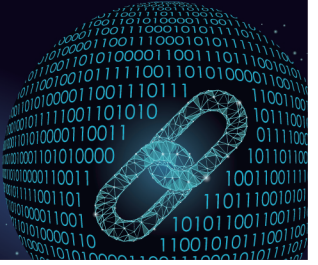




中国科技期刊卓越行动计划项目入选期刊

控制与决策

CONTROL AND DECISION



多变量时滞阻尼累加灰色模型及其应用

罗党, 李良帅

引用本文:

罗党, 李良帅. 多变量时滞阻尼累加灰色模型及其应用[J]. 控制与决策, 2024, 39(8): 2703–2710.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2023.0499>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

时滞累积TDAGM(l, N, t)模型及其在粮食生产中的应用

Time-delayed accumulative TDAGM(l, N, t)

控制与决策. 2021, 36(8): 2002–2012 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1630>

基于偏态深度分类的高炉硅含量及波动预测

Prediction of blast furnace silicon content and fluctuation based on skewness depth classification

控制与决策. 2021, 36(2): 491–497 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1116>

基于多维泰勒网的超前d步预测模型

d-step-ahead predictive model based on multi-dimensional Taylor network

控制与决策. 2021, 36(2): 345–354 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0722>

考虑退化轨迹差异性与相似性的轴承RUL预测

Prediction of bearing remaining useful life involving difference and similarity of degradation trajectories

控制与决策. 2021, 36(11): 2832–2840 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.1028>

基于无标签、不均衡、初值不确定数据的设备健康评估方法

Equipment health risk assessment based on unlabeled, unbalanced data under uncertain initial condition

控制与决策. 2020, 35(11): 2687–2695 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.1493>

多变量时滞阻尼累加灰色模型及其应用

罗 党^{1†}, 李良帅²

(1. 华北水利水电大学 数学与统计学院, 郑州 450046; 2. 华北水利水电大学 水利学院, 郑州 450046)

摘 要: 基于现实行为系统中存在的时滞效应和多变量灰色预测系统中需区分新旧信息及预测趋势不可控的情况, 通过引入改进的阻尼累加生成算子与时滞系数, 提出多变量时滞阻尼累加灰色模型(TLDAGM(1, N))及其扩展形式, 模型理论上可达到与传统多变量灰色预测模型的兼容性; 讨论模型的参数估计方式及求解方法, 给出模型的参数优化方法及具体的建模步骤; 将该模型应用于我国高新技术企业产值及河南省粮食产量预测问题中, 并与传统多变量灰色预测模型进行比较. 结果表明: 所提模型的模拟精度和预测精度均显著优于传统多变量灰色预测模型, 新模型能够较好地识别多变量行为系统数据中包含的时滞性、重要性及时间序列的趋势因素. 实例分析的结果验证了所提模型的合理性、适用性和有效性.

关键词: 时滞效应; 灰色预测系统; 新旧信息; 阻尼累加生成算子; 粮食产量预测

中图分类号: N941.5

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2023.0499

引用格式: 罗党, 李良帅. 多变量时滞阻尼累加灰色模型及其应用[J]. 控制与决策, 2024, 39(8): 2703-2710.

Multivariable time-lag damping accumulated grey model and its application

LUO Dang^{1†}, LI Liang-shuai²

(1. School of Mathematics and Statistics, North China University of Water Resources and Electric Power, Zhengzhou 450046, China; 2. School of Water Conservancy, North China University of Water Resources and Electric Power, Zhengzhou 450046, China)

Abstract: Based on the time-lag effect in the realistic behavior system and the need to distinguish the old from the new information and the uncontrollable prediction trend in the multivariable grey prediction system, by introducing an improved damping accumulated generation operator and time-lag coefficient, a multivariable time-lag damping accumulated grey model(TLDAGM(1, N)) and its extended form are proposed, which can theoretically achieve compatibility with traditional multivariable grey prediction models. The parameter estimation method and solution method of the model are discussed, the parameter optimization method and specific model steps of the model are given. Finally, the model is applied to the prediction of the output value of high-tech enterprises in China and the grain yield in Henan province and compared with the traditional multivariate grey prediction model. The results show that the simulation accuracy and prediction accuracy of the proposed model are significantly better than those of the traditional multivariable grey prediction model. The model is able to better identify the time-lag, validity, significance and trend factors of the time-series contained in the data generated by different factors in the multivariable system at different times. The results of the empirical analysis verify the rationality, applicability and validity of the proposed model.

Keywords: time-lag effect; grey prediction system; new and old information; damping accumulated generation operator; grain yield prediction

0 引 言

灰色系统理论由 Deng^[1] 于 1982 年首次提出, 灰色预测模型是一种基于灰色系统理论的针对“小样本、贫信息”预测问题的方法, 目前已被广泛应用于农业、能源、水利、经济等诸多领域^[2-4]. 灰色预测模型主要分为两类: 单变量模型和多变量模型. 其中

以 GM(1, 1) 为代表的单变量灰色预测模型经过多年的研究与发展, 取得了一系列重要的研究成果^[5-9]. 现实经济社会系统存在多种相关因素的影响, 系统特征序列的变化必然是复杂且不确定的. 单变量灰色预测模型只考虑了系统内部自身的变量, 没有考虑其他相关因素对系统行为特征的影响, 因此无法反映外部

收稿日期: 2023-04-18; 录用日期: 2023-07-04.

基金项目: 国家自然科学基金项目(51979106).

[†]通讯作者. E-mail: iamld99@163.com.

环境变化对系统发展趋势的影响. 针对此问题, 邓聚龙^[10]提出了多变量GM(1, N)灰色模型.

GM(1, N)模型由系统特征序列和 $N - 1$ 个相关因素子序列组成, 相对于结构单一的单变量灰色预测模型, GM(1, N)模型的建模过程充分考虑了相关因素对系统主行为变化的影响. 但由于GM(1, N)模型自身建模机制存在缺陷, 大多被作为一个静态模型用于分析系统特征序列和相关因素序列之间紧密性的工具^[11-12], 其预测能力在实际应用中往往不尽如人意. 为了提高GM(1, N)模型的建模性能, 许多学者提出了有价值的改进模型. 目前GM(1, N)模型研究主要从3个方面对研究问题背景和序列特征进行改进与优化: 序列生成算子、模型参数、模型结构.

