



中国科技期刊卓越行动计划项目入选期刊

控制与决策

CONTROL AND DECISION



基于IMU和运动学的四足机器人对角支撑状态估计算法

陈辉, 任志刚, 冯祖仁, 刘帅, 冷昊熹

引用本文:

陈辉,任志刚,冯祖仁,刘帅,冷昊熹. 基于IMU和运动学的四足机器人对角支撑状态估计算法[J]. 控制与决策, 2024, 39(9): 2894–2902.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2023.0361>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于领航-跟随的有人/无人机编队队形保持控制

Formation keeping control for manned/unmanned aerial vehicle formation based on leader-follower strategy
控制与决策. 2021, 36(10): 2435–2441 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0453>

基于接触状态感知发育的机器人柔性装配方法

Flexible assembly method based on contact state perception development
控制与决策. 2021, 36(4): 876–884 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1079>

基于未知系统动态估计的机器人预设性能控制

Unknown system dynamics estimator for prescribed performance control of robotic systems
控制与决策. 2021, 36(5): 1040–1048 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1219>

基于姿态估计的实时跌倒检测算法

Real-time fall detection algorithm based on pose estimation
控制与决策. 2020, 35(11): 2761–2766 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0382>

基于时变增益ESO的航天器无源姿态跟踪控制

Passive attitude tracking control of spacecraft based on time-varying gain ESO
控制与决策. 2018, 33(2): 193–202 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2016.1472>

基于IMU和运动学的四足机器人对角支撑状态估计算法

陈辉, 任志刚[†], 冯祖仁, 刘帅, 冷昊熹

(西安交通大学 自动化科学与工程学院, 西安 710049)

摘要: 对角支撑是四足机器人复杂动态以及线性行走必备的一种状态. 然而, 目前鲜有有效的状态估计算法, 无法支撑相应控制策略. 为此, 提出一种融合惯性测量单元 (inertial measurement unit, IMU) 和运动学约束的状态估计算法. 首先, 针对对角支撑状态下运动学模型欠约束带来的位姿估计难题, 通过分解机身坐标系到参考坐标系的变换矩阵, 简化运动学方程, 并利用 IMU 提供的可信俯仰和横滚角测量值, 推导获得其余 4 个位姿量的解析式; 然后, 进一步基于腿部微分运动学和 IMU 提供的俯仰和横滚角速率, 结合位姿量的导数获得线速度和偏航角速率的解析式; 最后, 通过仿真分析验证所提出算法的有效性. 实验结果表明: 位姿估计值准确、无漂移, 偏航角速率和线速度的均方根误差分别小于 2 deg/s 和 9 mm/s, 优于现有算法且满足实际控制需求.

关键词: 状态估计; 四足机器人; 运动学; 欠约束; 惯性测量单元; 对角支撑

中图分类号: TP242.6

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2023.0361

引用格式: 陈辉, 任志刚, 冯祖仁, 等. 基于 IMU 和运动学的四足机器人对角支撑状态估计算法 [J]. 控制与决策, 2024, 39(9): 2894-2902.

State estimation for diagonal support of quadruped robot based on IMU and kinematics

CHEN Hui, REN Zhi-gang[†], FENG Zu-ren, LIU Shuai, LENG Hao-xi

(School of Automation Science and Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: Diagonal support is necessary for complex dynamic gait and linear walking of quadruped robots. However, no state estimation method currently supports the corresponding control strategy. In this paper, a state estimation algorithm that fuses inertial measurement units (IMUs) and kinematic constraints is proposed. Firstly, aiming at the pose estimation problem caused by under-constrained kinematics of diagonal support, the kinematic equations are simplified by decomposing the transformation matrix from the body coordinate system to the reference coordinate system, and the analytical formulas of the remaining four pose states are obtained by using the credible pitch and roll measurements of the IMU. Then, based on the differential kinematics of the leg and the pitch and roll angular rates of the IMU, the analytical formulas of the linear velocity and the yaw angular rate are obtained by combining the derivative of pose. Simulation analysis verifies the effectiveness of the proposed algorithm. The experimental results show that the pose estimation values are accurate and drift-free, and the root mean square errors of yaw angular rate and linear velocity are less than 2 deg/s and 9 mm/s respectively, which outperform existing algorithms and meet the practical control requirements.

Keywords: state estimation; quadruped robot; kinematics; under-constrained; IMU; diagonal support

0 引言

相比于其他类型的移动机器人, 四足机器人在崎岖地形上具有良好的移动性和适应性, 可用于巡检、救灾、勘探等复杂任务^[1-3]. 为了充分发挥其机构优势, 四足机器人须完成对角小跑、慢跑等动态步态和线性行走等复杂动作^[4]. 其中: 面临对角支撑平衡控

制问题, 即要求机器人机身任一对角线上的两条腿悬空, 另外两条腿支撑身体并保持平衡.

针对上述问题, 学者们采用虚拟模型控制、模型预测控制和最优控制等方法研究设计了控制器^[5-6]. 大多数控制器均采用机身位姿和速度作为状态量, 而在实际应用中受传感器测量精度和安装误差的限制,

收稿日期: 2023-03-28; 录用日期: 2023-08-02.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (62373296).

责任编辑: 方勇纯.

[†]通讯作者. E-mail: renzg@xjtu.edu.cn.

需要对上述状态量进行估计^[7].

目前,学者们提出了多种四足机器人状态估计算法,主要可分为以下两类.

一类是基于本体和外部传感器的多源数据融合方法^[8-12]. Chilian等^[8]设计了一种融合惯性测量单元(inertial measurement unit, IMU)和视觉里程计等传感器的间接反馈滤波器; Wisth等^[9]融合了4个异质传感器源,实现了机器人速度和位置的一致估计; Ramezani等^[12]则在高斯粒子滤波框架下,提出了融合多种传感器的状态估计算法. 上述方法涉及多种异构传感器,一方面硬件成本较高,另一方面应用场景受限,且面临数据同步问题.

另一类代表性状态估计方法仅使用本体传感器和运动学约束信息^[13-19]. Lin等^[13]在假设机器人处于三角步态且地面平坦的前提下,利用机器人腿部运动学设计了一种足式里程计,通过融合IMU测量值,实现了对机器人状态的实时估计; Li等^[15]提出了一种基于IMU和运动学的扩展卡尔曼滤波算法,可对机器人质心线速度进行较为准确的估计; Fink等^[14]则首先利用基于IMU的非线性观测器估计了机器人姿态,然后利用编码器、力传感器和扭矩传感器估计了腿部里程信息,通过将其与IMU测量值相融合,获得了线位置和速度估计值. 然而这类估计方法的精度难以保证,对线位置和姿态角的估计值易产生数据漂移,且部分方法由于要求机器人至少3个足底与地面接触,无法应用于动态步态以及对角支撑静平衡控制问题.

