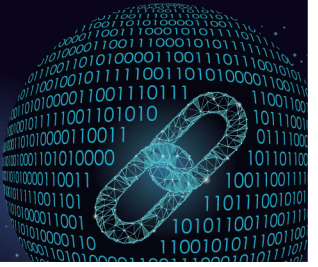




中国科技期刊卓越行动计划项目入选期刊

控制与决策

CONTROL AND DECISION



基于后悔理论的图模糊LINMAP多属性决策方法及应用

王磊, 苑博荣

引用本文:

王磊,苑博荣. 基于后悔理论的图模糊LINMAP多属性决策方法及应用[J]. 控制与决策, 2024, 39(8): 2810–2816.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2022.2179>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[乘型一致性毕达哥拉斯模糊偏好关系](#)

Multiplicative consistent Pythagorean fuzzy preference relation

控制与决策. 2021, 36(4): 1010–1016 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0967>

[乘型一致性毕达哥拉斯模糊偏好关系](#)

Multiplicative consistent Pythagorean fuzzy preference relation

控制与决策. 2021, 36(4): 1010–1016 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0967>

[基于云模型和多层权重求解的多粒度语言大群体决策方法](#)

Multi-granularity linguistic large group decision-making based on cloud model and multi-layer weight determination

控制与决策. 2021, 36(9): 2257–2266 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0102>

[大群体应急决策中考虑属性关联的偏好信息融合方法](#)

Preference information fusion method of large groups emergency decision-making based on attributes association

控制与决策. 2021, 36(10): 2537–2546 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0117>

[考虑时间序列的动态大群体应急决策方法](#)

Dynamic large group emergency decision-making method considering time series

控制与决策. 2020, 35(11): 2609–2618 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0088>

基于后悔理论的图模糊LINMAP多属性决策方法及应用

王磊^{1,2†}, 苑博荣²

(1. 辽宁工程技术大学 基础教学部, 辽宁 葫芦岛 125105;
2. 辽宁工程技术大学 理学院, 辽宁 阜新 123000)

摘要: 针对图模糊多属性决策方法基于未知属性权重且往往只考虑客观属性信息的不足, 提出一种基于后悔理论的图模糊 LINMAP 多属性决策方法. 首先, 依据后悔理论的思想, 定义图模糊后悔-欣喜函数, 给出方案感知效用值的计算方法; 然后, 设计图模糊偏好信息集, 用其表示属性间的相互影响关系, 并提出方案对序列和决策者事先给定偏好信息的图模糊一致性程度和非一致性程度; 接着, 通过图模糊得分函数和精确度函数构建含有参数的目标函数, 并设置图模糊阈值, 使得非一致性程度最小化且一致性程度与非一致性程度差别至少不小于该图模糊阈值, 据此建立新的优化模型, 获得备选方案的属性权重向量和模糊理想点, 进而利用感知效用值对备选方案进行排序择优; 最后, 通过算例分析验证所提出方法的合理性, 并通过灵敏度分析和对比分析表明所提出方法的灵活性和优点.

关键词: 图模糊集; 后悔理论; 图模糊偏好; 图模糊 LINMAP 方法; 感知效用值; 多属性决策

中图分类号: C934

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2022.2179

引用格式: 王磊, 苑博荣. 基于后悔理论的图模糊 LINMAP 多属性决策方法及应用 [J]. 控制与决策, 2024, 39(8): 2810-2816.

Picture fuzzy LINMAP multiple attribute decision making method based on regret theory and its application

WANG Lei^{1,2†}, YUAN Bo-rong²

(1. Department of Basic Teaching, Liaoning Technical University, Huludao 125105, China; 2. College of Science, Liaoning Technical University, Fuxin 123000, China)

Abstract: The picture fuzzy multiple attribute decision making methods are based on unknown attribute weights, and mostly only consider objective attribute information. To overcome these defects, a picture fuzzy LINMAP multiple attribute decision making method based on the regret theory is developed, in which the decision maker's regret aversion behavior and the influence relationships among attributes are considered. Firstly, a picture fuzzy regret-rejoice function is defined on the basis of the regret theory and the computational formula of perceived utility value is given. Secondly, the picture fuzzy preference information set is proposed to represent the interaction between attributes, and the picture fuzzy consistency and inconsistency between pair-wise rankings of alternatives and the preference information assumed apriori given by decision makers are proposed. Thirdly, the objective function with parameters is established by the picture fuzzy score function and accuracy function, and the picture fuzzy threshold is designed so that inconsistent degree is minimized and the difference between the consistent degree and inconsistent degree is at least not less than the proposed picture fuzzy threshold. Base on this, a new optimization model is established to solve the weights and fuzzy ideal points of different attributes of each alternative, and then the perceived utility values of each alternative are calculated and the alternatives are ranked also. Finally, the rationality of the developed method is illustrated by an example, and the flexibility and merits of the proposed method are demonstrated by sensitivity analysis and comparative analysis.

Keywords: picture fuzzy set; regret theory; picture fuzzy preference; picture fuzzy LINMAP method; perceived utility values; multiple attribute decision making

收稿日期: 2022-12-20; 录用日期: 2023-06-04.

基金项目: 辽宁省教育厅科学研究经费项目 (LJ2020JCL018); 教育部研究规划基金项目 (21YJJCZH204); 辽宁省社会科学规划基金项目 (L22BGL028).

责任编委: 刘宝碇.

[†]通讯作者. E-mail: lntuwl@126.com.

