



中国科技期刊卓越行动计划项目入选期刊

控制与决策

CONTROL AND DECISION



时滞和阶次未知的双率采样输出误差系统辨识

焦帆, 曹余庆, 谢莉

引用本文:

焦帆, 曹余庆, 谢莉. 时滞和阶次未知的双率采样输出误差系统辨识[J]. 控制与决策, 2024, 39(9): 3006–3012.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2023.0308>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于KRLS的非均匀采样非线性系统辨识

Identification of non-uniformly sampled nonlinear systems based on KRLS

控制与决策. 2021, 36(12): 3049–3055 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0962>

基于高斯混合模型聚类的非均匀采样系统的多模型切换辨识

Multi-model switching identification for non-uniformly sampled systems based on Gaussian mixture model clustering

控制与决策. 2021, 36(12): 2946–2954 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0671>

时滞累积TDAGM(l, N, t)模型及其在粮食生产中的应用

Time-delayed accumulative TDAGM(l, N, t)

控制与决策. 2021, 36(8): 2002–2012 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1630>

基于变速趋近律的Buck型变换器抗扰动控制

Disturbance rejection control of Buck converters based on variable rate reaching law

控制与决策. 2021, 36(4): 893–900 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1073>

基于稀疏度阶数优化的杂波密度估计算法

A clutter density estimation algorithm by optimized sparsity order

控制与决策. 2020, 35(12): 2923–2930 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0429>

时滞和阶次未知的双率采样输出误差系统辨识

焦帆¹, 曹余庆², 谢莉^{1†}

(1. 江南大学 物联网工程学院, 江苏 无锡 214122; 2. 无锡爱德旺斯科技有限公司, 江苏 无锡 214161)

摘要: 针对时滞和阶次未知的双率采样输出误差系统, 在有限采样数据条件下, 提出一种辅助模型正交匹配追踪迭代辨识算法. 首先, 根据双率采样数据建立目标系统的辨识模型; 其次, 考虑到输入通道的时滞与系统阶次未知, 采用过参数化方法, 通过设置足够长的无噪输出数据和输入数据回归项, 得到一个稀疏度为待辨识参数个数的稀疏系统; 然后, 结合辅助模型思想和压缩感知中的稀疏恢复方法实现参数向量和无噪输出的交互估计, 即利用正交匹配追踪算法估计参数向量, 再利用该估计值构建辅助模型计算无噪输出, 并以此更新参数估计向量; 最后, 根据得到的参数向量结构计算系统的阶次与通道的时滞. 仿真实验表明, 所提出算法能够利用少量采样数据实现系统参数、时滞和阶次的高精度联合估计.

关键词: 双率采样系统; 参数辨识; 时滞估计; 阶次估计; 正交匹配追踪; 辅助模型

中图分类号: TP273 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2023.0308

引用格式: 焦帆, 曹余庆, 谢莉. 时滞和阶次未知的双率采样输出误差系统辨识[J]. 控制与决策, 2024, 39(9): 3006-3012.

Identification of dual-rate sampled output-error systems with unknown time-delays and orders

JIAO Fan¹, CAO Yu-qing², XIE Li^{1†}

(1. School of Internet of Things Engineering, Jiangnan University, Wuxi 214122, China; 2. Wuxi Advance Technologies Inc., Wuxi 214161, China)

Abstract: An orthogonal matching pursuit iterative identification algorithm is proposed for dual-rate sampled output-error systems with unknown time-delays and orders based on finite number of sampled data. Firstly, the identification model of the target system is established based on the dual-rate sampled data. Secondly, considering the input time-delay and the system order are both unknown, by means of the overparameterization method and taking the regression items of the noise-free output data and that of the input data as sufficient length, a sparse system is derived and its sparsity is the number of parameters to be identified. Furthermore, the idea of auxiliary model and the sparse recovery method in compressed sensing are combined for interactive estimation of the parameter vector and the noise-free outputs, where the parameter vector is estimated by using the orthogonal matching pursuit algorithm, the auxiliary model is constructed based on which and then the noise-free outputs are calculated accordingly and applied in turn for updating the parameter vector. Finally, the system order and the input time-delay are calculated according to the structure of the obtained parameter vector. The simulation experiments verify that the proposed algorithm can provide accurate joint estimation of system parameters, time-delay and order based on small amounts of sampled data.

Keywords: dual-rate sampled system; parameter identification; time-delay estimation; order estimation; orthogonal matching pursuit; auxiliary model

0 引言

在许多工业过程中, 对系统进行建模是控制应用的一个基本前提, 其主要障碍是系统存在未知时滞, 且由于实验室分析数据的采样速率比其他在线检测的过程变量低而导致的输出数据缺失^[1]. 输入和输出

分别以两种不同采样频率进行采样的系统称为双率采样系统. 此类系统广泛存在于现代工业中(如集散控制系统), 由于生产现场检测仪表等硬件设备的限制, 为保证控制质量, 对具有不同变化速率的过程变量采用不同的采样频率^[2].

收稿日期: 2023-03-20; 录用日期: 2023-09-07.

基金项目: 国家重点研发计划项目(2022YFC3401302); 中国博士后科学基金项目(2021M691276).

责任编辑: 孙宗耀.

[†]通讯作者. E-mail: xieli@jiangnan.edu.cn.

对于输入快速采样输出慢速采样的双率采样系统,可通过提升技术^[3-4]或多项式变换技术^[5-6]等手段将其转换为可直接基于双率采样数据进行辨识的模型.然而,利用这两种方法进行模型转换之后待辨识参数数量成倍增长,相关辨识算法的计算量显著增加.因此,文献[7]提出了辅助模型辨识思想,利用系统可测的输入输出数据建立一个辅助模型,用辅助模型输出代替系统不可测变量,从而获得系统参数的一致估计.辅助模型方法的优点是不改变系统的结构,也无需增加额外的模型参数^[8].该方法的提出最早被用于多变量系统传递函数阵子模型的辨识,随后也被应用于辨识信息向量中包含不可测无噪输出的输出误差类系统^[9].

