



中国科技期刊卓越行动计划项目入选期刊

# 控制与决策

CONTROL AND DECISION



## 小批量多返工生产系统瞬态性能分析和优化

贾之阳, 倪泽军, 王遵君, 王钢

引用本文:

贾之阳, 倪泽军, 王遵君, 王钢. 小批量多返工生产系统瞬态性能分析和优化[J]. *控制与决策*, 2024, 39(8): 2746–2754.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2022.2204>

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### 基于马尔可夫过程的多部件系统劣化状态空间划分模型

Multi-component system state space partition model based on Markov process

控制与决策. 2021, 36(2): 418–428 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0480>

#### 考虑碳限额的制造/再制造混合系统生产优化决策

Production optimization decision of manufacturing/remanufacturing under carbon emission permits

控制与决策. 2021, 36(9): 2249–2256 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1457>

#### 带峰值能耗约束流水线调度的协同群智能优化

Cooperative memetic optimization for flowshop scheduling with peak power consumption constraint

控制与决策. 2021, 36(10): 2350–2358 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0429>

#### 两部件系统视情维修与生产调度的联合优化模型

Joint optimization model for condition-based maintenance and production scheduling of two-component systems

控制与决策. 2021, 36(6): 1377–1386 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1357>

#### 基于模式运动的一类生产过程调节性能与聚类参数关系

Relationship between clustering parameters and regulation performance of a class of production processes based on pattern moving

控制与决策. 2020, 35(5): 1025–1038 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.1142>

# 小批量多返工生产系统瞬态性能分析和优化

贾之阳<sup>†</sup>, 倪泽军, 王遵君, 王 钢

(北京理工大学 自动化学院, 北京 100081)

**摘要:** 随着智能制造和绿色制造战略的提出, 实际生产对小批量定制化加工的需求日益增加, 同时为了进一步提高生产制造的加工效率和产品质量, 返工生产线在企业中的应用也日益频繁. 基于小批量生产背景, 针对应用随机故障机器和有限缓冲区的多返工生产系统, 进行瞬态性能分析, 并对多返工系统进行生产调度. 为定量分析该生产系统的瞬态性能, 通过马尔科夫分析方法建立系统的数学模型, 提出一种动态的分解和聚合算法来预测系统的生产率、消耗率、在制品库存等瞬态性能指标, 并基于仿真对比实验验证所提出算法的精确性和有效性. 此外, 针对返工生产系统在劳动力有限的情景下, 采用优化算法对各机器效率进行合理分配来优化系统的生产性能. 最后, 根据劳动力分配实验结果总结分配策略, 为该系统的生产运行提供决策支持.

**关键词:** 生产系统; 返工生产; 伯努利机器; 瞬态分析

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2022.2204

引用格式: 贾之阳, 倪泽军, 王遵君, 等. 小批量多返工生产系统瞬态性能分析和优化[J]. 控制与决策, 2024, 39(8): 2746-2754.

## Transient performance analysis and optimization of multi-rework production systems with small-lot order

JIA Zhi-yang<sup>†</sup>, NI Ze-jun, WANG Zun-jun, WANG Gang

(School of Automation, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

**Abstract:** With the introduction of smart manufacturing and green manufacturing strategies, the demand for small batch customized production is increasing in actual production. Moreover, rework production lines are being used more frequently in actual production in order to further improve the processing efficiency and product quality. Based on the context of small batch production, the transient performance of a multi-rework system with unreliable machines and finite buffers is analysed. Meanwhile, the production scheduling of the multi-rework system is carried out. To quantitatively analyse the transient performance of this production system, a mathematical model of the system is established using the Markov analysis method. Besides, a dynamic decomposition and aggregation algorithm is proposed to predict the transient performance indicators such as productivity, consumption rate and work-in-process inventory of the system, and the accuracy and effectiveness of the proposed algorithm are verified based on simulation comparison experiments. In addition, a genetic algorithm is used to optimize the production performance of the system for a labour-constrained scenario with a reasonable allocation of the efficiency of each machine. Finally, the allocation strategy concluded from the experimental results of labour allocation provides decision support for the production operation of the system.

**Keywords:** production system; rework production; Bernoulli machine; transient analysis

## 0 引言

在过去的几十年中, 串行生产系统已经被广泛应用到很多大型制造企业, 如汽车装配工厂、晶圆体制造工厂等. 与此同时, 有大量的学者对串行生产线进行了研究<sup>[1-3]</sup>. 与这类拓扑结构相比, 现有文献对其他

结构(如装配、返工等)生产线的研究要少得多. 作为实际生产中的复杂结构之一, 返工线在汽车、半导体和钢铁等制造业中很常见. 在这些工厂的实际加工过程中, 机器故障和原材料的缺陷问题会导致残次品的出现. 为了提高工厂的加工效率和产品质量, 残次

收稿日期: 2022-12-25; 录用日期: 2023-07-04.

基金项目: 国家重点研发计划项目(2021YFB1714800); 国家自然科学基金项目(62103042).

责任编辑: 刘士新.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: zhiyang.jia@bit.edu.cn.

品在被检测机器检测出之后送入返工线进行返修加工而不是直接报废,特别是一些高质量高精度低产出的制造企业(如半导体、航空航天等).返工线有助于提高制造过程的生产速度和效率,减少在制品库存,缩短生产周期,并满足工厂对生产时间和产品质量的要求<sup>[4]</sup>.因此,对返工系统进行数学建模和性能评估对实际生产具有重要价值.