0 引言

多属性决策方法是指决策者考虑不同方案的属性评价信息,通过对备选方案进行排序获得最优方案^[1]. 在实际决策中,评价信息多为语言变量或模糊数,而图模糊集^[2]由隶属度、中立度、非隶属度和弃权度4个指标组成,能够全面地表示决策信息. 根据在线文本评价信息可判断是否值得购买^[3],在线文本评价信息一般分为积极、中立、消极和无关评论4种形式^[4]. 可利用图模糊集的4个指标对其进行刻画,并通过图模糊决策方法进行分析,有效处理在线文本评价决策问题. 图模糊集已被广泛应用,文献[5-12]中的图模糊决策方法均应用于多属性决策问题. 但是,这些决策方法仅考虑了客观的属性信息,忽略了决策者依据知识经验所做出的判断对决策结果的影响.

鉴于此,Srinivasan等^[13]提出了多维偏好分析线性规划方法(LINMAP),该方法考虑了决策者给出的偏好信息集;余高锋等^[14]针对农村电子商务发展水平设计了新的LINMAP多属性决策方法;Chen^[15]定义了毕达哥拉斯模糊数的平方距离,构造了毕达哥拉斯模糊LINMAP方法. 决策者往往依据主观经验直接给出偏好信息集^[13-15],导致决策结果与实际决策情况不符. 因此,在决策过程中应考虑决策者的风险规避意识. 近年来,一些学者基于后悔理论^[16]和前景理论^[17]等心理行为提出了一些多属性决策方法. 汪新凡等^[18]将后悔-欣喜函数拓展至概率犹豫模糊集,设计了新的双边匹配决策方法;Peng等^[19]将后悔-欣喜函数引入至毕达哥拉斯模糊集,提出了一种新的决策方法. 然而,包含决策者的隶属度、中立度、非隶属度和弃权度4个指标的后悔-欣喜函数鲜有提出. 因此,针对属性信息由图模糊数刻画的多属性决策问题,有必要提出一种新的后悔-欣喜函数.

本文提出的决策方法是在图模糊环境下,针对其往往只考虑客观属性信息的不足,参考LINMAP思想,给出图模糊偏好信息集. 此外,考虑到决策者的后悔规避心理对决策结果的影响,提出图模糊后悔-欣喜函数,并设计方案对序列和决策者事先给定偏好信息的图模糊一致性程度和非一致性程度. 然后,根据图模糊得分函数和精确度函数构建含有参数的目标函数,并构建图模糊阈值,从而提出一种基于后悔理论的图模糊LINMAP多属性决策方法. 最后,通过智能手机优选问题验证所提出方法的合理性.

1 基本概念

定义1^[2] 设 X 为一个非空集合,则称

$$A = \{(x, \mu_A(x), \eta_A(x), v_A(x), \xi_A(x)) | x \in X\} \quad (1)$$

为图模糊集(PFS). 其中: $\mu_A(x), \eta_A(x), v_A(x) \in [0, 1]$ 分别为隶属度、中立度和非隶属度, $\xi_A(x) = 1 - \mu_A(x) - \eta_A(x) - v_A(x)$ 为弃权度. 为方便起见,记 $\alpha = (\mu_\alpha, \eta_\alpha, v_\alpha)$ 为图模糊数(PFN).

定义2^[5] 设 X 为一个非空集合,若 $\alpha = (\mu_\alpha, \eta_\alpha, v_\alpha)$ 和 $\beta = (\mu_\beta, \eta_\beta, v_\beta)$ 为 X 上的图模糊数,则有:

$$\begin{aligned} \alpha \oplus \beta &= (\mu_\alpha + \mu_\beta - \mu_\alpha \mu_\beta, \eta_\alpha \eta_\beta, \\ &\quad (\eta_\alpha + v_\alpha)(\eta_\beta + v_\beta) - \eta_\alpha \eta_\beta); \\ \alpha \otimes \beta &= ((\mu_\alpha + \eta_\alpha)(\mu_\beta + \eta_\beta) - \eta_\alpha \eta_\beta, \\ &\quad \eta_\alpha \eta_\beta, v_\alpha + v_\beta - v_\alpha v_\beta); \\ \lambda \alpha &= (1 - (1 - \mu_\alpha)^\lambda, \eta_\alpha^\lambda, (\eta_\alpha + v_\alpha)^\lambda - \eta_\alpha^\lambda); \\ \alpha^\lambda &= ((\mu_\alpha + \eta_\alpha)^\lambda - \eta_\alpha^\lambda, \eta_\alpha^\lambda, 1 - (1 - v_\alpha)^\lambda). \end{aligned}$$

其中 $\lambda > 0$.

定义3^[6] 设 X 为一个非空集合, $\alpha = (\mu_\alpha, \eta_\alpha, v_\alpha)$ 为 X 上的图模糊数,则其得分函数 L 与精确度函数 H 分别为 $L(\alpha) = \mu_\alpha - v_\alpha$ 和 $H(\alpha) = \mu_\alpha + \eta_\alpha + v_\alpha$. 设 $\beta = (\mu_\beta, \eta_\beta, v_\beta)$ 为 X 上的图模糊数,则:

- 1) 当 $L(\alpha) < L(\beta)$ 时, $\alpha < \beta$.
- 2) 当 $L(\alpha) = L(\beta)$ 时,有:
 - ① 若 $H(\alpha) < H(\beta)$,则 $\alpha < \beta$;
 - ② 若 $H(\alpha) = H(\beta)$,则 $\alpha = \beta$.

2 主要模型和方法

2.1 问题描述

考虑图模糊多属性决策问题,为方便起见,记 $N = \{1, 2, \dots, n\}, M = \{1, 2, \dots, m\}$. 假设属性集为 $C = \{C_1, C_2, \dots, C_m\}$. 其中: C_j 为第 j 个属性, $j \in M$. 备选方案集为 $A = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$. 其中: A_i 为第 i 个方案, $i \in N$. 决策矩阵为 $X = (x_{ij})_{n \times m}$. 其中: x_{ij} 为决策者 D 关于方案 A_i 针对属性 C_j 的评价结果, x_{ij} 为图模糊数. 属性权重向量 $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m)$ 未知.