针对对角支撑状态估计要求,本文提出一种基于IMU和运动学的状态估计算法. 其核心思想是利用IMU输出的高精度俯仰、横滚角,向对角支撑状态下欠约束的运动学方程引入额外信息,通过变换约束方程推导获得其余位姿量的解析式; 进一步利用腿部微分运动学和俯仰、横滚角速率,实现对其余速度状态量的估计. 所提出算法使用成本低、计算简单,同时较少地受到应用场景限制.

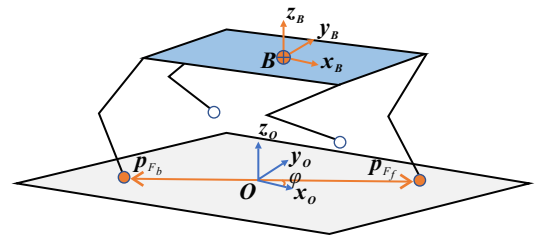
1 相关基础

本节首先构建四足机器人的正运动学模型,然后基于运动学公式表明对角支撑下的欠约束问题.

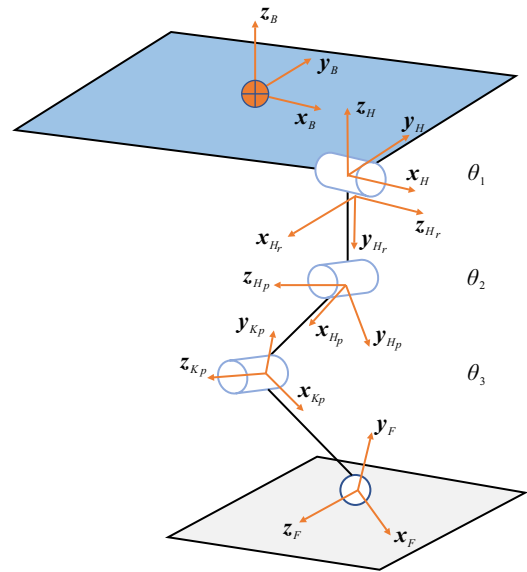
1.1 四足机器人的正运动学

12自由度四足机器人是由机身和4条结构对称的腿组成的并联机构. 参考主流设计方案,每条腿由3个旋转关节驱动的串联式连杆机构组成,一般设置关节旋转方向为髋关节横滚、俯仰和膝关节俯仰方向. 本节首先构建单腿的正运动学模型,以此为基础,

建立四足机器人的整体正运动学模型. 相关运动学示意图如图1所示.



(a) 对角支撑状态下的正运动学示意图



(b) 腿部正运动学示意图

图1 运动学模型示意图

1.1.1 坐标系和符号定义

为了方便描述运动学模型和所提出算法的数学公式,对坐标系和符号定义如下.

1) 坐标系.

{B}: 机身坐标系, 原点在机身几何中心, x 轴指向机身正前方, z 轴指向垂直机身向上方向.

{O}: 参考坐标系, 原点在支撑对角线中点, x 轴指向水平于地面、同时与支撑对角线以偏置角相交的射线方向, z 轴指向垂直地面向上方向. 在对角支撑状态下, {O}系与地面相对静止.

{H}: 髋关节基坐标系, 原点在侧摆髋关节中心, x 轴指向机身正前方, z 轴指向垂直机身向上方向.

{H_r}: 髋关节横滚坐标系, 原点在侧摆髋关节中心, x 轴指向水平于机身宽的外侧方向, z 轴指向机身正前方向.

{H_p}: 髋关节俯仰坐标系, 原点在俯仰髋关节中心, x 轴沿相邻连杆指向{K_p}系原点, z 轴指向旋转轴朝外方向.

{K_p}: 膝关节俯仰坐标系, 原点在俯仰膝关节中

心, x 轴沿相邻连杆指向 $\{F\}$ 系原点, z 轴指向旋转轴朝外方向。

$\{F\}$: 足底坐标系, 原点在足底中心, x 轴和 z 轴与 $\{K_p\}$ 系的 x 轴和 z 轴同向。

2) 符号。

${}^O p_B$: 线位置, 即机身几何中心的位置向量在参考坐标系 $\{O\}$ 下的描述, 表示为直角坐标形式 $[{}^O p_{Bx} \quad {}^O p_{By} \quad {}^O p_{Bz}]^T$ 。

${}^N p_F$: 足底位置, 泛指足底位置在 $\{N\}$ 系下的描述。为了方便进行坐标变换, 本文中的足底位置量 ${}^N p_F$ 均采用齐次坐标形式, 即表示为三维直角坐标末尾扩展常数1的四维向量 $[{}^N p_{Fx} \quad {}^N p_{Fy} \quad {}^N p_{Fz} \quad 1]^T$ 。

${}^N p_{Ff}$ 和 ${}^N p_{Fb}$: 泛指对角支撑腿的前足和后足位置在 $\{N\}$ 系下的描述。

${}^N_M T$: 泛指 $\{M\}$ 系相对 $\{N\}$ 系的坐标变换矩阵, 行数和列数均为4。

${}^N_M R$: 泛指 $\{M\}$ 系相对 $\{N\}$ 系的旋转矩阵, 行数和列数均为3。

θ : 单腿的关节角位置 $[\theta_1 \quad \theta_2 \quad \theta_3]^T$, 其中 θ_1 、 θ_2 和 θ_3 分别为髌关节横滚角、髌关节俯仰角和膝关节俯仰角。

α 、 β 和 γ : ZYX欧拉角, 即 $\{O\}$ 系依次绕 \hat{Z} 轴、 \hat{Y} 轴和 \hat{X} 轴旋转到 $\{B\}$ 系的偏航、俯仰和横滚角。

φ : 偏置角, 即支撑足底连线与 $\{O\}$ 系 x 轴的夹角, 如图1(a)所示。

1.1.2 腿部正运动学

腿部正运动学模型研究关节角位置与足底位置在髌关节基坐标系 $\{H\}$ 描述下的映射关系, 建立方法如下: 首先, 在各旋转关节处定义关节坐标系, 通过基于腿部结构参数确定的DH参数^[20]得到各相邻坐标系的变换矩阵; 然后, 进一步由变换矩阵的传递性, 得到足底坐标系 $\{F\}$ 相对髌关节基坐标系 $\{H\}$ 的变换矩阵 ${}^H_F T$ 。公式如下所示:

$${}^H_F T(\theta) = {}^H_{Hr} T(\theta_1) {}^H_{Hp} T(\theta_2) {}^H_{Kp} T(\theta_3) {}^H_F T. \quad (1)$$

其中: 关节角 θ 为未知变量, 其余为固定结构参数; 变换矩阵 ${}^H_F T$ 中包含足底位置在 $\{H\}$ 系下的描述信息, 即 ${}^H p_F = {}^H_F T(1: 4, 4)$ 。

