



中国科技期刊卓越行动计划项目入选期刊

# 控制与决策

CONTROL AND DECISION



## 混合调度协议下多智能体系统一致性滑模控制

胡志旭, 陈蓓

引用本文:

胡志旭,陈蓓. 混合调度协议下多智能体系统一致性滑模控制[J]. 控制与决策, 2024, 39(9): 3052–3058.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2023.0521>

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### 多航天器系统分布式固定时间输出反馈姿态协同跟踪控制

Distributed fixed-time output feedback attitude coordination tracking control for multiple rigid spacecraft

控制与决策. 2021, 36(5): 1049–1058 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0968>

#### 基于协同控制的串联超级电容电压均衡策略

Voltage equalization strategy for series-connected ultracapacitors based on cooperative control

控制与决策. 2021, 36(8): 1997–2001 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1736>

#### 基于神经网络的电力系统暂态稳定分布式自适应控制

Neural network-based distributed adaptive control for power system transient stability

控制与决策. 2021, 36(6): 1407–1414 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1168>

#### 孤岛微电网异构电池储能系统的分布式有限时间次级控制

Distributed finite-time secondary control for heterogeneous battery energy storage systems in an islanded microgrid

控制与决策. 2021, 36(8): 2034–2041 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0012>

#### 自适应事件触发的马尔科夫跳变多智能体系统一致性

Adaptive event-triggered consensus for Markovian jumping multi-agent systems

控制与决策. 2020, 35(11): 2780–2786 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.1507>

# 混合调度协议下多智能体系统一致性滑模控制

胡志旭, 陈蓓<sup>†</sup>

(上海工程技术大学 电子电气工程学院, 上海 201620)

**摘要:** 研究一类通信信道受限下“领导者-跟随者”结构的多智能体系统一致性跟踪问题. 为了提升智能体的通信效率和降低能耗, 引入事件触发机制与轮询协议相结合的混合调度策略, 调节相邻智能体之间的信息传输, 提高信道利用率. 考虑到系统存在匹配的输入扰动, 构建基于信道调度令牌的分布式滑模控制策略及协同设计方法, 控制器仅依赖触发时刻的采样状态分量而不是实时状态信息, 从而有效降低控制能耗, 缓解数据冲突. 所提出的协同控制策略不依赖于任何全局网络信息, 因此, 该控制策略的有效性不受网络规模的影响. 通过 Lyapunov 稳定性理论, 给出了系统一致性误差的跟踪分析来保证领导跟随一致性. 同时, 通过求解所提出的优化问题得到了调度协议参数和控制器增益. 仿真实例验证了所提出协同控制策略的有效性.

**关键词:** 多智能体系统; 一致性; 滑模控制; 事件触发机制; 信道调度协议; 分布式控制

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2023.0521

引用格式: 胡志旭, 陈蓓. 混合调度协议下多智能体系统一致性滑模控制[J]. 控制与决策, 2024, 39(9): 3052-3058.

## Sliding mode consensus control for multi-agent systems under hybrid scheduling protocol

HU Zhi-xu, CHEN Bei<sup>†</sup>

(School of Electronic and Electrical Engineering, Shanghai University of Engineering Science, Shanghai 201620, China)

**Abstract:** In this study, the consensus tracking problem for leader-follower multi-agent systems (MASs) under communication channel constraints is investigated. To improve the communication efficiency and reduce the energy consumption of MASs, a hybrid transmission strategy by integrating an event-triggering mechanism (ETM) with a Round-Robin protocol (RRP) is employed to schedule the data transmission between neighboring agents and improve channel utilization. Considering the presence of matched input perturbations to the system, a token-dependent distributed sliding mode control (SMC) scheme and co-design is constructed, which only depends on the state component at triggering instants instead of the real-time state information, thus efficiently alleviating continuous communication and data conflicts. The co-control strategy proposed in this study does not depend on any global network information. Therefore, the effectiveness of this control strategy will not be affected by the scale of the network. Using the Lyapunov stability theory, the consensus error tracking analysis of the system is given to guarantee the leader-follower consensus. Meanwhile, the controller gain and scheduling protocol parameters are obtained by solving the optimization problem. Finally, a numerical example shows the effectiveness of the proposed strategy.

**Keywords:** multi-agent systems; consensus; sliding mode control; event-triggering mechanism; channel scheduling protocol; distributed control

## 0 引言

多智能体系统是人工智能的一个重要分支, 它由多个智能体相互作用来完成任

务<sup>[1]</sup>. 在过去 20 年中, 多智能体系统受到各领域学者的广泛关注, 被应用于无人机<sup>[2]</sup>、分布式多目标跟踪<sup>[3]</sup>等领域.

一致性跟踪问题<sup>[4]</sup>是多智能体系统协同控制的

一个核心问题, 通过对每个智能体设计有效的控制器, 使得所有智能体在某些状态上达到一致<sup>[5]</sup>. 为了解决一致性问题, 学者们提出了不同的策略, 如滑模控制<sup>[6]</sup>、自适应控制<sup>[7]</sup>等. 其中, 滑模控制因其对外界匹配扰动和参数不确定性具有良好的鲁棒性, 表现出了独特的优势<sup>[8]</sup>, 在多智能体一致性问题中得到了关

收稿日期: 2023-04-20; 录用日期: 2023-09-14.

基金项目: 国家自然科学基金项目(62173222, 61803255).

责任编辑: 王燕舞.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: chenbei1631@163.com.

注<sup>[9]</sup>.但是,已有工作大多是基于连续通信,在通信受限情况下,控制策略可能失效.