考虑到决策者依据知识经验做出的判断,在决策过程中给出多维偏好信息集,用其表示属性间的相互影响关系,记为 $\tilde{\Omega} = \{(k, l), \tilde{a}(k, l) | A_k \geq A_l, k, l = 1, 2, \dots, n\}$. 其中: (k, l) 为备选方案 A_k 和 A_l 的有序对, $\geq$ 表示决策者给出的偏好关系, $A_k \geq A_l$ 表示决策者 D 更偏向于 A_k 而不是 A_l , $\tilde{a}(k, l) = (\mu_{\tilde{a}(k, l)}, \eta_{\tilde{a}(k, l)}, v_{\tilde{a}(k, l)})$ 为图模糊集.

2.2 图模糊矩阵的规范化

利用图模糊数刻画属性信息,得到图模糊决策矩阵 $X = (x_{ij})_{n \times m}$. 将矩阵 X 转换为规范化图模糊决策矩阵,记为 $\tilde{X} = (\tilde{x}_{ij})_{n \times m}$,有

$$\tilde{x}_{ij} = (\tilde{x}_{ij\mu}, \tilde{x}_{ij\eta}, \tilde{x}_{ijv}) =$$

$$\begin{cases} (\tilde{x}_{ij\mu}, \tilde{x}_{ij\eta}, \tilde{x}_{ijv}), i \in N, j \in M_b; \\ (\tilde{x}_{ijv}, \tilde{x}_{ij\eta}, \tilde{x}_{ij\mu}), i \in N, j \in M_c. \end{cases} \quad (2)$$

其中 M_b 和 M_c 分别为效益型属性和成本型属性的下标集合. 下面给出图模糊集的区间表示形式.

定义4^[13] 设 X 为一个非空集合, 则称 $Q = \{[x, u_Q(x), d_Q(x)] | x \in X\}$ 为图模糊集的区间表示形式. 设 $A = \{(x, \mu_A(x), \eta_A(x), v_A(x), \xi_A(x)) | x \in X\}$ 为图模糊集, 则 $u_Q(x) = \mu_A(x)$ 为图模糊集的区间表示形式 Q 的下界, $d_Q(x) = 1 - \eta_A(x) - v_A(x)$ 为图模糊集的区间表示形式 Q 的上界.

由定义4, 图模糊数 $\tilde{x}_{ij}$ 的区间表示形式为 $\tilde{t}_{ij}$, 记 $\tilde{T} = (\tilde{t}_{ij})_{n \times m}$ 为图模糊数区间表示形式的规范决策矩阵, 如下式所示:

$$\begin{aligned} \tilde{t}_{ij} &= [\tilde{t}_{ij}^-, \tilde{t}_{ij}^+] = \\ &\begin{cases} [\tilde{x}_{ij\mu}, 1 - \tilde{x}_{ij\eta} - \tilde{x}_{ijv}], i \in N, j \in M_b; \\ [\tilde{x}_{ijv}, 1 - \tilde{x}_{ij\eta} - \tilde{x}_{ij\mu}], i \in N, j \in M_c. \end{cases} \end{aligned} \quad (3)$$

2.3 基于后悔理论的方案感知效用值

后悔理论由Loomes等^[20]和Bell^[21]分别提出, 其基本思想为决策者在决策过程中不仅会考虑所选方案的结果, 还会考虑其他备选方案的结果. 本文将考虑决策者的后悔行为对决策属性进行分析, 提出一种计算决策者后悔-欣喜值的新方法, 从而计算出决策者关于方案的感知效用值.

定义5 设 X 为一个非空集合, $\alpha = (\mu_\alpha, \eta_\alpha, v_\alpha)$ 为 X 上的图模糊数, 由定义4, 其区间表示形式为 $q = [q^-, q^+]$. 其中: $q^- = \mu_\alpha, q^+ = 1 - \eta_\alpha - v_\alpha$. 则其对应的效用函数如下式所示:

$$V = \int_{q^-}^{q^+} v(x) f(x) dx. \quad (4)$$

这里: $v(x)$ 为经典效用函数, $v(x) = \frac{1 - e^{-\alpha x}}{\alpha}$, α 为决策者的风险规避系数, 与决策者规避风险意识呈正相关; $f(x)$ 为正态分布密度函数, $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$, $\mu = (q^- + q^+)/2, \sigma = (q^+ - q^-)/6$.

定义6 在属性 C 下, 方案 A_k 的感知效用值为 V_k , A_l 的感知效用值为 V_l , 则有

$$\begin{aligned} R_{kl} &= \begin{cases} 1 - e^{-r(V_k - V_l)}, V_k < V_l; \\ 0, V_k \geq V_l. \end{cases} \\ G_{kl} &= \begin{cases} 0, V_k < V_l; \\ 1 - e^{-r(V_k - V_l)}, V_k \geq V_l. \end{cases} \end{aligned}$$

其中 R_{kl} 和 G_{kl} 分别为方案 A_k 相对于方案 A_l 的后悔值和欣喜值. 因此, 方案 A_k 相对于方案 A_l 的后悔-欣喜值为

$$S_{kl} = R_{kl} + G_{kl}. \quad (5)$$

设 $\tilde{t}_{ij}$ 为决策者 D 关于方案 A_i 针对属性 C_j 的区间规范化的属性值. 由定义5, 方案 A_i 的感知效用值为

$$V_{ij} = \begin{cases} \int_{\tilde{t}_{ij}^-}^{\tilde{t}_{ij}^+} \frac{1 - e^{-\alpha x}}{\alpha} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx, i \in N, j \in M_b; \\ \int_{\tilde{t}_{ij}^-}^{\tilde{t}_{ij}^+} \frac{1 - e^{-\beta x}}{\beta} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx, i \in N, j \in M_c. \end{cases} \quad (6)$$