由于有限带宽、数据通信网络的拥塞等^[10-11],时滞在实际工业过程中普遍存在,可能导致被控过程的不稳定.所以,系统时滞的辨识具有重要意义,关系到模型精度以及其他参数的辨识^[12].对于含时滞的单率系统,文献[13]利用相关函数法估计时滞,但在噪声干扰情况下不能准确辨识时滞;文献[14]采用两步估计法交互估计系统参数和时滞;文献[15]利用辅助变量法实现系统参数和时滞的递推辨识.但是,上述辨识方法无法直接应用于包含缺失数据的时滞双率采样系统.

此外,针对时滞未知的系统,若基于过参数化方法获得其辨识模型,则参数向量维数将显著增大且包含许多零元素.常规辨识算法如最小二乘法^[9]、随机梯度算法^[16]等需要大量的采样数据以保证辨识精度,并且会得到冗余的参数估计,参数向量的结构不能得到有效估计,无法准确辨识系统阶次与时滞.匹配追踪算法^[17]、正交匹配追踪算法^[18]、差分正交匹配追踪算法^[19]等贪婪算法通常用于解决在有限采样数据条件下稀疏信号重构问题,也可用于辨识稀疏系统的参数向量,具有成本低、速度快和计算量小等优势.例如,文献[20]将压缩感知理论与递阶辨识原理相结合,推导了关于Hammerstein系统的递阶正交匹配追踪算法;文献[21]针对含时滞的多变量输出误差系统,基于辅助模型辨识思想实现了参数和时滞的估计;文献[22]提出基于Householder变换的贪婪正交最小二乘法,避免了对高维协方差矩阵的求逆运算,降低了辨识算法的计算量.然而,以上方法仅适用于阶次已知的单率系统.

如何在有限采样数据条件下对时滞和阶次未知的双率采样系统进行辨识极具挑战性.为了解决此问题,本文提出辅助模型正交匹配追踪迭代辨识算法,主要工作包括:1)采用过参数化方法处理系统的未知时滞和阶次,建立双率采样输出误差系统的辨识

模型,为辨识算法的推导提供基本的前提条件;2)基于辅助模型思想对辨识模型信息向量中包含的不可测无噪输出进行估计,利用正交匹配追踪算法辨识参数向量中的非零参数,并通过迭代更新不断提高辨识精度;3)通过设置合适的允许误差辨识参数向量的稀疏结构,根据参数估计向量中非零元素的位置和个数准确估计系统的未知时滞和阶次.与传统的辅助模型最小二乘迭代算法^[23]相比,本文所提出辨识算法不仅能够对参数、时滞和阶次进行联合估计,而且计算量更小,仅需少量采样数据就能获得较高的辨识精度.

1 问题描述

考虑图1所示的双率采样输出误差系统.其中: $u(k)$ 是刷新周期为 ω 的系统输入, $x(k)$ 是不可测的无噪输出, $v(k)$ 是均值为零方差为 σ^2 的白噪声,在噪声干扰下得到相应的系统输出 $y(k)$,经过采样周期为 $q\omega$ (q 为正整数)的输出采样器 $S_{q\omega}$,获得慢速率的输出采样信号 $y(qt)$.

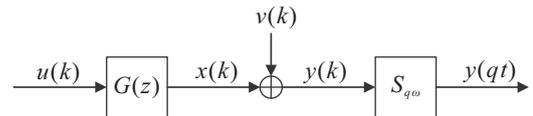


图1 双率采样输出误差系统

设系统的传递函数为 $G(z) := \frac{z^{-d}B(z)}{A(z)}$.其中: d 为输入通道的时滞, $A(z)$ 和 $B(z)$ 均为单位后移算子 z^{-1} 的常系数多项式($z^{-1}x(k) = x(k-1)$),即

$$A(z) := 1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + \dots + a_{n_a}z^{-n_a},$$

$$B(z) := b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + \dots + b_{n_b}z^{-n_b},$$

式中阶次 n_a 和 n_b 、参数 a_i 和 b_i 以及时滞 d 均未知.

系统输出 $y(k)$ 可表示为

$$y(k) = x(k) + v(k) = \frac{z^{-d}B(z)}{A(z)}u(k) + v(k). \quad (1)$$

对于图1所示的双率采样输出误差系统,其输入 $u(k)$ 为快速刷新,而输出 $y(qt)$ 为慢速采样,采样间的输出数据 $\{y(qt+j), j=1, 2, \dots, q-1\}$ 不可测,且由于时滞 d 和阶次 n_a 与 n_b 均未知,给系统辨识带来极大困难.本文将基于双率采样数据 $\{u(k), y(qt)\}$,构建辅助模型估计未知的无噪输出 $x(k)$,提出基于正交匹配追踪的迭代辨识算法,实现参数、时滞和阶次的联合估计.