1) 对于序列生成算子, Wu等^[13]将弱缓冲算子引入GM(1, N)模型中, 其针对存在跳跃现象的小样本时间序列预测有着独特的优越性. 毛树华等^[14]基于分数阶累加生成算子构建了分数阶累加GM(1, N, r)模型, 并通过实例说明了该模型在实际应用中具有更高的适应度.

2) 对于模型参数, Cheng等^[15]使用修正的GM(1, N)模型的灰色微分方程去估计参数, 并给出了3种不同背景值的参数估计方法. 李晔等^[16]通过引入线性时变参数构建了DLDGM(1, N)模型, 其优势在于考虑到了模型参数随时间变化的动态特征, 同时明确了驱动因素的作用效果.

3) 对于模型结构, 王正新^[17]通过引入幂指数构建了GM(1, N)幂模型, 该模型能够较好地描述变量之间的非线性关系. 缪燕子等^[18]通过改进背景值并引入灰作用量建立了IBSGM(1, N)模型, 该模型结构的泛化能力较强, 鲁棒性较好.

上述学者的研究对GM(1, N)模型的应用范围和预测能力的提升做出了巨大贡献, 极大地推动了灰色模型的发展. 但是现有的灰色累加生成技术主要关注更好的数据拟合效果, 在预测过程中数据变化可能会出现增长或下降趋势过快的现象, 导致预测的结果不符合实际情况. 同时, 系统在运行的过程中, 由于驱动项作用机制的复杂性和不确定性, 可能存在着多样的关系, 如滞后、交互、相关、因果等, 这些关系可能会影响相关因素与系统主行为之间的相互作用^[19]. 为了使灰色生成算子不仅可以作为一种预处理方法, 而且可以灵活调整结果的预测趋势, Liu等^[20]提出了阻尼累加生成算子, 该算子突出了新信息在累加过程中的权重. 本文基于阻尼累加生成算子, 针对灰色多变量预测问题对其进行改进和

优化, 同时考虑到现实行为系统中广泛存在的时滞效应, 通过引入时滞系数提出一种多变量时滞阻尼累加灰色模型TLDAGM(1, N)以反映多变量系统中不同因素在不同时间所产生行为数据中包含的时滞性、有效性和重要性, 并对模型进行求解和参数优化方法的讨论, 给出建模步骤. 最后针对我国高新技术企业产值及河南省粮食产量预测的问题, 建立TLDAGM(1, N)进行分析预测, 以验证模型的合理性、适用性和有效性.

1 传统灰色GM(1, N)模型

设 $X_1^{(0)}$ 为系统特征数据序列, $X_i^{(0)} (i = 2, 3, \dots, N)$ 为 $X_1^{(0)}$ 的相关因素数据序列, $X_i^{(1)}$ 为 $X_i^{(0)}$ 的一阶累加生成序列, $Z_1^{(1)}$ 为 $X_1^{(1)}$ 的紧邻均值生成序列, 则称 $x_1^{(0)}(k) + az_1^{(1)}(k) = \sum_{i=2}^N b_i x_i^{(1)}(k)$ 为GM(1, N)模型^[2].

参数列向量 $\hat{a} = [a, b_2, b_3, \dots, b_N]^T$ 的最小二乘估计满足 $\hat{a} = (B^T B)^{-1} B^T Y$. 称 $\frac{dx_1^{(1)}(t)}{dt} + ax_1^{(1)}(t) = \sum_{i=2}^N b_i x_i^{(1)}(t)$ 为GM(1, N)模型的白化微分方程, 其时间响应函数为

$$\hat{x}_1^{(1)}(k+1) = \left[x_1^{(0)}(1) - \frac{1}{a} \sum_{i=2}^N b_i x_i^{(1)}(k+1) \right] e^{-ak} + \frac{1}{a} \sum_{i=2}^N b_i x_i^{(1)}(k+1),$$

一阶累减还原式为

$$\hat{x}_1^{(0)}(k+1) = \hat{x}_1^{(1)}(k+1) - \hat{x}_1^{(1)}(k).$$

灰色系统的信息观是新信息优先原理, 传统GM(1, N)模型构建中使用的一阶累加算子相当于对所有变量中的数据赋予了相同的权重, 没有考虑新信息的重要性, 显然是不合理的. 此外, 传统GM(1, N)模型默认系统行为中的各个因素是同步变化的, 并未考虑现实系统行为中驱动因素对系统主行为的滞后累积效果^[21]. 因此, 通过引入阻尼趋势因子作为灰色生成算子的一个新参数, 去使灰色生成算子能够突出新信息在累加过程中的权重, 并能够灵活调整预测结果的增长趋势, 同时考虑驱动变量与系统行为之间的时滞效应以改进GM(1, N)模型.

2 多变量时滞阻尼累加灰色模型及其求解

2.1 阻尼累加生成算子

定义1^[20] 设序列 $X^{(c)}$ 为 $X^{(0)}$ 的 ζ 阶阻尼累加生成序列, ζ 阶阻尼累加生成算子(ζ -DAGO)定义如下:

$$x^{(\zeta)}(k) = \sum_{i=1}^k \frac{x^{(0)}(i)}{\zeta^{i-1}}, \quad k = 1, 2, \dots, n, \quad (1)$$

其中 $\zeta \in (0, 1]$. 当阻尼累加参数为1时, ζ -DAGO 等同与1-AGO. ζ -DAGO 计算过程的矩阵形式为

$$\begin{bmatrix} x^{(\zeta)}(1) \\ x^{(\zeta)}(2) \\ \vdots \\ x^{(\zeta)}(n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & \frac{1}{\zeta} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \frac{1}{\zeta} & \cdots & \frac{1}{\zeta^{n-1}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^{(0)}(1) \\ x^{(0)}(2) \\ \vdots \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix}.$$

针对多变量灰色预测模型, 将其进行改进为

$$x_i^{(\zeta_i)}(k) = \sum_{t=1}^k \frac{x_i^{(0)}(t)}{\zeta_i^{t-1}}. \quad (2)$$

其中: $k = 1, 2, \dots, n; i = 1, 2, \dots, N$.