其中: $\mu = (t_{ij}^- + t_{ij}^+)/2, \sigma = (t_{ij}^+ - t_{ij}^-)/6$. 设 $t^+ = (t_1^+, t_2^+, \dots, t_m^+)$ 为理想方案 A^* 的属性值, V^* 为理想方案 A^* 的感知效用值. 由定义6, 方案 A_i 在属性 C_j 下相对于理想方案 A^* 的后悔值和欣喜值为

$$\begin{aligned} R_{ij} &= \begin{cases} 1 - e^{-r(V_{ij} - V^*)}, V_{ij} < V^*, \\ 0, V_{ij} \geq V^*, \end{cases} i \in N, j \in M; \\ G_{ij} &= \begin{cases} 0, V_{ij} < V^*, \\ 1 - e^{-r(V_{ij} - V^*)}, V_{ij} \geq V^*, \end{cases} i \in N, j \in M. \end{aligned}$$

不同的属性会对决策结果产生不同的影响, 故对上述后悔值和欣喜值进行如下规范化处理:

$$\begin{aligned} \overline{R}_{ij} &= \frac{R_{ij}}{RG_j^+}, i \in N, j \in M; \\ \overline{G}_{ij} &= \frac{G_{ij}}{RG_j^+}, i \in N, j \in M. \end{aligned}$$

其中 $RG_j^+ = \max\{\max\{R_{ij}\}, \max\{G_{ij}\}\}$. 最终, 得到方案 A_i 相对于理想方案 A^* 的后悔值和欣喜值为

$$\begin{aligned} R(A_i) &= \sum_{j=1}^m \omega_j \overline{R}_{ij}, i \in N; \\ G(A_i) &= \sum_{j=1}^m \omega_j \overline{G}_{ij}, i \in N. \end{aligned}$$

式中: $R(A_i) \leq 0, G(A_i) \geq 0$, 且它们分别与决策者的后悔和欣喜程度呈正相关. 接着, 计算决策者基于后悔理论的方案感知效用值, 即

$$S_i = R(A_i) + G(A_i) = \sum_{j=1}^m \omega_j \frac{1 - e^{-r(V_{ij} - V^*)}}{RG_j^+}. \quad (7)$$

其中: $i \in N$; S_i 与方案的优劣呈正相关, 即 S_i 越大, 方案 A_i 越好. 最终可利用式(7)对备选方案进行排序.

2.4 基于感知效用值的一致性程度和非一致性程度

假设属性权重向量 $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m)$ 和模糊理想点 $r^+ = (r_1^+, r_2^+, \dots, r_m^+)$ 已知, 由式(7)可计算出方案 $(k, l) \in \tilde{\Omega}$ 的感知效用值 $S_i (i \in \{k, l\})$. 根据后悔理论, 通过比较方案 A_k 与 A_l 感知效用值的大小对方案进行排序. 当 $S_k \geq S_l$ 时, 方案 A_k 优于 A_l , 与决策者 D 判断得到的偏好顺序 $A_k \geq A_l$ 一致, 则属性权重向量 ω 是适合的; 反之, 当 $S_k < S_l$ 时, 方案 A_k 劣于 A_l , 属性权重向量 ω 是不恰当的.

记

$$(S_k - S_l)^+ = \begin{cases} \tilde{a}(k, l)(S_k - S_l), & S_k \geq S_l; \\ 0, & S_k < S_l. \end{cases}$$

即 $(S_k - S_l)^+ = \tilde{a}(k, l) \max\{0, (S_k - S_l)\}$, 其中 $(k, l) \in \Omega$. 该式为利用感知效用值的方案排序与决策者判断的偏好顺序的一致性程度, 具体定义如下.

定义7 基于感知效用值的一致性程度, 记

$$\begin{aligned} \tilde{G} &= \sum_{(k, l) \in \Omega} (S_k - S_l)^+ = \\ &= \sum_{(k, l) \in \Omega} \tilde{a}(k, l) \max\{0, S_k - S_l\} \end{aligned} \quad (8)$$

为决策群体的一致性程度.

定义8 基于感知效用值的非一致性程度, 记

$$\begin{aligned} \tilde{B} &= \sum_{(k, l) \in \Omega} (S_k - S_l)^- = \\ &= \sum_{(k, l) \in \Omega} \tilde{a}(k, l) \max\{0, S_l - S_k\} \end{aligned} \quad (9)$$

为决策群体的非一致性程度, 其中利用感知效用值的方案排序与决策者判断的偏好顺序的非一致性程度为

$$(S_k - S_l)^- = \begin{cases} \tilde{a}(k, l)(S_l - S_k), & S_k < S_l; \\ 0, & S_k \geq S_l. \end{cases}$$

即 $(S_k - S_l)^- = \tilde{a}(k, l) \max\{0, S_l - S_k\}$, 式中 $(k, l) \in \Omega$.

2.5 基于后悔理论的图模糊LINMAP方法

在实际决策过程中, 属性权重信息往往是未知的, 故决策者只能从已有的偏好信息中求得权重. 由于本文模糊理想点 $r^+ = (r_1^+, r_2^+, \dots, r_m^+)$ 未知, 在考虑决策者后悔行为的情况下, 通过设置合理的属性权重向量 ω , 使得利用感知效用值的方案排序结果与决策者判断的偏好顺序非一致性程度最小化, 即总体非一致性程度 B 最小化. 参考LINMAP方法的思想, 本文可建立如下图模糊数学规划模型 (M_1) :

$$\begin{aligned} \min \quad & \{\tilde{B}\}. \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} \tilde{G} - \tilde{B} \geq \tilde{\rho}; \\ \sum_{j=1}^m \omega_j = 1; \\ \omega_j \geq \varepsilon, j \in M. \end{cases} \end{aligned}$$

其中: $\tilde{\rho} = (\mu_{\tilde{\rho}}, \eta_{\tilde{\rho}}, v_{\tilde{\rho}})$ 为决策者事先给定的图模糊阈值, $\varepsilon > 0$ 为充分小的正数.

