



中国科技期刊卓越行动计划项目入选期刊

控制与决策

CONTROL AND DECISION

有色噪声干扰下径向基函数非线性模型的滤波辨识方法

周怡红, 张霄, 丁锋

引用本文:

周怡红,张霄,丁锋. 有色噪声干扰下径向基函数非线性模型的滤波辨识方法[J]. *控制与决策*, 2024, 39(10): 3305–3312.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2023.0512>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于KRLS的非均匀采样非线性系统辨识

Identification of non-uniformly sampled nonlinear systems based on KRLS

控制与决策. 2021, 36(12): 3049–3055 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0962>

含有分数阶有色关联噪声的分数阶系统的卡尔曼滤波器设计

Design of Kalman filter for fractional-order systems with correlated fractional-order colored noises

控制与决策. 2021, 36(7): 1672–1678 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1418>

基于神经网络的电力系统暂态稳定分布式自适应控制

Neural network-based distributed adaptive control for power system transient stability

控制与决策. 2021, 36(6): 1407–1414 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1168>

基于数据驱动的非线性网络系统自适应迭代学习控制

Data driven adaptive learning control of nonlinear network system

控制与决策. 2021, 36(6): 1523–1528 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1182>

具有未建模动态和输出约束的耦合系统的分散自适应控制

Decentralized adaptive control for interconnected systems with unmodeled dynamics and output constraints

控制与决策. 2018, 33(12): 2113–2121 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2017.0933>

有色噪声干扰下径向基函数非线性模型的滤波辨识方法

周怡红^{1,2†}, 张 霄², 丁 锋²

(1. 苏州科技大学 电子与信息工程学院, 江苏 苏州 215009; 2. 江南大学 物联网工程学院, 江苏 无锡 214122)

摘要: 径向基函数具有形式简单、节点配置灵活等特点, 使得其可以构成网络来拟合复杂非线性系统. 径向基函数构成的网络可描述非线性模型映射关系, 研究有色噪声干扰下一类径向基函数非线性模型的参数估计问题. 首先, 为了抑制有色噪声对参数估计的影响, 在不改变模型输入输出关系的前提下, 利用数据滤波技术设计滤波器对观测数据进行滤波, 实现有色噪声干扰下辨识模型的白噪声化处理; 然后, 运用梯度搜索, 结合多新息辨识理论, 提出估计该类径向基函数非线性模型的滤波多新息增广随机梯度算法; 最后, 考虑到模型的参数可分离特性, 在滤波辨识的框架下, 基于分解技术, 利用递推搜索方法, 提出估计该类径向基函数非线性模型的三阶段滤波多新息增广递推算法. 仿真结果表明了所提出算法的有效性和优越性.

关键词: 非线性系统; 参数估计; 径向基函数; 递推搜索; 数据滤波; 随机梯度

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2023.0512

引用格式: 周怡红, 张霄, 丁锋. 有色噪声干扰下径向基函数非线性模型的滤波辨识方法[J]. 控制与决策, 2024, 39(10): 3305-3312.

Filtered identification method for radial basis function-based nonlinear models with colored noises

ZHOU Yi-hong^{1,2†}, ZHANG Xiao², DING Feng²

(1. School of Electronic and Information Engineering, Suzhou University of Science and Technology, Suzhou 215009, China; 2. School of Internet of Things Engineering, Jiangnan University, Wuxi 214122, China)

Abstract: Radial basis functions have the features of simple form and flexible node configuration, which can form networks to fit complex nonlinear systems. The networks composed of radial basis functions can describe nonlinear model mapping relationships. In this paper, the parameter estimation problem of a class of radial basis function-based nonlinear models with colored noises is studied. In order to suppress the influence of colored noise on the parameter estimation, the data filtering technique is used to design a filter to filter the observed data without changing the model input-output relationship, which realizes the white noise processing of the identification models with colored noises. On this basis, a filtering-based multi-innovation extended stochastic gradient algorithm is proposed for estimating this type of radial basis function-based nonlinear models by using the gradient search and combining the multi-innovation identification theory. Furthermore, considering the parameter separability of the models, in the framework of filtering identification, a three-stage filtering-based multi-innovation extended recursive algorithm is proposed for estimating this type of radial basis function-based nonlinear models by using the decomposition technique and recursive search method. The simulation results show the effectiveness and superiority of the proposed algorithms.

Keywords: nonlinear system; parameter estimation; radial basis function; recursive search; data filtering; stochastic gradient

0 引言

工业现场中被控对象往往具有强非线性、动态突变性、不确定性等复杂内部特性. 不同于机理建模需要对被控对象的内部机理有深入清晰的了解, 系

统辨识是一种基于数据的建模方法, 它可以直接根据观测数据来确定描述被控对象动态特性的数学模型^[1-2]. 系统辨识的首要任务是寻找一个能够尽可能精确地复现系统特性的模型. 尽管线性模型可以

收稿日期: 2023-04-19; 录用日期: 2023-11-18.

基金项目: 国家自然科学基金项目(62273167).

责任编委: 柴利.

[†]通讯作者. E-mail: yhzhou1121@126.com.

很好地近似表示一些动力系统,但其难以描述由非线性相互作用如幅频相依、混沌等现象引起的动态状态^[3-4].而常用的非线性模型如 Hammerstein 模型、Volterra 级数模型等^[5-8]以其自身特殊的结构方式描述了特定类别的非线性系统,其结构不具有通用性,这使得其应用受到了一定限制.

考虑到实际问题中任何单一的模型均难以完全捕捉到数据中的不同模式,有学者提出了一种组合建模策略^[9],即将多个结构差异较大的模型相结合,以充分发挥各模型的独有特性从而实现性能互补.得益于径向基函数简单的计算格式、灵活的节点配置等优点,采用径向基函数网络对状态相依自回归模型的系数进行逼近所获得的一类模型^[10],即基于径向基函数的非线性自回归(RBF-AR)模型,是在这种组合建模的思想提出来的.该类模型在保留状态相依自回归模型良好的描述非线性能力的同时继承了径向基函数网络强大的函数逼近能力,具有更好的学习数据中丰富过程动态信息的能力,因此在辨识和控制领域受到了广泛关注^[11-14].