2.2 多变量时滞阻尼累加灰色模型

定义2 设 $X_1^{(0)}$ 为系统特征数据序列, $X_i^{(0)} (i = 2, 3, \dots, N)$ 为 $X_1^{(0)}$ 的相关因素数据序列, $X_i^{(\zeta_i)}$ 为 $X_i^{(0)}$ 的 ζ_i 阶累加生成序列, $Z_1^{(\zeta_1)}$ 为 $X_1^{(\zeta_1)}$ 的紧邻均值生成序列, 其中 $z_1^{(\zeta_1)}(k) = 0.5(x_1^{(\zeta_1)}(k) + x_1^{(\zeta_1)}(k-1))$, 则称

$$x_1^{(0)}(k) + az_1^{(\zeta_1)}(k) = \sum_{i=2}^N \sum_{j=1}^k b_i \lambda_i^{k-j} x_i^{(\zeta_i)}(j) \quad (3)$$

为多变量时滞阻尼累加灰色模型, 记为 TLDAGM(1, N).

TLDAGM(1, N) 模型中, $\sum_{i=2}^N \sum_{j=1}^k b_i \lambda_i^{k-j} x_i^{(\zeta_i)}(j)$

为时滞效应驱动项, λ_i 为时滞系数, a 为发展系数. 当 $\zeta_i (i = 1, 2, \dots, N)$ 均为1, 且驱动因素对系统特征序列均不存在时滞效应时, TLDAGM(1, N) 模型退化为传统 GM(1, N) 模型.

定理1 TLDAGM(1, N) 模型参数列 $\hat{a} = [a, b_2, b_3, \dots, b_N]^T$ 的最小二乘估计满足

$$\hat{a} = (B^T B)^{-1} B^T Y. \quad (4)$$

其中

$$B = \begin{bmatrix} -z_1^{(\zeta_1)}(2) & \sum_{j=1}^2 \lambda_2^{2-j} g_2 & \cdots & \sum_{j=1}^2 \lambda_N^{2-j} g_N \\ -z_1^{(\zeta_1)}(3) & \sum_{j=1}^3 \lambda_2^{3-j} g_2 & \cdots & \sum_{j=1}^3 \lambda_N^{3-j} g_N \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -z_1^{(\zeta_1)}(n) & \sum_{j=1}^n \lambda_2^{n-j} g_2 & \cdots & \sum_{j=1}^n \lambda_N^{n-j} g_N \end{bmatrix},$$

$$Y = [x_1^{(0)}(2), x_1^{(0)}(3), \dots, x_1^{(0)}(n)]^T,$$

$$g_2, \dots, g_N = x_2^{(\zeta_2)}(j), \dots, x_N^{(\zeta_N)}(j),$$

矩阵 B 的维数为 $(n-1) \times N$, 矩阵 Y 的维数为 $(n-1) \times 1$.

证明 将 $k = 2, 3, \dots, n$ 代入 TLDAGM(1, N) 模型得

$$x_1^{(0)}(2) = \sum_{i=2}^N \sum_{j=1}^2 b_i \lambda_i^{2-j} x_i^{(\zeta_i)}(2) - az_1^{(\zeta_1)}(2),$$

$$x_1^{(0)}(3) = \sum_{i=2}^N \sum_{j=1}^3 b_i \lambda_i^{3-j} x_i^{(\zeta_i)}(3) - az_1^{(\zeta_1)}(3),$$

$\vdots$

$$x_1^{(0)}(n) = \sum_{i=2}^N \sum_{j=1}^n b_i \lambda_i^{n-j} x_i^{(\zeta_i)}(n) - az_1^{(\zeta_1)}(n).$$

其矩阵形式为 $Y = B\hat{a}$, 则误差序列为 $\varepsilon = Y - B\hat{a}$. 若使 $\varepsilon^2 = (\varepsilon^T \times \varepsilon) = (Y - B\hat{a})^T (Y - B\hat{a}) = \sum_{k=2}^n \left(x_1^{(0)}(k) - \sum_{i=2}^N \sum_{j=1}^k b_i \lambda_i^{k-j} x_i^{(\zeta_i)}(j) + az_1^{(\zeta_1)}(k) \right)^2$ 的 $a, b_2, b_3, \dots, b_N$ 最小, 则应满足

$$\begin{cases} \frac{\partial \varepsilon^2}{\partial a} = 2 \sum_{k=2}^n \varepsilon(k) z_1^{(\zeta_1)}(k) = 0, \\ \frac{\partial \varepsilon^2}{\partial b_2} = -2 \sum_{k=2}^n \varepsilon(k) \sum_{j=1}^k \lambda_2^{k-j} x_2^{(\zeta_2)}(j) = 0, \\ \vdots \\ \frac{\partial \varepsilon^2}{\partial b_N} = -2 \sum_{k=2}^n \varepsilon(k) \sum_{j=1}^k \lambda_N^{k-j} x_N^{(\zeta_N)}(j) = 0. \end{cases}$$

其中

$$\varepsilon(k) = x_1^{(0)}(k) - \sum_{i=2}^N \sum_{j=1}^k b_i \lambda_i^{k-j} x_i^{(\zeta_i)}(j) + az_1^{(\zeta_1)}(k).$$

即 $B^T \varepsilon = B^T (Y - B\hat{a}) = 0$, 所以 $B^T B\hat{a} = B^T Y$, 即

$$\hat{a} = (B^T B)^{-1} B^T Y. \quad \square$$

定义3 设 $\hat{a} = [a, b_2, b_3, \dots, b_N]^T$, 则称

$$\frac{dx_1^{(\zeta_1)}(t)}{dt} + ax_1^{(\zeta_1)}(t) = \sum_{i=2}^N \sum_{j=1}^k b_i \lambda_i^{k-j} x_i^{(\zeta_i)}(j) \quad (5)$$

为 TLDAGM(1, N) 模型的白化微分方程.