现有返工线的研究集中于稳态性能的分析<sup>[5-6]</sup>.Liu等<sup>[7]</sup>通过构建经济质量模型来评估单返工系统的稳态性能.Li<sup>[8]</sup>使用重叠分解方法对返工系统进行分解,然后通过迭代得到系统的稳态指标,并证明了迭代过程的收敛性和唯一性.此外,Li等<sup>[9]</sup>还研究了返工系统的产品质量问题,并指出了增强系统维护能力可以提高返工线的生产质量.Biller等<sup>[10]</sup>研究了返工生产线的局部和全局瓶颈问题,通过识别全局瓶颈,表明伯努利单返工生产线不存在可逆性.裴植等<sup>[11]</sup>研究了双返工系统的瓶颈问题,并在研究中提出了两种返工策略用于实际生产.

党的二十大报告提出要深入实施智能制造和绿色制造工程,推动制造业高端化、智能化、绿色化.在这样的战略背景下,客户对多品种、小批量定制产品的需求日益增加,导致工厂相应的订单也在持续增长.小批量生产系统的加工过程往往很难达到稳态,传统的稳态分析在这一情况下并不适用,因此需要一种方法来评估生产系统的瞬态性能.关于生产系统的瞬态研究,Meerkov等<sup>[12]</sup>提出了一种分析方法来评估双机串行生产线的性能,并且讨论了初始缓冲区占有量和瞬态生产损失之间的关系.随后,Meerkov等<sup>[13]</sup>还将此结论拓展到双机几何生产线;Zhang等<sup>[14]</sup>提出了一种聚合算法来近似多机串行生产线在瞬态时的性能;Chen等<sup>[15]</sup>将聚合算法引入多机几何串行线中,并且推导出了系统动态性能的评估公式.

考虑企业复杂的生产加工过程,Jia等<sup>[16]</sup>提出了一种改进的串行线动态性能计算算法,将改进算法应用于多条组件线和装配操作的复杂装配系统来近似评估装配系统的瞬态性能.之后,Jia等<sup>[17]</sup>还对小批量加工的装配系统进行了研究,并对装配系统进行了

瓶颈分析.对于多批次小批量的加工场景,Chen等<sup>[18]</sup>构建了柔性生产系统的数学模型,并通过对系统缓冲区进行分配来优化系统的生产性能;黄龙珠等<sup>[19]</sup>针对分布式柔性生产系统,考虑不同规模的退化机器模型,推导得到了系统的性能计算公式,并提出了一种预测性维护策略来改善系统性能.此外,现有文献中还对其他拓扑结构和生产要求的系统进行了瞬态性能研究<sup>[20-21]</sup>,但有关返工系统的研究仍然非常有限.Ge等<sup>[22]</sup>提出了一种“self-view”方法来计算带有返工结构的伯努利生产线的瞬态和稳态性能;Zhu等<sup>[23]</sup>建立了一个数据驱动模型,定义了永久性生产损失的概念,通过系统实时性能指标来识别关键机器和造成最大产出损失的中断事件.然而在这两篇研究工作中都没有考虑小批量订单的情况.

对于生产系统性能的改进优化问题,鄢超波等<sup>[3]</sup>采用一种基于最长处理时间优先算法和回溯策略的启发式算法来解决串行线上维修工人的任务分配问题,在保证系统吞吐率的基础上,有效地减少了企业的用人成本.Ma等<sup>[24]</sup>根据装配系统的工作流程,对其进行建模和性能分析,并在性能分析的基础上研究了装配系统的瓶颈问题和劳动力分配问题,为管理人员提供了改善系统性能的可行方法.此外,还有一些关于其他结构的持续改进问题<sup>[25]</sup>.需要指出的是,尽管有上述重要的研究结论,但是关于返工系统持续改进问题的研究集中于系统稳态分析上,瞬态过程中系统性能的改进优化研究很少.

在本文中,首先通过马尔科夫分析方法建立基于伯努利随机故障机器、有限缓冲区和小批量生产的多返工系统的数学模型;然后提出一种分解聚合算法近似评估系统的瞬态性能;最后,针对该系统在生产力受限时,通过对机器效率进行合理分配来优化系统的生产性能,并总结分配策略,为该系统的生产运行提供决策支持.

## 1 模型假设和性能指标

### 1.1 模型假设

考虑一条多返工生产线,如图1所示,圆形表示机器,矩形表示缓冲区.为了确定多返工系统的数学描述,本文做出以下假设:

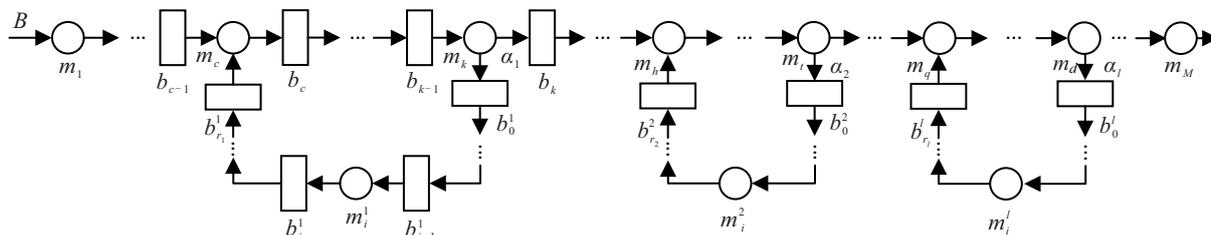


图1 多返工生产线

1) 该生产系统由一条主线和 $l$ 条返工线组成. 主线包括 $M$ 台机器和 $M-1$ 个缓冲区, 返工线 $i$  ( $i=1, \dots, l$ ) 由 $r_i$ 台机器和 $r_i+1$ 个缓冲区构成. 每条返工线和主线都有两个重叠的机器称为分离机器和合并机器, 分别用集合 $\mathbf{M}_s$ 、 $\mathbf{M}_v$ 表示.