针对偏好方案序对于 $(k, l) \in \tilde{\Omega}$, 记 $\lambda_{kl} = \max\{0, S_l - S_k\}$, 则有 $\lambda_{kl} \geq 0$ 且 $\lambda_{kl} \geq S_l - S_k$. 令 $t_{kl} = S_k - S_l$,

由式(8)和(9), 化简得到 $\tilde{G} - \tilde{B} = \sum_{(k, l) \in \Omega} (\tilde{a}(k, l)t_{kl})$. 再

由定义2和定义3, 将模型 (M_1) 转化为双目标非线性规划模型, 如下式所示 (M_2) :

$$\begin{aligned} \min \quad & \left\{ z_1 = 1 - \prod_{(k, l) \in \tilde{\Omega}} (1 - \mu_{\tilde{a}(k, l)})^{\lambda_{kl}} - \right. \\ & \prod_{(k, l) \in \tilde{\Omega}} (\eta_{\tilde{a}(k, l)} + v_{\tilde{a}(k, l)})^{\lambda_{kl}} + \\ & \left. \prod_{(k, l) \in \tilde{\Omega}} (\eta_{\tilde{a}(k, l)})^{\lambda_{kl}} \right\}; \\ \min \quad & \left\{ z_2 = 1 - \prod_{(k, l) \in \tilde{\Omega}} (1 - \mu_{\tilde{a}(k, l)})^{\lambda_{kl}} + \right. \\ & \prod_{(k, l) \in \tilde{\Omega}} (\eta_{\tilde{a}(k, l)})^{\lambda_{kl}} + \\ & \prod_{(k, l) \in \tilde{\Omega}} (\eta_{\tilde{a}(k, l)} + v_{\tilde{a}(k, l)})^{\lambda_{kl}} - \\ & \left. \prod_{(k, l) \in \tilde{\Omega}} (\eta_{\tilde{a}(k, l)})^{\lambda_{kl}} \right\}. \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} 1 - \prod_{(k, l) \in \tilde{\Omega}} (1 - \mu_{\tilde{a}(k, l)})^{t_{kl}} - \\ \prod_{(k, l) \in \tilde{\Omega}} (\eta_{\tilde{a}(k, l)} + v_{\tilde{a}(k, l)})^{t_{kl}} + \\ \prod_{(k, l) \in \tilde{\Omega}} (\eta_{\tilde{a}(k, l)})^{t_{kl}} \geq \mu_{\tilde{\rho}} - v_{\tilde{\rho}}; \\ 1 - \prod_{(k, l) \in \tilde{\Omega}} (1 - \mu_{\tilde{a}(k, l)})^{t_{kl}} + \\ \prod_{(k, l) \in \tilde{\Omega}} (\eta_{\tilde{a}(k, l)})^{t_{kl}} + \\ \prod_{(k, l) \in \tilde{\Omega}} (\eta_{\tilde{a}(k, l)} + v_{\tilde{a}(k, l)})^{t_{kl}} - \\ \prod_{(k, l) \in \tilde{\Omega}} (\eta_{\tilde{a}(k, l)})^{t_{kl}} \geq \mu_{\tilde{\rho}} + \eta_{\tilde{\rho}} + v_{\tilde{\rho}}; \\ \sum_{j=1}^m \omega_j = 1; \\ \omega_j \geq \varepsilon, j \in M; \\ t_{kl} + \lambda_{kl} \geq 0, (k, l) \in \tilde{\Omega}; \\ \lambda_{kl} \geq 0, (k, l) \in \tilde{\Omega}. \end{cases} \end{aligned}$$

其中 z_1 和 z_2 分别为图模糊得分函数和精确度函数. 下面通过设置参数 g 将模型 (M_2) 转化为单目标数学规划模型, 并使用对数函数将模型 (M_2) 转化为新的双目标非线性规划模型, 如下式所示 (M_3) :

$$\min \{gz_1 + (1-g)z_2\}.$$

$$\text{s.t.} \left\{ \begin{array}{l} \sum_{(k,l) \in \tilde{\Omega}} t_{kl} \log(1 - \mu_{\tilde{a}(k,l)}) + \\ \sum_{(k,l) \in \tilde{\Omega}} t_{kl} \log(\eta_{\tilde{a}(k,l)} + v_{\tilde{a}(k,l)}) - \\ \sum_{(k,l) \in \tilde{\Omega}} t_{kl} \log(\eta_{\tilde{a}(k,l)}) \leq \\ \log(1 - \mu_{\tilde{\rho}} + v_{\tilde{\rho}}); \\ \sum_{(k,l) \in \tilde{\Omega}} t_{kl} \log(1 - \mu_{\tilde{a}(k,l)}) - \\ \sum_{(k,l) \in \tilde{\Omega}} t_{kl} \log(\eta_{\tilde{a}(k,l)} + v_{\tilde{a}(k,l)}) \leq \\ \log(1 - (\mu_{\tilde{\rho}} + \eta_{\tilde{\rho}} + v_{\tilde{\rho}})); \\ \sum_{j=1}^m \omega_j = 1; \\ \omega_j \geq \varepsilon, j \in M; \\ t_{kl} + \lambda_{kl} \geq 0, (k, l) \in \tilde{\Omega}; \\ \lambda_{kl} \geq 0, (k, l) \in \tilde{\Omega}. \end{array} \right.$$

式中参数 g 用于平衡目标函数 z_1 与 z_2 . 求解模型 M_3 , 得到最优属性权重向量 $\omega^* = (\omega_1^*, \omega_2^*, \dots, \omega_m^*)$ 和理想方案 A^* 的感知效用值 $V^* = (V_1^*, V_2^*, \dots, V_m^*)$. 利用式(7), 得到决策者对方案 A_i 的最优感知效用值 S_i^* , 进而对备选方案进行排序, 得到最优方案.