2 辨识算法

2.1 辨识模型推导

为了利用双率采样数据对系统模型(1)进行辨识,令 k 为 qt ,得到双率系统慢速采样的输出误差模

型

$$y(qt) = x(qt) + v(qt) = \frac{z^{-d}B(z)}{A(z)}u(qt) + v(qt). \quad (2)$$

由于系统阶次 n_a 与 n_b 和输入通道时滞 d 均未知,采用过参数化方法推导其辨识模型.令 p 和 l 分别为无噪输出数据回归长度和输入数据回归长度,其中 p 的取值应不小于多项式 $A(z)$ 的阶次 n_a ,即 $p \geq n_a$,而 l 的取值应不小于系统时滞 d 与多项式 $B(z)$ 的阶次 n_b 之和,即 $l \geq n_b + d$.定义系统信息向量 $\varphi(qt)$ 和参数向量 θ 如下:

$$\varphi(qt) := [-x(qt-1), \dots, -x(qt-n_a), \dots, \\ -x(qt-p), u(qt-1), \dots, u(qt-d), \dots, \\ u(qt-d-n_b), \dots, u(qt-l)]^T \in \mathbb{R}^N,$$

$$\theta := [a_1, a_2, \dots, a_{n_a}, \underbrace{0, \dots, 0}_{p-n_a}, \underbrace{0, \dots, 0}_d, b_1, b_2, \dots, \\ b_{n_b}, 0, \dots, 0]^T \in \mathbb{R}^N, \quad N = p + l.$$

由式(2)可得双率采样输出误差系统的辨识模型

$$y(qt) = \varphi^T(qt)\theta + v(qt). \quad (3)$$

令 m 表示输出采样数据长度,即 $t = 1, 2, \dots, m$, $k = 1, 2, \dots, mq$ 时,分别定义堆积输出向量、信息矩阵和噪声向量为

$$\mathbf{Y} := [y(q), y(2q), \dots, y(mq)]^T \in \mathbb{R}^m, \quad (4)$$

$$\Phi := [\varphi(q), \varphi(2q), \dots, \varphi(mq)]^T \in \mathbb{R}^{m \times N}, \quad (5)$$

$$\mathbf{V} := [v(q), v(2q), \dots, v(mq)]^T \in \mathbb{R}^m. \quad (6)$$

辨识模型(3)可以表示为如下矩阵形式:

$$\mathbf{Y} = \Phi\theta + \mathbf{V}. \quad (7)$$

由于信息向量 $\varphi(qt)$ 中的无噪输出 $\{x(qt+j), j = 1, 2, \dots, q\}$ 未知,常规的最小二乘类算法不能直接应用.因此,借助于辅助模型辨识思想,利用系统的可测信息构建辅助模型,用辅助模型的输出代替无噪输出,从而实现模型参数和无噪输出的联合估计.

2.2 辅助模型最小二乘迭代算法

如图2所示,用参数向量 θ 的第 h 次迭代估计 $\hat{\theta}_h$ 建立一个与 $G(z)$ 具有相同结构的辅助模型 $G_{a,h}(z)$,则辅助模型的输出 $\hat{x}_{a,h}(qt+j)$ 可表示为

$$\hat{x}_{a,h}(qt+j) = G_{a,h}(z)u(qt+j) = \hat{\varphi}_h^T(qt+j)\hat{\theta}_h. \quad (8)$$

其中: $\hat{\varphi}_h(kq+j)$ 为辅助模型的信息向量,定义为

$$\hat{\varphi}_h(qt+j) := \\ [-\hat{x}_{a,h-1}(qt+j-1), \dots, -\hat{x}_{a,h-1}(qt+j-n_a), \dots, \\ -\hat{x}_{a,h-1}(qt+j-p), u(qt+j-1), \dots, \\ u(qt+j-d), \dots, u(qt+j-d-n_b), \dots,$$

$$u(qt+j-l)]^T \in \mathbb{R}^N. \quad (9)$$

相应的信息矩阵 $\hat{\Phi}_h$ 定义为

$$\hat{\Phi}_h := [\hat{\varphi}_h(q), \hat{\varphi}_h(2q), \dots, \hat{\varphi}_h(mq)]^T \in \mathbb{R}^{m \times N}. \quad (10)$$

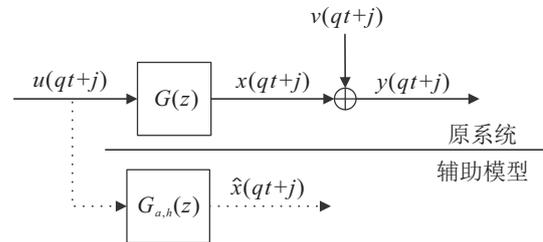


图2 带辅助模型的双率采样输出误差系统

定义准则函数

$$J(\theta_h) = \|\mathbf{Y} - \hat{\Phi}_h\theta_h\|^2,$$

将 $J(\theta_h)$ 对 θ_h 求导并令其等于零,即

$$\frac{\partial J(\theta_h)}{\partial \theta_h} = -2\hat{\Phi}_h^T(\mathbf{Y} - \hat{\Phi}_h\theta_h) = 0,$$

利用最小二乘求解可得

$$\hat{\theta}_h = (\hat{\Phi}_h^T\hat{\Phi}_h)^{-1}\hat{\Phi}_h^T\mathbf{Y}, \quad h = 1, 2, 3, \dots \quad (11)$$

由式(4)、(8)~(11)构成了双率采样输出误差系统(7)的辅助模型最小二乘迭代(auxiliary model based least squares iterative, AM-LSI)辨识算法^[23].

2.3 辅助模型正交匹配追踪迭代算法

由于过参数化后系统(7)参数向量的维数较高,运用AM-LSI算法需要大量的采样数据.此外,系统(7)是稀疏的且稀疏度为参数向量中非零参数的个数,即 $K := n_a + n_b$,AM-LSI算法不能获得稀疏解,参数向量结构无法得到准确估计,因此不能有效获得时滞和阶次的估计.考虑到系统(7)的稀疏性特点,本节将基于正交匹配追踪算法实现系统的结构和参数辨识.