腿部微分运动学模型研究关节角速度与足底速度在 $\{H\}$ 系下描述的映射关系。对 ${}^H p_F$ 关于 θ 求偏导, 可得到足底速度向量相对于关节角速度的雅可比矩阵, 即

$${}^H \dot{p}_F = J \dot{\theta}. \quad (2)$$

其中: $\dot{\theta}$ 为关节角速度, J 为雅可比矩阵。

1.1.3 整体正运动学

实际运动中需要关注足底变量在某固定坐标系下描述的实时信息。利用已知的机身状态量建立机身坐标系 $\{B\}$ 相对固定坐标系的变换矩阵, 可转换足底位置 ${}^H p_F$ 至固定坐标系下描述。在本文中, 机身状态量定义如下: 位姿状态量为 $\{B\}$ 系相对 $\{O\}$ 系的姿态角和线位置(α 、 β 、 γ 和 ${}^O p_B$); 速度状态量为 $\{B\}$ 系相对 $\{O\}$ 系的姿态角速率和线速度($\dot{\alpha}$ 、 $\dot{\beta}$ 、 $\dot{\gamma}$ 和 ${}^O \dot{p}_B$); 以上共12个变量作为机身的全状态变量。在全状态变量已知的情况下, 可建立整体的正运动学和微分运动学模型。

四足机器人的整体正运动学模型研究关节角位置与足底位置在参考坐标系 $\{O\}$ 下描述的映射关系。已知位姿状态量, 可确定变换矩阵 ${}^O_B T$; 已知机身结构参数, 可确定变换矩阵 ${}^B_H T$ 。通过上述变换矩阵转换足底位置的描述坐标系, 公式如下所示:

$${}^O p_F = {}^O_B T {}^B_H T {}^H p_F. \quad (3)$$

整体微分运动学模型研究关节角速度与足底速度在参考坐标系 $\{O\}$ 下描述的映射关系。对式(3)求导得到如下足底公式:

$${}^O \dot{p}_F = {}^O_B \dot{T} {}^B_H T {}^H p_F + {}^O_B T {}^B_H \dot{T} {}^H \dot{p}_F. \quad (4)$$

其中: ${}^H \dot{p}_F$ 可由式(2)计算, ${}^O_B \dot{T}$ 可由位姿和速度状态量确定。

1.2 对角支撑下的欠约束问题

由式(3)和(4), 若已知机身状态量, 即变换矩阵及其导数 ${}^O_B T$ 、 ${}^O_B \dot{T}$ 固定, 则关节变量 θ 、 $\dot{\theta}$ 与足端变量 ${}^O p_F$ 、 ${}^O \dot{p}_F$ 存在唯一映射。而对于触地的支撑足, 由于地面约束, 足端位置 ${}^O p_F$ 为常量, 足端速度 ${}^O \dot{p}_F = 0$ 。此时机身状态量的取值范围受到关节变量 θ 、 $\dot{\theta}$ 的限制。

四足机器人在三足以上站立状态下, ${}^O_B T$ 和 ${}^O_B \dot{T}$ 共包含12个未知量, 少于式(3)和(4)构成的有效约束方程个数, 导致运动学方程处于完全或冗余约束状态, 机身状态存在唯一解。然而在对角支撑的双足站立状态下, 虽然未知量个数与有效方程个数一致, 但是, 四足机器人在围绕对角支撑线的旋转方向上不受控制, 可自由运动。此时运动学方程处于欠约束状态^[21], 机身状态存在多解甚至无穷解。

2 算法描述

对角支撑下的欠约束问题导致无法直接由运动学约束方程得到机身状态量, 需要引入额外信息, 而IMU是获取机器人状态的重要传感器。依据IMU的测量原理, 线速度、线位置和偏航角等状态量的量测

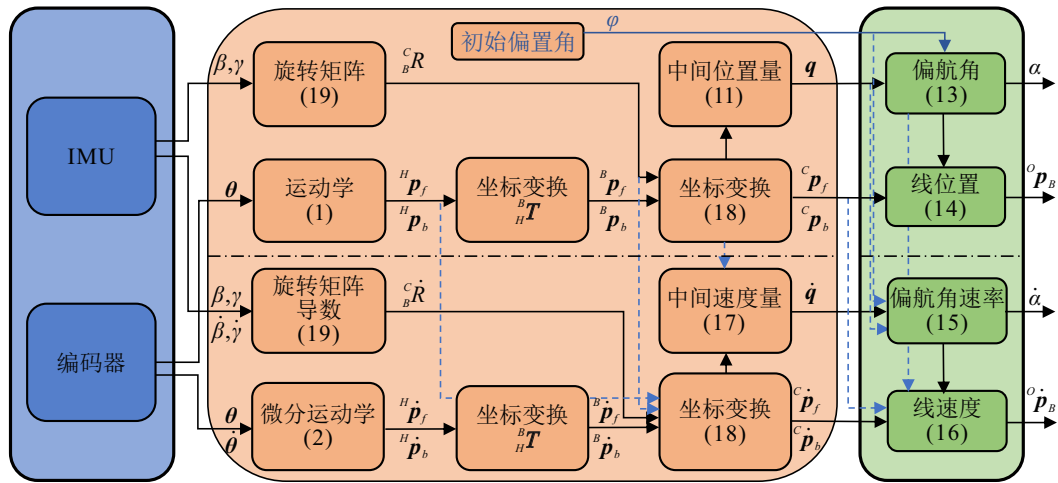


图2 状态估计算法流程

值具有较大的漂移;而俯仰、横滚角及其角速率通过滤波技术能够得到高精度、鲁棒性强的估计值^[22],可作为外部信息.引入IMU的俯仰、横滚信息后,式(3)和(4)中 ${}^O_B\mathbf{T}$ 和 ${}^O_B\dot{\mathbf{T}}$ 包含的未知量个数减少为8,少于有效方程个数,有望化简方程得到剩余状态量的解析式.基于以上融合思路,设计了四足机器人的对角支撑状态估计算法,算法流程如图2所示,包含位姿估计和速度估计两部分.

2.1 位姿估计

位姿估计中,为了引入IMU的外部信息,首先,通过矩阵分解将 ${}^O_B\mathbf{T}$ 转化为待解矩阵 ${}^O_C\mathbf{T}$ 和已知矩阵 ${}^C_B\mathbf{T}$ 两部分,减少角度项的耦合;然后,代入分解后的矩阵和俯仰、横滚角测量值至式(3),使得运动学公式得以简化;最后,展开公式,利用形式上的对称性先后推导出偏航角和线位置的解析式.