为了减少通信资源需求<sup>[10]</sup>(如网络带宽<sup>[11]</sup>和控制能耗等),引入事件触发机制是一种有效的解决方案,如静态事件触发机制<sup>[12]</sup>、动态事件触发机制<sup>[13]</sup>等.事件触发机制下,只有满足触发条件,信息才被允许传输,从而减少多智能体间的冗余信息传输<sup>[14]</sup>.将事件触发机制应用于多智能体通信时,控制器的更新规则应进行相应的调整.文献[15]设定邻居智能体和自身状态在相同的触发时刻进行更新.文献[16]提出了仅在触发时刻使用自身状态信息来更新控制信号.文献[17]中,未触发时刻用零阶保持器保持控制信号.文献[18]提出一种分布式事件触发机制.受上述工作启发,本文考虑将邻居触发时刻信息与自身实时信息相结合的更新规则.

虽然事件触发机制有效减少了数据传输频次,但在带宽限制下,仍可能在触发时刻存在数据冲突.引入信道调度协议,可以有效缓解拥塞,常见的如轮询协议(RRP)<sup>[19]</sup>、随机通信协议(SCP)<sup>[20]</sup>和尝试一次加权丢弃(WTOD)协议<sup>[21]</sup>.其中,轮询协议因易于操作已被广泛应用于通信和信号处理领域<sup>[22]</sup>.与事件触发机制不同,在每个传输时刻,轮询协议根据预定的周期性序列允许一个节点获得网络访问权限,以减轻智能体之间的通信负担<sup>[23]</sup>.与尝试一次加权丢弃协议相比,轮询协议可以减少通信延迟,因为它是已预定的序列工作,而不用关注优先级,可以快速地选择和传输状态分量给不同的智能体,从而提高整体系统的性能.在资源利用率方面,轮询协议在某些时候比随机通信协议更有优势,因为轮询可以确保所有状态分量都按照固定顺序传输,而随机通信协议是随机分配可用资源,这可能导致某些分量被忽略.

受到上述工作启发,本文提出一种混合调度协议,将事件触发机制和轮询协议相结合,调节智能体之间的信息传输.这种混合调度策略利用事件触发机制保证了每次传输的信息都是值得的,并利用轮询协议提高了通信效率,减少了通信延迟.具体而言,为了避免智能体之间的冗余信息通信,将基于状态的一致性误差与测量误差进行比较,以确定当前状态是否满足触发条件.为了进一步缓解数据冲突,每个触发时刻仅由轮询协议调度一个状态分量得以传输.这种混合调度策略使智能体之间的通信更加高效和迅速,随之而来的挑战是每个智能体只能接收到来自邻居智能体的部分信息.同时,考虑到系统存在匹配的输入扰动,在混合调度协议下构建仅依赖触发时刻状

态分量的分布式滑模控制器.根据Lyapunov稳定性理论分析多智能体误差系统的收敛性,给出调度协议参数和控制器增益的协同设计方法,保证所考虑的非线性多智能体系统能够实现一致性跟踪.

## 1 预备知识和系统描述

### 1.1 符号说明

$\mathbb{Z}$ 表示非负整数集, $\mathbb{R}^{n \times m}$ 表示 $n \times m$ 维欧氏空间, $\text{diag}\{\cdot\}$ 表示对角矩阵, $\text{sgn}(\cdot)$ 表示标准符号函数, $I_n$ 代表 $n$ 维单位矩阵, $\|\cdot\|$ 表示2-范数, $\otimes$ 表示Kronecker积, $\mathbf{1}_N = \underbrace{[1, 1, \dots, 1]}_N$ .

### 1.2 图论

智能体之间的通信拓扑结构用一个有向加权图来表示,记为 $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$ . $\mathcal{V} = \{1, 2, \dots, N\}$ 为关于节点的非空集,图 $\mathcal{G}$ 的邻接矩阵定义为 $C = [c_{ij}] \in \mathbb{R}^{N \times N}$ ,元素 $c_{ij}$ 为非负数. $\mathcal{E} \in v \times v$ 为边集,如果 $(j, i) \in \mathcal{E}$ ,则 $c_{ij} > 0$ ,代表智能体 $i$ 是智能体 $j$ 的邻居,智能体 $j$ 可以给智能体 $i$ 发送信息;如果 $(j, i) \notin \mathcal{E}$ ,则 $c_{ij} = 0$ ,意味着智能体 $i$ 与智能体 $j$ 之间无法直接通信; $c_{ii} = 0$ 为智能体中没有内部通信的情况.将图 $\mathcal{G}$ 中节点 $v_i$ 的加权度定义为 $d_{in} = \sum_{j=1}^N c_{ij}$ .定义Laplacian矩阵为 $L = D - C$ ,其中 $D = \text{diag}\{d_1, d_2, \dots, d_N\}$ . $H = \text{diag}\{h_1, h_2, \dots, h_N\}$ ,其中 $h_i$ 代表领导者与第 $i$ 个追随者之间的通信情况, $h_i > 0$ 表示智能体 $i$ 可以接收来自领导者的信息,否则 $h_i = 0$ .

**引理1**<sup>[9]</sup> 如果有向图 $\mathcal{G}$ 具有有向生成树,则矩阵 $L + H$ 是可逆的.

### 1.3 多智能体系统

考虑多智能体系统由一个领导者和 $N$ 个跟随者组成,领导者的动态模型如下:

$$x_0(k+1) = Ax_0(k) + B(u_0(k) + f_0(k)). \quad (1)$$

其中: $x_0(k) \in \mathbb{R}^m$ 是领导者的状态信息, $u_0(k) \in \mathbb{R}^m$ 和 $f_0(k) \in \mathbb{R}^m$ 分别表示领导者的控制输入和干扰, $A \in \mathbb{R}^{m \times m}$ 和 $B \in \mathbb{R}^m$ 是系统矩阵.