2) 所有机器都有恒定和相同的加工周期时间 $\tau$ , 并且时间轴按照 $\tau$ 划分. 在一个机器周期内, 机器 $m_i$  ( $i=1, \dots, M + \sum_{j=1}^l r_j$ ) 有概率 $p_i$ 生产出一个零件, 即所有机器符合伯努利可靠性模型. 机器的状态在每个周期开始时确定, 每个缓冲区 $b_i$  ( $i=1, \dots, M+l-1 + \sum_{j=1}^l r_j$ ) 的容量 $N_i$ 都是有限的,  $0 < N_i < \infty$ . 缓冲区的占有量在每个周期结束时才变化, 并且变化的范围不会超过1.

3) 每一台分离机器 $m_i$  ( $m_i \in \mathbf{M}_s$ ) 都是检测机器. 由于生产故障以及原材料的缺陷等问题, 一个工件在加工过程中有概率 $\alpha_i$  ( $0 < \alpha_i < 1, i=1, 2, \dots, l$ ) 变为残次品, 并在被检测出后送入返工线进行返修加工, 参数 $\alpha_i$ 为返工线 $i$ 上的返工率. 该生产系统基于订单大小为 $B$ 的小批量生产模式运行, 主线上每台机器加工完成 $B$ 个质量合格的工件后立即停止运行, 返回回路中的机器在最后一个残次品返修完成后立即停止工作.

4) 在第 $n$ 个加工周期开始时, 如果机器 $m_i$  ( $i=1, \dots, M + \sum_{j=1}^l r_j$ ) 处于工作状态, 并且所有上游缓冲区的占有量在第 $n-1$ 个加工周期结束时为0, 则该机器在第 $n$ 个加工周期处于饥饿状态. 如果机器 $m_i$  ( $i=1, \dots, M + \sum_{j=1}^l r_j$ ) 处于工作状态, 其下游缓冲区的占有量在第 $n-1$ 个加工周期结束时已满, 并且其下游机器处于故障状态, 则该机器在第 $n$ 个加工周期处于阻塞状态.

5) 对于合并机器 $m_i$  ( $m_i \in \mathbf{M}_v$ ), 返工线上返修的工件比主线上的工件优先级更高. 例如在返工线1中, 当缓冲区 $b_{r_1}^1$ 的占有量不为0时, 合并机器 $m_c$ 会优先加工缓冲区 $b_{r_1}^1$ 的工件, 只有当缓冲区 $b_{r_1}^1$ 的占有量为0时,  $m_c$ 才会加工缓冲区 $b_{c-1}$ 中的工件.

**注1** 在汽车、电子、家电和其他行业的大多数生产系统中, 机器的加工周期时间通常是恒定或接近恒定. 如果机器具有不同的周期时间, 快速的机器将受到慢速机器的阻碍, 但是可以通过标准化和修改机器效率解决这个问题.

**注2** 假设5)是为了避免系统出现死锁现象. 如

果合并机器 $m_c$ 优先加工缓冲区 $b_{c-1}$ 中的工件, 那么经过机器 $m_k$ 检测出的残次品会堆积在返工线1中, 这会导致缓冲区 $b_{r_1}^1$ 迅速被填满. 随着加工过程的进行, 返工线1中的缓冲区都会被填满, 此时当机器 $m_k$ 检测到残次品时, 机器 $m_k$ 就会被阻塞, 导致整个系统出现死锁现象.

## 1.2 性能指标

在上述定义的模型框架下, 用于评价系统的性能指标定义如下:

1) 生产率 $\text{PR}(n)$ : 在第 $n$ 个加工周期中, 主线上最后一台机器 $m_M$ 加工完成工件数的期望.

2) 消耗率 $\text{CR}(n)$ : 在第 $n$ 个加工周期中, 主线上第一台机器 $m_1$ 消耗工件数的期望.

3) 在制品库存水平 $\text{WIP}_i(s)$ : 在第 $n$ 个加工周期中, 缓冲区 $b_i$  ( $i=1, \dots, M+l-1 + \sum_{j=1}^l r_j$ ) 占有量的期望.

4) 机器饥饿率 $\text{ST}_i(s)$ : 在第 $n$ 个加工周期中, 机器 $m_i$  ( $i=2, \dots, M + \sum_{j=1}^l r_j$ ) 处于饥饿状态的概率.

5) 机器阻塞率 $\text{BL}_i(s)$ : 在第 $n$ 个加工周期中, 机器 $m_i$  ( $i \neq M$ ) 处于阻塞状态的概率.

6) 完成时间 $\text{CT}$ : 系统加工完成所有工件的期望时间.

