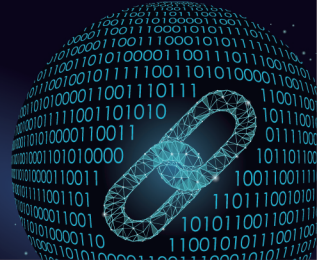




中国科技期刊卓越行动计划项目入选期刊

# 控制与决策

CONTROL AND DECISION



## 基于加幂积分法的空间机器人二阶滑模全局固定时间控制

雷荣华, 付晓东, 陈力

引用本文:

雷荣华, 付晓东, 陈力. 基于加幂积分法的空间机器人二阶滑模全局固定时间控制[J]. 控制与决策, 2024, 39(10): 3270–3278.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2023.0835>

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### 多航天器系统分布式固定时间输出反馈姿态协同跟踪控制

Distributed fixed-time output feedback attitude coordination tracking control for multiple rigid spacecraft

控制与决策. 2021, 36(5): 1049–1058 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0968>

#### 基于反演算法的严格反馈非线性系统固定时间跟踪控制

Fixed-time tracking control for strict-feedback nonlinear systems based on backstepping algorithm

控制与决策. 2021, 36(1): 173–179 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0658>

#### 基于时间延时估计和自适应模糊滑模控制器的双机械臂协同阻抗控制

Coordinated impedance control for dual-arm robots based on time delay estimation and adaptive fuzzy sliding mode controller

控制与决策. 2021, 36(6): 1311–1323 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1701>

#### 基于未知系统动态估计的机器人预设性能控制

Unknown system dynamics estimator for prescribed performance control of robotic systems

控制与决策. 2021, 36(5): 1040–1048 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1219>

#### 空间机器人双臂捕获卫星操作的事件采样输出反馈神经网络避撞柔顺控制

Collision avoidance and compliance control based on event sampling output feedback neural network for space robot dual arm capture satellite operation

控制与决策. 2021, 36(9): 2113–2122 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1754>

# 基于加幂积分法的空间机器人二阶滑模全局固定时间控制

雷荣华<sup>1†</sup>, 付晓东<sup>2</sup>, 陈力<sup>3</sup>

(1. 湖南工商大学 计算机学院, 长沙 410205; 2. 清华大学 航天航空学院, 北京 100084;  
3. 福州大学 机械工程及自动化学院, 福州 350116)

**摘要:** 对于自由漂浮的刚性空间机器人, 设计一种二阶滑模固定时间轨迹跟踪控制器. 利用拉格朗日法建立自由漂浮空间机器人系统的动力学模型, 结合加幂积分法与虚拟变量策略为系统设计一种二阶滑模固定时间轨迹跟踪控制器. 采用 Lyapunov 函数法证明所提出控制器可确保空间机器人跟踪误差的全局固定时间收敛, 且收敛时间独立于系统初始状态. 所提方法可对系统跟踪误差的最小收敛时间上界进行估计, 解决传统固定时间控制方法所存在的收敛时间过度估计的问题, 并可有效削弱控制力矩的抖振现象. 仿真结果与理论分析一致, 校验了所提方法的可行性与优越性.

**关键词:** 空间机器人; 加幂积分法; 虚拟变量; 固定时间控制; 轨迹跟踪

中图分类号: TP241 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2023.0835

**引用格式:** 雷荣华, 付晓东, 陈力. 基于加幂积分法的空间机器人二阶滑模全局固定时间控制[J]. 控制与决策, 2024, 39(10): 3270-3278.

## Second-order sliding mode global fixed-time control of the space robot based on the power-addition integral method

LEI Rong-hua<sup>1†</sup>, FU Xiao-dong<sup>2</sup>, CHEN Li<sup>3</sup>

(1. School of Computer Science, Hunan University of Technology and Business, Changsha 410205, China; 2. School of Aerospace Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China; 3. School of Mechanical Engineering and Automation, Fuzhou University, Fuzhou 350116, China)

**Abstract:** A second-order sliding mode fixed-time trajectory tracking controller is designed for the rigid free-floating space robot. The dynamic model of the free-floating space robot system is established by the use of Lagrange method, and a second-order sliding mode fixed-time trajectory tracking controller is designed for the system with the help of the power-addition integral method and the virtual variable strategy. It has been proven through the Lyapunov function method that the controller can ensure the global fixed-time convergence of the system tracking error, and the convergence time is independent of the initial state of the space robot system. The presented method can estimate the upper bound of the minimum convergence time of the system tracking error, which implies that the issue of the overestimation of the convergence time existing in traditional fixed-time control methods has been solved, and it can also effectively weaken the chattering phenomenon of the control torque. The simulation results are in accord with the theoretical analysis, which verifies the feasibility and the superiority of the formulated method.

**Keywords:** space robot; power-addition integral method; virtual variable; fixed-time control; trajectory tracking

## 0 引言

空间机器人能够协助地面基站人员或宇航员执行高危太空任务, 在空间站建造、航天器捕获、空间载荷实验等在轨任务中发挥着举足轻重的作用, 拓宽了人类对于空间资源与环境的探索边界<sup>[1-2]</sup>. 空间机器人服役于大温差、强辐射的极端真空环境中, 又受系

统自身体积、功耗和寿命等因素的限制, 难免发生执行器故障、输入受限或输入死区等问题<sup>[3]</sup>. 目前针对此类问题的相关研究较为成熟, 研究人员提出了多种容错控制方法及抗饱和控制方法<sup>[4-6]</sup>. 然而, 受操作时间窗口约束, 空间机器人需要在有限时间或固定时间内完成在轨任务. 目前, 此类相关研究还较少见诸报

收稿日期: 2023-06-15; 录用日期: 2023-10-20.

基金项目: 国家自然科学基金项目(51741502); 湖南省自然科学基金项目(2023JJ40231); 湖南省教育厅优青项目(21B0562); 湖南省社会科学基金项目(23YBQ088); 湘江实验室重大项目(23XJ01009).

责任编辑: 易建强.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: leironh@163.com.

道.

近3年来,相关学者针对非线性系统提出了一些有限时间控制方法,其中部分方法被成功应用到对空间机器人或航天器系统的运动控制中. 针对模型不确定的空间遥操作机器人,文献[7]提出了一种基于时变输出约束的有限时间鲁棒控制方法,保证了系统输出在预先设定的时变边界之内. 对于参数不确定的空间机器人,文献[8]结合自适应边界估计法与分数阶积分滑模设计了一种有限时间控制策略. 针对不确定柔性空间机器人,文献[9]引入了一种非奇异终端滑模有限时间控制器,并利用自适应神经网络技术补偿了系统的不确定项. 对于存在扰动的航天器,文献[10]设计一种基于积分扰动观测器的连续终端滑模控制方案,实现了航天器的有限时间姿态镇定,并利用自适应分段函数法减轻了力矩抖振. 针对存在执行器故障的航天器,文献[11]利用模糊逻辑策略识别了系统的未知故障信息,并据此制定了一种快速非奇异终端滑模控制方法. 对于存在外部扰动及不确定参数的航天器编队飞行系统,文献[12]利用神经网络技术重构了扰动项和不确定项,并通过引入一种分布式连续滑模控制算法,实现对主从航天器的有限时间编队控制. 针对航天器动力学捕获系统,文献[13]提出了一种基于事件触发机制的自适应终端滑模捕获控制器,实现对目标卫星的有限时间捕获. 相关非线性系统在上述控制方法作用下实现了跟踪误差的有限时间收敛,但其误差收敛时间取决于控制参数与系统初始状态. 这表明当控制参数不变而系统初始误差趋于无穷大时,误差收敛时间也将随之无界增大,从而严重影响这些方法对实际系统的控制效果.