在 ${}^O_B\mathbf{T}$ 内部,由于角度项相互耦合,相关表达式的形式复杂,处理困难.为了简化形式,利用变换矩阵的传递性分解 ${}^O_B\mathbf{T}$.从 $\{O\} \sim \{B\}$ 的整个坐标变换过程共有6个阶段,依次为三轴平移变换和三轴旋转变换.分离旋转变换中的俯仰、横滚变换并定义中间坐标系 $\{C\}$,可将 ${}^O_B\mathbf{T}$ 分解为待解矩阵 ${}^O_C\mathbf{T}$ 和已知矩阵 ${}^C_B\mathbf{T}$ 两部分,公式如下所示:

$$\begin{aligned} {}^O_B\mathbf{T} &= {}^O_C\mathbf{T} {}^C_B\mathbf{T}, \\ {}^O_C\mathbf{T} &= \text{Trans}(p_x, p_y, p_z) \text{Rot} Z(\alpha), \\ {}^C_B\mathbf{T} &= \text{Rot} Y(\beta) \text{Rot} X(\gamma). \end{aligned} \quad (5)$$

其中:坐标系 $\{C\}$ 表示从 $\{O\}$ 系经三轴平移和 z 轴旋转到达的中间状态,Trans为三轴平移变换阵,Rot X、Rot Y和Rot Z分别为对应方向的旋转变换阵.定义坐标系 $\{C\}$ 的目的是分离剩余待估计的状态量,即偏航角 α 和线位置 $[{}^O p_{Bx} \quad {}^O p_{By} \quad {}^O p_{Bz}]^T$.

将式(5)代入基于式(3)的对角支撑前后足运动学公式,变换形式后得到如下公式:

$$\begin{aligned} {}^O \mathbf{p}_{Ff} &= {}^O_C\mathbf{T} {}^C \mathbf{p}_{Ff}, \\ {}^O \mathbf{p}_{Fb} &= {}^O_C\mathbf{T} {}^C \mathbf{p}_{Fb}. \end{aligned} \quad (6)$$

其中: ${}^C \mathbf{p}_{Fi} (i = f, b)$ 可由 ${}^C_B\mathbf{T}$ 和基于式(1)计算的 ${}^H \mathbf{p}_{Fi}$ 得到;由于支撑足的地面约束, ${}^O \mathbf{p}_{Fi}$ 为常量.

如图1(a)所示, ${}^O \mathbf{p}_{Fi}$ 的表达式如下所示:

$$\begin{aligned} {}^O \mathbf{p}_{Ff} &= [0.5d_F \cos\varphi \quad 0.5d_F \sin\varphi \quad 0 \quad 1]^T, \\ {}^O \mathbf{p}_{Fb} &= -{}^O \mathbf{p}_{Ff}, \end{aligned} \quad (7)$$

这里 d_F 为支撑足底的欧氏距离.由于距离信息为标量,其取值与位置向量在不同坐标系下的描述无关,可利用支撑足在 $\{B\}$ 系下的描述 ${}^B \mathbf{p}_{Fi}$ 求解.

变换运动学公式形式后,将式(6)展开,如下所示:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 & p_x \\ \sin\alpha & \sin\alpha & 0 & p_y \\ 0 & 0 & 1 & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{fx} \\ p_{fy} \\ p_{fz} \\ 1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0.5d_F \cos\varphi \\ 0.5d_F \sin\varphi \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \\ \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 & p_x \\ \sin\alpha & \sin\alpha & 0 & p_y \\ 0 & 0 & 1 & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{bx} \\ p_{by} \\ p_{bz} \\ 1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -0.5d_F \cos\varphi \\ -0.5d_F \sin\varphi \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (8)$$

其中: $p_k (k = x, y, z)$ 为位置状态量 ${}^O \mathbf{p}_B$ 的分量, $p_{ik} (i = f, b; k = x, y, z)$ 为前后支撑足底位置在 $\{C\}$ 系下描述 ${}^C \mathbf{p}_{Fi}$ 的分量.

偏置角 φ 可由如下方法确定.假设在初始时刻,机身状态量为0初始值或已知,基于式(3)可计算支撑足底位置在 $\{B\}$ 系的描述 ${}^B \mathbf{p}_{Fi}^0$,并转换至 $\{O\}$ 系的描述 ${}^O \mathbf{p}_{Fi}^0$;基于支撑足底位置,计算支撑连线相对 $\{O\}$ 系 x 轴的夹角即为偏置角 φ ,公式如下所示:

$$\varphi = \arctan\left(\frac{{}^O p_{Ffy}^0 - {}^O p_{Fby}^0}{{}^O p_{Ffx}^0 - {}^O p_{Fbx}^0}\right). \quad (9)$$

展开后的式(8)在形式上对称,可合并其前两行,消除 ${}^O \mathbf{p}_B$ 中的位置分量,构造偏航角 α 的表达式如下所示:

$$\begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{fx} - p_{bx} \\ p_{fy} - p_{by} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_F \cos\varphi \\ d_F \sin\varphi \end{bmatrix}. \quad (10)$$

对于式(10),定义中间量 \mathbf{q} ,有

$$\begin{bmatrix} q_x \\ q_y \end{bmatrix} = \frac{1}{d_F} \begin{bmatrix} p_{fx} - p_{bx} \\ p_{bx} - p_{by} \end{bmatrix}, \quad (11)$$

则式(10)进一步简化为

$$\begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_x \\ q_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\varphi \\ \sin\varphi \end{bmatrix}. \quad (12)$$

对式(12)上下两式联立求解,得到偏航角 α 的表达式如下所示:

$$\alpha = \sin^{-1}(q_x \sin\varphi - q_y \cos\varphi). \quad (13)$$

基于式(13)得到的偏航估计值,对式(8)前后足运动学公式的前3行相加,得到位置状态量的表达式如下所示:

$$\begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix} = -0.5 \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{fx} + p_{bx} \\ p_{fy} + p_{by} \\ p_{fz} + p_{bz} \end{bmatrix}. \quad (14)$$

2.2 速度估计

速度估计策略的核心思路是基于腿部运动学及其微分运动学,利用已知的关节信息和IMU的俯仰、横滚信息得到支撑足速度 ${}^C \dot{\mathbf{p}}_F$;然后对式(13)和(14)的位姿估计表达式求微分,得到速度估计的表达式.