## 2 系统建模和分析

为了更清楚地阐述多返工线的建模过程和求解分析, 本文以如图2所示的双返工生产线作为基本模型进行分析, 分析结果可以直接拓展到多返工结构. 考虑如图2所示的双返工生产线, 由 $M+r_1+r_2$ 台机器和 $M+1+r_1+r_2$ 个缓冲区组成. 定义 $\mathbf{h}(n)$ 表示缓冲区 $b_i$ 在第 $n$ 个加工周期结束时的占有量,  $\mathbf{h}(n) = [h_1(n), \dots, h_{M+1+r_1+r_2}(n)]$ . 定义 $f(n)$ 表示主线上最后一台机器在第 $n$ 个加工周期结束时已经加工完成的工件数. 因此, 系统的状态变量可以由 $(\mathbf{h}(n), f(n))$ 表征. 在生产系统相关文献中, 通常采用马尔科夫分析方法来构建系统的数学模型, 但是马尔科夫分析方法的状态转移矩阵维数会随着机器和缓冲区数量的增加呈指数增长, 该方法只适用于系统规模较小的场景. 为此, 本文提出一种动态的分解和聚合算法对多返工系统进行建模和分析. 具体而言, 本文首先采用重叠分解法对系统结构进行分解, 重叠分解法的核心思想是基于耦合位置将返工系统分解为若干个串行线系统, 然后对结构分解后得到的串行线系统进行系统状态分解得到一系列辅助生产线, 最后采用聚合算法将辅助生产线聚合成双机系统进行性能指标求解.

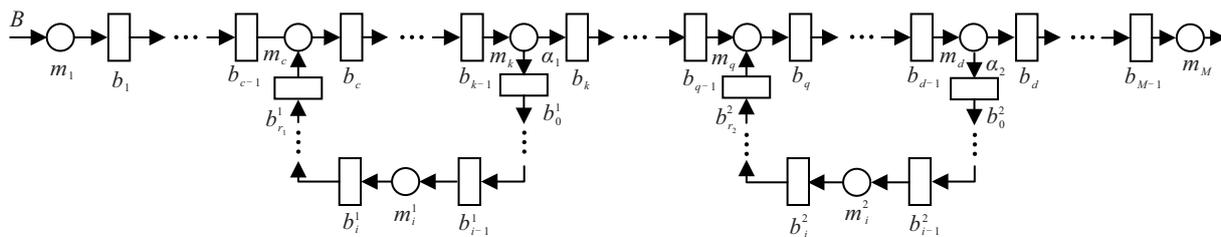
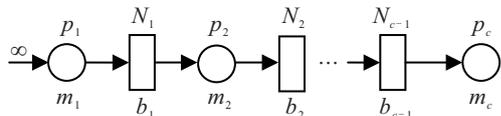


图2 双返工生产线

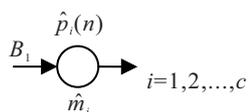
2.1 系统分解

返工系统中机器之间的操作有很强的内部耦合,特别是合并机器和分离机器操作处.为此,本文首先采用重叠分解法将如图2所示的双返工系统进行结构分解成7条小批量加工的串行线.串行线1由机器  $m_1$  到合并机器  $m_c$  和缓冲区  $b_1$  到  $b_{c-1}$  组成,串行线2由合并机器  $m_c$  到分离机器  $m_k$  和缓冲区  $b_c$  到  $b_{k-1}$  组成,串行线3由分离机器  $m_k$  到合并机器  $m_q$  和缓冲区  $b_k$  到  $b_{q-1}$  组成,串行线4由合并机器  $m_q$  到分离机器  $m_d$  和缓冲区  $b_q$  到  $b_{d-1}$  组成,串行5由分离机器  $m_d$  到机器  $m_M$  和缓冲区  $b_d$  到  $b_{M-1}$  组成,串行线6由分离机器  $m_k$  到合并机器  $m_c$  和缓冲区  $b_0^1$  到  $b_{r_1}^1$  组成,串行线7由分离机器  $m_d$  到合并机器  $m_q$  和缓冲区  $b_0^2$  到  $b_{r_2}^2$  组成.需要注意的是,系统结构分解并没有消除系统内部的耦合,分离机器和合并机器在多条串行线上重复出现,但是其不同串行线上的机器效率是不同的,具体的分析推导在聚合过程中会详细说明.

对结构分解得到的7条小批量加工的串行线进行系统状态分解,通过构建7条无限原材料辅助串行线和  $M + r_1 + r_2$  条小批量加工的辅助单机线来实现系统状态  $(h(n), f(n))$  的解耦.以串行线1为例,构造的辅助线如图3所示.



(a) 无限原材料辅助串行线



(b) 小批量加工辅助单机线

图3 串行线1系统状态分解辅助生产线

在每一个加工周期中,无限加工辅助串行线的系统参数与原返工系统相同,批量加工辅助单机线的机器参数  $\hat{p}_i(n)$  表示机器  $\hat{m}_i$  处于工作状态且既不饥饿也不阻塞的概率,于聚合过程中推导得到.需要注意的是,根据假设4),由于存在残次品,每台机器加工完

成的工件数量并不都等于批次大小  $B$ . 结构分解后7条串行线的加工批次大小关系如下:

$$B_1 = B_3 = B_5 = B,$$

$$B_2 - B_6 = B, B_4 - B_7 = B.$$

2.2 聚合算法

聚合算法从缓冲区的角度来看待整个生产线,通过前向聚合和后向聚合将缓冲区上游和下游用两台机器效率时变的虚拟机器表示.对于每一条无限加工的辅助串行线都可以通过聚合算法近似等效成一条辅助双机线,以串行线1为例,等效结果如图4所示.