定理2 TLDAGM(1, N) 模型的时间响应函数为

$$\hat{x}_1^{(\zeta_1)}(k) = \left[x_1^{(0)}(1) - \frac{1}{a} \sum_{i=2}^N \sum_{j=1}^k b_i \lambda_i^{k-j} x_i^{(\zeta_i)}(j) \right] \times e^{-a(k-1)} + \frac{1}{a} \sum_{i=2}^N \sum_{j=1}^k b_i \lambda_i^{k-j} x_i^{(\zeta_i)}(j). \quad (6)$$

证明 白化微分方程式(5)的解为

$$x_1^{(\zeta_1)}(t) = Ce^{-at} + \frac{1}{a} \sum_{i=2}^N \sum_{j=1}^k b_i \lambda_i^{k-j} x_i^{(\zeta_i)}(j), \quad (7)$$

其中 C 为待定常数. 当 $t = 1$ 时, 取 $x_1^{(\zeta_1)}(1) = x_1^{(0)}(1)$, 代入上式中可得

$$C = e^a \left(x_1^{(0)}(1) - \frac{1}{a} \sum_{i=2}^N \sum_{j=1}^k b_i \lambda_i^{k-j} x_i^{(\zeta_i)}(j) \right),$$

将 C 代回式(7)中可得

$$\begin{aligned} \hat{x}_1^{(\zeta_1)}(k) = & \left[x_1^{(0)}(1) - \frac{1}{a} \sum_{i=2}^N \sum_{j=1}^k b_i \lambda_i^{k-j} x_i^{(\zeta_i)}(j) \right] \times \\ & e^{-a(k-1)} + \frac{1}{a} \sum_{i=2}^N \sum_{j=1}^k b_i \lambda_i^{k-j} x_i^{(\zeta_i)}(j). \quad \square \end{aligned}$$

ζ_1 阶累减还原式为

$$\begin{aligned} \hat{x}_1^{(0)}(k) = & \begin{cases} x_1^{(0)}(k), & k = 1; \\ (\hat{x}_1^{(\zeta_1)}(k) - \hat{x}_1^{(\zeta_1)}(k-1))\zeta_1^{k-1}, & k = 2, 3, \dots, n. \end{cases} \end{aligned} \quad (8)$$

2.3 多变量时滞阻尼累加灰色模型扩展形式

上述TLDAGM(1, N)模型的参数列 $\hat{a}$ 是基于式(3)的最小二乘估计得到的, 而时间响应函数则是基于式(5)得到的近似解, 二者之间存在一定的跳跃性误差^[22]. 为了拓展模型的适用范围, 提出TLDAGM(1, N)模型的扩展形式.

定理3 TLDAGM(1, N)模型可以转化为

$$x_1^{(0)}(k) = \sum_{i=2}^N \sum_{j=1}^k \beta_i \lambda_i^{k-j} x_i^{(\zeta_i)}(j) - \alpha x_1^{(\zeta_1)}(k-1). \quad (9)$$

其中: $\beta_i = \frac{b_i}{1+0.5a}$, $\alpha = \frac{a}{1+0.5a}$.

证明 将 $x_1^{(\zeta_1)}(k) = x_1^{(\zeta_1)}(k-1) + x_1^{(0)}(k)$, $z_1^{(\zeta_1)}(k) = 0.5(x_1^{(\zeta_1)}(k) + x_1^{(\zeta_1)}(k-1))$ 代入TLDAGM(1, N)模型, 即式(3), 求解可得

$$\begin{aligned} x_1^{(0)}(k) = & \sum_{i=2}^N \sum_{j=1}^k \frac{b_i}{1+0.5a} \lambda_i^{k-j} x_i^{(\zeta_i)}(j) - \\ & \frac{a}{1+0.5a} x_1^{(\zeta_1)}(k-1). \quad \square \end{aligned}$$

2.4 多变量时滞阻尼累加灰色模型参数优化

阻尼参数 ζ_i 及时滞系数 λ_i 的选取会直接影响TLDAGM(1, N)模型的精度. 为获得最优的阻尼参数及时滞系数, 使用最小平均绝对百分比误差(MAPE)去评估模型的优劣, 计算公式如下:

$$\text{MAPE} = \frac{1}{n-1} \sum_{k=2}^n \frac{|\hat{x}_1^{(0)}(k) - x_1^{(0)}(k)|}{x_1^{(0)}(k)} \times 100\%. \quad (10)$$

1) TLDAGM(1, N)模型参数优化:

$$\min_{\zeta_i, \lambda_i} \text{MAPE}(\zeta_i, \lambda_i);$$

$$\text{s.t. } \hat{x}_1^{(0)}(k) = (\hat{x}_1^{(\zeta_1)}(k) - \hat{x}_1^{(\zeta_1)}(k-1))\zeta_1^{k-1},$$

$$\hat{x}_1^{(\zeta_1)}(k) =$$

$$\left[x_1^{(0)}(1) - \frac{\sum_{i=2}^N \sum_{j=1}^k b_i \lambda_i^{k-j} x_i^{(\zeta_i)}(j)}{a} \right] \times$$

$$e^{-a(k-1)} + \frac{1}{a} \sum_{i=2}^N \sum_{j=1}^k b_i \lambda_i^{k-j} x_i^{(\zeta_i)}(j),$$

$$\hat{a} = (B^T B)^{-1} B^T Y,$$

$$k = 2, 3, \dots, n,$$

$$0 < \zeta_i \leq 1,$$

$$0 < \lambda_i < 1.$$

(11)

2) TLDAGM(1, N)模型扩展形式参数优化:

$$\min_{\zeta_i, \lambda_i} \text{MAPE}(\zeta_i, \lambda_i);$$

$$\begin{aligned} \text{s.t. } \hat{x}_1^{(0)}(k) = & \sum_{i=2}^N \sum_{j=1}^k \frac{b_i}{1+0.5a} \lambda_i^{k-j} x_i^{(\zeta_i)}(j) - \\ & \frac{a}{1+0.5a} x_1^{(\zeta_1)}(k-1), \end{aligned}$$

$$\hat{a} = (B^T B)^{-1} B^T Y,$$

$$k = 2, 3, \dots, n,$$

$$0 < \zeta_i \leq 1,$$

$$0 < \lambda_i < 1.$$

(12)