2.6 决策步骤

基于后悔理论的图模糊 LINMAP 方法, 具体决策步骤如下.

step 1: 利用式(2)将决策矩阵 $X = (x_{ij})_{n \times m}$ 标准化为规范决策矩阵 $\tilde{X} = (\tilde{x}_{ij})_{n \times m}$, 然后利用式(3)将其转换为区间表示形式的规范矩阵 $\tilde{T} = (\tilde{t}_{ij})_{n \times m}$;

step 2: 利用式(4)~(7)计算方案 A_i 的后悔值和欣喜值, 从而计算出方案 A_i 的感知效用值 S_i ;

step 3: 给出部分或全部方案对的多维偏好信息集 $\tilde{\Omega} = \{(k, l), \tilde{a}(k, l) | A_k \geq A_l, k, l = 1, 2, \dots, n\}$;

step 4: 给出图模糊阈值 $\tilde{\rho}$ 和参数 $\varepsilon, \alpha, r, g$, 利用 Matlab 软件求解模型 (M_3) 的最优属性权重向量 $\omega^* = (\omega_1^*, \omega_2^*, \dots, \omega_m^*)$ 和理想方案 A^* 的感知效用值 $V^* = (V_1^*, V_2^*, \dots, V_m^*)$;

step 5: 利用式(7)计算决策者对方案 A_i 的最优感知效用值 S_i^* , 据此对备选方案进行排序, 得到最优方案.

3 算例分析

3.1 决策算例

随着手机的智能化, 消费者对手机的要求也变得更加多样化. 实体店店员对手机的介绍较为片面, 对消费者的参考价值较低; 而在线文本评价^[12]信息为消费者购买后对智能手机的亲身使用感受, 更能体现手机的真实性能, 故网上购买变为更多消费者的选择. 有4款价格和规格相似的手机 A_1, A_2, A_3 和 A_4 , 5个评价属性: 待机时间(C_1)、运行速度(C_2)、音效(C_3)、外观(C_4)和照片效果(C_5). 4款手机的在线文本评价信息表现为积极、中立、消极和无关评论4种形式^[12], 将其对应的由图模糊数的隶属度、中立度、非隶属度和弃权度4个指标进行刻画, 进而给出图模糊决策矩阵如表1所示.

表1 图模糊决策矩阵 X

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
A_1	(0.476, 0.010, 0.008)	(0.584, 0.007, 0.008)	(0.344, 0.017, 0.034)	(0.723, 0.002, 0.003)	(0.700, 0.009, 0.013)
A_2	(0.299, 0.020, 0.019)	(0.605, 0.009, 0.006)	(0.273, 0.027, 0.023)	(0.687, 0.003, 0.009)	(0.694, 0.004, 0.013)
A_3	(0.500, 0.021, 0.011)	(0.660, 0.001, 0.001)	(0.454, 0.003, 0.003)	(0.649, 0.013, 0.007)	(0.673, 0.008, 0.012)
A_4	(0.241, 0.060, 0.068)	(0.661, 0.005, 0.003)	(0.374, 0.012, 0.006)	(0.685, 0.009, 0.009)	(0.439, 0.042, 0.028)

根据第2.6节, 有如下决策过程.

step 1: 由于上述5个属性均为效益型属性, 决策矩阵 X 规范化后不变, 记为 $\tilde{X}$, 然后将其转换为区间表示形式的规范矩阵 $\tilde{T}$, 即

$$\tilde{T} = \begin{bmatrix} [0.476 \ 0, 0.982 \ 0] & [0.584 \ 0, 0.985 \ 0] \\ [0.299 \ 0, 0.961 \ 0] & [0.605 \ 0, 0.985 \ 0] \\ [0.500 \ 0, 0.968 \ 0] & [0.660 \ 0, 0.998 \ 0] \\ [0.241 \ 0, 0.872 \ 0] & [0.661 \ 0, 0.992 \ 0] \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} [0.344 \ 0, 0.949 \ 0] & [0.723 \ 0, 0.995 \ 0] \\ [0.273 \ 0, 0.950 \ 0] & [0.687 \ 0, 0.988 \ 0] \\ [0.454 \ 0, 0.994 \ 0] & [0.649 \ 0, 0.980 \ 0] \\ [0.374 \ 0, 0.982 \ 0] & [0.685 \ 0, 0.982 \ 0] \\ [0.700 \ 0, 0.978 \ 0] \\ [0.694 \ 0, 0.983 \ 0] \\ [0.673 \ 0, 0.980 \ 0] \\ [0.439 \ 0, 0.930 \ 0] \end{bmatrix}.$$

step 2: 利用式(4)~(7)计算出方案 A_i 的感知效

用值为 $S_1 = 1.0170, S_2 = 1.6681, S_3 = 0.9287, S_4 = 0.6511$.

step 3: 给出部分或全部方案对的多维偏好信息集为 $\tilde{\Omega} = \{ \langle (1, 3), \tilde{a}(1, 3) \rangle, \langle (2, 3), \tilde{a}(2, 3) \rangle, \langle (4, 3), \tilde{a}(4, 3) \rangle, \langle (2, 1), \tilde{a}(2, 1) \rangle \}$. 其中: $\tilde{a}(1, 3) = (0.3, 0.2, 0.2), \tilde{a}(2, 3) = (0.3, 0.1, 0.1), \tilde{a}(4, 3) = (0.4, 0.2, 0.1), \tilde{a}(2, 1) = (0.2, 0.2, 0.1)$.