根据压缩感知理论,稀疏系统(7)的辨识可以看作一个稀疏信号重构问题^[24],稀疏向量 θ 可以通过以下稀疏优化问题求解:

$$\hat{\theta} = \arg \min \|\theta\|_0; \quad \text{s.t. } \|\mathbf{Y} - \Phi\theta\| < \varepsilon.$$

其中: $\|\cdot\|_0$ 表示 l_0 范数, $\|\cdot\|$ 表示 l_2 范数,约束项 $\varepsilon > 0$ 是给定的误差范围.

而信息矩阵 Φ 中包含了许多不可测变量 $x(qt+j)$,受辅助模型和迭代辨识思想启发,考虑用正交匹配追踪算法代替AM-LSI算法中的最小二乘步骤获得稀疏解;不可测变量由稀疏解进行更新,即将正交匹配追踪算法嵌套于基于辅助模型的迭代算法恢复稀疏参数向量.

假设外部迭代次数为 $h(h = 1, 2, \dots)$,建立如图2

所示的辅助模型,其信息向量 $\hat{\varphi}_h(qt + j)$ 和信息矩阵 $\hat{\Phi}_h$ 的定义分别如式(9)和(10)所示. 定义准则函数

$$\varepsilon(i) = \|\mathbf{r}_{h,f-1} - \hat{\Phi}_{h,i}\theta_i\|^2, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (12)$$

其中: $f = 1, 2, 3, \dots$ 为内部迭代变量, $\mathbf{r}_{h,f}$ 为第 f 次迭代的残差 ($\mathbf{r}_{h,0} = \mathbf{Y}$), $\hat{\Phi}_{h,i}$ 为信息矩阵 $\hat{\Phi}_h$ 的第 i 列, θ_i 为 θ 中的第 i 个参数.

由极小化准则函数(12)得到 $\theta_i = \frac{\hat{\Phi}_{h,i}^T \mathbf{r}_{h,f-1}}{\|\hat{\Phi}_{h,i}\|^2}$, 将其代入式(12), 可得

$$\min_{\theta_i} \varepsilon(i) = \left\| \mathbf{r}_{h,f-1} - \hat{\Phi}_{h,i} \frac{\hat{\Phi}_{h,i}^T \mathbf{r}_{h,f-1}}{\|\hat{\Phi}_{h,i}\|^2} \right\|^2 = \|\mathbf{r}_{h,f-1}\|^2 - \left(\frac{\hat{\Phi}_{h,i}^T \mathbf{r}_{h,f-1}}{\|\hat{\Phi}_{h,i}\|} \right)^2.$$

最小化 $\varepsilon(i)$ 等同于求与残差 $\mathbf{r}_{h,f-1}$ 内积绝对值最大的 $\hat{\Phi}_{h,i}/\|\hat{\Phi}_{h,i}\|$, 将其标记为 $\lambda_{h,f}$, 即

$$\lambda_{h,f} = \arg \max_{i=1,2,\dots,N} \left| \left\langle \mathbf{r}_{h,f-1}, \frac{\hat{\Phi}_{h,i}}{\|\hat{\Phi}_{h,i}\|} \right\rangle \right|. \quad (13)$$

利用前 f 次迭代选择的索引构成集合 $\Lambda_{h,f}$, 由 $\Lambda_{h,f}$ 指示的 $\hat{\Phi}_h$ 中的列向量组成子信息矩阵 $\hat{\Phi}_{\Lambda_{h,f}}$, 即

$$\Lambda_{h,f} := \Lambda_{h,f-1} \cup \lambda_{h,f}, \quad (14)$$

$$\hat{\Phi}_{\Lambda_{h,f}} := \hat{\Phi}_{\{\Lambda_{h,f-1} \cup \lambda_{h,f}\}}. \quad (15)$$

定义准则函数

$$J(\theta_{h,f}) = \|\mathbf{Y} - \hat{\Phi}_{\Lambda_{h,f}} \theta_{h,f}\|^2, \quad (16)$$

利用最小二乘求解可得第 f 次迭代的参数向量的估计值

$$\hat{\theta}_{h,f} = (\hat{\Phi}_{\Lambda_{h,f}}^T \hat{\Phi}_{\Lambda_{h,f}})^{-1} \hat{\Phi}_{\Lambda_{h,f}}^T \mathbf{Y}, \quad (17)$$

计算残差向量

$$\mathbf{r}_{h,f} = \mathbf{Y} - \hat{\Phi}_{\Lambda_{h,f}} \hat{\theta}_{h,f}. \quad (18)$$

将更新后的 $\hat{\theta}_{h,f}$ 替代式(16)中的 $\theta_{h,f}$, 利用式(18)可得

$$\hat{\Phi}_{\Lambda_{h,f}}^T (\mathbf{Y} - \hat{\Phi}_{\Lambda_{h,f}} \hat{\theta}_{h,f}) = \hat{\Phi}_{\Lambda_{h,f}}^T \mathbf{r}_{h,f} = 0.$$

说明残差 $\mathbf{r}_{h,f}$ 与信息矩阵 $\hat{\Phi}_{\Lambda_{h,f}}$ 中所有列正交, 则下一次迭代时只需计算残差 $\mathbf{r}_{h,f}$ 与 $\hat{\Phi}_h$ 中除去 $\hat{\Phi}_{\Lambda_{h,f}}$ 的各列的内积, 式(13)改写为

$$\lambda_{h,f} = \arg \max_{i \in \{1,2,\dots,N\} \setminus \Lambda_{h,f-1}} \left| \left\langle \mathbf{r}_{h,f-1}, \frac{\hat{\Phi}_{h,i}}{\|\hat{\Phi}_{h,i}\|} \right\rangle \right|. \quad (19)$$

为了保证内部迭代终止时的迭代次数 f 正好等于非零参数的个数, 同时考虑到不同程度的噪声水平, 本文将允许误差 ρ 设置为第1次内部迭代计算得到的残差向量平方 $\|\mathbf{r}_{h,1}\|^2$ 的15%, 即 $\rho = 15\% \times \|\mathbf{r}_{h,1}\|^2$; 当 $\|\mathbf{r}_{h,f}\|^2 \leq \rho$ 时停止内部迭代, 迭代次数即

为稀疏度 K , 根据 $\Lambda_{h,f}$ 的指示将 $\hat{\theta}_{h,f}$ 恢复为 N 维参数向量估计值 $\hat{\theta}_h$; 否则, 令 $f = f + 1$, 继续内部迭代.