上述两个优化问题是非线性和不可微的, 可使用智能优化算法进行寻优. 本文使用差分进化算法对其进行寻优, 可参见文献[23]. 具体建模步骤如下:

step 1: 输入 $X_1^{(0)}$ 与 $X_i^{(0)}(i = 2, 3, \dots, N)$, 使用差分进化算法求解最优阻尼参数及时滞系数;

step 2: 计算 ζ_i 阶阻尼累加生成序列 $X_i^{(\zeta_i)}(i = 1, 2, \dots, N)$;

step 3: 由式(4)求得参数列 $[a, b_2, b_3, \dots, b_N]^T$;

step 4: 将参数代入式(6)求得TLDAGM(1, N)模型的时间响应函数;

step 5: 根据式(8)得到拟合值序列 $\hat{X}_1^{(0)}$, 并进行预测.

TLDAGM(1, N)模型扩展形式的建模步骤与上述步骤类似.

3 实例应用

3.1 我国高新技术企业产值预测分析

为了进一步研究模型的合理性, 利用文献[24]中对我国高新技术企业产值进行预测的数据序列建立TLDAGM(1, N)模型及其扩展形式, 并与其他灰色模型进行对比分析. 高新技术企业产值及其相关因

素数据如表1所示.

表 1 高新技术产业产值及其相关因素

年份	产值	R&D 人员	R&D 经费
2005	3.39	17.32	362.50
2006	4.16	18.90	456.44
2007	4.93	24.82	545.32
2008	5.57	28.51	655.20
2009	5.96	32.00	774.05
2010	7.45	39.91	967.83
2011	8.75	42.67	1 237.81
2012	10.23	52.56	1 491.49
2013	11.60	55.92	1 734.37
2014	12.74	57.25	1 922.15

表 1 中的原始数据序列数量级较大, 本文采用初值化方法对数据分别进行无量纲化后再建模. 以 2005 年~2012 年数据作为训练集, 2013 年~2014 年数据作为验证集. 差分进化算法寻得最优阻尼参数及

时滞系数如下:

1) TLDAGM(1, N) 模型:

$$\zeta_{(1,2,3)} = (0.960\ 2, 0.980\ 5, 0.999\ 6),$$
$$\lambda_{(2,3)} = (0.674\ 8, 0.005\ 5).$$

2) TLDAGM(1, N) 模型扩展形式:

$$\zeta_{(1,2,3)} = (0.999\ 9, 0.933\ 6, 0.999\ 8),$$
$$\lambda_{(2,3)} = (0.400\ 1, 0.001\ 1).$$

通过构造矩阵 B 、 Y 计算模型的参数列 $\hat{a}$, 结果如下所示:

1) TLDAGM(1, N) 模型:

$$\hat{a} = [a, b_2, b_3]^T = [1.478\ 1, -0.356\ 1, 2.121\ 6]^T;$$

2) TLDAGM(1, N) 模型扩展形式:

$$\hat{a} = [a, b_2, b_3]^T = [0.369\ 5, -0.721\ 2, 1.603\ 0]^T.$$

经过初值化逆变换的模拟预测结果见表 2.

表 2 高新技术企业产值模拟与预测结果

年份	原始值	DGM(1, N)		TDDGM(1, N)		TLDAGM(1, N)		TLDAGM(1, N) 扩展形式	
		模拟值	APE/%	模拟值	APE/%	模拟值	APE/%	模拟值	APE/%
2005	3.39	3.39	/	3.39	/	3.39	/	3.39	/
2006	4.16	4.29	3.14	4.18	0.04	3.97	4.56	4.01	3.60
2007	4.93	2.95	40.68	4.50	9.49	5.08	3.04	4.93	0
2008	5.57	3.45	38.09	5.29	5.11	5.56	0.17	5.64	1.25
2009	5.96	3.93	34.12	5.84	2.03	5.94	0.33	6.28	5.36
2010	7.45	4.91	34.16	6.60	11.40	7.03	5.63	7.01	5.90
2011	8.75	5.48	37.40	8.29	5.21	8.96	2.40	8.82	0.80
2012	10.23	6.71	34.41	9.90	3.26	10.34	1.07	10.25	0.19
MAPE		31.71		5.28		2.45		2.44	
2013	11.60	7.31	37.01	11.52	0.72	11.59	0.08	11.62	0.17
2014	12.74	7.65	39.97	12.71	0.25	12.34	3.13	12.73	0.07
MAPE		38.49		0.48		1.60		0.12	

由表 2 可以看出, DGM(1, N) 模型、TDDGM(1, N) 模型的模拟平均相对误差分别为 31.71%、5.28%, TLDAGM(1, N) 模型及其扩展形式的模拟平均相对误差分别为 2.45%、2.44%, 模拟性能均优于文献 [24] 中提出的 TDDGM(1, N) 模型. 对于预测结果而言, DGM(1, N) 模型误差较大, 不适用于预测, TDDGM(1, N) 模型、TLDAGM(1, N) 模型及其扩展形式均实现了高精度预测, 尤其是 TLDAGM(1, N) 模型扩展形式, 其预测平均相对误差低至 0.12%, 预测精度高达 99.88%, 表明该模型的模拟和预测性能更好, 更加稳定. 上述实例分析验证了本文所构建的 TLDAGM(1, N) 模型的合理性.

3.2 河南省粮食产量预测分析

河南省是我国典型的农业大省, 粮食产量占全国

的十分之一. 近年来, 河南省粮食生产增长率呈现出了较大的下降趋势, 粮食安全迎来了巨大挑战. 因此, 为了有效地指导粮食的生产、流通和消费, 并明确粮食的进出口份额, 以及完善粮食储备系统, 对粮食产量进行科学准确的预测是重中之重.