固定时间控制方法是在有限时间控制方法的基础上发展而来的,其误差收敛时间与系统初始状态无关,仅取决于控制参数. 这意味着固定时间控制方法在误差收敛时间估算方面比有限时间控制方法更为便捷. 在一些对收敛时间要求较高的应用场景中,譬如导弹制导、卫星姿态机动、空间机器人对高速自旋非合作目标的接管控制等,通常要求控制器在下次切换操作启动之前系统能够实现稳定,因而近年来固定时间控制方法在非线性系统控制领域中得到一定的应用.

针对一类非严格反馈的非线性系统,文献[14]给出了一种自适应事件触发模糊控制器,保证了系统跟踪误差在固定时间内收敛到平衡点的小邻域内. 针对一类不确定二阶非线性系统,文献[15]设计了固定

时间超螺旋二阶滑模控制方法,保证了系统状态在固定时间内收敛至平衡位置;文献[16]改进了文献[15]的控制方法,但仅能在特定情况下实现系统的固定时间稳定. 针对一类受扰非线性系统,文献[17]提出了一种基于扰动观测器的自适应固定时间控制器,并给出了系统稳定时间的上界估计. 这些固定时间控制方法能确保误差收敛时间与系统初始状态无关,但受控系统仅能实现全局有限时间稳定,而非全局固定时间稳定. 此时,系统跟踪误差的估计收敛时间远大于其实际收敛时间. 针对一类不确定非线性系统,文献[18]引入了一种变增益二阶滑模控制器,可确保系统全局固定时间稳定,但是该方法仅适用于单输入单输出系统. 由此可知,上述控制方法在收敛性及适用性上仍有进一步改进的空间.

需要指出的是,上述针对一般非线性系统或地面工业机器人设计的固定时间控制方法难以直接推广至对空间机器人系统的运动控制,因为空间机器人是一类具有非完整动力学约束特性的强耦合复杂非线性系统,其动力学特性与工业机器人差异较大<sup>[1,7]</sup>. 传统工业机器人的基座一般是固定的,其机械臂与基座之间不存在动力学耦合. 空间机械臂安装在自由漂浮的载体平台上,其机械臂的运动与载体的运动互相耦合,从而给空间机械臂的控制带来干扰. 因此,对空间机器人实现轨迹跟踪控制的难度通常要高于工业机器人.

另一方面,在传统的一阶滑模控制中,控制系统对集成扰动的鲁棒性是以控制量的高频切换为代价的,进而会引发严重的抖振现象. 此外,传统一阶滑模控制方法仅适用于相对阶为1的系统,这极大地限制了传统一阶滑模的应用范围. 譬如,文献[19]和文献[20]分别提出了一种非奇异终端滑模固定时间控制器和终端滑模有限时间控制器,两种方法均采用了一阶滑模,致使控制输入发生抖振. 为了处理一阶滑模的高频抖振和相对阶限制问题,高阶滑模控制方法由此诞生,其核心控制机制为:引入 $n$ 阶滑动集,并设计适当的 $n$ 阶滑模面 $\{s, \dot{s}, \ddot{s}, \dots, s^{(n-1)}\}$ ,确保系统在非连续滑模控制器的作用下,滑模面的各阶导数依旧能够稳定至平衡点. 二阶滑模(second-order sliding mode, SOSM)因具有设计过程简单及扩展性好的优点而被广泛应用,它突破了一阶滑模中滑动变量相对阶为1的条件限制,可扩展至滑动变量相对阶为2的实际系统. 当系统的相对阶为1时,系统控制输入的导数将出现在滑模面的二阶导数上,并作为新的控制输入,直接用SOSM的控制策略来调节系统的输

出. 此时, 控制输入的导数是非连续的, 然而输入量作为其导数的积分, 却是连续的, 故可抑制控制器的抖振<sup>[21]</sup>.

鉴于此, 针对自由漂浮刚性空间机器人, 本文结合加幂积分法与虚拟变量策略设计一种二阶滑模固定时间控制器, 与已有固定时间控制方法相比, 主要贡献如下:

1) 所设计的二阶滑模控制器可确保空间机器人轨迹跟踪误差的全局固定时间收敛, 且收敛时间独立于系统的初始状态.

2) 该方法可对系统跟踪误差的最小收敛时间上界进行估计, 解决传统固定时间控制方法存在的收敛时间过度估计的问题, 并可有效削弱控制力矩抖振.

## 1 问题描述及重要引理

### 1.1 问题描述

自由漂浮空间机器人的结构如图1所示, 其中  $O$ - $XY$  为世界坐标系,  $o_i$ - $x_i y_i$  ( $i = 0, 1, 2$ ) 为分体  $B_i$  的局部坐标系, 规定逆时针方向的角位移或控制力矩为正. 基于空间环境的微重力假设, 结合动量守恒关系与拉格朗日法可推导出载体平台位置不控、姿态受控的刚性空间机器人的动力学方程为

$$D(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} = \boldsymbol{\tau}. \quad (1)$$

其中:  $D(\mathbf{q}) \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$  为系统的对称正定惯性矩阵,  $\mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$  为系统的离心力和科氏力矩阵;  $\mathbf{q} = [\theta_0, \theta_1, \theta_2]^T$  为系统的状态向量,  $\theta_0$  为浮动载体的姿态角位移量,  $\theta_i$  ( $i = 1, 2$ ) 为机械臂  $B_i$  的关节角位移量;  $\boldsymbol{\tau} = [\tau_0, \tau_1, \tau_2]^T$  为系统的控制输入向量,  $\tau_0$  为浮动载体的姿态调整力矩,  $\tau_i$  ( $i = 1, 2$ ) 为机械臂  $B_i$  的关节电机的控制力矩.

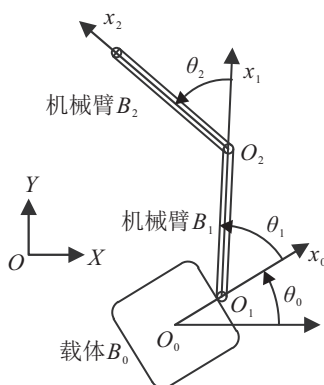


图1 空间机器人结构示意图

定义轨迹跟踪误差  $\mathbf{e}_1 = \mathbf{q} - \mathbf{q}_d$  及  $\mathbf{e}_2 = \dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{q}}_d$ . 选择滑模面  $\mathbf{s}_1 = \mathbf{e}_1$  为新的输出变量, 并定义  $\mathbf{s}_2 = \dot{\mathbf{e}}_2$ , 根据式(1)可得到如下输入-输出关系:

$$\dot{\mathbf{s}}_2 = \mathbf{P}(t, \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}_d) + \mathbf{Q}(t, \mathbf{q})\boldsymbol{\tau}. \quad (2)$$

其中

$$\mathbf{P}(t, \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}_d) = -\mathbf{D}^{-1}(\mathbf{q})\mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} - \ddot{\mathbf{q}}_d,$$

$$\mathbf{Q}(t, \mathbf{q}) = \mathbf{D}^{-1}(\mathbf{q}),$$

$\mathbf{q}_d \in \mathbf{R}^3$  为系统的参考轨迹.