基于 $\hat{\theta}_h$ 刷新辅助模型输出

$$\hat{x}_{a,h}(qt + j) = \hat{\varphi}_h^T(qt + j) \hat{\theta}_h. \quad (20)$$

若 $\|\hat{\theta}_h - \hat{\theta}_{h-1}\| > \mu$, 令 $h = h + 1$, 继续外部迭代; 否则停止迭代, 得到最终参数估计 $\hat{\theta}$. 式(4)、(9)、(10)、(14)、(15)、(17)~(20) 构成双率采样系统的辅助模型正交匹配追踪迭代(auxiliary model based orthogonal matching pursuit iterative, AM-OMPI)辨识算法. AM-OMPI算法的具体计算步骤如下.

step 1: 采集输入输出数据 $\{u(k), y(qt)\}$, 根据式(4)构造 \mathbf{Y} .

step 2: 设置 $h = 1$, $\hat{x}_{a,0}(qt + j)$ 为随机数序列.

step 3: 确定无噪输出数据回归长度 p 和输入数据回归长度 l , 并根据式(9)和(10)构造系统辅助模型的信息向量 $\hat{\varphi}_h(qt)$ 和信息矩阵 $\hat{\Phi}_h$.

step 4: 初始化, 令 $f = 1$, $\mathbf{r}_{h,0} = \mathbf{Y}$, $\Lambda_{h,0} = \emptyset$, $\hat{\theta}_0 = 0$.

step 5: 根据式(19)计算索引 $\lambda_{h,f}$, 由式(14)更新索引集 $\Lambda_{h,f}$, 式(15)更新子信息矩阵 $\hat{\Phi}_{\Lambda_{h,f}}$.

step 6: 分别根据式(17)和(18)计算第 f 次迭代的参数向量估计 $\hat{\theta}_{h,f}$ 和残差 $\mathbf{r}_{h,f}$.

step 7: 当残差 $\|\mathbf{r}_{h,f}\|^2 \leq \rho$ 时, 停止内部迭代得到 N 维参数向量估计值 $\hat{\theta}_h$, 否则令 $f = f + 1$, 返回 step 5 继续迭代.

step 8: 当 $\|\hat{\theta}_h - \hat{\theta}_{h-1}\| \leq \mu$ 时, 停止外部迭代得到最终参数向量估计值 $\hat{\theta}$, 否则根据式(20)更新辅助模型输出值 $\hat{x}_{a,h}(qt + j)$, 令 $h = h + 1$, 返回 step 3 继续迭代.

最终得到的参数估计向量 $\hat{\theta}$ 结构如下:

$$\hat{\theta} = [\hat{a}_1, \hat{a}_2, \dots, \hat{a}_{\hat{n}_a}, \underbrace{0, \dots, 0}_{p-\hat{n}_a}, \underbrace{0, \dots, 0}_{\hat{d}}, \hat{b}_1, \hat{b}_2, \dots, \hat{b}_{\hat{n}_b}, 0, \dots, 0]^T.$$

根据每个非零元素块包含的元素个数得到阶次估计 \hat{n}_a 和 \hat{n}_b , 再根据下式计算时滞估计 \hat{d} :

$$\hat{d} = o - (p - \hat{n}_a). \quad (21)$$

3 算法计算量分析

算法的计算量通常由 flop 数(即每次迭代加法和乘法的次数)来衡量^[25]. 根据表1和表2计算出 AM-LSI 算法和 AM-OMPI 算法完成一次迭代的 flop 数, 分别为

$$F_1 = 2N^3 + 2mN^2 + 2mN - 2N + 2qmN - qm, \quad (22)$$

$$F_2 = \sum_{f=1}^K (2f^3 + 2mf^2 + 4mf - 2f) + 2qmN - qm. \tag{23}$$

在稀疏度 K 和采样数据长度 m 一定的条件下,将式(23)中的求和符号展开后利用Cardano公式^[26]可得,当 $N > CK$ 时有 $F_1 > F_2$. 其中

$$C = -\frac{m}{3K} + \sqrt[3]{-\frac{\beta}{2} + \sqrt{\left(\frac{\beta}{2}\right)^2 + \left(\frac{\alpha}{3}\right)^3}} + \sqrt[3]{-\frac{\beta}{2} - \sqrt{\left(\frac{\beta}{2}\right)^2 + \left(\frac{\alpha}{3}\right)^3}}; \tag{24}$$

$$\alpha = \frac{3m - 3 - m^2}{3K^2},$$

$$\beta = \frac{4m^3 - 18m^2 + 18m - 27K\gamma}{54K^3},$$

$$\gamma = \frac{1}{2}K^3 + \left(1 + \frac{2m}{3}\right)K^2 + \left(3m - \frac{1}{2}\right)K + \frac{7}{3}m - 1.$$