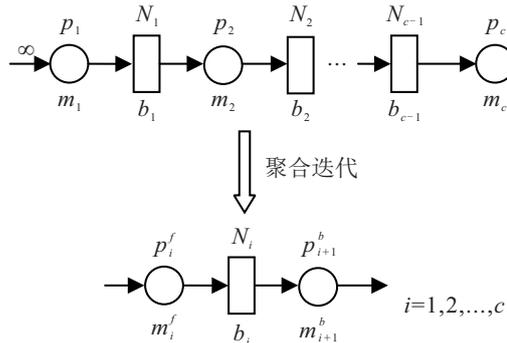


图4 串行线1聚合迭代示意图

对于辅助双机线,定义参数  $p_i^f (i = 1, \dots, M + \sum_{j=1}^l r_j)$  表示虚拟机器  $m_i^f$  从缓冲区  $b_i$  上游提取工件放入  $b_i$  的能力,定义参数  $p_i^b (i = 1, \dots, M + \sum_{j=1}^l r_j)$  表示虚拟机器  $m_{i+1}^b$  从  $b_i$  中提取工件后放入缓冲区下游的能力.基于以上定义,双返工系统的聚合过程如下:

1) 定义辅助双机线进行的系统状态并初始化系统状态.定义  $\hat{x}_{h,j}^i(n)$  表示在第  $n$  个加工周期开始时,辅助双机线  $i$  的缓冲区占有量为  $j$ ,  $\hat{x}_h^i(n) = [\hat{x}_{h,0}^i(n), \hat{x}_{h,1}^i(n), \dots, \hat{x}_{h,N_i}^i(n)]$ . 定义  $\hat{x}_{f,j}^i(n)$  表示在第  $n$  个加工周期结束时,辅助双机线  $i$  加工完成了  $j$  个工件,  $\hat{x}_f^i(n) = [\hat{x}_{f,0}^i(n), \hat{x}_{f,1}^i(n), \dots, \hat{x}_{f,B_i}^i(n)]$ .  $\hat{x}_{h,j}^i(n)$  和  $\hat{x}_{f,j}^i(n)$  的初始状态如下:



$$\widehat{CR}(n) = [\hat{p}_1 \ 0 \ \dots \ 0] \hat{x}_f^1(n-1), \quad (17)$$

$$\widehat{WIP}_i(n) = [0 \ 1 \ \dots \ N_i] \hat{x}_h^i(n)(1 - \hat{x}_{f,B_i}^{(i+1)}(n-1)), \quad (18)$$

$$\widehat{ST}(n) = [p_i \ 0 \ \dots \ 0] \hat{x}_h^i(n-1)(1 - \hat{x}_{f,B_i}^{(i+1)}(n-1)), \quad (19)$$

$$\widehat{BL}(n) = [0 \ \dots \ 0 \ p_i(1 - p_{i+1}^b)] \hat{x}_h^i(n-1)(1 - \hat{x}_{f,B_i}^{(i+1)}(n-1)), \quad (20)$$

$$\widehat{CT} = \hat{p}_M(n) \hat{x}_{f,B-1}^M(n-1). \quad (21)$$

3.2 数值实验

为了验证聚合算法的有效性和精确性,本文设计精度实验将仿真计算结果与聚合算法进行对比,并给出数值案例用于展示聚合算法的评估结果.考虑一般性,本文对不同机器数量的伯努利返工线进行分析,系统机器数量选择如下:

$$M \in \{9, 11, 13\}.$$

然后,对于相同机器数量的返工生产系统,随机生成100条生产线,系统参数的选择范围如下:

$$p_i \in (0.7, 1), N_i \in \{3, 4, \dots, 10\}, B \in [50, 150], \alpha \in (0, 0.2).$$

为了定量评估算法的精确性,对于每一条随机生成的返工线,进行50000次蒙特卡洛仿真,然后计算每条线的性能指标相对误差.生产率和消耗率的相对误差 $\delta_{PR}$ 、 $\delta_{CR}$ 通常低于1.5%,在制品库存的相对误差 $\delta_{WIP}$ 通常低于1%,饥饿率和阻塞率的相对误差 $\delta_{ST}$ 、 $\delta_{BL}$ 分别低于1%和0.2%,完成时间的中位数误差低于1%.从精度实验的结果看,所有性能指标的相对误差均不超过2%,验证了所提出的算法在评估多返工系统性能方面具有精确性和有效性.

此外,本文还设计了数值案例,考虑9机10缓冲区的双返工生产线,机器参数如图5所示.同样地,展示案例将聚合算法和仿真实验结果进行对比,由于文章篇幅限制,对比实验结果只展示生产率和消耗率指标.实验结果如图6所示,其中虚线为仿真结果.从生产率和消耗率的对比结果来看,聚合方法基本与仿真结果一致.并且,聚合算法计算得到的完成时间 $\widehat{CT}$ 为90.52个加工周期,仿真结果得到的完成时间CT为91.77个加工周期,相对误差为1.36%.此外,就计算时间而言,使用聚合算法完成计算只需要0.13s,而使用仿真方法需要0.3s(1000次迭代但有较大随机误差)或2.55s(10000次迭代).