本文的控制目标是设计合适的控制输入  $\boldsymbol{\tau}$ , 以使系统轨迹跟踪误差  $\mathbf{e}_1 = \mathbf{q} - \mathbf{q}_d$  全局固定时间收敛, 且收敛时间与系统的初始状态无关. 同时, 对系统跟踪误差的最小收敛时间上界进行估计, 以解决传统固定时间控制方法所存在的收敛时间过度估计的问题, 并削弱控制力矩的抖振.

### 1.2 重要定义及引理

定义1 对于如下系统<sup>[22]</sup>:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t)), \quad \mathbf{f}(0) = 0. \quad (3)$$

其中:  $\mathbf{x}(t) \in \Omega \subseteq \mathbf{R}^n$  是系统的状态变量,  $\mathbf{f}(\cdot)$  是定义在  $\Omega$  上的连续可微向量函数. 若存在连续可微函数  $V$  满足: 1)  $V$  是正定函数; 2) 存在正常数  $c > 0$  和  $\alpha \in (0, 1)$ , 以及一个包含原点的开邻域  $\Omega_0 \in \Omega$ , 使得不等式

$$\dot{V}(\mathbf{x}(t)) + cV^\alpha(\mathbf{x}(t)) \leq 0 \quad (4)$$

成立. 其中  $\mathbf{x}(t) \in \Omega_0 \setminus \{0\}$ , 则称系统(3)是有限时间稳定的; 若  $\Omega_0 = \Omega = \mathbf{R}^n$ , 则称系统(3)是全局有限时间稳定的.

定义2 对于如下非线性系统<sup>[23]</sup>:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t)), \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0. \quad (5)$$

其中:  $\mathbf{x}(t) \in \mathbf{R}^n$  为状态变量,  $\mathbf{f}(\mathbf{x}(t))$  为连续非线性向量函数. 系统(5)的解是Filippov条件下的解. 若满足: 1) 系统(5)是全局有限时间稳定的; 2)  $\forall \mathbf{x}_0 \in \mathbf{R}^n$ ,  $\exists T(\mathbf{x}_0) \leq T_{\max}$ , 其中  $T_{\max}$  为正常数. 则系统(5)的平衡点  $\mathbf{x} = 0$  是固定时间稳定的.

引理1<sup>[23-24]</sup> 对于系统(5), 若存在一个连续无界函数  $V$ , 使得  $V(\mathbf{x}(t)) = 0$  且系统(5)的任意解  $\mathbf{x}(t)$  满足不等式

$$\dot{V}(\mathbf{x}(t)) \leq -(\alpha V^p(\mathbf{x}(t)) + \beta V^q(\mathbf{x}(t)))^k, \quad (6)$$

其中  $\alpha, \beta, p, q, k > 0$  且有  $pk < 1, qk > 1$ , 则系统(5)是全局固定时间稳定的, 且固定收敛时间可由下式进行估计:

$$T(x_{0i}) \leq \frac{1}{\alpha^k(1-pk)} + \frac{1}{\beta^k(qk-1)}, \quad \forall x_{0i} \in \mathbf{R}, \quad (7)$$

其中  $x_{0i}$  表示向量  $\mathbf{x}_0$  的第  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) 个元素.

引理2<sup>[25]</sup> 若系统(5)满足全局固定时间稳定条件, 则其跟踪误差的最小收敛时间上界可被估计为

$$T'(x_{0i}) \leq \sup_{\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n} T(x_{0i}) =$$

$$T_{\max} = \frac{\Gamma(m_p)\Gamma(m_q)}{\alpha^k\Gamma(k)(q-p)} \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{m_p}. \quad (8)$$

其中

$$\begin{aligned} \Gamma(x) &= \int_0^{+\infty} e^{-t}t^{x-1}dt, \forall x \in R; \\ m_p &= \frac{1-kp}{q-p} > 0, m_q = \frac{kq-1}{q-p} > 0; \\ \Gamma(m_p), \Gamma(m_q), \Gamma(k) &> 0. \end{aligned}$$

**引理 3**<sup>[26]</sup> 若  $m_1 > 0, 0 < m_2 \leq 1$ , 则对于  $\forall a, b \in R$ , 有

$$\begin{aligned} |\text{sig}^{m_1 m_2}(a) - \text{sig}^{m_1 m_2}(b)| &\leq \\ 2^{1-m_2} |\text{sig}^{m_1}(a) - \text{sig}^{m_1}(b)|^{m_2}, \end{aligned} \quad (9)$$

其中  $\text{sig}^\alpha(\cdot) = \text{sign}(\cdot) \cdot |\cdot|^\alpha$ .

**引理 4**<sup>[27]</sup> 当  $\gamma(x, y) > 0$  时, 若  $z_1 > 0, z_2 > 0$ , 则对于  $\forall x, y \in R$ , 有下式成立:

$$\begin{aligned} |x|^{z_1}|y|^{z_2} &\leq \\ \frac{z_1}{z_1+z_2} \gamma |x|^{z_1+z_2} + \frac{z_2}{z_1+z_2} \gamma^{-z_1/z_2} |y|^{z_1+z_2}. \end{aligned} \quad (10)$$

**引理 5**<sup>[27]</sup> 当  $0 < \omega < 1$  时, 对于  $\forall x_i \in R, i = 1, 2, \dots, n$ , 有

$$\begin{aligned} (|x_1| + |x_2| + \dots + |x_n|)^\omega &\leq \\ |x_1|^\omega + |x_2|^\omega + \dots + |x_n|^\omega. \end{aligned} \quad (11)$$

**引理 6**<sup>[21]</sup> 对于  $\forall \mathbf{x} \in R^n$ , 若  $\omega_1 > \omega_2 > 0$ , 则

$$\|\mathbf{x}\|_{\omega_1} \leq \|\mathbf{x}\|_{\omega_2} \leq n^{\frac{1}{\omega_2} - \frac{1}{\omega_1}} \|\mathbf{x}\|_{\omega_1}. \quad (12)$$

## 2 二阶滑模固定时间控制器设计

由式(2)可知, 非线性模型项  $\mathbf{P}(t, \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}_d)$  包含系统动力学矩阵  $\mathbf{D}(\mathbf{q})$  和  $\mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ . 然而, 在工程实际中, 考虑到空间机器人载体控制燃料的实时损耗、传感仪器测量误差等因素, 系统存在惯性参数不确定的问题. 传统的鲁棒滑模控制方法通常是基于模型不确定项的上界及滑模面设计相应的控制律, 而较少探讨不确定项上界的合理性, 因为真实且精确的上界是未知的<sup>[28]</sup>. 为了便于控制器设计及控制方案验证, 令

$$\bar{P} = \|\mathbf{D}^{-1}(\mathbf{q})\| \|\mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\| \|\dot{\mathbf{q}}\| + \|\ddot{\mathbf{q}}_d\|,$$

其中  $\|\cdot\|$  表示欧氏范数, 则有  $\|\mathbf{P}(t, \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}_d)\| \leq \bar{P}$ .