由于式(13)和(14)中仅有支撑足位置 ${}^C \mathbf{p}_F$ 分量随时间变化,求导后也仅有速度 ${}^C \dot{\mathbf{p}}_F$ 分量未知.先假设 ${}^C \dot{\mathbf{p}}_F$ 已知,对式(13)和(14)求导,得到速度状态量的估计表达式如下所示:

$$\dot{\alpha} = \frac{1}{\sqrt{1 - (q_x \sin\varphi - q_y \cos\varphi)^2}} \cdot (\dot{q}_x \sin\varphi - \dot{q}_y \cos\varphi), \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{p}_x \\ \dot{p}_y \end{bmatrix} = -0.5 \dot{\alpha} \begin{bmatrix} -\sin\alpha & -\cos\alpha \\ \cos\alpha & -\sin\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{fx} + p_{bx} \\ p_{fy} + p_{by} \end{bmatrix} - 0.5 \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{p}_{fx} + \dot{p}_{bx} \\ \dot{p}_{fy} + \dot{p}_{by} \end{bmatrix}, \quad (16)$$

$$\dot{p}_z = -0.5(\dot{p}_{fz} + \dot{p}_{bz}).$$

对中间量 \mathbf{q} 求导,得到式(15)中 $\dot{\mathbf{q}}$ 的表达式为

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_x \\ \dot{q}_y \end{bmatrix} =$$

$$\frac{1}{((p_{fx} - p_{bx})^2 + (p_{fy} - p_{by})^2)^{\frac{1}{2}}} \begin{bmatrix} \dot{p}_{fx} - \dot{p}_{bx} \\ \dot{p}_{fy} - \dot{p}_{by} \end{bmatrix} - \frac{[p_{fx} - p_{bx} \quad p_{fy} - p_{by}]}{((p_{fx} - p_{bx})^2 + (p_{fy} - p_{by})^2)^{\frac{3}{2}}} \begin{bmatrix} \dot{p}_{fx} - \dot{p}_{bx} \\ \dot{p}_{fy} - \dot{p}_{by} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} p_{fx} - p_{bx} \\ p_{fy} - p_{by} \end{bmatrix}. \quad (17)$$

需要注意的是,式(16)中含有偏航角速率的表达式,需先求解出偏航角速率 $\dot{\alpha}$,再求解线速度 ${}^O \dot{\mathbf{p}}_B$.

得到速度估计的解析式后, ${}^C \dot{\mathbf{p}}_F$ 的求解是速度估计策略的关键.该部分的具体步骤如下:建立单腿雅可比矩阵,得到 ${}^H \dot{\mathbf{p}}_F$;融合IMU的俯仰、横滚角速率测量值,将 ${}^H \dot{\mathbf{p}}_F$ 转化至 $\{C\}$ 系下的描述 ${}^C \dot{\mathbf{p}}_F$.其中:由于 $\{H\}$ 系与 $\{B\}$ 系的方向一致, ${}^B_H \mathbf{T}$ 仅由机身长宽和腿的编号等结构参数决定,位置向量 ${}^H \mathbf{p}_{Fi}$ 也易转换至 ${}^B \mathbf{p}_{Fi}$. ${}^C \mathbf{p}_F$ 和 ${}^C \dot{\mathbf{p}}_F$ 的变换公式如下所示:

$$\begin{aligned} {}^C \mathbf{p}_F &= {}^C_B \mathbf{T} {}^B_H \mathbf{T} {}^H \mathbf{p}_F, \\ {}^C \dot{\mathbf{p}}_F &= {}^C_B \dot{\mathbf{T}} {}^B \mathbf{p}_F + {}^C_B \mathbf{T} {}^B_H \dot{\mathbf{T}} {}^H \dot{\mathbf{p}}_F. \end{aligned} \quad (18)$$

利用IMU的横滚、俯仰角和角速率的量测值,由下式中旋转矩阵及其导数的公式,得到 ${}^C_B \mathbf{R}$ 和 ${}^C_B \dot{\mathbf{R}}$,且易转换为 ${}^C_B \mathbf{T}$ 和 ${}^C_B \dot{\mathbf{T}}$:

$$\begin{aligned} {}^C_B \mathbf{R} &= \begin{bmatrix} \cos\beta & \sin\beta \sin\gamma & \sin\beta \cos\gamma \\ 0 & \cos\gamma & -\sin\gamma \\ -\sin\beta & \cos\beta \sin\gamma & \cos\beta \cos\gamma \end{bmatrix}, \\ {}^C_B \dot{\mathbf{R}} &= \dot{\beta} \begin{bmatrix} -\sin\beta & \cos\beta \sin\gamma & \cos\beta \cos\gamma \\ 0 & 0 & 0 \\ -\cos\beta & -\sin\beta \sin\gamma & -\sin\beta \cos\gamma \end{bmatrix} + \dot{\gamma} \begin{bmatrix} 0 & \sin\beta \cos\gamma & -\sin\beta \sin\gamma \\ 0 & -\sin\gamma & -\cos\gamma \\ 0 & \cos\beta \cos\gamma & -\cos\beta \sin\gamma \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (19)$$

2.3 算法伪代码

综合上述位姿和速度的估计过程,所提出算法的伪代码如下.

算法1 基于IMU和运动学的四足机器人对角支撑状态估计算法.

输入: 测量数据 $\mathbf{y} = \{\beta, \gamma, \dot{\beta}, \dot{\gamma}, \boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}\}$;

输出: 状态量估计值 $\hat{\mathbf{x}} = \{\alpha, \dot{\alpha}, {}^O \mathbf{p}_B, {}^O \dot{\mathbf{p}}_B\}$.

1. 初始化: 算子 ${}^H \mathbf{T}$ 、 ${}^B_H \mathbf{T}$ 、 \mathbf{J} 中的运动学参数;

2. 初始化: 前后支撑足端距离 d_F 、偏置角 φ ;

3. if 测量数据 \mathbf{y} 被更新 then

4. 由式(1)和(2)计算前后支撑足端变量 ${}^H \mathbf{p}_F$ 、 ${}^H \dot{\mathbf{p}}_F$;

5. 由式(19)计算 ${}^C_B \mathbf{R}$ 、 ${}^C_B \dot{\mathbf{R}}$;

6. 由式(18)转换前后支撑足端变量至坐

标系 $\{C\}$, 得到 ${}^C p_F$ 、 ${}^C \dot{p}_F$;

7. 由式(11)和(17)计算中间量 q 、 \dot{q} ;
8. 由式(13)和(15)计算估计值 α 、 $\dot{\alpha}$;
9. 由(14)和(16)计算估计值 ${}^O p_B$ 和 ${}^O \dot{p}_B$;
10. return \hat{x} .
11. end

3 仿真与实验

3.1 运动场景设置

以宇树科技的A1机器人作为仿真和实验平台, 对所提出算法的各方面性能进行仿真分析和实验测试. 为了实现对其机身状态量长时间、大幅度 and 连续平滑的变化效果, 使用正弦函数进行轨迹规划, 其参数设置如表1所示. 表1中: 幅值参数为待变参数, 用“/”分离为3组, 从左至右依次表示大幅度转动、大幅度平动和大幅度转动加平动3种运动方式; 其余参数固定.