第 $i$ ( $i \in \{1, 2, \dots, N\}$ )个跟随者的动态模型为

$$x_i(k+1) = Ax_i(k) + B(u_i(k) + f_i(k)). \quad (2)$$

其中: $x_i(k) \in \mathbb{R}^m$ 是跟随者的状态信息, $u_i(k) \in \mathbb{R}^m$ 和 $f_i(k) \in \mathbb{R}^m$ 分别代表跟随者的输入和干扰.

**假设1** 假设系统(1)和(2)的干扰 $f_0(k)$ 和 $f_i(k)$ 满足以下Lipschitz条件( $\mu$ 为Lipschitz常数):

$$\|f_i(k) - f_0(k)\| \leq \mu \|x_i(k) - x_0(k)\|. \quad (3)$$

当智能体之间连续通信时,定义一致性误差为

$$\xi_i(k) = \sum_{j=1}^N c_{ij}(x_i(k) - x_j(k)) + h_i(x_i(k) - x_0(k)). \quad (4)$$

误差函数(4)的紧凑形式为

$$\xi(k) = (L + H) \otimes I_m \cdot e(k). \quad (5)$$

其中:  $e(k) = [e_1^T(k), \dots, e_N^T(k)]^T, e_i(k) = x_i(k) - x_0(k)$ .

当一致性误差趋于零时,所有跟随者的状态将与领导者保持一致.因此,系统(1)和(2)的一致性问題转化为误差函数(5)的稳定性问題.

## 2 混合调度协议下的滑模控制设计

### 2.1 传统事件触发机制

定义  $\{k_l^i\}_{l \in \mathbb{Z}}$  为智能体  $i$  的事件触发时刻序列,事件触发机制如下:

$$k_{l+1}^i = \inf\{k > k_l^i | \varphi_i^T(k) \Psi \varphi_i(k) \geq \varepsilon \xi_i^T(k) \Phi \xi_i(k)\}. \quad (6)$$

其中:  $\Psi > 0, \Phi > 0$  是待求权重矩阵;  $\varphi_i(k)$  为测量误差,定义为  $\varphi_i(k) = x_i(k) - x_i(k_l^i), x_i(k_l^i)$  表示智能体  $i$  最近一次触发时刻的状态信息.测量误差较大时,可以认为智能体的状态发生了较大变化,状态信息值得传输;否则,为节约通信资源,邻居智能体将利用智能体  $i$  的历史信息.

### 2.2 混合调度协议

如图1所示,对于智能体  $i$ ,当满足事件触发条件时,为了减少数据冲突,引入轮询协议,对触发时刻的信息  $x_i(k_l^i)$  根据调度信号  $\sigma_i(k) \in \{1, 2, \dots, m\}$  分配传感器节点访问网络.调度信号的更新规则为  $\sigma_i(k) = \text{mod}(k - 1, m) + 1$ .如果没有达到触发条件,则邻居智能体  $q$  利用保持器,使用智能体  $i$  的历史信息作为可用信息.

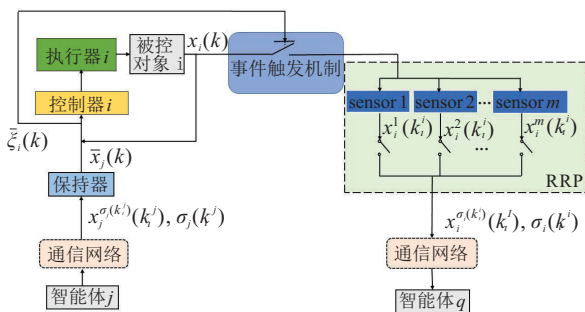


图1 混合调度协议下的多智能体系统

同理,在混合调度协议下,智能体  $i$  可用的邻居智能体  $j$  的信息如下:

$$\bar{x}_j(k) = \Delta_{\sigma_j(k_l^j)} x_j(k_l^j), k \in [k_l^j, k_{l+1}^j). \quad (7)$$

其中:  $\Delta_{\sigma_j(k_l^j)} = \text{diag}\{\tilde{\delta}_{\sigma_j(k_l^j)}^1, \tilde{\delta}_{\sigma_j(k_l^j)}^2, \dots, \tilde{\delta}_{\sigma_j(k_l^j)}^m\}, \tilde{\delta}_b^a = \delta(a - b), \delta(\cdot)$  为Kronecker符号函数.

受到混合调度协议的影响,一致性误差更新为

$$\bar{\xi}_i(k) = \sum_{j=1}^N c_{ij}(\bar{x}_{ij}(k) - \bar{x}_j(k)) + h_i(\bar{x}_{i0}(k) - \bar{x}_0(k)), \quad (8)$$

其中  $\bar{x}_{ij}(k) = \Delta_{\sigma_j(k_l^j)} x_i(k)$  表示考虑混合调度协议影响的智能体  $i$  的状态信息.