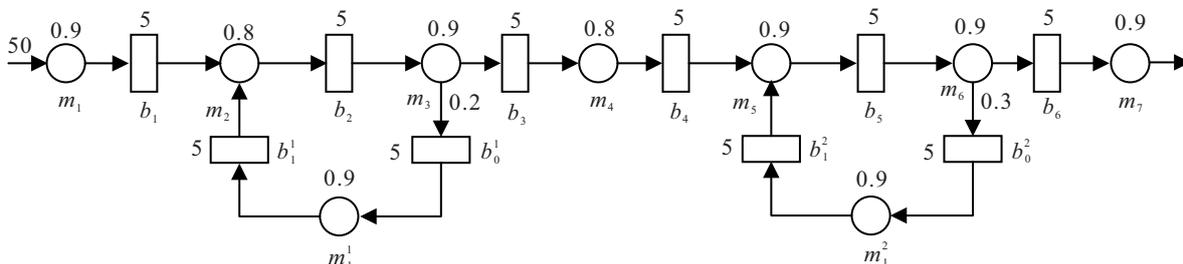


图5 双返工生产系统案例

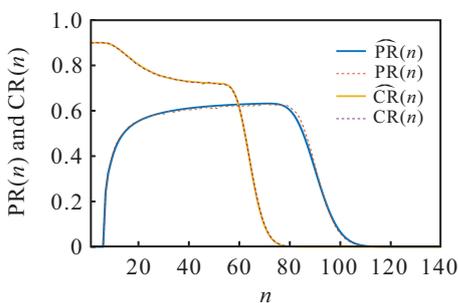


图6 双返工生产系统案例性能

4 劳动力分配

目前,随着市场竞争越来越激烈,生产企业通常选择不提高成本的情况下,通过合理调度生产资源来实现生产效率的提高.本文针对多返工生产系统劳动力分配问题,采用优化算法得到在不同劳动力约束下的最优分配策略,并且分析返工率对分配策略的

影响.

4.1 劳动力最优分配

为了更有效地利用现有资源来提高系统的性能,需要考虑对多返工系统进行生产资源调度.为了缩短加工周期实现生产效率的提高,最直接的方法就是提高机器的生产效率,但是机器效率越高所投入的成本也就越高.因此,多返工系统的劳动力最优分配可以用一个双目标优化问题来描述:

$$\begin{aligned} \min\{f_1, f_2\}, \quad & f_1 = CT, \quad f_2 = \sum p_i; \\ \text{s.t.} \quad & 0.7 \leq p_i \leq 1. \end{aligned} \quad (22)$$

优化问题可以描述为,在投入的生产资源 $\sum p_i$ 最少的情况下,系统的完成时间CT最小,也即生产效率最高.同时,考虑实际加工中机器的效率并不会过低,所以对劳动力的约束为 $0.7 < p_i < 1$ .

需要说明的是,本文主要是针对多返工生产系统的分析和优化,优化算法并不是本文的研究重点,因此本文选择经典多目标优化算法NSGA-II来求解劳动力分配问题.考虑如图5所示的双返工生产线,系统参数如表1所示.对于式(22)和(23)所考虑的多目标优化问题,采用NSGA-II算法求解得到的帕累托前沿如图7所示,图中的每一个点均为在不同劳动力约束下的最佳分配策略.为了进一步分析多返工生产

线劳动力约束下的分配规律,本文列举了图7中系统机器效率总和 $\sum p_i = 6.6, 7, 7.4, 7.8$ 时的分配结果,如表2所示.从表2的数据来看,返工环内的机器效率分配总是最小的,而返工环与主线重叠的机器效率分配相对于其他机器都较大.

表1 双返工系统劳动力分配案例参数

$B$	$N_1$	$N_2$	$N_3$	$N_4$	$N_5$	$N_6$	$N_7$	$N_8$	$N_9$	$N_{10}$	$\alpha_1$	$\alpha_2$
50	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	0.2	0.3

表2 劳动力分配结果

实验案例	机器效率总和	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$	$p_5$	$p_6$	$p_7$	$p_8$	$p_9$
1	6.6	0.70	0.73	0.74	0.70	0.82	0.81	0.70	0.70	0.70
2	7.0	0.70	0.83	0.82	0.70	0.92	0.92	0.71	0.70	0.70
3	7.4	0.73	0.88	0.89	0.75	1.00	0.98	0.77	0.70	0.70
4	7.8	0.81	0.97	0.97	0.82	1.00	1.00	0.82	0.70	0.70

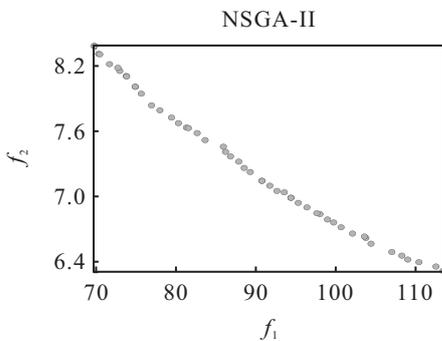


图7 劳动力最优分配曲线

从实际生产的角度看,当工厂通过提高机器效率来提高系统生产效率时,图7中的帕累托前沿为工厂提供了参照.针对参数如表1所示的返工生产线,其机器效率总和与完成时间可近似看成线性关系,但是提高机器效率的成本会随着机器效率的提高而提高,所以考虑生产成本的情况下有一个最优的效率分配解.

表3 不同返工率下的劳动力分配结果

实验案例	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$	$p_5$	$p_6$	$p_7$	$p_8$	$p_9$
1	0.2	0.3	0.73	0.88	0.89	0.75	1.00	0.98	0.77	0.70	0.70
2	0.2	0.2	0.77	0.93	0.92	0.77	0.92	0.92	0.77	0.70	0.70
3	0.3	0.2	0.75	0.98	0.96	0.76	0.90	0.88	0.76	0.70	0.70

从表3的结果来看,返工环内的机器效率分配总是最小的,而返工环与主线交叉的机器效率分配相对于其他机器都较大这一结论仍然成立.根据实验案例1和实验案例3可以看出,对于返工率较大的返工环与主线重叠的机器效率分配较大.此外,图7所示的返工线系统结构是对称的,当返工率也相同时如实验案例2,系统机器效率的分配也几乎是对称的.