表1 位姿控制正弦函数的参数设定值

| 状态量 | 幅值 | 周期/s | 相位 | 偏差 |
|-----------------------|----------|------|----|-----|
| p_x / mm | 30/30/30 | 15 | 0 | 0 |
| p_y / mm | 20/40/40 | 20 | 0 | 0 |
| p_z / mm | 30/40/30 | 24 | 0 | 300 |
| γ / deg | 6/3/6 | 30 | 0 | 0 |
| β / deg | 5/2/5 | 24 | 0 | 0 |
| α / deg | 6/3/5 | 30 | 0 | 0 |

参考A1机器人的几何参数, 建立了四足机器人的正逆运动学模型. 在仿真和实验中为了方便采集对角支撑腿的关节信息, 使用四腿站立方式对机身状态量进行控制, 即在足底均固定于地面的前提下, 设计了基于逆运动学模型的站立位姿控制方法. 基于该控制方法给定一组机身状态量设定值, 可唯一确定一组四腿关节变量设定值. 使用其中的左前腿和右后腿关节设定值模拟对角支撑状态下的关节信息.

3.2 仿真分析

在仿真中, 首先, 利用站立位姿控制方法, 基于状态量设定值, 得到关节变量设定值; 然后, 参考常见IMU的精度要求, 对俯仰和横滚角度、角速率的设定值分别叠加 $-0.1 \sim 0.1 \text{ deg}$ 、 $-0.1 \sim 0.1 \text{ deg/s}$ 的高斯白噪声, 以模拟IMU的量测数据; 最后, 将对角支撑腿的关节变量设定值和IMU的模拟信号作为所提出算法的输入并得到状态量的估计结果.

3.2.1 位姿误差分析

表2为3种运动方式下位姿状态量估计值与设定值间的均方根误差(root mean square error, RMSE). 由表2可见, 不同运动方式下的RMSE无较大差距, 表明估计结果受运动方式的影响较小, 其中偏航角和3

个线位置分量的RMSE分别小于 0.005 deg 、 0.15 mm 、 0.15 mm 和 0.03 mm . 一方面验证了所提出算法对于位姿估计的有效性, 另一方面也表明其具有较高的估计精度.

表2 位姿估计值的RMSE

| 状态量 | 幅值1 | 幅值2 | 幅值3 |
|-----------------------|----------|-----------|-----------|
| α / deg | 0.004 37 | 0.000 358 | 0.000 284 |
| p_x / mm | 0.142 | 0.143 | 0.143 |
| p_y / mm | 0.141 | 0.144 | 0.143 |
| p_z / mm | 0.002 34 | 0.022 6 | 0.019 8 |

对比表2中不同方向的位置分量误差, 易发现所提出算法的 z 向位置估计值相比其余位置估计值具有更高的精度, 其RMSE大致仅有 x 、 y 向位置估计值的 $1/7$. 观察式(14), 分析其原因是 z 向位置表达式中仅使用了 ${}^C p_F$ 的 z 向分量信息, 没有受到偏航角估计值等其他变量的误差传递影响.

3.2.2 速度误差分析

为了分析速度估计方法的有效性和对IMU测量噪声的敏感性, 对俯仰、横滚角速率设定值分别叠加 $-0.1 \sim 0.1 \text{ deg/s}$ 、 $-1 \sim 1 \text{ deg/s}$ 、 $-10 \sim 10 \text{ deg/s}$ 范围的高斯白噪声, 以运动方式3为例进行误差对比分析, RMSE对比结果如表3所示. 表3中数据显示: 偏航角速率的RMSE均小于 0.3 deg/s ; 当噪声范围为 $-1 \sim 1 \text{ deg/s}$ 时, 线速度的RMSE均小于 2 mm/s . 另外, 分析3种不同范围噪声下的状态量估计误差, 可发现偏航角速率和 z 向速度的估计值对IMU噪声敏感性较低, 且 z 向速度估计值更为准确, 其RMSE大致仅有 x 、 y 向速度估计值的 $1/7$.

表3 IMU不同噪声下的速度RMSE对比结果

| 状态量 | 噪声1 | 噪声2 | 噪声3 |
|-----------------------------|---------|---------|--------|
| $\dot{\alpha} / \text{deg}$ | 0.012 0 | 0.030 8 | 0.279 |
| \dot{p}_x / mm | 0.145 | 1.441 | 14.359 |
| \dot{p}_y / mm | 0.146 | 1.428 | 14.126 |
| \dot{p}_z / mm | 0.043 0 | 0.203 | 1.972 |

3.3 实验测试

现实环境中存在各种扰动因素, 非点式接触的足底、IMU的安装误差和运动学模型参数误差等实际问题, 会降低状态量的估计精度, 有必要验证所提出算法在实际应用中的准确性和鲁棒性. 为此, 利用NOKOV度量光学三维动作捕捉设备进行了实验测试, 测试场景如图3所示. 借助该设备捕获机身和地面设定标记点的位置后, 可解算出机身状态量的实时信息并作为基准数据, 用于分析状态估计算法的实际性能. 在实验中, 利用站立位姿控制方法和关节电机的PD控制器, 实现了A1的站立位姿控制效果;

同时,读取了运动过程中IMU、关节编码器的测量值和NOKOV捕捉的标定点位信息作为原始数据,其中IMU与左前腿、右后腿关节编码器的测量值作为估计算法的输入信息.



图3 动作捕捉设备和四足机器人实验场景

为了分析所提出算法的实际性能,选择一种扩展卡尔曼滤波状态估计算法^[19](extended Kalman filter, EKF)进行比较. EKF算法同样仅使用IMU和腿部运动学的信息得到姿态角、线位置和线速度的估计值,将其作为对比算法体现了比较的公平性. 同时该算法已成功应用于各种控制任务,与其估计值进行比较能够较好地表明所提出算法的准确程度. 表4汇总了所提出算法和EKF算法在3种运动方式下偏航角及其角速率、线位置和线速度的实验误差结果. 表4中:“/”前的数据为对应状态量估计值的RMSE,反映其准确程度;“/”后的数据为整个运动过程中的误差最大值,反映其稳定性;黑色加粗的数据为3种运动方式下的最差结果. 与仿真分析类似,从位姿误差和速度误差两方面进行分析.