在混合调度协议下,传统事件触发机制不再适用.将传统事件触发机制(6)中的一致性误差更新为  $\bar{\xi}_i(k)$ ,智能体  $i$  的事件触发机制更新如下:

$$k_{l+1}^i = \inf\{k > k_l^i | \varphi_i^T(k) \Psi \varphi_i(k) \geq \varepsilon \bar{\xi}_i^T(k) \Phi \bar{\xi}_i(k)\}. \quad (9)$$

相应地,一致性误差(8)的紧凑形式如下:

$$\bar{\xi}(k) = (\bar{L} + \bar{H}) \otimes I_m \cdot e(k). \quad (10)$$

其中:  $\bar{L} = \bar{D} - \bar{C}, \bar{C} = [\bar{c}_{ij}] \in \mathbb{R}^{N \times N}, \bar{c}_{ij} = c_{ij} \Delta_{\sigma_j(k)}$ ,  $\bar{D} = \text{diag}\left\{\sum_{j=1}^N \bar{c}_{1j}, \sum_{j=1}^N \bar{c}_{2j}, \dots, \sum_{j=1}^N \bar{c}_{Nj}\right\}; \bar{H} = \text{diag}\{\bar{h}_1, \dots, \bar{h}_N\}, \bar{h}_i = h_i \Delta_{\sigma_0(k)}$ .Laplacian矩阵  $\bar{L}$  和  $\bar{H}$  涉及调度矩阵  $\Delta_{\sigma_q(k)}$ ,反映了调度协议的影响.

注1 相比于传统事件触发机制,本文引入的混合调度策略结合了事件触发机制和轮询协议,通过调节相邻智能体之间的信息传输,进一步提高信道利用率.轮询协议以固定顺序在每个传输时刻允许一个节点访问传输网络,简单易操作.相比其他信道调度协议,例如尝试一次加权丢弃协议和随机信道调度协议,虽然他们在信道资源分配方面更为灵活,但与轮询协议以固定循环顺序选择传输节点方式相比,会增加实时采集、计算和判断的成本.

### 2.3 滑模控制器

设计智能体  $i$  的滑模函数

$$s_i(k) = G_i \xi_i(k), \quad (11)$$

其中  $G_i \in \mathbb{R}^m$  为滑模增益矩阵.

在混合调度协议下,基于一致性误差  $\bar{\xi}_i(k)$  设计智能体  $i$  的分布式滑模控制器

$$u_i(k) = -K_i \bar{\xi}_i(k) + u_0(k) - \mu \|\bar{\xi}_i(k)\| \text{sgn}(\bar{s}_i(k)). \quad (12)$$

其中:  $K_i \in \mathbb{R}^m$  为待设计的控制增益,  $\bar{s}_i(k)$  为将式(11)中  $\xi_i(k)$  替换为  $\bar{\xi}_i(k)$ ,以保证控制器可执行.

滑模控制器(12)的紧凑形式如下:

$$u(k) = -K\bar{\xi}(k) + \mathbf{1}_N \otimes u_0(k) - \mu\|\bar{\xi}(k)\|\text{sgn}(\bar{s}(k)). \tag{13}$$

其中:  $\bar{s}(k) = G\bar{\xi}(k)$ ,  $K = \text{diag}\{K_1, \dots, K_N\}$ ,  $G = \text{diag}\{G_1, \dots, G_N\}$ .

**注2** 如式(13)所示, 本文构建基于信道调度信号的分布式滑模控制策略及协同设计方法, 控制器仅依赖触发时刻的状态分量而不是实时状态信息, 从而有效降低控制能耗, 缓解数据冲突. 同时, 提出的协同控制策略不依赖于任何全局网络信息, 因此, 该控制策略的有效性不受网络规模的影响.

由式(1), (2), (10)和(13)可以得到一致性误差的紧凑形式如下:

$$\begin{aligned} \xi(k+1) = & (L' + H')(\tilde{A} - \tilde{B}K(\bar{L} + \bar{H}))e(k) - \\ & (L' + H')\tilde{B}\mu\|\bar{\xi}(k)\|\text{sgn}(\bar{s}(k)) + \\ & (L' + H')\tilde{B}(f(k) - \mathbf{1}_N \otimes f_0(k)). \end{aligned} \tag{14}$$

其中:  $f(k) = [f_1^T(k), \dots, f_N^T(k)]^T$ ,  $\tilde{A} = I_N \otimes A$ ,  $\tilde{B} = I_N \otimes B$ ,  $L' = L \otimes I_m$ ,  $H' = H \otimes I_m$ .

### 3 跟踪一致性和滑模面可达性分析

**定理1** 考虑系统(1)和(2), 如果存在矩阵  $P > 0$ ,  $K, \Psi, \Phi$ 和正实数  $\alpha$ , 满足以下不等式条件:

$$((L' + H')\tilde{B})^T P((L' + H')\tilde{B}) \leq \alpha I, \tag{15}$$

$$\Upsilon_1 \triangleq \begin{bmatrix} \Upsilon & 0 \\ 0 & -\tilde{\Psi} \end{bmatrix} < 0, \tag{16}$$

则控制器(13)能保证多智能体系统(1)和(2)的一致性跟踪. 其中  $\tilde{\Psi} = I_N \otimes \Psi$ ,  $\Upsilon = -P + 3[(L' + H')(\tilde{A} - \tilde{B}K(\bar{L} + \bar{H}))(L' + H')^{-1}]^T P[(L' + H')(\tilde{A} - \tilde{B}K(\bar{L} + \bar{H}))(L' + H')^{-1}] + 3r\alpha\mu^2((\bar{L} + \bar{H})(L' + H'))^T((\bar{L} + \bar{H})(L' + H')) + 3\alpha\mu^2(L' + H')^T(L' + H') + \varepsilon((\bar{L} + \bar{H})(L' + H')^{-1})^T \tilde{\Phi}((\bar{L} + \bar{H})(L' + H')^{-1})$ ,  $\tilde{\Phi} = I_N \otimes \Phi$ .