**定理 1** 对于空间机器人误差跟踪系统(2), 若二阶滑模固定时间控制器设计为

$$\begin{cases} \boldsymbol{\tau} = \mathbf{Q}^{-1}[u_1, u_2, u_3]^T, \\ u_i = \\ -\bar{P} \cdot \text{sign}(\text{sig}^{\frac{a}{r_2}}(s_{2i}) + \tilde{L}^{\frac{a}{r_2}}(s_{1i})\text{sig}^{\frac{a}{r_1}}(s_{1i})) - \\ L(s_{1i})\text{sig}^{\frac{r_3}{a}}(\text{sig}^{\frac{a}{r_2}}(s_{2i}) + \tilde{L}^{\frac{a}{r_2}}(s_{1i})\text{sig}^{\frac{a}{r_1}}(s_{1i})) - \\ \mu \cdot \text{sig}^{\frac{r_3+2r_2}{a}}(\text{sig}^{\frac{a}{r_2}}(s_{2i}) + \tilde{L}^{\frac{a}{r_2}}(s_{1i})\text{sig}^{\frac{a}{r_1}}(s_{1i})). \end{cases} \quad (13)$$

其中:  $a$  与  $r_1$  为满足  $a \geq r_1 > 0$  的正常数,  $r_2 = r_1 + \sigma, r_3 = r_2 + \sigma, -\frac{r_1}{2} \leq \sigma < 0$ ;

$$\begin{aligned} \tilde{L}(s_{1i}) &= l + \mu|s_{1i}|^{\frac{2r_2}{r_1}}, \\ \hat{L}(s_{1i}) &= \frac{2a}{r_1} \mu \tilde{L}^{\frac{a}{r_2}-1}(s_{1i})|s_{1i}|^{\frac{2r_2}{r_1}} + \frac{a}{r_1} \tilde{L}^{\frac{a}{r_2}}(s_{1i}), \\ L(s_{1i}) &= d_1(l) + d_2(s_{1i}) + d_3(s_{1i}) + \frac{l}{4}, \\ l, \mu &> 0. \end{aligned}$$

有

$$\begin{aligned} d_1(l) &= 2^{1-\frac{r_2}{a}} \frac{r_2}{2\rho} \left(\frac{2^{2-\frac{r_2}{a}}(2\rho-r_2)}{\rho l}\right)^{\frac{2\rho-r_2}{r_2}}, \\ d_2(s_{1i}) &= \frac{2^{1-\frac{2r_2}{a}}(2\rho-a+r_1)(2\rho-r_3)\hat{L}(s_{1i})}{\rho a} \\ &\quad \left(\frac{2^{3-\frac{2r_2}{a}}(a-r_1)(2\rho-r_3)\hat{L}(s_{1i})}{\rho a l}\right)^{\frac{a-r_1}{2\rho-a+r_1}}, \\ d_3(s_{1i}) &= \frac{(2\rho-r_3)(2\rho-a-\sigma)\hat{L}(s_{1i})\tilde{L}(s_{1i})}{2^{\frac{r_2}{a}}\rho a} \\ &\quad \left(\frac{(2\rho-r_3)(a+\sigma)\hat{L}(s_{1i})\tilde{L}(s_{1i})}{2^{\frac{r_2}{a}-2}\rho a l}\right)^{\frac{a+\sigma}{2\rho-a-\sigma}}, \end{aligned}$$

$\rho$  为正常数, 且满足  $\rho \geq a$ . 则在此控制器的作用下, 空间机器人误差跟踪系统(2)是全局固定时间稳定的. 换言之, 存在一个不依赖于系统初始状态的最小收敛时间上界  $T_{\max}$  满足

$$\begin{aligned} T_{\max} &= \\ \frac{(2\rho-\sigma)\Gamma\left(-\frac{\sigma}{2r_2}\right)\Gamma\left(\frac{2r_2+\sigma}{2r_2}\right)}{2r_2\lambda_1} \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)^{-\frac{\sigma}{2r_2}}, \end{aligned} \quad (14)$$

使得对于  $\forall t \geq T_{\max}$ , 误差跟踪系统(2)能在固定时间内稳定至  $\mathbf{s}_1 = \mathbf{s}_2 = 0$ . 其中:  $\lambda_1 = \frac{l}{4^{\frac{2\rho}{2\rho-\sigma}}}, \lambda_2 =$

$$\frac{\mu}{2^{\frac{4\rho+4r_2}{2\rho-\sigma}-1}}.$$

**证明** 步骤 1: 选择 Lyapunov 函数为

$$V_1(\mathbf{s}_1) = \sum_{i=1}^3 \frac{r_1}{2\rho-\sigma} |s_{1i}|^{\frac{2\rho-\sigma}{r_1}}. \quad (15)$$

将  $V_1(\mathbf{s}_1)$  对时间  $t$  求导, 得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(\mathbf{s}_1) &= \\ \sum_{i=1}^3 \text{sig}^{\frac{2\rho-r_2}{r_1}}(s_{1i})s_{2i}^* + \text{sig}^{\frac{2\rho-r_2}{r_1}}(s_{1i})(s_{2i}-s_{2i}^*), \end{aligned} \quad (16)$$

其中  $s_{2i}^*$  是虚拟控制器, 其表达式为

$$\begin{aligned} s_{2i}^* &= -l \text{sig}^{\frac{r_2}{a}}(\xi_{1i}) - \mu \text{sig}^{\frac{3r_2}{a}}(\xi_{1i}) = \\ &\quad -\tilde{L}(s_{1i})\text{sig}^{\frac{r_2}{a}}(\xi_{1i}). \end{aligned} \quad (17)$$

这里:  $\xi_{1i} = \text{sig}^{\frac{a}{r_1}}(s_{1i}), \tilde{L}(s_{1i}) = l + \mu|s_{1i}|^{\frac{2r_2}{r_1}} > 0$ .

将式(17)代入(16)中, 可得

$$\dot{V}_1(\mathbf{s}_1) \leq \sum_{i=1}^3 -l|\xi_{1i}|^{\frac{2\rho}{a}} - \mu|\xi_{1i}|^{\frac{2\rho+2r_2}{a}} + \text{sig}^{\frac{2\rho-r_2}{a}}(\xi_{1i})(s_{2i} - s_{2i}^*). \quad (18)$$

步骤2: 选择如下 Lyapunov 函数:

$$V_2(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2) = V_1(\mathbf{s}_1) + E_2(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2), \quad (19)$$

$$E_2(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2) = \sum_{i=1}^3 E_{2i}(s_{1i}, s_{2i}) =$$

$$\sum_{i=1}^3 \int_{s_{2i}^*}^{s_{2i}} \text{sig}^{\frac{2\rho-r_2-\sigma}{a}}(\text{sig}^{\frac{a}{r_2}}(\kappa) - \text{sig}^{\frac{a}{r_2}}(s_{2i}^*))d\kappa. \quad (20)$$

令

$$\xi_{2i} = \text{sig}^{\frac{a}{r_2}}(s_{2i}) - \text{sig}^{\frac{a}{r_2}}(s_{2i}^*),$$

将  $V_2(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2)$  对时间  $t$  求导, 得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2) = & \sum_{i=1}^3 \dot{V}_{1i}(s_{1i}) + \sum_{i=1}^3 \left( \frac{\partial E_{2i}(s_{1i}, s_{2i})}{\partial s_{1i}} \dot{s}_{1i} + \right. \\ & \left. \frac{\partial E_{2i}(s_{1i}, s_{2i})}{\partial s_{2i}} \dot{s}_{2i} \right) \leq \\ & \sum_{i=1}^3 \left( -l|\xi_{1i}|^{\frac{2\rho}{a}} - \mu|\xi_{1i}|^{\frac{2\rho+2r_2}{a}} + \right. \\ & \left. \text{sig}^{\frac{2\rho-r_2}{a}}(\xi_{1i})(s_{2i} - s_{2i}^*) + \frac{\partial E_{2i}(s_{1i}, s_{2i})}{\partial s_{1i}} \dot{s}_{1i} \right) + \\ & \text{sig}^{\frac{2\rho-r_2-\sigma}{a}}(\xi_2)(\mathbf{P} + \mathbf{Q}\tau). \quad (21) \end{aligned}$$