将RBF-AR模型应用于实际非线性系统建模的一个关键问题是其参数的确定.目前,针对该类模型,已有学者提出了一些参数估计方法.基于模型的参数可分离特性,Peng等^[10]提出了一种结构化非线性参数优化(SNPOM)方法;利用正则化参数检测技术,文献[15]发展了一种正则化SNPOM方法,克服了SNPOM方法在参数搜索过程中存在的参数发散问题;为了降低辨识的复杂性,文献[16]提出了一种变量投影(VP)方法;进一步地,文献[17]利用雅可比矩阵的解析表达式代替有限差分,提出了一种基于Gram-Schmidt的VP方法;为了解决一般VP方法可能出现的过拟合现象,从而导致模型泛化性能较差的问题,文献[18]通过引入惩罚项并利用期望最大化算法自动选择正则化参数,发展了一种基于期望最大化的VP方法.

尽管上述方法能够有效地估计RBF-AR模型的参数,但是均仅适用于离线辨识/计算的迭代方法,即每次迭代时使用一批固定的数据来更新参数估计.此外,上述方法考虑的均是白噪声干扰的情况,但是在实际工业过程中有色噪声更为普遍且更具有代表性.不同于上述工作,本文研究滑动平均噪声干扰下RBF-AR(RBF-ARMA)模型的参数估计问题,提出能够实现在线辨识的高精度递推参数估计方法.本文在运用数据滤波技术对观测数据进行滤波处理的基础上,借助多新息辨识理论构造优化准则,利用递推

搜索,结合模型分解技术,提出RBF-ARMA模型的滤波多新息增广随机梯度算法和三阶段滤波多新息增广递推算法,实现RBF-ARMA模型的在线辨识,解决有色噪声干扰下一般参数估计方法精度低的难题.

1 问题描述

考虑如下RBF-ARMA模型:

$$s(k) = \omega_0 + \sum_{i=1}^p \omega_{i,0} s(k-i) + \sum_{j=1}^m \left[\omega_j + \sum_{i=1}^p \omega_{i,j} s(k-i) \right] \times e^{-\lambda_j \|\mathbf{x}_k - \boldsymbol{\mu}_j\|^2} + z(k). \quad (1)$$

其中: $s(k) \in \mathbb{R}$ 为模型输出; $\mathbf{x}_k \in \mathbb{R}^d$ 为由 $s(k)$ 的延迟值构成的状态向量; $\boldsymbol{\mu}_j \in \mathbb{R}^d (j=1, 2, \dots, m)$ 为中心向量; $\omega_j \in \mathbb{R}$ 和 $\omega_{i,j} \in \mathbb{R} (i=1, 2, \dots, p; j=0, 1, \dots, m)$ 为线性权重; $\lambda_j \in \mathbb{R} (j=1, 2, \dots, m)$ 为宽度; $z(k) \in \mathbb{R}$ 为滑动平均噪声,即

$$z(k) := D(z)v(k), \quad D(z) := 1 + \sum_{r=1}^{n_d} d_r z^{-r}. \quad (2)$$

这里: $v(k) \in \mathbb{R}$ 为随机白噪声; $d_r \in \mathbb{R}$ 为噪声模型参数; z^{-r} 为单位后移算子, $z^{-r}v(k) = v(k-r)$.

假设模型阶次已知,且当 $k \leq 0$ 时, $s(k) = 0$, $v(k) = 0$. 令 $n_0 := (m+1)(p+1)$, 定义参数向量

$$\boldsymbol{\omega} := [\omega_0, \omega_{1,0}, \dots, \omega_{p,0}, \omega_1, \dots, \omega_m, \omega_{1,1}, \dots, \omega_{p,1}, \dots, \omega_{p,m}]^T \in \mathbb{R}^{n_0},$$

$$\mathbf{d} := [d_1, d_2, \dots, d_{n_d}]^T \in \mathbb{R}^{n_d},$$

$$\boldsymbol{\lambda} := [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m]^T \in \mathbb{R}^m,$$

$$\boldsymbol{\mu} := [\boldsymbol{\mu}_1^T, \boldsymbol{\mu}_2^T, \dots, \boldsymbol{\mu}_m^T]^T \in \mathbb{R}^{md}$$

和信息向量

$$\boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}, k) :=$$

$$[1, \boldsymbol{\psi}_s^T(k), \boldsymbol{\psi}(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}, k), \boldsymbol{\psi}_s^T(k) \otimes \boldsymbol{\psi}(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}, k)]^T \in \mathbb{R}^{n_0},$$

$$\boldsymbol{\phi}_d(k) := [v(k-1), v(k-2), \dots, v(k-n_d)]^T \in \mathbb{R}^{n_d},$$

$$\boldsymbol{\psi}(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}, k) := [e^{-\lambda_1 \|\mathbf{x}_k - \boldsymbol{\mu}_1\|^2}, e^{-\lambda_2 \|\mathbf{x}_k - \boldsymbol{\mu}_2\|^2}, \dots, e^{-\lambda_m \|\mathbf{x}_k - \boldsymbol{\mu}_m\|^2}] \in \mathbb{R}^{1 \times m},$$

$$\boldsymbol{\psi}_s(k) := [s(k-1), \dots, s(k-p)]^T \in \mathbb{R}^p, \quad (3)$$

则RBF-ARMA模型(1)转化为

$$s(k) = \boldsymbol{\phi}^T(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}, k) \boldsymbol{\omega} + z(k), \quad (4)$$

$$z(k) = \boldsymbol{\phi}_d^T(k) \mathbf{d} + v(k). \quad (5)$$

式(4)和(5)为RBF-ARMA模型的辨识模型,参数向量 $\boldsymbol{\omega}$ 、 $\boldsymbol{\lambda}$ 、 $\boldsymbol{\mu}$ 和 \mathbf{d} 包含了RBF-ARMA模型的所有待估

计参数. 注意到, 信息向量 $\phi(\lambda, \mu, k)$ 中存在待估计的非线性关系参数向量 λ 和 μ , 同时信息向量 $\phi_d(k)$ 中存在不可测噪声项 $v(k-r)$ ($r=1, 2, \dots, n_d$), 导致关于辨识模型(4)和(5)的参数估计问题非常复杂. 为此, 针对有色噪声和非线性项的存在导致模型辨识困难、传统参数估计算法精度低的问题, 本文利用数据滤波技术, 结合多新息辨识理论和分解技术, 提出两种 RBF-ARMA 模型的高精度滤波参数估计算法.

2 RBF-ARMA 模型的滤波多新息增广随机梯度算法

本节借助数据滤波技术, 将原有色噪声干扰下的辨识模型转化为滤波辨识模型和噪声辨识模型, 再利用梯度搜索, 结合多新息辨识理论, 推导 RBF-ARMA 模型的滤波多新息增广随机梯度算法.