**证明** 构造 Lyapunov 函数如下:

$$V_1(\xi(k)) \triangleq \xi^T(k)P\xi(k), \tag{17}$$

可得

$$\begin{aligned} \Delta V_1(\xi(k)) = & V_1(\xi(k+1)) - V_1(\xi(k)) = \\ & \xi^T(k+1)P\xi(k+1) - \xi^T(k)P\xi(k). \end{aligned} \tag{18}$$

综合式(14), 可得

$$\begin{aligned} \xi^T(k+1)P\xi(k+1) \leq & 3\xi(k)^T[(L' + H')(\tilde{A} - \tilde{B}K(\bar{L} + \bar{H}))(L' + H')^{-1}]^T P[(L' + H')(\tilde{A} - \tilde{B}K(\bar{L} + \bar{H}))(L' + H')^{-1}] \xi(k) + \\ & 3\mu^2 \text{sgn}^T(\bar{s}(k))((L' + H')\tilde{B})^T P((L' + H')\tilde{B}) \text{sgn}(\bar{s}(k)) \times \\ & \|((\bar{L} + \bar{H})(L' + H')^{-1})\xi(k)\|^2 + \\ & 3(f(k) - \mathbf{1}_N \otimes f_0(k))^T((L' + H')\tilde{B})^T P \times \\ & ((L' + H')\tilde{B})(f(k) - \mathbf{1}_N \otimes f_0(k)). \end{aligned} \tag{19}$$

$$\begin{aligned} & H')\tilde{B})^T P((L' + H')\tilde{B}) \text{sgn}(\bar{s}(k)) \times \\ & \|((\bar{L} + \bar{H})(L' + H')^{-1})\xi(k)\|^2 + \\ & 3(f(k) - \mathbf{1}_N \otimes f_0(k))^T((L' + H')\tilde{B})^T P \times \\ & ((L' + H')\tilde{B})(f(k) - \mathbf{1}_N \otimes f_0(k)). \end{aligned} \tag{19}$$

根据假设1, 进一步得到

$$\begin{aligned} \|f(k) - \mathbf{1}_N \otimes f_0(k)\| \leq & \|(\|f_1(k) - f_0(k)\|), \dots, (\|f_N(k) - f_0(k)\|)\| \leq \\ & \mu\|e(k)\|. \end{aligned} \tag{20}$$

因此, 根据(19)和(20)及条件  $\|\text{sgn}(\bar{s}(k))\|^2 = m$ , 可以得出

$$\begin{aligned} \xi^T(k+1)P\xi(k+1) \leq & 3\xi(k)^T[(L' + H')(\tilde{A} - \tilde{B}K(\bar{L} + \bar{H}))(L' + H')^{-1}]^T P[(L' + H')(\tilde{A} - \tilde{B}K(\bar{L} + \bar{H}))(L' + H')^{-1}] \xi(k) + \\ & 3m\mu^2\alpha((\bar{L} + \bar{H})(L' + H')\xi(k))^T((\bar{L} + \bar{H})(L' + H')\xi(k)) + \\ & 3\mu^2\alpha((L' + H')\xi(k))^T((L' + H')\xi(k)). \end{aligned} \tag{21}$$

将式(21)代入(18), 结合事件触发规则(9), 可得

$$\begin{aligned} \Delta V_1 \leq & \xi^T(k)\{3[(L' + H')(\tilde{A} - \tilde{B}K(\bar{L} + \bar{H}))(L' + H')^{-1}]^T P[(L' + H')(\tilde{A} - \tilde{B}K(\bar{L} + \bar{H}))(L' + H')^{-1}] + \\ & 3m\mu^2\alpha \times \\ & ((\bar{L} + \bar{H})(L' + H'))^T((\bar{L} + \bar{H})(L' + H')) + \\ & 3\mu^2\alpha(L' + H')^T(L' + H') - P\}\xi(k) + \\ & \varepsilon\xi^T(k)\tilde{\Phi}\bar{\xi}(k) - \varphi^T(k)\tilde{\Psi}\varphi(k) \leq \\ & \xi^T(k)\Upsilon\xi(k) - \varphi^T(k)\tilde{\Psi}\varphi(k). \end{aligned} \tag{22}$$

由此可得

$$\Delta V_1 \leq \eta^T(k) \begin{bmatrix} \Upsilon & 0 \\ 0 & -\tilde{\Psi} \end{bmatrix} \eta(k), \tag{23}$$

其中  $\eta^T(k) = [\xi^T(k) \quad \varphi^T(k)]$ . 因此, 如果条件(15)和(16)有解, 则有  $\Delta V_1 < 0$ . □

**定理2** 考虑系统(1)和(2), 基于所设计的混合调度协议, 如果存在矩阵  $P > 0, Q > 0, K, \Psi, \Phi$ 和正标量  $\alpha, \omega$ 满足条件(15)和(16)及以下矩阵不等式:

$$((L' + H')\tilde{B})^T G^T Q G((L' + H')\tilde{B}) \leq \omega I, \tag{24}$$

$$\Upsilon_2 \triangleq \begin{bmatrix} \Xi^{11} & \Xi^{12} & \Xi^{13} & 0 \\ * & -\frac{1}{3}\bar{Q} & 0 & 0 \\ * & * & -\frac{1}{3}\bar{P} & 0 \\ * & * & * & -\tilde{\Psi} \end{bmatrix} < 0. \tag{25}$$

其中

$$\bar{Q} \triangleq Q^{-1}, \bar{P} \triangleq P^{-1},$$

$$\Xi^{11} =$$

$$3m\alpha\mu^2((\bar{L} + \bar{H})(L' + H'))^T((\bar{L} + \bar{H})(L' + H')) + \varepsilon((\bar{L} + \bar{H})(L' + H')^{-1})^T \tilde{\Phi}((\bar{L} + \bar{H})(L' + H')^{-1}) + 3\alpha\mu^2(L' + H')^T(L' + H') - P,$$

$$\Xi^{12} = (G(L' + H')(\tilde{A} - \tilde{B}K(\bar{L} + \bar{H}))(L' + H')^{-1})^T,$$

$$\Xi^{13} = ((L' + H')(\tilde{A} - \tilde{B}K(\bar{L} + \bar{H}))(L' + H')^{-1})^T,$$