其中

$$\text{sig}^{\frac{2\rho-r_2-\sigma}{a}}(\xi_2) = [\text{sig}^{\frac{2\rho-r_2-\sigma}{a}}(\xi_{21}), \text{sig}^{\frac{2\rho-r_2-\sigma}{a}}(\xi_{22}), \text{sig}^{\frac{2\rho-r_2-\sigma}{a}}(\xi_{23})]^T.$$

接着, 对式(21)右侧项  $\text{sig}^{\frac{2\rho-r_2}{a}}(\xi_{1i})(s_{2i} - s_{2i}^*)$  和  $\frac{\partial E_{2i}(s_{1i}, s_{2i})}{\partial s_{1i}} \dot{s}_{1i}$  依次进行估计. 注意到  $\frac{a}{r_2} > 0$  且  $0 < \frac{r_2}{a} < 1$ , 根据  $\xi_2$  的定义和引理3, 有

$$\begin{aligned} s_{2i} - s_{2i}^* & \leq \\ |\text{sig}^{(a/r_2)(r_2/a)}(s_{2i}) - \text{sig}^{(a/r_2)(r_2/a)}(s_{2i}^*)| & \leq \\ 2^{1-\frac{r_2}{a}} |\xi_{2i}|^{\frac{r_2}{a}}. \quad (22) \end{aligned}$$

由式(22)可得

$$\text{sig}^{\frac{2\rho-r_2}{a}}(\xi_{1i})(s_{2i} - s_{2i}^*) \leq 2^{1-\frac{r_2}{a}} |\xi_{1i}|^{\frac{2\rho-r_2}{a}} |\xi_{2i}|^{\frac{r_2}{a}}. \quad (23)$$

结合式(23)和引理4, 得到

$$\text{sig}^{\frac{2\rho-r_2}{a}}(\xi_{1i})(s_{2i} - s_{2i}^*) \leq \frac{l}{4} |\xi_{1i}|^{\frac{2\rho}{a}} + d_1(l) |\xi_{2i}|^{\frac{2\rho}{a}}. \quad (24)$$

根据式(22), 有

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_{2i}(s_{1i}, s_{2i})}{\partial s_{1i}} & \leq \\ \frac{2\rho - r_3}{a} \left| \frac{\partial \text{sig}^{\frac{a}{r_2}}(s_{2i}^*)}{\partial s_{1i}} \right| |s_{2i} - s_{2i}^*| |\xi_{2i}|^{\frac{2\rho-r_3}{a}-1} & \leq \\ 2^{1-\frac{r_2}{a}} \frac{2\rho - r_3}{a} \left| \frac{\partial \text{sig}^{\frac{a}{r_2}}(s_{2i}^*)}{\partial s_{1i}} \right| |\xi_{2i}|^{\frac{2\rho-r_3}{a}-1+\frac{r_2}{a}} & \leq \\ 2^{1-\frac{r_2}{a}} \frac{2\rho - r_3}{a} \left| \frac{\partial \tilde{L}^{\frac{a}{r_2}}(s_{1i}) \text{sig}^{\frac{a}{r_1}}(s_{1i})}{\partial s_{1i}} \right| |\xi_{2i}|^{\frac{2\rho-r_3}{a}-1+\frac{r_2}{a}}. \quad (25) \end{aligned}$$

根据式(25), 可得

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{L}^{\frac{a}{r_2}}(s_{1i}) \text{sig}^{\frac{a}{r_1}}(s_{1i})}{\partial s_{1i}} = & \\ \frac{\partial (l + \mu |s_{1i}|^{\frac{2r_2}{r_1}})^{\frac{a}{r_2}} \text{sig}^{\frac{a}{r_1}}(s_{1i})}{\partial s_{1i}} = & \\ \frac{2a}{r_1} \mu (l + \mu |s_{1i}|^{\frac{2r_2}{r_1}})^{\frac{a}{r_2}-1} |s_{1i}|^{\frac{a}{r_1}+\frac{2r_2}{r_1}-1} + & \\ \frac{a}{r_1} \cdot (l + \mu |s_{1i}|^{\frac{2r_2}{r_1}})^{\frac{a}{r_2}} |s_{1i}|^{\frac{a}{r_1}-1} = & \\ \hat{L}(s_{1i}) |\xi_{1i}|^{1-\frac{r_1}{a}}, \quad (26) \end{aligned}$$

其中

$$\hat{L}(s_{1i}) = \frac{2a}{r_1} \mu \tilde{L}^{\frac{a}{r_2}-1}(s_{1i}) |s_{1i}|^{\frac{2r_2}{r_1}} + \frac{a}{r_1} \tilde{L}^{\frac{a}{r_2}}(s_{1i}).$$

结合引理3、式(22)和  $s_{2i}^*$  的定义, 有

$$s_{2i} \leq |s_{2i} - s_{2i}^*| + |s_{2i}^*| \leq 2^{1-\frac{r_2}{a}} |\xi_{2i}|^{\frac{r_2}{a}} + \tilde{L}(s_{1i}) |\xi_{1i}|^{\frac{r_2}{a}}. \quad (27)$$

结合式(25)~(27), 并利用引理4, 得到

$$\begin{aligned} \left| \frac{\partial E_{2i}(s_{1i}, s_{2i})}{\partial s_{1i}} \dot{s}_{1i} \right| = & \\ \left| \frac{\partial E_{2i}(s_{1i}, s_{2i})}{\partial s_{1i}} s_{2i} \right| \leq & \\ 2^{2-\frac{2r_2}{a}} \frac{2\rho - r_3}{a} \hat{L}(s_{1i}) |\xi_{1i}|^{1-\frac{r_1}{a}} |\xi_{2i}|^{\frac{2\rho-r_3}{a}-1+\frac{2r_2}{a}} + & \\ 2^{1-\frac{r_2}{a}} \frac{2\rho-r_3}{a} \hat{L}(s_{1i}) \tilde{L}(s_{1i}) |\xi_{1i}|^{1-\frac{r_1}{a}+\frac{r_2}{a}} |\xi_{2i}|^{\frac{2\rho-r_3}{a}-1+\frac{r_2}{a}} \leq & \\ \frac{l}{4} |\xi_{1i}|^{\frac{2\rho}{a}} + d_2(s_{1i}) |\xi_{2i}|^{\frac{2\rho}{a}} + & \\ \frac{l}{4} |\xi_{1i}|^{\frac{2\rho}{a}} + d_3(s_{1i}) |\xi_{2i}|^{\frac{2\rho}{a}} = & \\ \frac{l}{2} |\xi_{1i}|^{\frac{2\rho}{a}} + (d_2(s_{1i}) + d_3(s_{1i})) |\xi_{2i}|^{\frac{2\rho}{a}}. \quad (28) \end{aligned}$$

将式(24)和(28)代入(21), 有

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2) \leq & \\ \sum_{i=1}^3 \left( -\frac{l}{4} |\xi_{1i}|^{\frac{2\rho}{a}} - \mu |\xi_{1i}|^{\frac{2\rho+2r_2}{a}} + \right. & \\ (d_1(l) + d_2(s_{1i}) + d_3(s_{1i})) |\xi_{2i}|^{\frac{2\rho}{a}} \Big) + & \\ \text{sig}^{\frac{2\rho-r_2-\sigma}{a}}(\xi_2)(\mathbf{P} + \mathbf{Q}\tau). \quad (29) \end{aligned}$$