基于有色噪声的结构表达式(2), 用噪声模型传递函数 $D(z)$ 的倒数来定义滤波器 $F(z)$, 即 $F(z) := D^{-1}(z)$. 定义滤波输出 $s_f(k)$ 、滤波信息向量 $\psi_{s_f}(k)$ 和 $\phi_f(\lambda, \mu, k)$ 如下所示:

$$s_f(k) := F(z)s(k) = s(k) - [s_f(k-1), s_f(k-2), \dots, s_f(k-n_d)]\mathbf{d} \in \mathbb{R}, \quad (6)$$

$$\psi_{s_f}(k) := F(z)\psi_s(k) = [s_f(k-1), s_f(k-2), \dots, s_f(k-p)]^T \in \mathbb{R}^p, \quad (7)$$

$$\phi_f(\lambda, \mu, k) := F(z)\phi(\lambda, \mu, k) = [1, \psi_{s_f}^T(k), \psi(\lambda, \mu, k), \psi_{s_f}^T(k) \otimes \psi(\lambda, \mu, k)]^T \in \mathbb{R}^{n_0}. \quad (8)$$

对观测数据 $s(k)$ 以及信息向量 $\psi_s(k)$ 和 $\phi(\lambda, \mu, k)$ 进行滤波处理, 即在辨识模型(4)两边同时乘以滤波器 $F(z)$, 有

$$F(z)s(k) = F(z)\phi^T(\lambda, \mu, k)\omega + F(z)z(k).$$

由式(2)和定义(6)~(8), 上式可等价表示为

$$s_f(k) = \phi_f^T(\lambda, \mu, k)\omega + v(k). \quad (9)$$

对辨识模型(4)和(5)进行数据滤波处理的过程

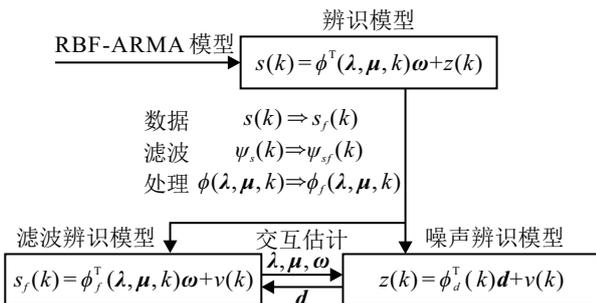


图 1 RBF-ARMA 模型的滤波递阶结构

如图 1 所示. 即通过数据滤波, 将原有色噪声干扰下的辨识模型转化为滤波辨识模型(9)和噪声辨识模型(5), 且滤波辨识模型(9)中的参数向量 ω 、 λ 和 μ 以及噪声辨识模型(5)中的参数向量 \mathbf{d} 构成了 RBF-ARMA 模型的全部待估计参数.

尽管滤波辨识模型(9)和噪声辨识模型(5)只涉及白噪声干扰 $v(k)$, 但是滤波输出 $s_f(k)$ 、滤波信息向量 $\phi_f(\lambda, \mu, k)$ 和噪声信息向量 $\phi_d(k)$ 均是未知的, 因此, 必须利用可得到的观测数据对这些未知变量进行估计, 从而推导出相应的参数估计算法.

简单起见, 定义滤波辨识模型的总体参数向量 $\beta := [\omega^T, \lambda^T, \mu^T]^T \in \mathbb{R}^{n_1}$, $n_1 := n_0 + m + md$. 基于辨识模型(9)和(5), 定义如下准则函数:

$$J_1(\beta, k) := \frac{1}{2}[s_f(k) - \phi_f^T(\lambda, \mu, k)\omega]^2,$$

$$J_2(\mathbf{d}, k) := \frac{1}{2}[z(k) - \phi_d^T(k)\mathbf{d}]^2.$$

令 $\hat{\beta}(k) = [\hat{\omega}^T(k), \hat{\lambda}^T(k), \hat{\mu}^T(k)]^T \in \mathbb{R}^{n_1}$ 和 $\hat{\mathbf{d}}(k) \in \mathbb{R}^{n_d}$ 分别为参数向量 β 和 \mathbf{d} 在 k 时刻的估计. 利用负梯度搜索极小化准则函数 $J_1(\beta, k)$ 和 $J_2(\mathbf{d}, k)$, 使用式(4), 并定义 $\bar{\phi}_f(k) := \phi_f(\hat{\lambda}(k-1), \hat{\mu}(k-1), k)$, 得到计算 $\hat{\beta}(k)$ 和 $\hat{\mathbf{d}}(k)$ 的递推关系式, 如下所示:

$$\hat{\beta}(k) = \hat{\beta}(k-1) + \frac{\chi_f(\hat{\beta}(k-1), k)}{\epsilon_1(k)} \times [s_f(k) - \bar{\phi}_f^T(k)\hat{\omega}(k-1)], \quad (10)$$

$$\epsilon_1(k) = \epsilon_1(k-1) + \|\chi_f(\hat{\beta}(k-1), k)\|^2, \quad (11)$$

$$\hat{\mathbf{d}}(k) = \hat{\mathbf{d}}(k-1) + \frac{\phi_d(k)}{\epsilon_2(k)} [s(k) - \phi^T(\lambda, \mu, k)\omega - \phi_d^T(k)\hat{\mathbf{d}}(k-1)], \quad (12)$$

$$\epsilon_2(k) = \epsilon_2(k-1) + \|\phi_d(k)\|^2. \quad (13)$$

其中: $\chi_f(\hat{\beta}(k-1), k) \in \mathbb{R}^{n_1}$ 为滤波增广信息向量,

$$\chi_f(\hat{\beta}(k-1), k) := \frac{\partial [\bar{\phi}_f^T(k)\hat{\omega}(k-1)]}{\partial \hat{\beta}(k-1)}. \quad (14)$$

式(10)~(14)的递推计算无法直接实现, 因为滤波器 $F(z)$ 是未知的, 导致式(10)、(11)和(14)中的滤波输出 $s_f(k)$ 以及包含 $\psi_{s_f}(k)$ 的滤波信息向量 $\bar{\phi}_f(k)$ 和 $\chi_f(\hat{\beta}(k-1), k)$ 是未知的, 且式(12)和(13)中存在未知的噪声信息向量 $\phi_d(k)$ 以及待估计的参数向量 ω 、 λ 和 μ . 这里的解决办法是用相应的估计来代替这些未知项. 具体做法如下.