影响粮食产量(万吨)(X_1) 的因素众多, 并且不同的驱动变量对粮食产量的影响强度和作用时长是不同的, 存在一定的滞后效应. 综合已有研究, 本文选取有效灌溉面积(千公顷)(X_2)、播种面积(千公顷)(X_3)、农业机械总动力(万千瓦)(X_4)、年降水量(mm)(X_5)、第一产业增加值(亿元)(X_6) 作为建模的相关因素, 时间序列为 2006 年~2020 年. 具体数据见表 3, 数据来自《河南省统计年鉴》.

表3 河南省粮食产量及其影响因素数据

年份	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
2006	5 112.30	4 918.80	13 995.53	8 309.13	714.70	1 869.89
2007	5 252.92	4 955.84	14 308.50	8 718.71	786.90	2 156.70
2008	5 405.80	4 989.20	14 403.71	9 429.27	738.10	2 575.81
2009	5 506.87	5 033.03	14 235.70	9 817.84	753.80	2 665.66
2010	5 581.82	5 080.96	14 320.79	10 195.89	841.70	3 127.14
2011	5 733.92	5 150.44	14 373.32	10 515.79	736.20	3 349.25
2012	5 898.38	5 205.63	14 386.89	10 872.73	605.20	3 577.15
2013	6 023.80	4 969.11	14 586.50	11 149.96	576.60	3 827.20
2014	6 133.60	5 101.15	14 731.54	11 476.81	725.90	3 988.22
2015	6 470.22	5 210.64	14 879.73	11 710.08	704.10	4 015.56
2016	6 498.01	5 242.92	14 902.72	9 854.96	787.10	4 063.64
2017	6 524.25	5 273.63	14 732.53	10 038.32	827.80	4 139.29
2018	6 648.91	5 288.69	14 783.35	10 204.46	755.00	4 311.12
2019	6 695.36	5 328.95	14 713.98	10 356.97	875.90	4 635.70
2020	6 825.80	5 463.07	14 687.99	10 463.70	874.30	5 354.02

《2021年全国农业机械化发展统计公报》数据显示:2021年,中国农业机械总动力达到10.78亿千瓦,以北斗、5G等信息技术为支撑的智能农机装备进军生产一线,加装北斗卫星导航的拖拉机、联合收割机超过60万台,正在逐步实现智能化生产,植保无人机保有量97 931架,同比增长39.22%。同时由表3也可以看出,随着经济与科技的发展,粮食的产量主要随着农业机械总动力与第一产业增加值等要素的增长而增长,农业机械化的长足发展正在让农业强国的基石更为稳固。在此背景下,进行建模分析预测时有必要突出新信息在累加过程中的权重,如果将新旧信息的权重看作一致则是不合理的。

以2006年~2018年河南省粮食产量为训练集并进行建模,2019年~2020年河南省粮食产量为验证集,同时对河南省粮食产量系统建立传统GM(1, N)模型、GM(0, N)模型并进行对比,以验证本文模型的有效性和实用性。序列初值化后差分进化算法寻得最优阻尼参数及时滞系数如下:

1) TLDAGM(1, N)模型:

$$\zeta_{(1,2,3,4,5,6)} = (0.998\ 3, 0.905\ 9, 0.966\ 3, 0.466\ 6, 0.845\ 9, 0.823\ 4),$$

$$\lambda_{(2,3,4,5,6)} = (0.935\ 5, 0.004\ 7, 0.896\ 0, 0.112\ 1, 0.411\ 9).$$

2) TLDAGM(1, N)模型扩展形式:

$$\zeta_{(1,2,3,4,5,6)} = (0.999\ 9, 0.256\ 1, 0.946\ 3, 0.797\ 5, 0.912\ 7, 0.911\ 9),$$

$$\lambda_{(2,3,4,5,6)} = (0.910\ 2, 0.006\ 3, 0.981\ 5, 0.015\ 3, 0.221\ 2).$$

TLDAGM(1, N)及其扩展形式针对于农业机械总动力(X_4)序列的最优阻尼参数 ζ_4 分别为0.466 6、0.797 5,针对于第一产业增加值(X_6)序列的最优阻尼参数 ζ_6 分别为0.823 4、0.911 9,表明这两种模型在建模时均充分考虑了农业机械总动力与第一产业增加值新旧信息的重要性,这与前文的分析是一致的。同时,TLDAGM(1, N)及其扩展形式针对于有效灌溉面积(X_2)序列的时滞系数 λ_2 分别为0.935 5、0.910 2,针对于农业机械总动力(X_4)序列的时滞系数 λ_4 分别为0.896 0、0.981 5,针对于第一产业增加值序列的时滞系数分别为0.411 9、0.221 2,而年降水量对粮食产量的时滞效应较低,播种面积对粮食产量几乎不存在时滞效应,与现实生活逻辑一致,表明这两种模型均能够较好地识别出各驱动因素的时滞效应。

通过构造矩阵 B 、 Y 计算模型的参数列 $\hat{a}$,结果如下所示:

1) TLDAGM(1, N)模型:

$$\hat{a} = [a, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6]^T = [2.028\ 5, -0.024\ 0, 2.021\ 4, 0.162\ 4 \times 10^{-5}, 0.004\ 8, -0.004\ 0]^T;$$

2) TLDAGM(1, N)模型扩展形式:

$$\hat{a} = [a, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6]^T = [2.007\ 9, 0.307\ 7 \times 10^{-8}, 2.233\ 2, -0.002\ 5, -0.046\ 4, -0.194\ 8]^T.$$