step 4: 根据模型 (M_1) , 取 $\tilde{\rho} = (0.0001, 0.0001, 0.9)$. 给定参数 $\varepsilon = 0.001, \alpha = 0.02, r = 0.5, g = 0.6$; 将其代入模型 (M_3) , 求解得到最优属性权重向量为 $\omega^* = (0.1673, 0.0337, 0.7388, 0.0300, 0.0295)$, 理想方案 A^* 的感知效用值为 $V^* = (0.6364, 2.1904, 0.6606, 1.8063, 2.0412)$.

step 5: 采用式 (7) 计算决策者对方案 A_i 的最优感知效用值 $S_i^* (i = 1, 2, 3, 4)$ 如下: $S_1^* = -0.1982, S_2^* = -1.0472, S_3^* = -0.2286, S_4^* = -0.3387$. 因此, 4 款手机的排序结果为 $A_1 > A_3 > A_4 > A_2$, A_1 为最佳方案.

3.2 灵敏度分析

3.2.1 模型 (M_3) 中参数 g 的灵敏度分析

模型 (M_3) 中参数 g 的不同取值会造成模型最优解的变化. 当 $0.5 < g \leq 1$ 时, 最优手机型号为 A_1 ; 当 $0 \leq g \leq 0.5$ 时, 最优手机型号在 A_3 与 A_4 间变化. 在图模糊数排序时, 首先根据得分函数大小对其进行排序, 故当得分函数在目标函数中占比较大时, 方案排序结果最佳. 在参数 g 的最优取值范围内, 将其对应

的目标函数值进行排序, 故选取目标函数值最小时所对应的参数 $g = 0.6$ 作为模型 (M_3) 目标函数中的参数.

3.2.2 模型 (M_1) 中图模糊阈值 $\tilde{\rho}$ 的灵敏度分析

模型 (M_1) 中图模糊阈值 $\tilde{\rho}$ 赋值不同会对决策结果产生影响. 1) 当固定 $\eta = 0.0001, v = 0.9$ 不变时: 当 $\mu \in [0.0001, 0.001]$ 时, 最优手机型号为 A_1 ; 当 $\mu \in (0.001, 0.1)$ 时, 最优手机型号在 A_1 与 A_4 间变化. 2) 当固定 $\mu = 0.0001, v = 0.9$ 不变时: 当 $\eta \in [0.0001, 0.001]$ 时, 最优手机型号为 A_1 ; 当 $\eta \in (0.001, 0.1)$ 时, 最优手机型号在 A_1, A_3 与 A_4 间变化. 3) 当固定 $\mu = 0.0001, \eta = 0.0001$ 不变时: 当 $v \in (0.8999, 0.9]$ 时, 最优手机型号为 A_1 ; 当 $v \in (0.0001, 0.8999]$ 时, 最优手机型号在 A_3 与 A_4 间变化. 因此, 模型 (M_1) 中图模糊阈值 $\tilde{\rho}$ 赋值的不同, 使得约束条件的取值发生波动, 进而导致方案排序不同, 这表明了决策过程的灵活性.

3.3 对比分析

下面采用几种经典方法求解第 3.1 节的问题, 并与所提出方法进行对比. 表 2 为不同算子和方法下的排序结果. 由表 2 可见, 所提出方法 ($g = 0.6$) 获得的排序结果为 $A_1 > A_3 > A_4 > A_2$, 与文献 [10-12] 所获得的结果有所不同. 决策者事先给定偏好信息集中包含 $\langle (1, 3), \tilde{a}(1, 3) \rangle$ 方案序对, 故所提出方法获得的最优方案 A_1 比文献 [10-12] 中方法所获得的最优方案 A_3 更加符合实际决策情况.

表 2 不同算子和方法下的排序结果

	S_1	S_2	S_3	S_4	排序结果
VIKOR 方法 ^[10]	0.2029	0.5000	-0.0355	0.4136	$A_3 > A_1 > A_4 > A_2$
EDAS 方法 ^[11]	0.4122	0.0051	0.9967	0.3687	$A_3 > A_1 > A_4 > A_2$
Minimax 方法 ^[12]	[0.302, 0.863]	[0.269, 0.917]	[0.316, 0.847]	[0.254, 0.931]	$A_3 > A_1 > A_2 > A_4$
本文方法 $g = 0.6$	-0.1982	-1.0472	-0.2286	-0.3387	$A_1 > A_3 > A_4 > A_2$

进一步地, 可得出所提出决策方法的优点, 具体如下.

1) 本文针对隶属度、中立度、非隶属度和弃权度 4 个指标, 给出了图模糊偏好信息集, 考虑问题更加细腻;

2) 本文定义的图模糊后悔-欣喜函数, 不仅考虑了决策者后悔规避心理对决策的影响且还包含弃权度, 使得决策结果更接近实际决策情况;

3) 所提出决策方法设置了图模糊阈值, 将图模糊集分别引入至多维偏好信息和后悔-欣喜函数, 并将二者有效融合进行决策分析.

4 结论

考虑到决策者后悔规避心理对决策结果的影响, 本文提出了图模糊感知效用值的计算方法, 提高了将其他心理行为拓展至图模糊环境中的可能性. 此外, 提出了图模糊偏好信息集, 设置了图模糊阈值, 并设计了一种新的图模糊多属性决策方法. 采用所构建的图模糊 LINMAP 优化模型确定最优属性权重向量和模糊理想点, 提高了决策结果的可靠性. 因此, 所提出方法为图模糊方法处理多属性决策问题并将其应用于实际决策提供了新思路. 进一步地研究, 可将所提出图模糊 LINMAP 方法拓展至区间图模糊环境,

同时考虑决策者更多的心理行为.