根据  $\xi_{1i}$  和  $s_{2i}^*$  的定义可知

$$\begin{aligned} \xi_{2i} &= \text{sig}^{\frac{\alpha}{r_2}}(s_{2i}) - \text{sig}^{\frac{\alpha}{r_2}}(s_{2i}^*) = \\ &= \text{sig}^{\frac{\alpha}{r_2}}(s_{2i}) - \tilde{L}^{\frac{\alpha}{r_2}}(s_{1i}) \cdot \text{sig}^{\frac{\alpha}{r_1}}(s_{1i}). \end{aligned}$$

此时,二阶滑模固定时间控制器(13)可被改写为

$$\begin{cases} \tau = \mathbf{Q}^{-1}[u_1, u_2, u_3]^T, \\ u_i = -\bar{P} \cdot \text{sign}(\xi_{2i}) - L(s_{1i}) \text{sig}^{\frac{r_3}{a}}(\xi_{2i}) - \\ \mu \cdot \text{sig}^{\frac{r_3+2r_2}{a}}(\xi_{2i}). \end{cases} \quad (30)$$

根据  $L(s_{1i})$  的定义,将式(30)代入(29),可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(s_1, s_2) &\leq \sum_{i=1}^3 -\frac{l}{4} (|\xi_{1i}|^{\frac{2\rho}{a}} + |\xi_{2i}|^{\frac{2\rho}{a}}) - \\ &\mu (|\xi_{1i}|^{\frac{2\rho+2r_2}{a}} + |\xi_{2i}|^{\frac{2\rho+2r_2}{a}}). \end{aligned} \quad (31)$$

由于  $V_{1i}(s_{1i}) \leq 2|\xi_{1i}|^{\frac{2\rho-\sigma}{a}}$ ,根据式(22)有

$$\begin{aligned} E_{2i}(s_{1i}, s_{2i}) &\leq \\ |s_{2i} - s_{2i}^*| |\xi_{2i}|^{\frac{2\rho-r_2-\sigma}{a}} &\leq \\ 2^{1-\frac{r_2}{a}} |\xi_{2i}|^{\frac{2\rho-\sigma}{a}} &\leq 2|\xi_{2i}|^{\frac{2\rho-\sigma}{a}}. \end{aligned}$$

综上,  $V_2(s_1, s_2)$  可被估计为

$$V_2(s_1, s_2) \leq \sum_{i=1}^3 2(|\xi_{1i}|^{\frac{2\rho-\sigma}{a}} + |\xi_{2i}|^{\frac{2\rho-\sigma}{a}}). \quad (32)$$

由于  $\frac{2\rho}{2\rho-\sigma} < 1$ ,结合引理5和式(32),得到

$$V_2^{\frac{2\rho}{2\rho-\sigma}}(s_1, s_2) \leq \sum_{i=1}^3 2^{\frac{2\rho}{2\rho-\sigma}} (|\xi_{1i}|^{\frac{2\rho}{a}} + |\xi_{2i}|^{\frac{2\rho}{a}}). \quad (33)$$

结合引理6与式(32),可得

$$\begin{aligned} V_2^{\frac{2\rho+2r_2}{2\rho-\sigma}}(s_1, s_2) &\leq \\ \sum_{i=1}^3 2^{\frac{4\rho+4r_2}{2\rho-\sigma}-1} (|\xi_{1i}|^{\frac{2\rho+2r_2}{a}} &+ |\xi_{2i}|^{\frac{2\rho+2r_2}{a}}). \end{aligned} \quad (34)$$

令

$$\lambda_1 = \frac{l}{4 \times 2^{\frac{2\rho}{2\rho-\sigma}}}, \lambda_2 = \frac{\mu}{2^{\frac{4\rho+4r_2}{2\rho-\sigma}-1}},$$

结合式(31)、(33)和(34),得到

$$\dot{V}_2(s_1, s_2) \leq$$

$$-\lambda_1 V_2^{\frac{2\rho}{2\rho-\sigma}}(s_1, s_2) - \lambda_2 V_2^{\frac{2\rho+2r_2}{2\rho-\sigma}}(s_1, s_2). \quad (35)$$

注意到  $0 < \frac{2\rho}{2\rho-\sigma} < 1, \frac{2\rho+2r_2}{2\rho-\sigma} > 1$ ,且式(35)与引理1中式(6)的结构和形式相一致.由引理1可知,在二阶滑模固定时间控制器(13)的作用下,误差跟踪系统(2)是全局固定时间稳定的,即对于  $\forall t \geq T_{\max}$ ,误差跟踪系统(2)能在固定时间内稳定至  $s_1 = s_2 = 0$ .结合引理1与引理2,将本文模型及场景下的控制参数代入式(8),即可得到空间机器人系统跟踪误差的最小收敛时间上界的表达式  $T_{\max}$  如式(14)所示.  $\square$

由式(14)可知,系统跟踪误差收敛时间仅取决于控制参数,而与系统初始状态无关.换言之,若控制参数不变,则系统跟踪耗时是固定的.

### 3 仿真实验

自由漂浮空间机器人系统(1)的动力学矩阵表达式及物理参数的选取如文献[29]所述.为了验证本文所设计的二阶滑模固定时间控制器(SOSMFTC)的有效性,将其与文献[19]提出的非奇异终端滑模固定时间控制器(NTSMFTC)和文献[20]提出的终端滑模控制器(TSMC)进行对比仿真.参考轨迹为  $\mathbf{q}_d = [\pi/9, \pi/5, \pi/3]^T \text{rad}$ .在满足稳定性条件的前提下,调节3种方法的控制参数并将其保持在同一数量级内.SOSMFTC方法的控制参数为  $\rho = 1, a = 1, r_1 = 1, \sigma = -0.38, \mu = 0.5, l = 1.3$ ;NTSMFTC方法的控制参数为  $k_1 = 1, k_2 = 0.8, \alpha = 0.8, \beta = 0.6, a_1 = 1.1, a_2 = 0.7, r_1 = 1.3, r_2 = 0.9, k = 0.2$ ;TSMC方法的控制参数为  $\beta = 0.3, p = 5, q = 3, l_g = 0.2, \eta = 0.2$ .

#### 3.1 算例1

在本算例中,系统的初始状态为  $\mathbf{q}(0) = [0.1, 0.8, 0.75]^T \text{rad}$ ,初始误差为  $\mathbf{e}_1(0) = [-0.2491, 0.1717, -0.2972]^T \text{rad}$ .3种方法所对应的空间机器人系统轨迹跟踪曲线如图2所示,系统控制输入曲线如图3所示.