经过初值化逆变换的模拟预测结果见表4和图1,模拟相对误差见图2。

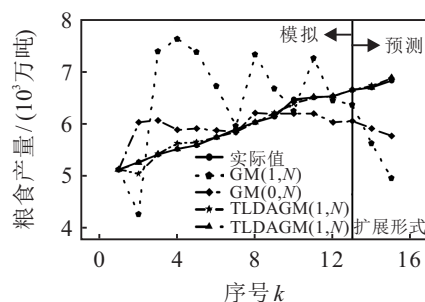


图1 河南省粮食产量曲线

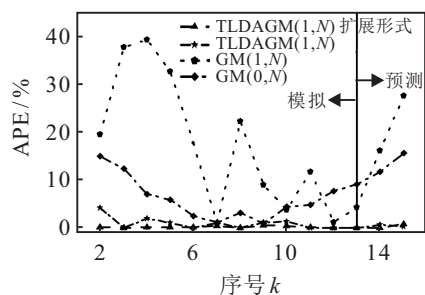


图2 河南省粮食产量误差

表 4 河南省粮食产量的模拟与预测结果

年份	原始值	GM(1, N)		GM(0, N)		TLDAGM(1, N)		TLDAGM(1, N) 扩展形式	
		模拟值	APE/%	模拟值	APE/%	模拟值	APE/%	模拟值	APE/%
2006	5 112.30	5 112.30	/	5 112.30	/	5 112.30	/	5 112.30	/
2007	5 252.92	4 254.77	19.52	6 019.83	15.00	5 030.71	4.23	5 246.97	0.11
2008	5 405.80	7 383.87	37.66	6 057.21	12.40	5 411.41	0.01	5 409.15	0.06
2009	5 506.87	7 624.28	39.17	5 885.23	7.00	5 613.22	1.93	5 513.41	0.11
2010	5 581.82	7 375.82	32.58	5 901.87	5.81	5 639.20	1.02	5 589.45	0.13
2011	5 733.92	6 716.57	17.61	5 872.90	2.49	5 739.07	0.08	5 740.55	0.11
2012	5 898.38	5 954.70	0.98	5 828.11	1.23	5 837.33	1.03	5 872.60	0.43
2013	6 023.80	7 331.10	22.16	6 209.83	3.15	6 030.00	0.10	6 024.87	0.01
2014	6 133.60	6 674.75	8.98	6 190.18	0.94	6 209.20	1.23	6 168.74	0.57
2015	6 470.22	6 237.32	3.80	6 195.26	4.48	6 383.38	1.34	6 445.76	0.37
2016	6 498.01	7 257.95	11.75	6 187.79	4.80	6 503.62	0.08	6 513.08	0.23
2017	6 524.25	6 447.35	1.18	6 027.68	7.64	6 522.19	0.03	6 524.83	0
2018	6 648.91	6 365.50	4.34	6 051.06	9.16	6 645.30	0.05	6 653.23	0.06
MAPE		16.64		6.18		0.93		0.18	
2019	6 695.36	5 616.73	16.11	5 909.459	11.73	6 733.83	0.74	6 694.48	0.01
2020	6 825.80	4 943.79	27.57	5 758.023	15.64	6 858.98	0.26	6 882.35	0.83
MAPE		21.84		13.69		0.50		0.42	

由表 4 可以看出:传统 GM(1, N) 模型模拟平均相对误差为 16.64%, 单年模拟误差最高达 39.17%; GM(0, N) 模型模拟平均相对误差为 6.18%; TLDAGM(1, N) 模型及其扩展形式的模拟平均相对误差分别缩小至 0.93%、0.18%, 模拟精度分别高达 99.07%、99.82%。从样本外推预测误差可以看出, 传统 GM(1, N) 模型与 GM(0, N) 模型预测平均相对误差分别高达 21.84%、13.69%, 表明这两个模型无法准确识别时间序列的趋势因素; TLDAGM(1, N) 模型及其扩展形式的预测平均相对误差分别缩小至 0.50%、0.42%, 预测精度分别高达 99.50%、99.58%。由图 1 和图 2 可以看出, TLDAGM(1, N) 模型及其扩展形式的模型曲线更加贴合实际曲线且相对误差波动较小, 其单年相对误差最高分别为 4.23%、0.57%, 稳定性更高。总体而言, 无论是模拟精度还是预测精度, TLDAGM(1, N) 模型及其扩展形式均显著优于传统 GM(1, N) 模型与 GM(0, N) 模型。通过上述分析可知, 本文所提出的多变量时滞阻尼累加灰色模型 TLDAGM(1, N) 较传统多变量灰色模型更能准确地描述和预测河南省粮食产量及其相关因素之间的变化规律, 具有一定的适用性。

4 结 论

本文基于多变量灰色系统建模的思想, 使用改进的阻尼累加生成算子作为建模基础, 并将时滞系数引入 GM(1, N) 模型, 提出了多变量时滞阻尼累加灰色模型 TLDAGM(1, N) 及其扩展形式, 并给出了参数优化方法。阻尼参数可以灵活地调整预测结果的变化趋势并对历史数据进行时变加权, 以调整累加序列的信息差异; 时滞系数则对 “已经发生, 过去并没有

产生影响, 但预期将会产生影响” 的时滞效应进行量化, 以完善模型结构。实例分析表明了本文模型的合理性, 同时 TLDAGM(1, N) 模型及其扩展形式可识别河南省粮食产量及其相关因素历史数据的信息差异, 并能准确地描述和预测其之间的变化规律。

在现实生活中, 许多历史数据由于受多种因素的影响, 有时会呈现出波动性、周期性等复杂的非线性特征, 导致对序列的准确预测十分困难。因此, 在未来的研究中, 如何进行模型优化以解决多变量数据的非线性特征, 提高模型的预测精度和实用性, 是一个亟待解决的问题。

参考文献(References)

[1] Deng J L. Control problems of grey systems[J]. Systems & Control Letters, 1982, 1(5): 288-294.

[2] 刘思峰, 杨英杰, 吴利丰, 等. 灰色系统理论及其应用[M]. 第 7 版. 北京: 科学出版社, 2014: 140-168. (Liu S F, Yang Y J, Wu L F, et al. Grey system theory and its application[M]. The 7th edition. Beijing: Science Press, 2014: 140-168.)

[3] Wu L F, Liu S F, Liu D L, et al. Modelling and forecasting CO2 emissions in the BRICS (Brazil, Russia, India, China, and South Africa) countries using a novel multi-variable grey model[J]. Energy, 2015, 79: 489-495.