参考文献(References)

- [1] Kabak Ö, Ruan D. Solving nuclear safeguards evaluation problem with fuzzy multiple attribute decision making methods[C]. Proceedings of the 11th International Conference on Information Integration and Web-based Applications & Services. Kuala Lumpur, 2009: 292-297.
- [2] Cuong B C, Kreinovich V. Picture fuzzy sets[J]. Journal of Computer Science and Cybernetics, 2014, 30(4): 409-420.
- [3] 杨志辉, 俞弋峰. 基于图犹豫不确定语言变量的商品属性分析方法[J]. 控制与决策, DOI: 10.13195/j.kzyjc.2022.1590.
(Yang Z H, Yu G F. Product attribute analysis method based on picture hesitant uncertain linguistic variables[J]. Control and Decision, DOI: 10.13195/j.kzyjc.2022.1590.)
- [4] 李杨, 徐泽水, 王新鑫. 基于在线评论的情感分析方法及应用[J]. 控制与决策, 2023, 38(2): 304-317.
(Li Y, Xu Z S, Wang X X. Methods and applications of sentiment analysis with online reviews[J]. Control and Decision, 2023, 38(2): 304-317.)
- [5] 王春勇. 犹豫模糊集和Picture模糊集理论与应用研究[D]. 长沙: 湖南大学, 2015.
(Wang C Y. Hesitant fuzzy set and Picture fuzzy set with their application research[D]. Changsha: Hunan University, 2015.)
- [6] Wei G W. Picture fuzzy aggregation operators and their application to multiple attribute decision making[J]. Journal of Intelligent & Fuzzy Systems, 2017, 33(2): 713-724.
- [7] 龙慧丰, 罗敏霞. 图片模糊聚合算子及其在多属性决策中的应用[J]. 中国计量大学学报, 2020, 31(4): 524-530.
(Long H F, Luo M X. Picture fuzzy aggregation operators and their application to multi-attribute decision making[J]. Journal of China University of Metrology, 2020, 31(4): 524-530.)
- [8] Seikh M R, Mandal U. Some picture fuzzy aggregation operators based on frank t-norm and t-conorm: Application to MADM process[J]. Informatica, 2021, 45(3): 447-461.
- [9] Wang R, Wang J, Gao H, et al. Methods for MADM with picture fuzzy muirhead mean operators and their application for evaluating the financial investment risk[J]. Symmetry, 2018, 11(1): 6.
- [10] 王磊, 姚星娜. 基于一类新的Picture模糊距离的VIKOR多属性决策方法[J]. 运筹与管理, 2022, 31(5): 49-54.
(Wang L, Yao X N. VIKOR multi-attribute decision approach with the aid of A novel picture fuzzy distance[J]. Operations Research and Management Science, 2022, 31(5): 49-54.)
- [11] Zhang S Q, Wei G W, Gao H, et al. Edas method for multiple criteria group decision making with picture fuzzy information and its application to green suppliers selections[J]. Technological and Economic Development of Economy, 2019, 25(6): 1123-1138.
- [12] He S F, Wang Y M, Pan X H, et al. Decision analysis framework based on incomplete online textual reviews[J]. Information Sciences, 2022, 584: 701-718.
- [13] Srinivasan V, Shocker A D. Linear programming techniques for multidimensional analysis of preferences[J]. Psychometrika, 1973, 38(3): 337-369.
- [14] 余高锋, 费巍, 叶银芳. 基于前景理论的农村电子商务发展水平多维偏好决策方法[J]. 控制与决策, 2020, 35(9): 2182-2188.
(Yu G F, Fei W, Ye Y F. Development level of rural E-commerce multi-dimensional preference decision making method based on prospect theory[J]. Control and Decision, 2020, 35(9): 2182-2188.)
- [15] Chen T Y. Pythagorean fuzzy linear programming technique for multidimensional analysis of preference using a squared-distance-based approach for multiple criteria decision analysis[J]. Expert Systems with Applications, 2021, 164: 113908.
- [16] Ali J, Bashir Z, Rashid T, et al. A q-rung orthopair hesitant fuzzy stochastic method based on regret theory with unknown weight information[J]. Journal of Ambient Intelligence and Humanized Computing, 2023, 14(9): 11935-11952.
- [17] Tian X L, Ma J S, Li L, et al. Development of prospect theory in decision making with different types of fuzzy sets: A state-of-the-art literature review[J]. Information Sciences, 2022, 615: 504-528.
- [18] 汪新凡, 周浪, 朱远芳, 等. 基于后悔理论的概率犹豫模糊双边匹配决策方法[J]. 控制与决策, 2022, 37(9): 2380-2388.
(Wang X F, Zhou L, Zhu Y F, et al. Two-sided matching decision making method with probabilistic hesitant fuzzy information based on regret theory[J]. Control and Decision, 2022, 37(9): 2380-2388.)
- [19] Peng X D, Dai J G. Approaches to Pythagorean fuzzy stochastic multi-criteria decision making based on prospect theory and regret theory with new distance measure and score function[J]. International Journal of Intelligent Systems, 2017, 32(11): 1187-1214.
- [20] Loomes G, Sugden R. Regret theory and measurable utility[J]. Economics Letters, 1983, 12(1): 19-21.
- [21] Bell D E. Regret in decision making under uncertainty[J]. Operations Research, 1982, 30(5): 961-981.

作者简介

王磊(1978—), 男, 教授, 博士, 从事不确定性决策理论与方法、模糊微分系统等研究, E-mail: lntuwl@126.com;
苑博荣(1999—), 女, 硕士生, 从事智能数学理论与应用的研究, E-mail: 1113992415@qq.com.