的误差影响.

3 仿真实验

为了验证本文所提出的控制设计方案对于磁悬浮系统(10)的控制效果. 采用Simulink进行数值仿真, 其中磁悬浮系统的各参数如表1所示.

表1　磁悬浮系统参数

参数	标称值	参数	标称值
重力加速度 $g/(\mathrm{m/s^2})$	9.8	线圈匝数 N/r	2 450
真空磁导率 $\mu_0/(\mathrm{H/m})$	$4\pi\times10^{-7}$	线圈电阻 R/Ω	13.8
磁导截面积 S/m^2	$9\pi\times10^{-4}$	铁球质量 m/kg	0.05

不难计算$k=0.01$. 选择参数$c_1=c_2=c_3=10$, $\gamma_1=5, \gamma_2=0.01, \theta=0.02, \sigma=0.2, \underline{u}=0.02$. 为了更好地控制效果,选择跟踪信号$y_r(t)=0.01\sin t$. 假设非常值内部噪声电压为$d(t)=5\sin t+\mathrm{e}^{-2t}$. 选择磁悬浮系统的初始值分别为$[x_1(0), x_2(0), x_3(0), \hat{\theta}(0), \hat{\Theta}(0)]^{\mathrm{T}} = [0.01, 0.01, 0.5, 0.05, 0.2]^{\mathrm{T}}$, $[x_1(0), x_2(0), x_3(0), \hat{\theta}(0), \hat{\Theta}(0)]^{\mathrm{T}} = [0.02, 0.01, 0.5, 0.05, 0.2]^{\mathrm{T}}$. 仿真图2～图7验证了理论结果的正确性和控制设计的合理性.

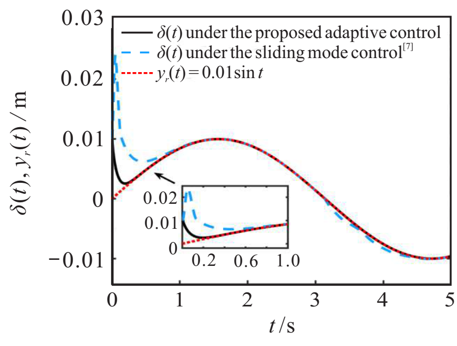

图2　悬浮间隙$\delta(t)$在第1组初值下的跟踪轨迹

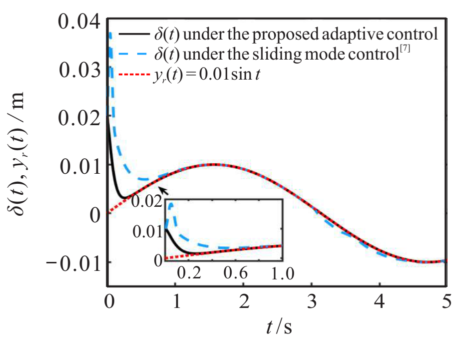

图3　悬浮间隙$\delta(t)$在第2组初值下的跟踪轨迹

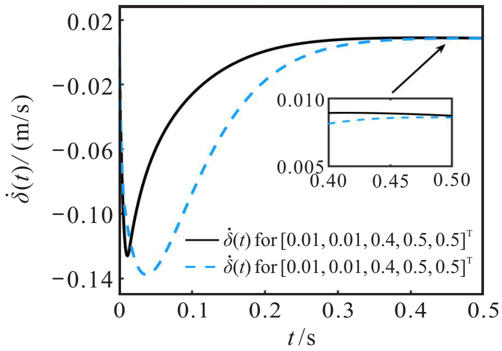

图 4　铁球运动速度$\dot{\delta}(t)$的轨迹

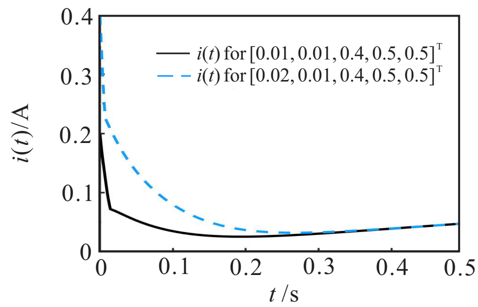

图 5　电流$i(t)$的轨迹

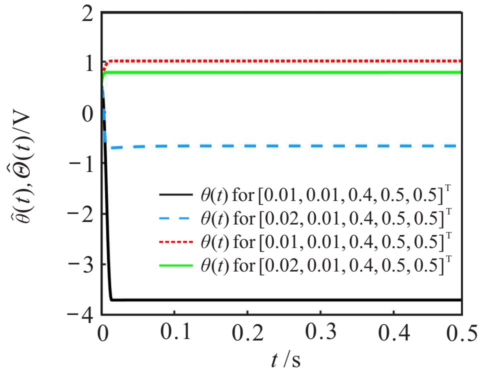

图 6　$\hat{\theta}(t)$和$\hat{\Theta}(t)$的轨迹

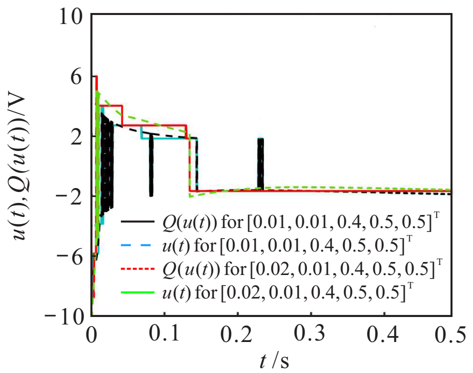

图 7　输入$u(t)$和量化输入$Q(u(t))$的轨迹

4 结　论

本文解决了有量化输入的受干扰磁悬浮系统的鲁棒自适应渐近跟踪问题. 利用同胚坐标变换建立非线性模型,提出了运用自适应律和指数衰减项消除外部风阻和内部时变噪声电压的方法,并将量化分解方法和指数衰减项相结合弥补了量化误差带来的影响,从而消除了时变扰动产生的系统振荡和信息传递过程中的数据丢失. 最终,构造的连续鲁棒自适应反馈控制器实现了磁悬浮系统的渐近跟踪控制.