### 4.2 分配策略分析

为了从劳动力分配实验结果中总结出生产决策,本文在这一小节设计了变量对比实验来研究系统参数对系统分配策略的影响.对比实验考虑如图7所示的双返工生产线,系统所有缓冲区的容量都相等,研究多返工小批量生产系统参数返工率、批次大小以及缓冲区容量大小对系统机器效率分配的影响,对比实验考虑的劳动力分配问题为

$$\begin{aligned} & \min \text{完成时间CT;} \\ & \text{s.t. } 0.7 \leq p_i \leq 1, \sum p_i = 7.4. \end{aligned} \quad (23)$$

本文首先分析返工率对分配策略的影响,返工率作为返工结构特有的系统参数,在机器效率分配中是一个不可忽略的决策变量.对比实验参数为 $B = 50, N_i = 5, i = 1, \dots, 10$ .返工率分别为 $\alpha_1 = 0.2, \alpha_2 = 0.3; \alpha_1 = 0.2, \alpha_2 = 0.2$ 和 $\alpha_1 = 0.3, \alpha_2 = 0.2$ .实验结果如表3所示.

下面分析批次大小和缓冲区容量对分配策略的影响,对比实验1、实验2和实验3的系统参数为 $\alpha_1 = 0.2, \alpha_2 = 0.3, N_i = 5, i = 1, \dots, 10$ ,加工批次为 $B = 50, 100, 150$ ;实验1、实验4和实验5的系统参数为 $\alpha_1 = 0.2, \alpha_2 = 0.3, B = 50$ ,缓冲区容量大小为 $N_i = 4, 5, 6, i = 1, \dots, 10$ ,实验结果如表4所示.从案例1、案例2和案例3可以看出,加工批次大小的变化对机

器效率的分配几乎是没有影响的,这是因为加工批次增加并没有改变系统的结构,对应机器的效率分配也就几乎不改变;从案例1、案例4和案例5可以看出,缓冲区容量大小对分配策略的影响也是比较微小

的.综上所述,表4的实验结果反映了系统劳动力分配问题与小批量生产模式无关;当系统缓冲区容量都相同时,劳动力分配的结果与其容量大小也无关.

表4 不同加工批次和缓冲区容量下的劳动力分配结果

实验案例	批次大小	缓冲区容量	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$	$p_5$	$p_6$	$p_7$	$p_8$	$p_9$
1	50	5	0.75	0.89	0.89	0.75	0.99	0.97	0.76	0.70	0.70
2	100	5	0.73	0.89	0.88	0.76	1.00	0.99	0.75	0.70	0.70
3	150	5	0.73	0.88	0.88	0.77	1.00	0.99	0.74	0.70	0.70
4	50	4	0.76	0.88	0.89	0.75	1.00	1.00	0.73	0.70	0.70
5	50	6	0.73	0.89	0.90	0.75	1.00	0.97	0.75	0.70	0.70

从上述劳动力分配的实验结果可以总结出以下结论:

1) 返工环内的机器效率分配总是最小.这是因为由于返工结构的存在,在返工环内机器上加工的工件数量相比于在主线上的机器较少,所以考虑完成时间最短的情况下返工环内机器效率分配都是其限制的最小值.从生产的角度来看,考虑工厂的机器维护策略,返工环内的机器的维护优先级较低.

2) 返工环与主线交叉的机器效率分配相对于其他机器都较大.此外,在返工率较大的返工环与主线重叠的机器上的效率分配更多.同样地,这是因为返工环与主线交叉的机器上加工的工件相比于主线上和返工线上的机器较多,所以这部分机器效率分配较高.同时,返工率越大需要加工的工件越多,所分配的机器效率就越多.从生产的角度看,考虑工厂机器升级的时候,优先提高这些机器的机器效率可以使得生产效率提升最大.

3) 多返工生产线在结构对称的情况下,其机器效率的分配也是对称的,这表明返工生产线的对称性也是存在的.

### 5 结论

本文研究了应用伯努利随机故障机器、有限缓冲区和多返工系统的建模和瞬态性能评估问题.本文首先提出一种动态的分解和聚合算法建立了双返工系统的数学模型,推导出了系统瞬态指标的计算公式;设计对比实验,通过仿真和分解聚合算法实验结果比较验证所提出算法的有效性和精确性;最后,采用多目标优化算法对多返工系统进行劳动力分配,并讨论了返工率、批次大小以及缓冲区容量大小对劳动力分配的影响,并根据实验结果得到了一些结论可以用于指导实际生产.本文只讨论和分析了双返工结构模型,但是其分析结果具有通用性,可以拓展到多返工系统.

在未来的研究中,为了使模型更适用于实际生产,可以在本文的基础上考虑生产过程中带有丢弃操作的返工系统.此外,还可以研究应用其他分布的随机故障机器的生产系统,考虑生产成本以及特殊加工需求等问题.

### 参考文献(References)

[1] 周炳海, 苏谊. 基于可变缓冲区存储量的串行生产线节能分析[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2016, 37(6): 832-836.  
(Zhou B H, Su Y. Energy-saving analysis of serial production lines based on the changeable buffers' storage[J]. Journal of Harbin Engineering University, 2016, 37(6): 832-836.)

[2] 梁佩, 王少华, 董心洁, 等. 串行生产线预防维修可靠性研究[J]. 机械设计与制造, 2015(8): 249-252.  
(Liang P, Wang S H, Dong X J, et al. Reliability research on prevention repair of serial production line[J]. Machinery Design & Manufacture, 2015(8): 249-252.)