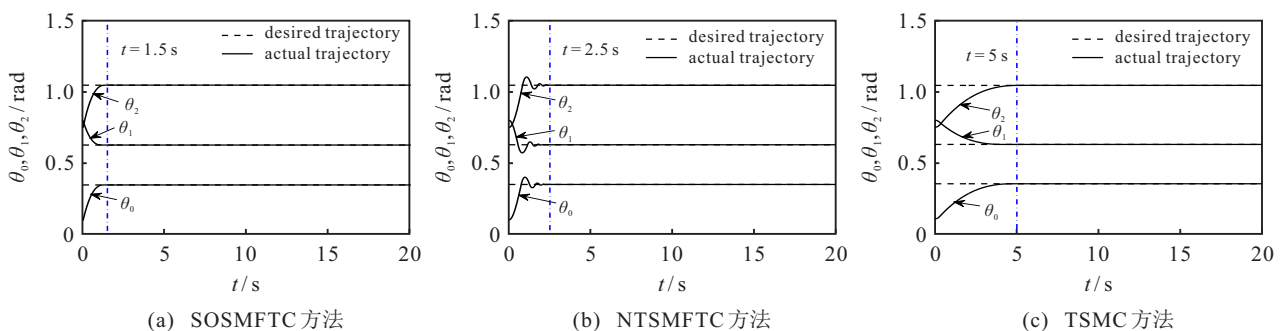


图2 3种方法作用下的系统轨迹跟踪曲线(算例1)

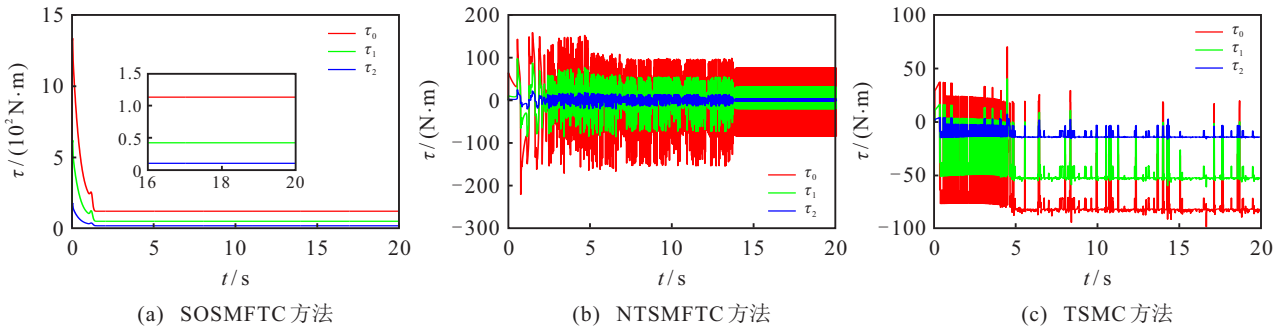


图3 3种方法作用下的系统控制输入曲线(算例1)

由图2可知,在此初始状态下,3种方法均可实现空间机器人载体姿态与臂杆关节对参考轨迹的高精度跟踪,本文所提SOSMFTC方法的跟踪耗时仅为1.5s,而NTSMFTC方法和TSMC方法的跟踪耗时分别为2.5s和5s.由此可知,本文所提方法的跟踪速度明显优于另外两种方法.由图3可知,SOSMFTC方法不存在抖振现象,而NTSMFTC方法与TSMC方法存在严重的抖振问题.这是由于SOSMFTC控制器属于二阶滑模控制方法,它解决了一阶滑模控制器所存在的高频抖振和相对阶约束的问题,使得系统在非连续

滑模控制器的作用下,仍然能够稳定至  $s_1 = s_2 = 0$ ,从而有效地削弱了抖振现象;NTSMFTC控制器与TSMC控制器属于一阶滑模控制方法,其含有高频切换项,易引发控制力矩抖振现象.

3.2 算例2

在本算例中,系统的初始状态为  $q(0) = [0.7, 1, 0.6]^T$  rad,初始误差为  $e_1(0) = [0.3509, 0.3717, -0.4472]^T$  rad.3种方法所对应的空间机器人系统轨迹跟踪曲线如图4所示,系统控制输入曲线如图5所示.

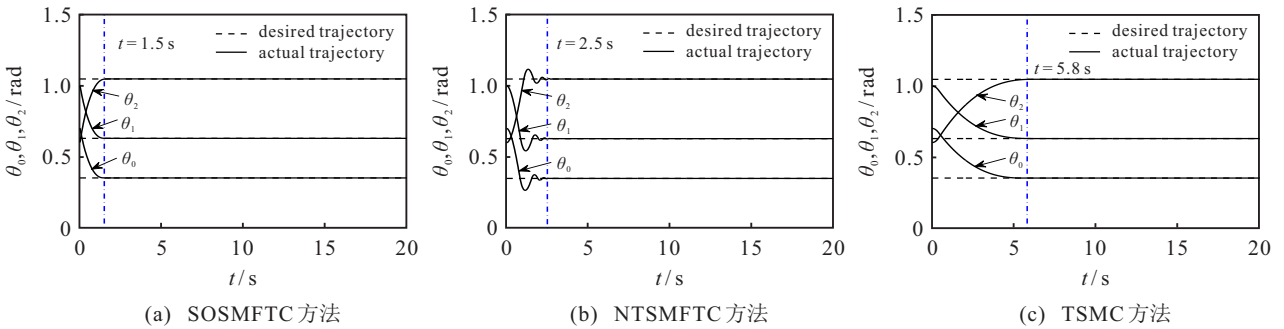


图4 3种方法作用下的系统轨迹跟踪曲线(算例2)

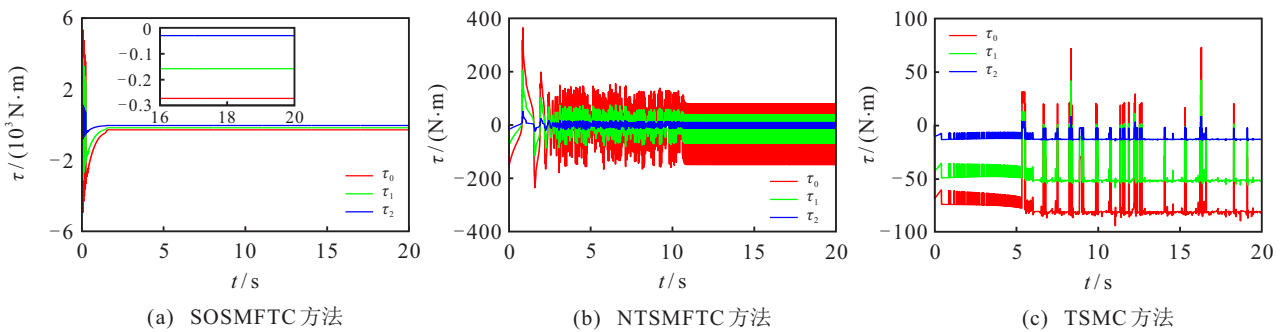


图5 3种方法作用下的系统轨迹跟踪曲线(算例2)

由图4可知,当系统初始误差增大时,3种方法仍可实现空间机器人载体姿态与臂杆关节对参考轨迹的高精度跟踪,本文设计的SOSMFTC方法及文献[19]提出的NTSMFTC方法的跟踪耗时仍保持不变,分别为1.5s和2.5s,而TSMC方法的跟踪耗时由5s

增加到5.8s.由于固定时间轨迹跟踪控制方法的误差收敛时间仅取决于控制参数,而与系统初始状态无关,故其跟踪耗时不随着系统初始状态的变化而发生显著变化.本文所设计的SOSMFTC方法可确保系统跟踪误差的全局固定时间收敛,而NTSMFTC方法

仅能保证跟踪误差的全局有限时间收敛,故前者的误差收敛耗时更短。TSMC方法属于有限时间跟踪控制方法,其误差收敛耗时取决于控制参数与系统初始状态,故当控制参数不变而系统初始误差增大时,系统跟踪耗时也随之增加。由图5可知,SOSMFTC方法不存在抖振现象,而NTSMFTC方法与TSMC方法依然存在严重的抖振问题,其原因与算例1相同,此处不再赘述。