则一致性误差状态轨迹将被驱动到滑动面  $s(k) = 0$  的以下邻域中:

$$\Phi = \{s(k) \mid \|s(k)\| \leq \Pi(k)\}. \quad (26)$$

其中

$$\Pi(k) = \max \sqrt{\frac{W(k)}{\lambda_{\min}(Q)}},$$

$$W(k) = \xi^T(k)(3m\omega\mu^2(\bar{L} + \bar{H})(L' + H')^{-1})^T \times ((\bar{L} + \bar{H})(L' + H')^{-1})\xi(k) - \xi^T(k)(3\omega\mu^2(L' + H')^T(L' + H'))\xi(k).$$

**证明** 构造 Lyapunov 函数如下:

$$V_2(\xi(k)) \triangleq V_1(\xi(k)) + s^T(k)Qs(k). \quad (27)$$

根据式(18),可以进一步得到

$$\Delta V_2(\xi(k)) = \Delta V_1(\xi(k)) + s^T(k+1)Qs(k+1) - s^T(k)Qs(k). \quad (28)$$

将一致性误差(14)代入,可以得出

$$\begin{aligned} & s^T(k+1)Qs(k+1) \leq \\ & 3\xi(k)^T[(L' + H')(\tilde{A} - \tilde{B}K(\bar{L} + \bar{H}))(L' + H')^{-1}]^T G^T Q G [(L' + H')(\tilde{A} - \tilde{B}K(\bar{L} + \bar{H}))(L' + H')^{-1}]\xi(k) + 3m\mu^2\omega((\bar{L} + \bar{H})(L' + H')\xi(k))^T((\bar{L} + \bar{H})(L' + H')\xi(k)) + 3\mu^2\omega((L' + H')\xi(k))^T((L' + H')\xi(k)). \end{aligned} \quad (29)$$

因此,基于条件(22),(28)和(29),可得

$$\begin{aligned} & \Delta V_2(\xi(k)) \leq \\ & -[s^T(k)Qs(k) - \xi^T(k)(3m\omega\mu^2(\bar{L} + \bar{H})) \times (L' + H')^{-1})^T((\bar{L} + \bar{H})(L' + H')^{-1}) \times \xi(k) - \xi^T(k)(3\omega\mu^2(L' + H')^T \times (L' + H'))\xi(k)] + \eta^T(k)\Upsilon_2\eta(k). \end{aligned} \quad (30)$$

结合式(26),如果误差函数的状态轨迹离开域  $\Phi$ , 即  $\|s(k)\| \geq \Pi(k)$ , 则  $\Delta V_2 < 0$ , 因此误差函数的状态轨迹将被驱动到域  $\Phi$  内.  $\square$

定理1和定理2中的条件(15),(16),(24)和(25)同时保证了多智能体系统(1)和(2)的一致性以及滑模面  $s(k) = 0$  的邻域可达性. 然而,值得注意的是,上述非线性不等式条件给控制器增益的求解带来了困难. 为了处理条件中的非线性项,下一节将借助 Schur 补引理和锥补线性化方法,把非凸优化问题转化为最小优化问题,并提出可在 Matlab 上实现的相应迭代算法,以完成控制律和调度协议参数的协同设计.

#### 4 求解算法

使用 Schur 补引理,条件(15)可以等价于

$$\begin{bmatrix} -\alpha I & \Omega \\ * & -\bar{P} \end{bmatrix} < 0, \quad (31)$$

同理,条件(24)等价于

$$\begin{bmatrix} -\omega I & \Gamma \\ * & -\bar{Q} \end{bmatrix} < 0. \quad (32)$$

其中:  $\Omega = ((L' + H')\tilde{B})^T, \Gamma = [G(L' + H')\tilde{B}]^T$ .

通过锥补线性化方法,条件(16),(25),(31)和(32)的非凸优化问题可以化为最小优化问题

$$\min_{\bar{P}, \bar{Q}, Q, K, \alpha, \omega} \sum_{l=1}^n \text{tr}[P\bar{P} + Q\bar{Q}]. \quad (33)$$

$$\text{s.t.} \begin{bmatrix} \Upsilon & 0 \\ 0 & -\tilde{\Psi} \end{bmatrix} < 0,$$

$$\begin{bmatrix} \Xi^{11} & \Xi^{12} & \Xi^{13} & 0 \\ * & -\frac{1}{3}\bar{Q} & 0 & 0 \\ * & * & -\frac{1}{3}\bar{P} & 0 \\ * & * & * & -\tilde{\Psi} \end{bmatrix} < 0,$$

$$\begin{bmatrix} -\alpha I & \Omega \\ * & -\bar{P} \end{bmatrix} < 0, \quad \begin{bmatrix} P & I \\ * & -\bar{P} \end{bmatrix} > 0,$$

$$\begin{bmatrix} -\omega I & \Gamma \\ * & -\bar{Q} \end{bmatrix} < 0, \quad \begin{bmatrix} Q & I \\ * & -\bar{Q} \end{bmatrix} > 0.$$

给出问题(33)的求解步骤如下.

step 1: 求解得到问题(33)中所有未知矩阵变量  $(P_0, Q_0, \bar{P}_0, \bar{Q}_0)$  的一个解,设迭代次数  $k = 0$ .

step 2: 对矩阵变量  $(P, Q, M, N)$  求解以下问题的最小值:

$$\min \text{tr}(P_k \bar{P} + \bar{P}_k P + Q_k \bar{Q} + \bar{Q}_k Q),$$

所得到的最优解为  $(P_{k+1}, \bar{P}_{k+1}, Q_{k+1}, \bar{Q}_{k+1})$ .

step 3: 验证得到的解是否满足条件(33),如果满足,则得到解;否则,令  $k = k + 1$ ,继续执行 step 2.