由 $\phi_d(k)$ 定义式的结构, 用噪声 $v(k-r)$ 的估计 $\hat{v}(k-r)$ 定义 $\phi_d(k)$ 的估计 $\hat{\phi}_d(k)$, 即

$$\hat{\phi}_d(k) := [\hat{v}(k-1), \hat{v}(k-2), \dots, \hat{v}(k-n_d)]^T. \quad (15)$$

由式(4)和(5), 得到 $v(k) = s(k) - \phi^T(\lambda, \mu, k)\omega -$

$\phi_d^T(k)\mathbf{d}$. 用估计 $\hat{\phi}(k) := \phi(\hat{\lambda}(k-1), \hat{\mu}(k-1), k)$ 、 $\hat{\phi}_d(k)$ 、 $\hat{\omega}(k)$ 和 $\hat{\mathbf{d}}(k)$ 代替上式中的 $\phi(\lambda, \mu, k)$ 、 $\phi_d(k)$ 、 ω 和 \mathbf{d} , 则 $v(k)$ 的估计 $\hat{v}(k)$ 可由下式计算:

$$\hat{v}(k) = s(k) - \hat{\phi}^T(k)\hat{\omega}(k) - \hat{\phi}_d^T(k)\hat{\mathbf{d}}(k). \quad (16)$$

用噪声模型参数向量 \mathbf{d} 的估计 $\hat{\mathbf{d}}(k) = [\hat{d}_1(k), \dots, \hat{d}_{n_d}(k)]^T \in \mathbb{R}^{n_d}$ 来构造滤波器 $F(z)$ 的估计 $\hat{F}(k, z)$, 即

$$\hat{F}(k, z) := \hat{D}^{-1}(k, z), \quad \hat{D}(k, z) := 1 + \sum_{r=1}^{n_d} \hat{d}_r(k)z^{-r}.$$

由式(6)~(8), 用滤波器的估计 $\hat{F}(k, z)$ 代替 $F(z)$, 得到 $s_f(k)$ 、 $\psi_{s_f}(k)$ 和 $\bar{\phi}_f(k) = \phi_f(\hat{\lambda}(k-1), \hat{\mu}(k-1), k)$ 的估计 $\hat{s}_f(k)$ 、 $\hat{\psi}_{s_f}(k)$ 和 $\hat{\phi}_f(k)$ 如下所示:

$$\begin{aligned} \hat{s}_f(k) = & \\ & s(k) - [\hat{s}_f(k-1), \hat{s}_f(k-2), \dots, \hat{s}_f(k-n_d)]\hat{\mathbf{d}}(k), \end{aligned} \quad (17)$$

$$\hat{\psi}_{s_f}(k) = [\hat{s}_f(k-1), \dots, \hat{s}_f(k-p)]^T, \quad (18)$$

$$\hat{\phi}_f(k) = [1, \hat{\psi}_{s_f}^T(k), \hat{\psi}(k), \hat{\psi}_{s_f}^T(k) \otimes \hat{\psi}(k)]^T. \quad (19)$$

用估计 $\hat{\phi}_f(k)$ 代替式(14)中的 $\bar{\phi}_f(k)$, 得到 $\chi_f(\hat{\beta}(k-1), k)$ 的估计为

$$\hat{\chi}_f(k) = \frac{\partial[\hat{\phi}_f^T(k)\hat{\omega}(k-1)]}{\partial\hat{\beta}(k-1)}. \quad (20)$$

将式(10)~(14)中 $s_f(k)$ 、 $\bar{\phi}_f(k)$ 、 $\chi_f(\hat{\beta}(k-1), k)$ 、 $\phi_d(k)$ 、 ω 、 λ 和 μ 分别用其估计 $\hat{s}_f(k)$ 、 $\hat{\phi}_f(k)$ 、 $\hat{\chi}_f(k)$ 、 $\hat{\phi}_d(k)$ 、 $\hat{\omega}(k-1)$ 、 $\hat{\lambda}(k-1)$ 和 $\hat{\mu}(k-1)$ 代替, 得到

$$\hat{\beta}(k) = \hat{\beta}(k-1) + \frac{\hat{\chi}_f(k)}{\epsilon_1(k)}\hat{e}_1(k), \quad (21)$$

$$\hat{e}_1(k) = \hat{s}_f(k) - \hat{\phi}_f^T(k)\hat{\omega}(k-1), \quad (22)$$

$$\epsilon_1(k) = \epsilon_1(k-1) + \|\hat{\chi}_f(k)\|^2, \quad (23)$$

$$\hat{\mathbf{d}}(k) = \hat{\mathbf{d}}(k-1) + \frac{\hat{\phi}_d(k)}{\epsilon_2(k)}\hat{e}_2(k), \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \hat{e}_2(k) = & s(k) - \hat{\phi}^T(k)\hat{\omega}(k-1) - \\ & \hat{\phi}_d^T(k)\hat{\mathbf{d}}(k-1), \end{aligned} \quad (25)$$

$$\epsilon_2(k) = \epsilon_2(k-1) + \|\hat{\phi}_d(k)\|^2. \quad (26)$$

式(15)~(26)构成RBF-ARMA模型的滤波增广随机梯度(F-ESG)算法. 该算法在每次递推计算时仅使用当前时刻的新息 $\hat{e}_1(k)$ 和 $\hat{e}_2(k)$ 来更新参数估计, 没有充分利用系统可得到的信息. 为了使得更多的数据参与递推计算来改善参数估计精度, 借助文献[19-20]的方法, 基于多新息辨识理论, 利用从 $k-l+1$ 到 k 的 l 组数据 (l 称为新息长度), 将标量新息 $\hat{e}_1(k)$ 和 $\hat{e}_2(k)$ 扩展为如下新息向量:

$$\hat{\mathbf{E}}_1(l, k) = \hat{\mathbf{S}}_f(l, k) - \hat{\Xi}_f^T(l, k)\hat{\omega}(k-1) \in \mathbb{R}^l, \quad (27)$$

$$\hat{\mathbf{E}}_2(l, k) = \mathbf{S}(l, k) - \hat{\Xi}^T(l, k)\hat{\omega}(k-1) -$$

$$\hat{\Psi}_d^T(l, k)\hat{\mathbf{d}}(k-1) \in \mathbb{R}^l. \quad (28)$$

其中

$$\hat{\mathbf{S}}_f(l, k) = [\hat{s}_f(k), \dots, \hat{s}_f(k-l+1)]^T, \quad (29)$$

$$\mathbf{S}(l, k) = [s(k), \dots, s(k-l+1)]^T, \quad (30)$$

$$\hat{\Xi}_f(l, k) = [\hat{\phi}_f(k), \dots, \hat{\phi}_f(k-l+1)], \quad (31)$$

$$\hat{\Xi}(l, k) = [\hat{\phi}(k), \dots, \hat{\phi}(k-l+1)], \quad (32)$$

$$\hat{\Psi}_d(l, k) = [\hat{\phi}_d(k), \dots, \hat{\phi}_d(k-l+1)]. \quad (33)$$