[4] Luo D, Li L S. Spatiotemporal evolution analysis and prediction of drought in Henan Province based on standardized precipitation evapotranspiration index[J]. Water Supply, 2023, 23(1): 410-427.

[5] Wei B L, Xie N M, Hu A Q. Optimal solution for novel grey polynomial prediction model[J]. Applied Mathematical Modelling, 2018, 62: 717-727.

[6] 罗党, 王小雷. 耦合三角函数的灰色 GM(1, 1, T) 模型及其应用[J]. 系统工程理论与实践, 2020, 40(7): 1906-1917.

- (Luo D, Wang X L. Grey GM(1, 1, T) model coupled with trigonometric function and its application[J]. Systems Engineering—Theory & Practice, 2020, 40(7): 1906-1917.)
- [7] 曹阳, 梁爽, 沈琴琴, 等. 阻尼累加离散GM(1, 1)模型及其应用[J]. 控制与决策, 2023, 38(6): 1687-1694.
(Cao Y, Liang S, Shen Q Q, et al. Damping accumulated discrete GM(1, 1) model and its application[J]. Control and Decision, 2023, 38(6): 1687-1694.)
- [8] 卢捷, 李峰. 基于初始值和背景值改进的GM(1, 1)模型优化与应用[J]. 运筹与管理, 2020, 29(9): 27-33.
(Lu J, Li F. Optimization and application of GM(1, 1) model based on initial value and background value[J]. Operations Research and Management Science, 2020, 29(9): 27-33.)
- [9] 荆科, 刘业政. GM(1, 1)模型的病态性问题再研究[J]. 控制与决策, 2016, 31(5): 869-874.
(Jing K, Liu Y Z. Morbidity problem of GM(1, 1) model[J]. Control and Decision, 2016, 31(5): 869-874.)
- [10] 邓聚龙. 灰理论基础[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2002: 282-300.
(Deng J L. Basis of grey theory[M]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology Press, 2002: 282-300.)
- [11] Scarlat E, Delcea C. Complete analysis of bankruptcy syndrome using grey systems theory[J]. Grey Systems: Theory and Application, 2011, 1(1): 19-32.
- [12] Rahimnia F, Moghadasian M, Mashreghi E. Application of grey theory approach to evaluation of organizational vision[J]. Grey Systems: Theory and Application, 2011, 1(1): 33-46.
- [13] Wu L F, Liu S F, Yang Y J, et al. Multi-variable weakening buffer operator and its application[J]. Information Sciences, 2016, 339: 98-107.
- [14] 毛树华, 高明运, 肖新平. 分数阶累加时滞GM(1, N , τ)模型及其应用[J]. 系统工程理论与实践, 2015, 35(2): 430-436.
(Mao S H, Gao M Y, Xiao X P. Fractional order accumulation time-lag GM(1, N , τ) model and its application[J]. Systems Engineering—Theory & Practice, 2015, 35(2): 430-436.)
- [15] Cheng M L, Li J, Liu Y, et al. Parameter estimation of modified gray model GM(1, N) and model application[J]. Communications in Statistics - Simulation and Computation, 2022, 51(9): 5447-5464.
- [16] 李晔, 丁圆苹. 基于驱动因素控制的线性时变参数DLDGM(1, N)模型[J]. 中国管理科学, 2022, 30(3): 221-229.
(Li Y, Ding Y P. Construction of linear time-varying parameters DLDGM(1, N) model based on driving factors control[J]. Chinese Journal of Management Science, 2022, 30(3): 221-229.)
- [17] 王正新. 灰色多变量GM(1, N)幂模型及其应用[J]. 系统工程理论与实践, 2014, 34(9): 2357-2363.
(Wang Z. Grey multivariable power model GM(1, N) and its application[J]. Systems Engineering—Theory & Practice, 2014, 34(9): 2357-2363.)
- [18] 缪燕子, 王志铭, 李守军, 等. 基于背景值和结构相容性改进的多维灰色预测模型[J]. 自动化学报, 2022, 48(4): 1079-1090.
(Miao Y Z, Wang Z M, Li S J, et al. Improved multi-dimensional grey prediction model based on background value and structural compatibility[J]. Acta Automatica Sinica, 2022, 48(4): 1079-1090.)
- [19] 张可, 曲品品, 张隐桃. 时滞多变量离散灰色模型及其应用[J]. 系统工程理论与实践, 2015, 35(8): 2092-2103.
(Zhang K, Qu P P, Zhang Y T. Delay multi-variables discrete grey model and its application[J]. Systems Engineering—Theory & Practice, 2015, 35(8): 2092-2103.)
- [20] Liu L Y, Chen Y, Wu L F. The damping accumulated grey model and its application[J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2021, 95: 105665.
- [21] Yan S L, Su Q, Gong Z W, et al. Fractional order time-delay multivariable discrete grey model for short-term online public opinion prediction[J]. Expert Systems with Applications, 2022, 197: 116691.
- [22] Zeng B, Luo C M, Liu S F, et al. Development of an optimization method for the GM(1, N) model[J]. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 2016, 55: 353-362.
- [23] 周侯伯, 肖桂荣, 林炫歆, 等. 基于特征筛选与差分进化算法优化的滑坡危险性评估方法[J]. 地球信息科学学报, 2022, 24(12): 2373-2388.
(Zhou H B, Xiao G R, Lin X X, et al. Landslide hazard assessment method based on feature screening and differential evolution algorithm optimization[J]. Journal of Geo-Information Science, 2022, 24(12): 2373-2388.)
- [24] 丁松, 党耀国, 徐宁, 等. 基于时滞效应的多变量离散灰色预测模型[J]. 控制与决策, 2017, 32(11): 1997-2004.
(Ding S, Dang Y G, Xu N, et al. Multi-variable time-delayed discrete grey model[J]. Control and Decision, 2017, 32(11): 1997-2004.)

作者简介

罗党(1958—), 男, 教授, 博士生导师, 从事灰色系统理论与决策分析等研究, E-mail: iamld99@163.com;

李良帅(1997—), 男, 硕士生, 从事灰色系统理论与预测分析等研究, E-mail: liliangshuai2021@163.com.