表4 本文算法与EKF算法的状态估计误差实验结果

| 状态量(RMSE/max) | 本文算法 | | | EKF | | |
|--------------------------|---------------------|---------------------|----------------------|------------------------|----------------------|----------------------|
| | 幅值1 | 幅值2 | 幅值3 | 幅值1 | 幅值2 | 幅值3 |
| α / deg | 0.941/2.115 | 0.521/1.445 | 1.304/3.219 | 1.629/5.145 | 4.118/6.133 | 5.642/8.895 |
| p_x / mm | 7.648/15.785 | 8.122/16.095 | 8.971/23.220 | 9.357/23.530 | 10.579/24.613 | 9.873/31.25 |
| p_y / mm | 3.044/7.216 | 5.920/11.159 | 6.256/13.599 | 8.330/29.177 | 16.313/37.625 | 22.264/46.783 |
| p_z / mm | 3.712/9.394 | 5.482/13.320 | 4.309/9.408 | 4.865/14.094 | 6.895/17.296 | 13.862/25.672 |
| $\dot{\alpha}$ / (deg/s) | 1.320/ 7.440 | 1.400/5.379 | 1.346/5.180 | 1.063/ 7.477 | 1.071/4.108 | 1.045/3.731 |
| \dot{p}_x / (mm/s) | 8.789/32.363 | 8.331/25.941 | 8.325/ 34.379 | 37.388/121.509 | 27.39/91.979 | 33.263/95.022 |
| \dot{p}_y / (mm/s) | 7.003/22.924 | 6.926/20.914 | 8.339/28.202 | 28.014/ 116.643 | 24.404/78.945 | 30.453/98.664 |
| \dot{p}_z / (mm/s) | 6.020/18.728 | 6.934/28.508 | 6.574/26.602 | 35.741/ 134.460 | 36.235/118.442 | 36.521/103.78 |

3.3.1 位姿误差分析

表4的位姿估计数据中,所提出算法的偏航角和3个线位置RMSE分别小于2 deg、9 mm、7 mm和6 mm,误差最大值分别为3.219 deg、23.220 mm、13.599 mm和13.320 mm;而EKF算法的偏航角和3个线位置RMSE分别小于6 deg、11 mm、23 mm和14 mm,偏航角和y向位置的误差最大值分别为8.895 deg和46.783 mm. 以上结果表明所提出算法的位姿估计准确度高于EKF算法,这主要是因为所提出算法的位姿估计结果没有数据漂移. 图4为运动方式3的位置估计曲线. 由图4可明显看出: EKF算法的y、z向位置估计值存在较为明显的数据漂移现象,导致其估计误差较大,而所提出算法的位姿估计结果始终在NOKOV基准数据附近波动.

对比图4中所提出算法的位置估计曲线与NOKOV基准曲线可以看出,在曲线波峰处估计误差较为明显. 其原因主要是机器人的软式气垫足底在运动中产生的形变导致足底平面与地面不完全平齐,状态量估计值与真实值间产生了一定偏差. 可通过

改变足底结构或设计坡度修正算子提高估计精度.

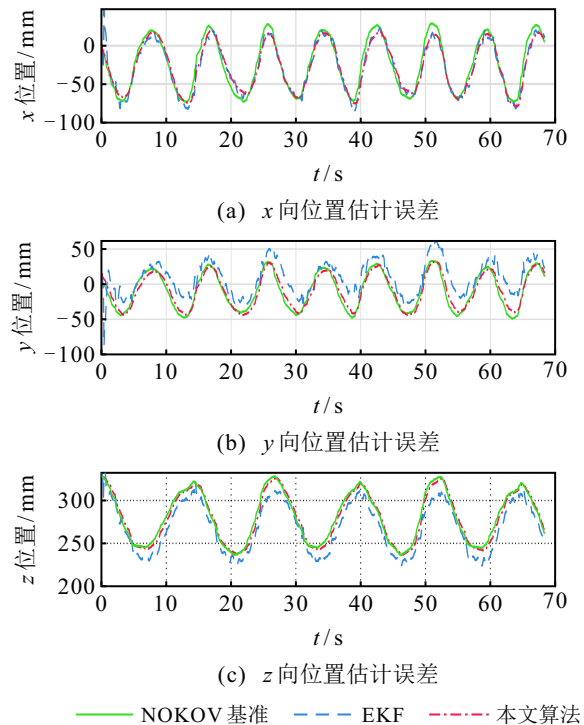


图4 位置估计误差实验结果

3.3.2 速度误差分析

表4的速度估计数据显示:所提出算法的偏航角速率和3个线速度RMSE分别小于1.4 deg/s、9 mm/s、9 mm/s和7 mm/s,误差最大值分别为7.440 deg/s、34.379 mm/s、28.202 mm/s和28.508 mm/s;而EKF算法的偏航角速率和3个线速度RMSE分别在1.1 deg/s、35 mm/s、30 mm/s和36 mm/s附近,误差最大值分别为7.477 deg/s、121.509 mm/s、116.643 mm/s和134.460 mm/s.对于偏航角速率,两种算法的估计准确度基本持平;而对于线速度,所提出算法的准确度和稳定性明显好于EKF算法.图5为运动方式3的线速度估计曲线.由图5可见,对于线速度的噪声波动情况,所提出算法明显小于EKF算法.另外,所提出算法对于速度估计值的准确性较弱于位姿估计值,其原因是实验中关节编码器的关节角速度测量数据噪声较为明显,滤除这部分输入信息的噪声可有效改善这一现象.

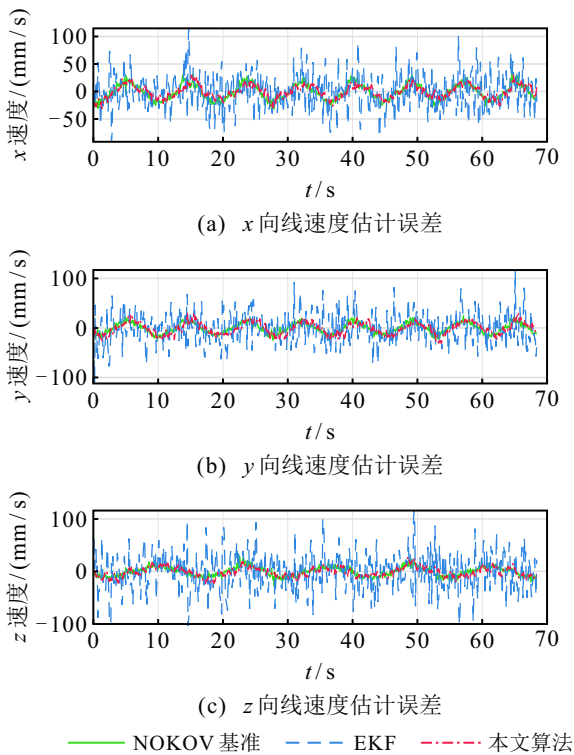


图5 速度估计误差实验结果

综合上述实验结果,所提出算法对偏航角、线位置和线速度的估计准确度明显高于EKF算法,且位姿估计值无漂移,表明其在实际应用中具有较好的性能.不仅如此,所提出算法在计算耗费与应用便捷性上也更具优势.从计算耗费的角度分析,所提出算法主要涉及运动学方程的变换,算法的时间复杂度很低.从应用便捷性的角度分析,基于卡尔曼滤波思想的估计算法面临繁琐的参数调试问题,即状态初值、噪声协方差等参数对估计结果的准确性和稳定程度

有较大的影响,而这些参数往往无法凭借经验准确地选取,需要在实际实验中反复尝试.而所提出算法只需在估计开始时初始化对角支撑腿的欧氏距离 d_F 和偏置角 φ ,基本不涉及参数调试的工作.