#### 5 数值仿真

考虑一个领导者和4个跟随者 ( $N = 4$ ) 组成的多智能体系统(1)和(2),系统参数如下:

$$A = \begin{bmatrix} 0.95 & 0.5 \\ -0.05 & 0.95 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0.24 \\ 0.14 \end{bmatrix}.$$

智能体之间的通信拓扑如图2所示.

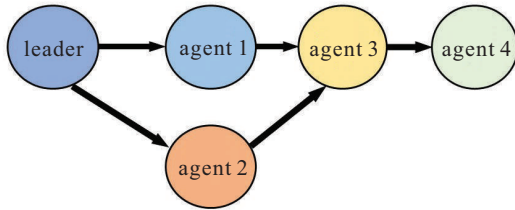


图2 智能体之间的通信拓扑结构

可以得到

$$L = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

领导者的控制输入为  $u_0(k) = -0.08 \sin \frac{(k-1)}{2(k+1)}$ , 智能体初始状态分别为  $x_0 = [2, 2]^T, x_1 = [8, -6]^T, x_2 = [-4, 2]^T, x_3 = [10, -8]^T, x_4 = [4, 4]^T$ . 智能体的控制增益和滑模增益为

$$K_1 = [3.116 \quad 2.287], K_2 = [3.964 \quad 2.206],$$

$$K_3 = [1.456 \quad 2.024], K_4 = [3.206 \quad 3.437];$$

$$G_1 = [-0.6349 \quad 0.1587], G_2 = [-0.6349 \quad 0.1587],$$

$$G_3 = [0.1587 \quad 0.4603], G_4 = [0.1587 \quad 0.4603].$$

图3为智能体的状态轨迹曲线,在混合调度协议及滑模控制策略下,多智能体系统可实现一致性跟踪.

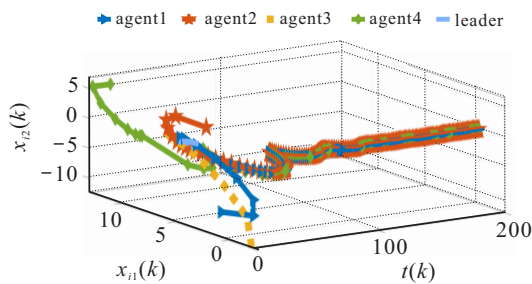


图3 运动轨迹

图4为一致性误差的收敛情况,表明多智能体系统的一致性能够实现.

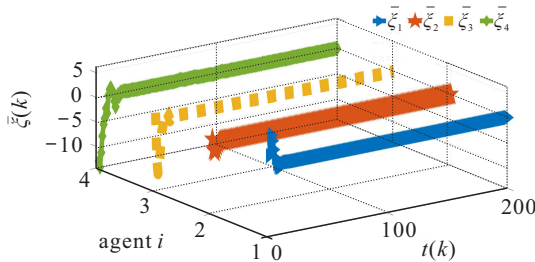


图4 事件触发时刻

图5分别给出了3个智能体的事件触发时刻(智能体4只接收数据,不发送数据).

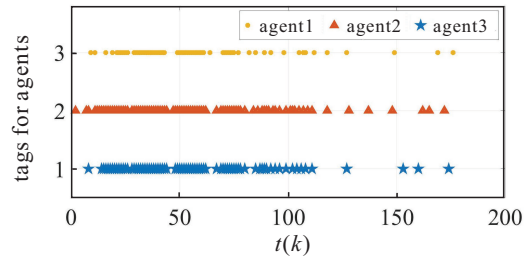


图5 事件触发时刻

图6给出了3个智能体在触发时刻轮询协议的选择.可以看到,智能体传输信息时遵循轮询协议,即以固定循环顺序选择传输节点.

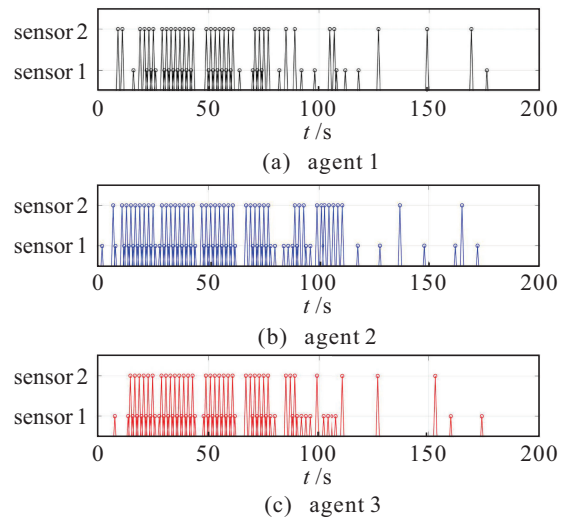


图6 轮询协议选择

### 6 结论

本文通过信道调度与滑模控制的协同设计解决多智能体系统的一致性跟踪问题.为了减轻通信网络的负担,采用了混合调度协议来调节智能体之间的信息传输.建立了混合调度协议下的一致性误差系统模型,并提出了仅依赖于触发时刻状态分量的改进误差,用以设计分布式滑模控制器.通过Lyapunov稳定性理论,给出了系统一致性误差的跟踪分析来保证领导跟随一致性.同时,通过优化算法获得了可行的滑模控制器和调度协议参数.