表1 AM-LSI算法的计算量分析

计算次序	加法次数	乘法次数
$S_h := \hat{\Phi}_h^T \hat{\Phi}_h \in \mathbb{R}^{N \times N}$	$(m-1)N^2$	mN^2
$S'_h := S_h^{-1} \in \mathbb{R}^{N \times N}$	$N^3 - N^2$	N^3
$\alpha_h := \hat{\Phi}_h^T Y \in \mathbb{R}^N$	$(m-1)N$	mN
$\hat{\theta}_h = S'_h \alpha_h \in \mathbb{R}^N$	$N(N-1)$	N^2
$\hat{x}_{a,h}(qt+j) = \hat{\varphi}_h^T(qt+j)\hat{\theta}_h$	$qm(N-1)$	qmN

表2 AM-OMPI算法的计算量分析

计算次序	加法次数	乘法次数
$W_{h,f} := \hat{\Phi}_{A_{h,f}}^T \hat{\Phi}_{A_{h,f}} \in \mathbb{R}^{f \times f}$	$(m-1)f^2$	mf^2
$W'_{h,f} := W_{h,f}^{-1} \in \mathbb{R}^{f \times f}$	$f^3 - f^2$	f^3
$\beta_{h,f} := \hat{\Phi}_{A_{h,f}}^T Y \in \mathbb{R}^f$	$(m-1)f$	mf
$\hat{\theta}_{h,f} = W'_{h,f} \beta_{h,f} \in \mathbb{R}^f$	$f(f-1)$	f^2
$\hat{x}_{a,h}(qt+j) = \hat{\varphi}_h^T(qt+j)\hat{\theta}_{h,f}$	$qm(f-1)$	$qm f$
$r_{h,f} = Y - \hat{\Phi}_{A_{h,f}} \hat{\theta}_{h,f}$	mf	mf

由于过参数化的原因,通常情况下参数向量维数 N 均大于 CK ,所以AM-LSI算法的计算量比AM-OMPI算法大. 例如,当输出采样周期倍数 $q = 3$,采样数据长度 $m = 200$,稀疏度 $K = 4$ 时,根据式(24)计算得到 $C = 1.6311$,两种算法单次迭代的flop数随参数向量维数 N 的变化曲线如图3所示. 当 $N > 6$ 时,

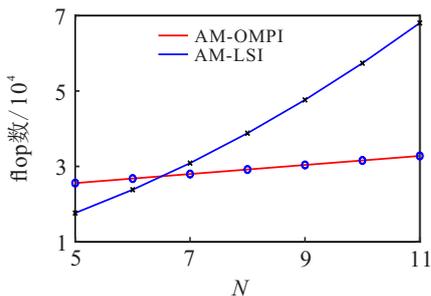


图3 辨识算法flop数随参数向量维数 N 的变化曲线

AM-OMPI算法的计算量小于AM-LSI算法,并且随着 N 的增大,AM-LSI算法的计算量增长速率较快.

4 仿真实验

考虑图1所示时滞和阶次未知的双率采样输出误差系统,其中

$$G(z) = \frac{z^{-3}(1.14z^{-1} + 2.26z^{-2})}{1 - 0.12z^{-1} + 0.63z^{-2}}.$$

输入通道的时滞 $d = 3$, 设 $q = 3$, 取无噪输出数据回归长度 $p = 3$, 输入数据回归长度 $l = 15$. 该系统可写成式(3)的向量形式,其中参数向量为

$$\theta = [-0.12, 0.63, \mathbf{0}_4, 1.14, 2.26, \mathbf{0}_{10}]^T \in \mathbb{R}^N.$$

θ 的维数 $N = p + l = 18$, $\mathbf{0}_i$ 表示由 i 个零元素构成的零元素块.

在仿真中,系统输入信号 $\{u(k)\}$ 采用零均值单位方差不相关可测随机变量序列,噪声 $\{v(k)\}$ 采用零均值方差 $\sigma^2 = 0.1^2$ 的白噪声序列,计算得到系统输出端的噪信比为4.5%. 在不同数据长度下,分别采用AM-LSI算法和AM-OMPI算法对系统进行辨识,两种辨识算法的参数估计误差 $\delta := \|\theta - \hat{\theta}\|/\|\theta\|$ 如表3所示. 结果表明:在相同采样数据量下,AM-OMPI算法的参数估计精度远高于AM-LSI算法,且AM-OMPI算法在采样数据长度 $m = 100$ 时获得的辨识精度已高于AM-LSI算法在 $m = 3000$ 时的辨识精度.

表3 不同采样数据长度 m 下的参数估计误差 δ %

m	60	100	200	700	1500	3000
AM-OMPI	4.85	1.43	0.29	0.15	0.13	0.02
AM-LSI	71.79	44.84	31.19	18.26	9.74	2.71

当采样数据长度 $m = 200$,噪声方差 $\sigma^2 = 0.1^2$ 时,两种算法的参数估计误差 δ 随迭代次数 h 的变化曲线如图4所示. 可以看出,AM-LSI算法在有限数据条件下辨识精度较低,而AM-OMPI算法只需较少的迭代次数即可达到较高的辨识精度.

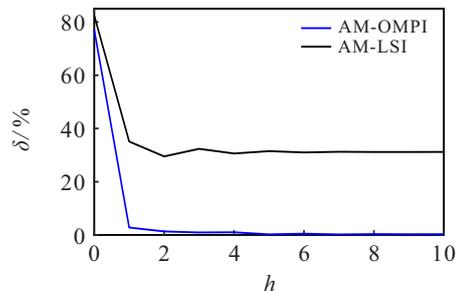


图4 参数估计误差 δ 随迭代次数 h 的变化曲线

迭代次数达到10次后,AM-OMPI算法和AM-LSI算法的各参数估计值与实际值对比如图5所示. 可以看出,AM-LSI算法无法准确估计零元素,因此不

能估计出系统的时滞和阶次. AM-OMPI算法辨识系统得到的参数估计为

$$\hat{\theta} = [-0.116, 0.627, \mathbf{0}_4, 1.136, 2.264, \mathbf{0}_{10}]^T.$$

由非零元素块元素个数可以确定系统阶次为 $\hat{n}_a = 2, \hat{n}_b = 2$, 且两个非零元素块之间零元素有4个, 根据式(21)可以准确计算得到时滞 $\hat{d} = 3$.