4 结 论

状态估计是四足机器人控制算法中的关键技术,其估计的准确性和鲁棒性对控制算法的性能起到了重要作用.本文提出了基于IMU和运动学的四足机器人对角支撑状态估计算法.该算法针对对角支撑下的欠约束问题,引入了IMU的外部信息后化简运动学方程,得到了机身几何中心处的偏航角、偏航角速率、线位置和线速度的估计值.仿真分析验证了所提出算法的有效性和速度估计值对IMU噪声的低敏感性.实验结果表明:偏航角及其角速率、线位置和线速度的均方根误差分别小于2 deg、2 deg/s、9 mm和9 mm/s,不同运动方式下的误差最大值均在较小范围内.与一种融合IMU和运动学信息的EKF算法相比,所提出算法的偏航角位置、线位置和线速度估计值具有更高的准确度,且位姿估计值无漂移现象.未来将考虑通过设计关节数据平滑器进一步提升状态估计性能,并尝试将其应用于对角小跑等复杂控制任务.

参考文献(References)

- [1] Cui J W, Li Z, Kuang Y Q, et al. Standing balance maintenance by virtual suspension model control for legged robot[J]. *Advances in Mechanical Engineering*, 2020, 12(9): 331-351.
- [2] Kim B H. Centroid-based analysis of quadruped-robot walking balance[C]. *International Conference on Advanced Robotics*. Munich, 2009: 1-6.
- [3] 郭非, 汪首坤, 王军政. 轮足复合移动机器人运动规划发展现状及关键技术分析[J]. *控制与决策*, 2022, 37(6): 1433-1444.
(Guo F, Wang S K, Wang J Z. Development status and key technology analysis for motion planning of wheel-legged hybrid mobile robot[J]. *Control and Decision*, 2022, 37(6): 1433-1444.)
- [4] Gonzalez C, Barasuol V, Frigerio M, et al. Line walking and balancing for legged robots with point feet[C]. *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. Las Vegas, 2021: 3649-3656.
- [5] Chignoli M, Wensing P M. Variational-based optimal control of underactuated balancing for dynamic quadrupeds[J]. *IEEE Access*, 2020, 8: 49785-49797.
- [6] 孟健. 复杂地形环境四足机器人运动控制方法研究与实现[D]. 济南: 山东大学, 2015.

- (Meng J. Research and implementation of motion control method for quadruped robot in complex terrain environment[D]. Jinan: Shandong University, 2015.)
- [7] 郭玮林, 鲜勇, 张大巧, 等. 高超声速飞行器惯导系统误差参数两次优化辨识方法[J]. 控制与决策, 2020, 35(1): 25-34.
(Guo W L, Xian Y, Zhang D Q, et al. Quadratic optimization identification research on error parameters of SINS for hypersonic vehicle[J]. Control and Decision, 2020, 35(1): 25-34.)
- [8] Chilian A, Hirschi Müller H, Görner M. Multisensor data fusion for robust pose estimation of a six-legged walking robot[C]. IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. San Francisco, 2011: 2497-2504.
- [9] Wisth D, Camurri M, Fallon M. Preintegrated velocity bias estimation to overcome contact nonlinearities in legged robot odometry[C]. IEEE International Conference on Robotics and Automation. Paris, 2020: 392-398.
- [10] Fallón M F, Antone M, Roy N, et al. Drift-free humanoid state estimation fusing kinematic, inertial and LIDAR sensing[C]. IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots. Madrid, 2015: 112-119.
- [11] Miller I D, Cladera F, Cowley A, et al. Mine tunnel exploration using multiple quadrupedal robots[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2020, 5(2): 2840-2847.
- [12] Ramezani M, Tinchev G, Iuganov E, et al. Online LiDAR-SLAM for legged robots with robust registration and deep-learned loop closure[C]. IEEE International Conference on Robotics and Automation. Paris, 2020: 4158-4164.
- [13] Lin P C, Komsuoglu H, Koditschek D E. Sensor data fusion for body state estimation in a hexapod robot with dynamical gaits[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2006, 22(5): 932-943.
- [14] Fink G, Semini C. Proprioceptive sensor fusion for quadruped robot state estimation[C]. IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Las Vegas, 2021: 10914-10920.
- [15] Li M T, Wang C W, Wang P F. Velocity estimation for quadrupeds based on extended Kalman filter[J]. Key Engineering Materials, 2014, 621: 525-532.
- [16] Bloesch M, Gehring C, Fankhauser P, et al. State estimation for legged robots on unstable and slippery terrain[C]. IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Tokyo, 2014: 6058-6064.
- [17] Wang S S, Shi Y P, Wang X, et al. State estimation for quadrupedal using linear inverted pendulum model[C]. Proceedings of the 2nd International Conference on Advanced Robotics and Mechatronics. Hefei and Tai'an, 2018: 13-18.
- [18] Nousias S, Papadopoulos E. Quadruped robot roll and pitch estimation using an unscented Kalman filter[C]. Proceedings of the 24th Mediterranean Conference on Control and Automation. Athens, 2016: 731-736.
- [19] Michael B, Marco H, Mark H, et al. State estimation for legged robots — Consistent fusion of leg kinematics and IMU[C]. Proceedings of the 8th Conference on Robotics: Science and Systems. Sydney, 2013: 17-24.
- [20] Craig J J. Introduction to robotics: Mechanics and control[M]. The 3rd edition. London: Pearson Education, 1986.
- [21] Robotic Systems Lab, ETH Zurich. Robot dynamics lecture notes[EB/OL]. (2019-03-01)[2023-03-27]. https://ethz.ch/content/dam/ethz/special-interest/mavt/robotics-n-intelligent-systems/rsl-dam/documents/RobotDynamics2017/RD_HS2017script.pdf.
- [22] 何昆鹏. MEMS 惯性器件参数辨识及系统误差补偿技术[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2009.
(He K P. Parameter identification and system error compensation technology of MEMS inertial device[D]. Harbin: Harbin Engineering University, 2009.)

作者简介

陈辉(1999—), 男, 硕士生, 从事四足机器人感知与控制的研究, E-mail: ch1102256774@stu.xjtu.edu.cn;

任志刚(1982—), 男, 教授, 博士, 从事机器学习、智能计算以及复杂系统的建模、优化和控制等研究, E-mail: renzg@xjtu.edu.cn;

冯祖仁(1953—), 男, 教授, 博士生导师, 从事机器人和自动化、多智能体系统、智能优化、自适应控制和基于视觉的机器人导航等研究, E-mail: fzf9910@mail.xjtu.edu.cn;

刘帅(1997—), 男, 硕士生, 从事机器人系统运动控制的研究, E-mail: ls080706@163.com;

冷昊熹(1999—), 男, 硕士生, 从事工业场景中的激光与视觉联合检测的研究, E-mail: hououinleng@163.com.