[3] 鄢超波, 张雷. 串行生产线中机器维修工人的任务分配问题研究[J]. 自动化学报, 2021, 47(11): 2578-2584.  
(Yan C B, Zhang L. Formulation and solution methodology for repairman allocation problem in serial production lines[J]. Acta Automatica Sinica, 2021, 47(11): 2578-2584.)

[4] Sha D Y, Hsu S Y, Che Z H, et al. A dispatching rule for photolithography scheduling with an on-line rework strategy[J]. Computers & Industrial Engineering, 2006, 50(3): 233-247.

[5] Liao G L. Optimal economic production quantity policy for a parallel system with repair, rework, free-repair warranty and maintenance[J]. International Journal of Production Research, 2016, 54(20): 6265-6280.

[6] Wee H M, Widyadana G A. Economic production quantity models for deteriorating items with rework and stochastic preventive maintenance time[J]. International Journal of Production Research, 2012,

- 50(11): 2940-2952.
- [7] Liu N, Kim Y, Hwang H. An optimal operating policy for the production system with rework[J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2009, 56(3): 874-887.
- [8] Li J S. Performance analysis of production systems with rework loops[J]. *IIE Transactions*, 2004, 36(8): 755-765.
- [9] Li J S, Blumenfeld D E, Marin S P. Production system design for quality robustness[J]. *IIE Transactions*, 2008, 40(3): 162-176.
- [10] Biller S, Li J S, Marin S P, et al. Bottlenecks in bernoulli serial lines with rework[J]. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2010, 7(2): 208-217.
- [11] 裴植, 赵璐, 袁依轮, 等. 包含不可靠机器双返工结构的串行生产线性能分析[J]. *计算机集成制造系统*, 2019, 25(3): 566-575.  
(Pei Z, Zhao L, Yuan Y L, et al. Performance analysis of bernoulli serial production line with double-rework line[J]. *Computer Integrated Manufacturing Systems*, 2019, 25(3): 566-575.)
- [12] Meerkov S M, Zhang L. Transient behavior of serial production lines with Bernoulli machines[J]. *IIE Transactions*, 2008, 40(3): 297-312.
- [13] Meerkov S M, Shimkin N, Zhang L. Transient behavior of two-machine geometric production lines[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2010, 55(2): 453-458.
- [14] Zhang L, Wang C F, Arinez J, et al. Transient analysis of Bernoulli serial lines: Performance evaluation and system-theoretic properties[J]. *IIE Transactions*, 2013, 45(5): 528-543.
- [15] Chen G R, Wang C F, Zhang L, et al. Transient performance analysis of serial production lines with geometric machines[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2016, 61(4): 877-891.
- [16] Jia Z Y, Zhang L, Arinez J, et al. Performance analysis of assembly systems with bernoulli machines and finite buffers during transients[J]. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2016, 13(2): 1018-1032.
- [17] Jia Z Y, Zhao K X, Zhang Y, et al. Real-time performance evaluation and improvement of assembly systems with Bernoulli machines and finite production runs[J]. *International Journal of Production Research*, 2019, 57(18): 5749-5766.
- [18] Chen J C, Jia Z Y, Huang L Z. Multi-type products and dedicated buffers-based flexible production process analysis of serial Bernoulli lines[J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2021, 154: 107167.
- [19] 黄龙珠, 贾之阳, 王遵君, 等. 基于退化机器模型的分分布式柔性生产系统: 性能分析、任务调度及预测性维护[J]. *控制与决策*, 2023, 38(9): 2641-2652.  
(Huang L Z, Jia Z Y, Wang Z J, et al. Distributed flexible systems with degenerate machines: Performance analysis, production scheduling, and predictive maintenance[J]. *Control and Decision*, 2023, 38(9): 2641-2652.)
- [20] Ju F, Li J S, Horst J A. Transient analysis of serial production lines with perishable products: Bernoulli reliability model[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2017, 62(2): 694-707.
- [21] Wang M Y, Huang H X, Li J S. Transients in flexible manufacturing systems with setups and batch operations: Modeling, analysis, and design[J]. *IIE Transactions*, 2021, 53(5): 523-540.
- [22] Ge Y T, Li L, Wang Y. Modeling of Bernoulli production line with the rework loop for transient and steady-state analysis[J]. *Journal of Manufacturing Systems*, 2017, 44: 22-41.
- [23] Zhu C, Chang Q, Arinez J. Data-enabled modeling and analysis of multistage manufacturing systems with quality rework loops[J]. *Journal of Manufacturing Systems*, 2020, 56: 573-584.
- [24] Ma H, Lee H K, Shi Z S, et al. Workforce allocation in motorcycle transmission assembly lines: A case study on modeling, analysis, and improvement[J]. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2020, 5(3): 4164-4171.
- [25] Langer R, Li J S, Biller S, et al. Simulation study of a bottleneck-based dispatching policy for a maintenance workforce[J]. *International Journal of Production Research*, 2010, 48(6): 1745-1763.

## 作者简介

贾之阳(1988—), 男, 特别副研究员, 博士, 从事复杂生产系统建模与优化等研究, E-mail: zhiyang.jia@bit.edu.cn;

倪泽军(1999—), 男, 硕士生, 从事返工生产系统性能分析与优化的研究, E-mail: zejun.ni@bit.edu.cn;

王遵君(1998—), 男, 硕士生, 从事生产系统性能分析与任务调度等研究, E-mail: zunjun.wang@bit.edu.cn;

王钢(1988—), 男, 教授, 博士, 从事无人系统数据驱动控制与学习等研究, E-mail: gangwang@bit.edu.cn.