同时将式(21)中的信息向量 $\hat{\chi}_f(k)$ 扩展为

$$\hat{\Upsilon}_f(l, k) := [\hat{\chi}_f(k), \dots, \hat{\chi}_f(k-l+1)]. \quad (34)$$

当新息长度 $l=1$ 时, $\hat{\mathbf{E}}_1(l, k) = \hat{e}_1(k)$, $\hat{\mathbf{E}}_2(l, k) = \hat{e}_2(k)$, $\hat{\Psi}_d(l, k) = \hat{\phi}_d(k)$, $\hat{\Upsilon}_f(l, k) = \hat{\chi}_f(k)$, 此时F-ESG算法中式(21)和(24)可等价表示为

$$\hat{\beta}(k) = \hat{\beta}(k-1) + \frac{\hat{\Upsilon}_f(l, k)}{\epsilon_1(k)}\hat{\mathbf{E}}_1(l, k), \quad (35)$$

$$\hat{\mathbf{d}}(k) = \hat{\mathbf{d}}(k-1) + \frac{\hat{\Psi}_d(l, k)}{\epsilon_2(k)}\hat{\mathbf{E}}_2(l, k). \quad (36)$$

式(15)~(20)、(23)和式(26)~(36)构成RBF-ARMA模型的滤波多新息增广随机梯度(F-MI-ESG)算法.

3 RBF-ARMA模型的三阶段滤波多新息增广递推算法

注意到, 滤波辨识模型(9)中的参数向量 ω 与滤波输出 $s_f(k)$ 呈线性关系, 参数向量 λ 和 μ 与滤波输出 $s_f(k)$ 呈非线性关系; 噪声辨识模型(5)中的参数向量 \mathbf{d} 与噪声输出 $z(k)$ 呈线性关系. 考虑到这一参数特性, 本节借助分解技术将模型全部待估计的参数分解为3个子参数集(参数向量), 并针对每个子参数集设计各自的参数估计子算法, 进一步提出RBF-ARMA模型的三阶段滤波多新息增广递推算法.

首先, 给出估计线性关系参数向量 ω 和 \mathbf{d} 的子算法, 此时假设滤波辨识模型(9)中的非线性关系参数向量 λ 和 μ 是固定的. 由滤波辨识模型(9)和噪声辨识模型(5), 分别定义关于 ω 和 \mathbf{d} 的准则函数, 有

$$J_3(\omega, k) := \frac{1}{2} \sum_{j=1}^k [s_f(j) - \phi_f^T(\lambda, \mu, j)\omega]^2,$$

$$J_4(\mathbf{d}, k) := \frac{1}{2} \sum_{j=1}^k [z(j) - \phi_d^T(j)\mathbf{d}]^2.$$

利用最小二乘原理极小化 $J_3(\omega, k)$ 和 $J_4(\mathbf{d}, k)$, 并利用式(4), 得到如下估计参数向量 ω 和 \mathbf{d} 的滤波递推增广最小二乘(F-RELS)子算法:

$$\hat{\omega}(k) = \hat{\omega}(k-1) + \mathbf{K}_f(k)[s_f(k) - \phi_f^T(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}, k)\hat{\omega}(k-1)], \quad (37)$$

$$\mathbf{K}_f(k) = \mathbf{P}_f(k-1)\phi_f(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}, k)[1 + \phi_f^T(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}, k) \times \mathbf{P}_f(k-1)\phi_f(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}, k)]^{-1}, \quad (38)$$

$$\mathbf{P}_f(k) = \mathbf{P}_f(k-1) - \mathbf{K}_f(k) \times \phi_f^T(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}, k)\mathbf{P}_f(k-1), \quad (39)$$

$$\hat{\mathbf{d}}(k) = \hat{\mathbf{d}}(k-1) + \mathbf{K}_d(k)[s(k) - \phi^T(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}, k)\boldsymbol{\omega} - \phi_d^T(k)\hat{\mathbf{d}}(k-1)], \quad (40)$$

$$\mathbf{K}_d(k) = \mathbf{P}_d(k-1)\phi_d(k) \times [1 + \phi_d^T(k)\mathbf{P}_d(k-1)\phi_d(k)]^{-1}, \quad (41)$$

$$\mathbf{P}_d(k) = \mathbf{P}_d(k-1) - \mathbf{K}_d(k)\phi_d^T(k)\mathbf{P}_d(k-1). \quad (42)$$

然后, 给出估计非线性关系参数向量 $\boldsymbol{\lambda}$ 和 $\boldsymbol{\mu}$ 的子算法, 此时假设滤波辨识模型(9)中的线性关系参数向量 $\boldsymbol{\omega}$ 是固定的. 简单起见, 定义总体非线性关系参数向量 $\boldsymbol{\zeta} := [\boldsymbol{\lambda}^T, \boldsymbol{\mu}^T]^T \in \mathbb{R}^{m+md}$. 基于滤波辨识模型(9), 根据多新息辨识理论, 定义关于参数向量 $\boldsymbol{\zeta}$ 的多新息准则函数, 如下所示:

$$J_5(\boldsymbol{\zeta}, k) := \frac{1}{2} \sum_{j=k-l+1}^k [s_f(j) - \phi_f^T(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}, j)\boldsymbol{\omega}]^2.$$