参考文献(References)

[1] 房建成, 任元. 磁悬浮控制力矩陀螺技术[M]. 北京: 国防工业出版社, 2014.
(Fang J C, Ren Y. Magnetically suspended control moment gyroscope technology[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2014.)

[2] Zhong J P, Li L C. Tuning fractional-order PIλDμ controllers for a solid-core magnetic bearing system[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2015, 23(4): 1648-1656.

[3] Yang D S, Gao X T, Cui E C, et al. State-constraints adaptive backstepping control for active magnetic bearings with parameters nonstationarities and uncertainties[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2021, 68(10): 9822-9831.

[4] Bonivento C, Gentili L, Marconi L. Balanced robust regulation of a magnetic levitation system[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2005, 13(6): 1036-1044.

[5] 蓝益鹏, 李洁. 直线同步电动机磁悬浮系统的自适应模糊滑模控制[J]. 控制与决策, 2021, 36(3): 693-698.
(Lan Y P, Li J. Adaptive fuzzy sliding mode control for magnetic suspension system of linear synchronous motor[J]. Control and Decision, 2021, 36(3): 693-698.)

[6] Liu J N, Sun Z Y, Cai B, et al. Finite-time stabilization of maglev system with an output constraint[J]. Asian Journal of Control, 2021, 23(6): 2874-2878.

[7] Sheh Zad H, Khan T I, Lazoglu I. Design and adaptive sliding-mode control of hybrid magnetic bearings[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2018, 65(3): 2537-2547.

[8] 黄永红, 石姗姗, 袁野, 等. 磁悬浮开关磁阻电机的自适应终端滑模控制[J]. 控制与决策, 2021, 36(6): 1449-1456.
(Huang Y H, Shi S S, Yuan Y, et al. Adaptive terminal sliding mode control of bearingless switched reluctance motor[J]. Control and Decision, 2021, 36(6): 1449-1456.)

[9] Li Y, Cai B, Song X Y, et al. Modeling of maglev yaw system of wind turbines and its robust trajectory tracking control in the levitating and landing process based on NDOB[J]. Asian Journal of Control, 2019, 21(2): 770-782.

[10] 刘彩云, 孙宗耀, 孟庆华, 等. 一类非线性系统的全局快速有限时间鲁棒控制[J]. 控制与决策, 2020, 35(4): 1004-1008.

(Liu C Y, Sun Z Y, Meng Q H, et al. Global fast finite-time robust control for a class of nonlinear systems[J]. Control and Decision, 2020, 35(4): 1004-1008.)

[11] Sun Z Y, Zhou C, Liu Z G, et al. Fast finite-time adaptive event-triggered tracking for uncertain nonlinear systems[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2020, 30(17): 7806-7821.

[12] Hayakawa T, Ishii H, Tsumura K. Adaptive quantized control for nonlinear uncertain systems[J]. Systems & Control Letters, 2009, 58(9): 625-632.

[13] Zhou J, Wen C Y, Yang G H. Adaptive backstepping stabilization of nonlinear uncertain systems with quantized input signal[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2014, 59(2): 460-464.

[14] Xing L T, Wen C Y, Su H Y, et al. A new adaptive control scheme for uncertain nonlinear systems with quantized input signal[J]. Journal of the Franklin Institute, 2015, 352(12): 5599-5610.

[15] Liu W H, Ma Q, Xu S Y, et al. Adaptive finite-time event-triggered control for nonlinear systems with quantized input signals[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2021, 31(10): 4764-4781.

[16] Sun Z Y, Xu T L, Cai B, et al. Robust adaptive regulation of magnetic levitation systems with input quantization and external disturbances[J]. Journal of the Franklin Institute, 2023, 360(3): 1672-1689.

[17] Lin W, Qian C J. Adaptive control of nonlinearly parameterized systems: A nonsmooth feedback framework[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2002, 47(5): 757-774.

[18] Ceragioli F, de Persis C, Frasca P. Discontinuities and hysteresis in quantized average consensus[J]. Automatica, 2011, 47(9): 1916-1928.

作者简介

徐甜莉 (1998−), 女, 博士生, 从事非线性控制、自适应控制等研究, E-mail: xtl_0628@163.com;

孙宗耀 (1979−), 男, 教授, 博士, 从事非线性控制、自适应控制等研究, E-mail: sunzongyao@sohu.com;

蔡彬 (1964−), 男, 教授, 博士, 从事可再生能源发电技术、人工智能等研究, E-mail: bincai1027@126.com;

陈智强 (1987−), 男, 副教授, 博士, 从事非线性控制、齐次系统理论等研究, E-mail: ccchenevan@mail.ncku.edu.tw.