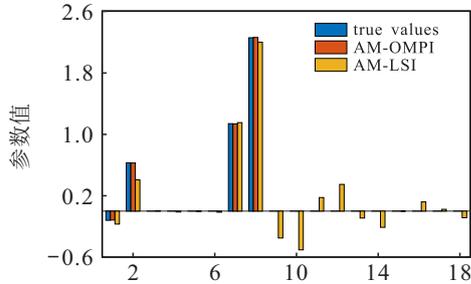


图5 参数估计值与真值对比

本文进一步在不同噪声方差下, 对AM-OMPI辨识算法的鲁棒性进行了测试, 结果如图6所示. 可以看出, 噪声方差越小, AM-OMPI算法的辨识精度越高, 但其在噪声方差较大时仍然能够获得较高的辨识精度, 参数估计误差保持在2%以下.

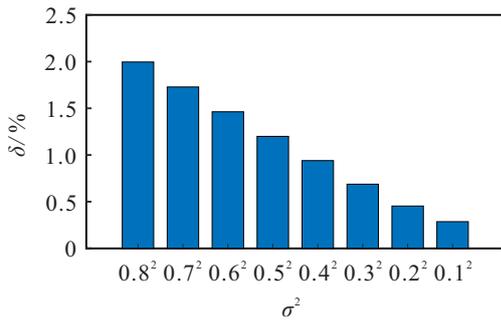


图6 不同方差 σ^2 下AM-OMPI算法的参数估计误差 δ

当噪声方差 $\sigma^2 = 0.8^2$ 时, 输出端噪声比达到36.17%, 利用90组数据对AM-OMPI算法获得模型的预测性能进行验证, 系统无噪输出 $x(k)$, 模型的预测输出 $\hat{x}_a(k)$ 以及系统的慢速采样输出 $y(qt)$ 随 k 变化曲线如图7所示. 可以看出, 所获得的模型不仅能够很好地捕捉实际系统的动态趋势, 而且能对采样间的损失输出进行准确预测.

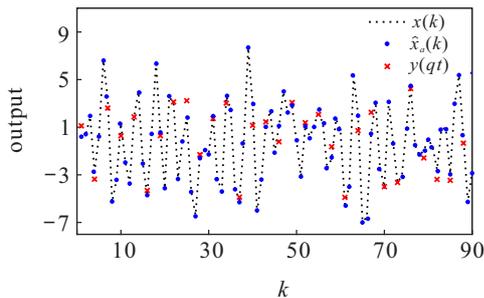


图7 系统无噪输出与辅助模型输出对比

当噪声方差 $\sigma^2 = 0.1^2$ 时, 不同输出采样周期倍

数 q 下参数估计误差 δ 如图8所示. 可以看出, 随着采样周期倍数 q 的增大, 采样间缺失的输出数据增加, 本文提出的AM-OMPI算法参数估计误差会随之变大, 但即使在 $q = 9$ 时, 该算法仍然能够保持较好的辨识效果.

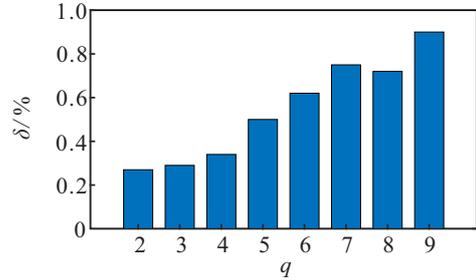


图8 不同 q 下AM-OMPI算法的参数估计误差 δ

综上, 仿真结果表明, 针对阶次和时滞未知的双率采样输出误差系统, AM-OMPI算法能够在少量的采样数据条件下有效估计系统的无噪输出, 并得到准确的参数向量结构, 从而实现参数、阶次和时滞的联合估计.

5 结论

本文针对时滞与阶次未知的双率采样输出误差系统, 结合辅助模型和压缩感知的思想, 提出了一种辅助模型正交匹配追踪迭代辨识算法. 与传统的辅助模型最小二乘迭代辨识算法相比, 该算法能够对系统的时滞、阶次和参数进行联合估计, 具有计算量小、辨识精度高的优点, 尤其适用于仅能获得有限采样数据的系统. 本文所提出的算法还能与输入非线性系统处理方法相结合, 对时滞和阶次未知的双率 Hammerstein 输出误差系统进行辨识.

参考文献(References)

- [1] Lin H L, Sun S L. An overview of multirate multisensor systems: Modelling and estimation[J]. Information Fusion, 2019, 52: 335-343.
- [2] 陶洪峰, 刘艳, 杨慧中. 输出时滞双率采样系统的鲁棒迭代学习控制[J]. 控制与决策, 2017, 32(9): 1707-1713.
(Tao H F, Liu Y, Yang H Z. Robust iterative learning control for a dual-rate sampling system with output delay[J]. Control and Decision, 2017, 32(9): 1707-1713.)
- [3] Li J H, Zhang J L. Maximum likelihood identification of dual-rate Hammerstein output-error moving average system[J]. IET Control Theory & Applications, 2020, 14(8): 1089-1101.
- [4] 谢莉, 杨慧中, 丁锋. 非均匀采样数据系统的新型模型描述方法[J]. 自动化学报, 2017, 43(5): 806-813.
(Xie L, Yang H Z, Ding F. Novel input-output representation of non-uniformly sampled-data systems[J]. Acta Automatica Sinica, 2017, 43(5):