令 $\hat{\boldsymbol{\zeta}}(k) = [\hat{\boldsymbol{\lambda}}^T(k), \hat{\boldsymbol{\mu}}^T(k)]^T \in \mathbb{R}^{m+md}$ 为参数向量 $\boldsymbol{\zeta}$ 在 k 时刻的估计. 利用梯度搜索极小化准则函数 $J_5(\boldsymbol{\zeta}, k)$, 得到如下估计参数向量 $\boldsymbol{\zeta}$ 的滤波多新息增广随机梯度(F-MI-ESG)子算法:

$$\hat{\boldsymbol{\zeta}}(k) = \hat{\boldsymbol{\zeta}}(k-1) + \frac{\boldsymbol{\Omega}_f(l, k)}{\epsilon_3(k)} \mathbf{E}_f(l, k), \quad (43)$$

$$\mathbf{E}_f(l, k) = \mathbf{S}_f(l, k) - \boldsymbol{\Xi}_f^T(l, k)\boldsymbol{\omega}, \quad (44)$$

$$\epsilon_3(k) = \epsilon_3(k-1) + \|\boldsymbol{\Gamma}_f(k)\|^2, \quad (45)$$

$$\mathbf{S}_f(l, k) = [s_f(k), \dots, s_f(k-l+1)]^T, \quad (46)$$

$$\boldsymbol{\Xi}_f(l, k) = [\bar{\phi}_f(k), \dots, \bar{\phi}_f(k-l+1)], \quad (47)$$

$$\boldsymbol{\Omega}_f(l, k) = [\boldsymbol{\Gamma}_f(k), \dots, \boldsymbol{\Gamma}_f(k-l+1)], \quad (48)$$

$$\boldsymbol{\Gamma}_f(k) = \frac{\partial[\bar{\phi}_f^T(k)\boldsymbol{\omega}]}{\partial \hat{\boldsymbol{\zeta}}(k-1)}. \quad (49)$$

以上递推计算关系式无法直接实现, 因为关于 $\boldsymbol{\omega}$ 的 F-RELS 子算法(37)~(39)中存在未知变量 $s_f(k)$ 和 $\phi_f(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}, k)$; 关于 \mathbf{d} 的 F-RELS 子算法(40)~(42)中存在未知变量 $\phi_d(k)$ 、 $\boldsymbol{\lambda}$ 、 $\boldsymbol{\mu}$ 和 $\boldsymbol{\omega}$; 关于 $\boldsymbol{\zeta}$ 的 F-MI-ESG 子算法(43)~(49)中存在未知变量 $s_f(k)$ 、 $\bar{\phi}_f(k)$ 和 $\boldsymbol{\omega}$.

仿照式(15)~(20)的推导, 构造未知变量的估计 $\hat{s}_f(k)$ 、 $\hat{\phi}_f(k)$ 、 $\hat{\phi}_d(k)$ 、 $\hat{\boldsymbol{\lambda}}(k-1)$ 、 $\hat{\boldsymbol{\mu}}(k-1)$ 和 $\hat{\omega}(k-1)$, 并用这些估计代替未知变量. 联立 3 个子算法, 得到计算 $\hat{\omega}(k)$ 、 $\hat{\mathbf{d}}(k)$ 和 $\hat{\boldsymbol{\zeta}}(k)$ 的递推关系式, 如下所示:

$$\hat{\omega}(k) = \hat{\omega}(k-1) + \mathbf{K}_f(k) \times [\hat{s}_f(k) - \hat{\phi}_f^T(k)\hat{\omega}(k-1)], \quad (50)$$

$$\mathbf{K}_f(k) = \mathbf{P}_f(k-1)\hat{\phi}_f(k) \times [1 + \hat{\phi}_f^T(k)\mathbf{P}_f(k-1)\hat{\phi}_f(k)]^{-1}, \quad (51)$$

$$\mathbf{P}_f(k) = \mathbf{P}_f(k-1) - \mathbf{K}_f(k)\hat{\phi}_f^T(k)\mathbf{P}_f(k-1), \quad (52)$$

$$\hat{\mathbf{d}}(k) = \hat{\mathbf{d}}(k-1) + \mathbf{K}_d(k)[s(k) - \hat{\phi}^T(k)\hat{\omega}(k-1) - \hat{\phi}_d^T(k)\hat{\mathbf{d}}(k-1)], \quad (53)$$

$$\mathbf{K}_d(k) = \mathbf{P}_d(k-1)\hat{\phi}_d(k) \times [1 + \hat{\phi}_d^T(k)\mathbf{P}_d(k-1)\hat{\phi}_d(k)]^{-1}, \quad (54)$$

$$\mathbf{P}_d(k) = \mathbf{P}_d(k-1) - \mathbf{K}_d(k)\hat{\phi}_d^T(k)\mathbf{P}_d(k-1), \quad (55)$$

$$\hat{\boldsymbol{\zeta}}(k) = \hat{\boldsymbol{\zeta}}(k-1) + \frac{\hat{\boldsymbol{\Omega}}_f(l, k)}{\epsilon_3(k)} \hat{\mathbf{E}}_f(l, k), \quad (56)$$

$$\hat{\mathbf{E}}_f(l, k) = \hat{\mathbf{S}}_f(l, k) - \hat{\boldsymbol{\Xi}}_f^T(l, k)\hat{\omega}(k-1), \quad (57)$$

$$\epsilon_3(k) = \epsilon_3(k-1) + \|\hat{\boldsymbol{\Gamma}}_f(k)\|^2, \quad (58)$$

$$\hat{\mathbf{S}}_f(l, k) = [\hat{s}_f(k), \dots, \hat{s}_f(k-l+1)]^T, \quad (59)$$

$$\hat{\boldsymbol{\Xi}}_f(l, k) = [\hat{\phi}_f(k), \dots, \hat{\phi}_f(k-l+1)], \quad (60)$$

$$\hat{\boldsymbol{\Omega}}_f(l, k) = [\hat{\boldsymbol{\Gamma}}_f(k), \dots, \hat{\boldsymbol{\Gamma}}_f(k-l+1)], \quad (61)$$

$$\hat{\boldsymbol{\Gamma}}_f(k) = \frac{\partial[\hat{\phi}_f^T(k)\hat{\omega}(k-1)]}{\partial \hat{\boldsymbol{\zeta}}(k-1)}. \quad (62)$$

式(50)~(62)和式(15)~(19)构成 RBF-ARMA 模型的三阶段滤波多新息增广递推(3 S-F-MI-ER)算法.