#### 4 结论

对于自由漂浮的刚性空间机器人,本文设计了一种二阶滑模固定时间轨迹跟踪控制器。利用拉格朗日法建立了自由漂浮刚性空间机器人系统的动力学模型,结合加幂积分法与虚拟变量策略为系统设计了一种二阶滑模固定时间轨迹跟踪控制器。该控制器可确保空间机器人跟踪误差的全局固定时间收敛,且收敛时间独立于系统初始状态。此外,所提方法还可对系统跟踪误差的最小收敛时间上界进行估计,解决了传统固定时间控制方法所存在的收敛时间过度估计的问题,并可有效削弱控制力矩的抖振现象。由此可知,该方法具有较大的工程应用潜力,适用于空间机器人完成受操作时间窗口约束下的在轨航天任务。

#### 参考文献(References)

- [1] 江达, 蔡志勤, 刘忠振, 等. 基于稀疏学习的连续型机械臂自适应控制器[J]. 控制与决策, 2023, 38(9): 2563-2568.  
(Jiang D, Cai Z Q, Liu Z Z, et al. Sparse-learning-based adaptive controller for the space continuum manipulator[J]. Control and Decision, 2023, 38(9): 2563-2568.)
- [2] Li A, Liu M, Cao X B, et al. Adaptive quantized sliding mode attitude tracking control for flexible spacecraft with input dead-zone via Takagi-Sugeno fuzzy approach[J]. Information Sciences, 2022, 587(1): 746-773.
- [3] 岳程斐, 孙英杰, 柳子然, 等. 基于一致性理论的多臂航天器协同控制方法[J]. 控制与决策, 2023, 38(5): 1430-1437.  
(Yue C F, Sun Y J, Liu Z R, et al. Cooperative control method of multi-arm spacecraft based on consistency theory[J]. Control and Decision, 2023, 38(5): 1430-1437.)
- [4] Ma Z Q, Huang P F. Discrete-time sliding mode control for deployment of tethered space robot with only length and angle measurement[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2020, 56(1): 585-596.
- [5] 张智豪, 于潇雁. 存在关节死区的空间机器人无扰快速终端滑模控制[J]. 力学学报, 2022, 54(3): 778-786.  
(Zhang Z H, Yu X Y. Reactionless terminal sliding mode control of space robot with joint dead-zone[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2022, 54(3): 778-786.)
- [6] 雷荣华, 陈力. 空间机器人基于比例因子识别的自校正反馈神经网络容错算法设计[J]. 控制与决策, 2020, 35(8): 1833-1840.  
(Lei R H, Chen L. Scaling factor identification based self-tuned feedback neural network fault-tolerant algorithm design for space robot[J]. Control and Decision, 2020, 35(8): 1833-1840.)
- [7] 李陇南, 黄攀峰, 马志强. 基于时变输出约束的机器人遥操作有限时间控制方法[J]. 机器人, 2022, 44(1): 19-34.  
(Li L N, Huang P F, Ma Z Q. Finite-time control method for robot teleoperation based on time-varying output constraints[J]. Robot, 2022, 44(1): 19-34.)
- [8] Shao X Y, Sun G H, Yao W R, et al. Fractional-order resolved acceleration control for free-floating space manipulator with system uncertainty[J]. Aerospace science and technology, 2021, 118(1): 1-11.
- [9] Hu M L, Yang X B, Dong H L. Terminal sliding-mode control for input-constrained free-float space manipulator via learning-based adaptive uncertainty rejection[J]. Advances in Space Research, 2023, 71(9): 3696-3711.
- [10] Zhang J H, Zhao W S, Shen G H, et al. Disturbance observer-based adaptive finite-time attitude tracking control for rigid spacecraft[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2020, 51(11): 6606-6613.
- [11] Gao S H, Jing Y W, Liu X P, et al. Finite-time attitude-tracking control for rigid spacecraft with actuator failures and saturation constraints[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2020, 30(5): 1903-1937.
- [12] Cui B, Xia Y Q, Liu K, et al. Truly distributed finite-time attitude formation-containment control for networked uncertain rigid spacecraft[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2020, 52(7): 5882-5896.
- [13] Wang E Y, Liu M, Qiu S, et al. Event-triggered prescribed performance robust collision-free capturing control for drag-free spacecraft system[J]. IET Control Theory & Applications, 2022, 16(17): 1792-1806.
- [14] Wang H Q, Xu K, Qiu J B. Event-triggered adaptive fuzzy fixed-time tracking control for a class of nonstrict-feedback nonlinear systems[J]. IEEE Transactions On Circuits And Systems I-Regular Papers, 2021, 68(7): 3058-3068.

- [15] Cruz-Zavala E, Moreno J, Fridman L. Uniform sliding mode controllers and uniform sliding surfaces[J]. *IMA Journal of Mathematical Control and Information*, 2012, 29(4): 491-505.
- [16] Dvir Y, Levant A. Accelerated twisting algorithm[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2015, 60(10): 2803-2807.
- [17] Basin M V, Guerra-Avellaneda F, Shtessel Y B. Stock management problem: Adaptive fixed-time convergent continuous controller design[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2019, 50(12): 4974-4983.
- [18] Shi S, Gu J, Xu S Y, et al. Variable-gain second-order sliding mode controller with globally fixed-time stability guarantees[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2019, 67(8): 1414-1418.
- [19] 田野, 蔡远利, 邓逸凡. 一种快速收敛的固定时间非奇异终端滑模控制方法[J]. *中国惯性技术学报*, 2020, 28(5): 677-685.  
(Tian Y, Cai Y L, Deng Y F. A fast-nonsingular terminal sliding mode control method with fixed-time stability guarantees[J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2020, 28(5): 677-685.)
- [20] Feng Y, Yu X H, Han F L. On nonsingular terminal sliding-mode control of nonlinear systems[J]. *Automatica*, 2013, 49(6), 1715-1722.
- [21] Yuan J H, Ding S H, Mei K Q. Fixed-time SOSM controller design with output constraint[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2020 102(1), 1567-1583.
- [22] Bhat S P, Bernstein D S. Finite-time stability of continuous autonomous systems[J]. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 2000, 38(3): 751-766.
- [23] Polyakov A. Nonlinear feedback design for fixed-time stabilization of linear control systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, 57(8): 2106-2110.
- [24] Iervolino R, Trenn S, Vasca F. Asymptotic stability of piecewise affine systems with Filippov solutions via discontinuous piecewise Lyapunov functions[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2021, 66(4): 1513-1528.
- [25] Rodrigo A L, David G G, Esteban J R, et al. Enhancing the settling time estimation of a class of fixed-time stable systems[J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2019, 29(12): 4135-4148.
- [26] Ding S H, Li S H. Second-order sliding mode controller design subject to mismatched term[J]. *Automatica*, 2017, 77(1): 388-392.
- [27] Qian C J, Lin W. A continuous feedback approach to global strong stabilization of nonlinear systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2001, 46(7): 1061-1079.
- [28] Zhong Z X, Wang X Y, Lam H K. Finite-time fuzzy sliding mode control for nonlinear descriptor systems[J]. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2021, 8(6): 1141-1152.
- [29] Lei R H, Chen L. Observer-based adaptive sliding mode fault-tolerant control for the underactuated space robot with joint actuator gain faults[J]. *Kybernetika*, 2021, 57(1): 160-173.

### 作者简介

雷荣华(1990—), 男, 讲师, 博士, 硕士生导师, 从事空间机器人动力学与控制等研究, E-mail: leironh@163.com;

付晓东(1988—), 男, 博士, 博士后, 从事空间机器人动力学与控制等研究, E-mail: fuxiaodong@mail.tsinghua.edu.cn;

陈力(1961—), 男, 教授, 博士, 博士生导师, 从事空间机器人动力学与控制等研究, E-mail: chnle@fzu.edu.cn.