- 806-813.)
- [5] Li M H, Liu X M. Maximum likelihood hierarchical least squares-based iterative identification for dual-rate stochastic systems[J]. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 2021, 35(2): 240-261.
- [6] Fu Y, Du Q, Zhou X J, et al. Dual-rate adaptive decoupling controller and its application to a dual-tank water system[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2020, 28(6): 2515-2522.
- [7] Ding F, Chen T W. Combined parameter and output estimation of dual-rate systems using an auxiliary model[J]. *Automatica*, 2004, 40(10): 1739-1748.
- [8] Ding F. System identification: Ideas and methods of auxiliary model identification[M]. Beijing: Science Press, 2017: 2-4.
- [9] Ding F. A new theory of system identification[M]. Beijing: Science Press, 2013: 157-163.
- [10] 杨心, 张广军, 李学仁, 等. 两个具有耦合时滞的分数阶复杂网络的延迟投影同步与参数辨识[J]. *控制与决策*, 2022, 37(6): 1479-1488.
(Yang X, Zhang G J, Li X R, et al. Lag projective synchronization and parameter identification of two fractional-order complex networks with coupling delay[J]. *Control and Decision*, 2022, 37(6): 1479-1488.)
- [11] Gu Y, Zhu Q M, Nouri H. Bias compensation-based parameter and state estimation for a class of time-delay non-linear state-space models[J]. *IET Control Theory & Applications*, 2020, 14(15): 2176-2185.
- [12] Wang X G, Su J, Zhang L F. Time-delay estimation for SISO systems using $SW\sigma$ [J]. *ISA Transactions*, 2018, 80: 43-53.
- [13] Rahman S A, Arifianto D, Dhanardono T. Localization of underwater moving sound source based on time delay estimation using hydrophone array[J]. *Procedia Engineering*, 2017, 170(1): 169-176.
- [14] Chen F W, Liu T. Iterative identification of discrete-time output-error model with time delay[J]. *Journal of Central South University*, 2017, 24(3): 647-654.
- [15] Chen F W, Garnier H, Padilla A, et al. Recursive IV identification of continuous-time models with time delay from sampled data[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2020, 28(3): 1074-1082.
- [16] Chen J, Zhang Y, Zhu Q M, et al. Aitken based modified Kalman filtering stochastic gradient algorithm for dual-rate nonlinear models[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2019, 356(8): 4732-4746.
- [17] 陈善雄, 熊海灵, 廖剑伟, 等. 一种基于CGLS和LSQR的联合优化的匹配追踪算法[J]. *自动化学报*, 2018, 44(7): 1293-1303.
(Chen S X, Xiong H L, Liao J W, et al. A matching pursuit algorithm of jointing optimization based on CGLS and LSQR[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2018, 44(7): 1293-1303.)
- [18] 刘冰, 付平, 孟升卫. 基于正交匹配追踪的压缩感知信号检测算法[J]. *仪器仪表学报*, 2010, 31(9): 1959-1964.
(Liu B, Fu P, Meng S W. Compressive sensing signal detection algorithm based on orthogonal matching pursuit[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2010, 31(9): 1959-1964.)
- [19] 孙英云, 游亚雄, 侯建兰. 基于差分正交匹配追踪和Prony算法的低频振荡模态辨识[J]. *电力系统自动化*, 2015, 39(10): 69-74.
(Sun Y Y, You Y X, Hou J L, et al. Identification of low-frequency oscillation mode based on difference orthogonal matching pursuit and prony algorithm[J]. *Automation of Electric Power Systems*, 2015, 39(10): 69-74.)
- [20] Wang D Q, Yan Y R, Liu Y J, et al. Model recovery for Hammerstein systems using the hierarchical orthogonal matching pursuit method[J]. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 2019, 345: 135-145.
- [21] 刘艳君, 尤俊瑶, 丁锋. 基于辅助模型正交匹配追踪的多输入系统迭代辨识算法[J]. *控制与决策*, 2019, 34(4): 787-792.
(Liu Y J, You J Y, Ding F. Iterative identification for multiple-input systems based on auxiliary model-orthogonal matching pursuit[J]. *Control and Decision*, 2019, 34(4): 787-792.)
- [22] Liu Y J, Han P, Ma J X. Greedy orthogonal least squares identification algorithm based on Householder transformation[J]. *Control and Decision*, 2022, 37(9): 2281-2286.
- [23] Ding J L. Recursive and iterative least squares parameter estimation algorithms for multiple-input-output-error systems with autoregressive noise[J]. *Circuits, Systems, and Signal Processing*, 2018, 37(5): 1884-1906.
- [24] Tao T Y, Wang B, Wang X H. Parameter and time delay estimation algorithm based on gradient pursuit for multi-input C-ARMA systems[J]. *Control and Decision*, 2022, 37(8): 2085-2090.
- [25] Ji Y L, Kang Z, Zhang X, et al. Model recovery for multi-input signal-output nonlinear systems based on the compressed sensing recovery theory[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2022, 359(5): 2317-2339.
- [26] Zhao J W. Cardano's special rules for cubic equations[J]. *Studies in the History of Natural Sciences*, 2010, 29(2): 197-215.

作者简介

焦帆(1999—), 男, 硕士生, 从事双率采样系统辨识的研究, E-mail: 6211905021@stu.jiangnan.edu.cn;

曹余庆(1972—), 男, 教授, 博士, 从事过程控制与优化的研究, E-mail: ycao@wxati.com;

谢莉(1985—), 女, 副教授, 博士, 从事系统辨识、复杂工业过程建模与控制等研究, E-mail: xieli@jiangnan.edu.cn.