4 仿真实验

考虑模型阶次为 $p = d = 1$ 、 $m = n_d = 2$ 的 RBF-ARMA 模型, 其待估计的参数向量为

$$\boldsymbol{\omega} = [-0.09, 0.07, 0.10, -0.09, 0.05, 0.14]^T,$$

$$\mathbf{d} = [-0.35, 0.22]^T, \boldsymbol{\lambda} = [-0.53, 0.70]^T,$$

$$\boldsymbol{\mu} = [0.09, 0.10]^T, \boldsymbol{\gamma} = [\boldsymbol{\omega}^T, \mathbf{d}^T, \boldsymbol{\lambda}^T, \boldsymbol{\mu}^T]^T.$$

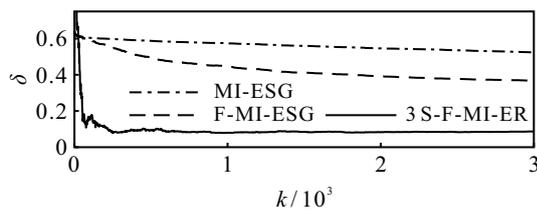
仿真时, 噪声 $\{v(k)\}$ 采用 0 均值、方差为 σ^2 的白噪声序列. 数据长度取为 $L = 3300$, 其中前 $L_e = 3000$ 个数据用于模型参数估计, 剩余 $L_r = 300$ 个数据用于模型验证. 定义参数估计误差 $\delta := \|\hat{\boldsymbol{\gamma}}(k) - \boldsymbol{\gamma}\|/\|\boldsymbol{\gamma}\|$.

为了验证所提出滤波算法的有效性,并展示不同新息长度 l 对算法参数估计精度的影响,在噪声方差 $\sigma^2 = 0.10^2$ 时,分别取新息长度 $l = 1, l = 3$ 和 $l = 6$,运用 F-MI-ESG 算法和 3 S-F-MI-ER 算法估计模型参数.此外,为了体现所提出滤波算法的优越性,将其与未

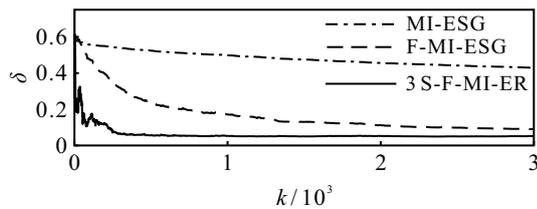
引入数据滤波的多新息增广随机梯度(MI-ESG)算法进行比较. MI-ESG 算法、F-MI-ESG 算法和 3 S-F-MI-ER 算法在 $k = 3000$ 时不同新息长度下的参数估计误差如表 1 第 1 列~第 4 列所示,参数估计误差随递推次数 k 变化的曲线如图 2 所示.

表 1 不同新息长度和噪声方差下算法参数估计误差 δ %

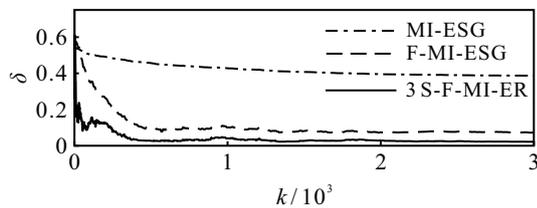
算法	新息长度 $l (\sigma^2 = 0.10^2)$			噪声方差 $\sigma^2 (l = 6)$		
	1	3	6	0.10 ²	0.12 ²	0.14 ²
MI-ESG	52.4263	42.9752	38.7014	38.7014	39.1110	40.2845
F-MI-ESG	36.8064	9.0104	7.2799	7.2799	11.3918	16.1154
3 S-F-MI-ER	8.6787	5.1734	2.1916	2.1916	3.6172	6.9016



(a) $l=1$ 时算法参数估计误差比较



(b) $l=3$ 时算法参数估计误差比较

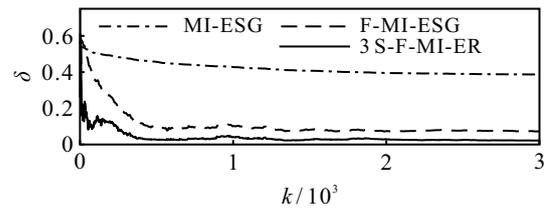


(c) $l=6$ 时算法参数估计误差比较

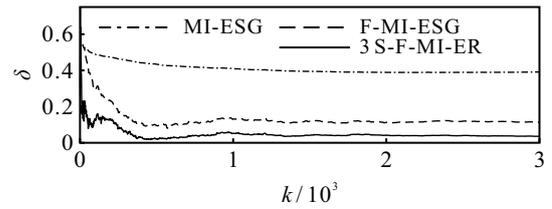
图 2 不同新息长度下算法参数估计误差随 k 变化曲线

为了展示不同程度的噪声干扰对算法参数估计效果的影响,在新息长度 $l = 6$ 时,分别取噪声方差 $\sigma^2 = 0.10^2, \sigma^2 = 0.12^2$ 和 $\sigma^2 = 0.14^2$,运用 MI-ESG 算法、F-MI-ESG 算法和 3 S-F-MI-ER 算法估计模型参数. 3 个算法在 $k = 3000$ 时不同噪声方差下的参数估计误差如表 1 后 3 列所示,参数估计误差随递推次数 k 变化的曲线如图 3 所示.

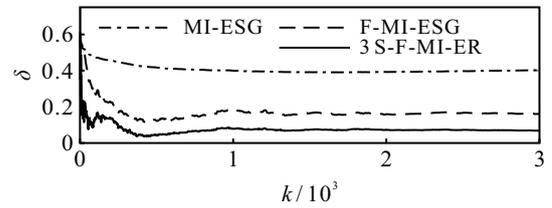
对于模型验证,利用算法在递推次数 $k = 3000$ 时的参数估计值构造估计模型,得到预测输出 $\hat{s}(k)$. 采用余下的 $L_r = 300$ 个数据来检验估计模型的预测效果,并利用均方根误差 (root mean square error, RMSE) $\sqrt{\frac{1}{L_r} \sum_{k=L_e+1}^{L_e+L_r} [\hat{s}(k) - s(k)]^2}$ 衡量真实输出 $s(k)$ 与预测输出 $\hat{s}(k)$ 间的误差. 置噪声方差 $\sigma^2 = 0.10^2$,



(a) $\sigma^2 = 0.10^2$ 时算法参数估计误差比较



(b) $\sigma^2 = 0.12^2$ 时算法参数估计误差比较



(c) $\sigma^2 = 0.14^2$ 时算法参数估计误差比较

图 3 不同噪声方差下算法参数估计误差随 k 变化曲线

MI-ESG 算法、F-MI-ESG 算法和 3 S-F-MI-ER 算法在不同新息长度 $l = 1, l = 3$ 和 $l = 6$ 下的均方根误差如图 4(a) 所示;置新息长度 $l = 6$, 3 个算法在不同噪声方差 $\sigma^2 = 0.10^2, \sigma^2 = 0.12^2$ 和 $\sigma^2 = 0.14^2$ 下的均方根误差如图 4(b) 所示.