### 参考文献(References)

[1] Liu Q L, Zhou T, Guo S X, et al. Distributed containment control of multi-agent systems under asynchronous switching and stochastic disturbances[J]. IET Control Theory & Applications, 2019, 13(8): 1105-1112.

[2] 吕冬翔, 张志成, 朱立宏, 等. 基于多智能体的太阳能无人机能源控制[J]. 控制与决策, 2023, 38(2): 372-378.

(Lv D X, Zhang Z C, Zhu L H, et al. Multi-agent based energy control for solar unmanned aerial vehicles[J].

- Control and Decision, 2023, 38(2): 372-378.)
- [3] Li S Q, Battistelli G, Chisci L, et al. Computationally efficient multi-agent multi-object tracking with labeled random finite sets[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2019, 67(1): 260-275.
- [4] 周托, 刘全利, 王东, 等. 积分事件触发策略下的线性多智能体系统领导跟随一致性[J]. 控制与决策, 2022, 37(5): 1258-1266.  
(Zhou T, Liu Q L, Wang D, et al. Leader-following consensus for linear multi-agent systems based on integral-type event-triggered strategy[J]. Control and Decision, 2022, 37(5): 1258-1266.)
- [5] 吴新杰, 陈世明. 基于事件触发的非线性多智能体系统的固定时间分群一致性[J]. 控制与决策, 2023, 38(5): 1278-1285.  
(Wu X J, Chen S M. Fixed-time group consensus control for nonlinear multi-agent systems based on event-triggered mechanism[J]. Control and Decision, 2023, 38(5): 1278-1285.)
- [6] Ren C E, Philip Chen C L. Sliding mode leader-following consensus controllers for second-order non-linear multi-agent systems[J]. IET Control Theory & Applications, 2015, 9(10): 1544-1552.
- [7] 熊卫华, 董瑞华, 吴之昊, 等. 自适应事件触发的马尔科夫跳变多智能体系统一致性[J]. 控制与决策, 2020, 35(11): 2780-2786.  
(Xiong W H, Dong R H, Wu Z H, et al. Adaptive event-triggered consensus for Markovian jumping multi-agent systems[J]. Control and Decision, 2020, 35(11): 2780-2786.)
- [8] Wang G D, Wang X Y, Li S H. Sliding-mode consensus algorithms for disturbed second-order multi-agent systems[J]. Journal of the Franklin Institute, 2018, 355(15): 7443-7465.
- [9] Song G, Shi P, Wang S Y, et al. A new finite-time cooperative control algorithm for uncertain multi-agent systems[J]. International Journal of Systems Science, 2019, 50(5): 1006-1016.
- [10] Ding L, Han Q L, Zhang X M. Distributed secondary control for active power sharing and frequency regulation in islanded microgrids using an event-triggered communication mechanism[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2019, 15(7): 3910-3922.
- [11] Chen B, Niu Y G. Sliding mode control based on multi-node transmission hybrid scheduling for Markovian jump systems with constrained bandwidth[J]. Nonlinear Analysis: Hybrid Systems, 2023, 49: 101358.
- [12] Yang Y K, Niu Y G, Lam H K. Sliding-mode control for interval type-2 fuzzy systems: Event-triggering WTD scheme[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2023, 53(6): 3771-3781.
- [13] Liu D, Yang G H. A dynamic event-triggered control approach to leader-following consensus for linear multiagent systems[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2021, 51(10): 6271-6279.
- [14] Jiao S Y, Xu S Y, Yuan D M, et al. Sliding mode control for networked control systems under DoS attacks via an event-triggered scheme[J]. Journal of the Franklin Institute, 2023, 360(4): 2931-2954.
- [15] Mishra R K, Sinha A. Event-triggered sliding mode based consensus tracking in second order heterogeneous nonlinear multi-agent systems[J]. European Journal of Control, 2019, 45: 30-44.
- [16] Sun Y, Shi P, Lim C C. Event-triggered sliding mode scaled consensus control for multi-agent systems[J]. Journal of the Franklin Institute, 2022, 359(2): 981-998.
- [17] Guo G, Ding L, Han Q L. A distributed event-triggered transmission strategy for sampled-data consensus of multi-agent systems[J]. Automatica, 2014, 50(5): 1489-1496.
- [18] Hu W F, Liu L, Feng G. Consensus of linear multi-agent systems by distributed event-triggered strategy[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2016, 46(1): 148-157.
- [19] Ren X X, Yang G H. Multi-sensor Kalman filtering over packet-dropping networks subject to round-robin protocol scheduling[J]. Journal of the Franklin Institute, 2021, 358(15): 7938-7954.
- [20] Li W, Niu Y G, Cao Z R, et al. Sliding mode control for multi-agent systems under stochastic communication protocol[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2022, 32(13): 7522-7535.
- [21] Zou L, Wang Z D, Han Q L, et al. Ultimate boundedness control for networked systems with try-once-discard protocol and uniform quantization effects[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2017, 62(12): 6582-6588.
- [22] Le L B, Hossain E, Alfa A S. Service differentiation in multirate wireless networks with weighted round-robin scheduling and ARQ-based error control[J]. IEEE Transactions on Communications, 2006, 54(2): 208-215.
- [23] Liu K, Fridman E, Johansson K H, et al. Quantized control under round-robin communication protocol[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2016, 63(7): 4461-4471.

## 作者简介

胡志旭(1997—), 男, 硕士生, 从事多智能体系统一致性问题研究, E-mail: hzx17321242661@163.com;

陈蓓(1985—), 女, 教授, 硕士生导师, 从事智能控制及优化、新能源及智能电网等研究, E-mail: chenbei1631@163.com.