通过该仿真实验可得到如下结论.

1) 由图 2 和图 3 可见: F-MI-ESG 算法和 3 S-F-MI-ER 算法的参数估计误差随着递推次数 k 的增加而不断减小,这表明所提出算法能够有效估计 RBF-ARMA 模型的参数.

2) 由表 1 和图 2 可见:随着新息长度 l 的增加,算法参数估计误差逐渐减小,这表明新息长度的引入能够有效提高算法的参数估计精度.

3) 对比表 1 与图 2 和图 3 中的结果可以看出:在

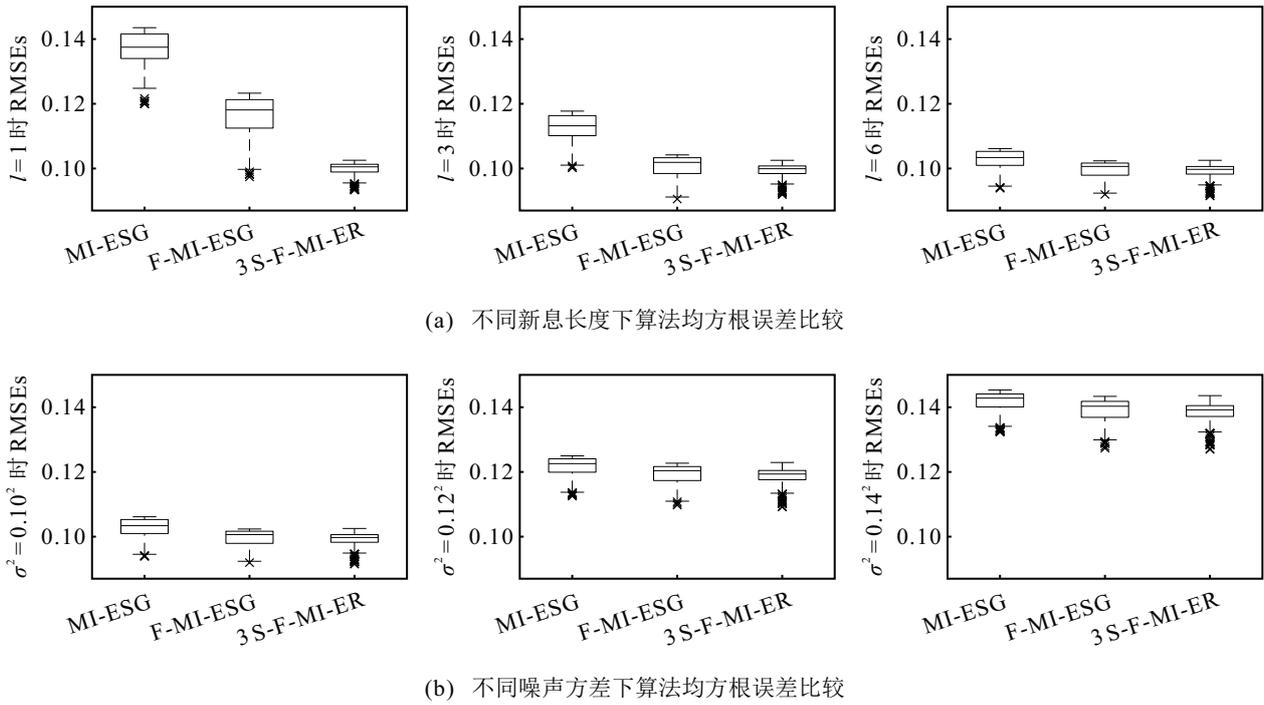


图4 不同新息长度和噪声方差下算法均方根误差比较

相同的新息长度和噪声条件下, F-MI-ESG 算法与 3 S-F-MI-ER 算法的参数估计精度远高于 MI-ESG 算法, 这表明数据滤波的引入能够有效降低有色噪声对参数估计的影响, 从而提高参数估计精度. 此外, 基于分解技术提出的 3S-F-MI-ER 算法的参数估计效果在这 3 个算法中最好, 这表明分解技术的引入能够进一步改善滤波算法的参数估计结果.

4) 对比图 4 中的结果可以看出: 在相同的新息长度和噪声条件下, 相较于 MI-ESG 算法, F-MI-ESG 算法与 3 S-F-MI-ER 算法具有更小的均方根误差, 且其均方根误差接近噪声的标准差, 这表明基于所提出滤波算法得到的估计模型具有很好的预测性能, 能够有效刻画非线性过程动态.

5 结论

本文研究了滑动平均噪声干扰下基于径向基函数的非线性自回归模型的滤波递推参数估计方法. 基于数据滤波, 利用递推搜索, 结合多新息辨识理论和分解技术, 提出了辨识该类径向基函数非线性模型的滤波多新息增广随机梯度算法和三阶段滤波多新息增广递推算法. 仿真实验结果表明, 所提出滤波算法能够显著降低有色噪声对参数估计的干扰, 从而有效改善参数估计精度, 实现非线性动态过程的高精度拟合, 相较于未引入数据滤波的算法有明显的优势. 尽管本文考虑的是滑动平均噪声干扰的情况, 但是所提出算法可推广至自回归噪声干扰和自回归滑动平均噪声干扰下的情况.

参考文献(References)

- [1] 潘雅璞, 谢莉, 杨慧中. 基于 KRLS 的非均匀采样非线性系统辨识[J]. 控制与决策, 2021, 36(12): 3049-3055. (Pan Y P, Xie L, Yang H Z. Identification of non-uniformly sampled nonlinear systems based on KRLS[J]. Control and Decision, 2021, 36(12): 3049-3055.)
- [2] Bianchi F, Breschi V, Piga D, et al. Model structure selection for switched NARX system identification: A randomized approach[J]. Automatica, 2021, 125: 109415.
- [3] Sivaranjani S, Agarwal E, Gupta V. Data-driven identification of dissipative linear models for nonlinear systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2022, 67(9): 4978-4985.
- [4] 刘艳君, 韩萍, 马君霞. 基于 Householder 变换的贪婪正交最小二乘辨识算法[J]. 控制与决策, 2022, 37(9): 2281-2286. (Liu Y J, Han P, Ma J X. Greedy orthogonal least squares identification algorithm based on Householder transformation[J]. Control and Decision, 2022, 37(9): 2281-2286.)
- [5] Brouri A, Kadi L, Lahdachi K. Identification of nonlinear system composed of parallel coupling of Wiener and Hammerstein models[J]. Asian Journal of Control, 2022, 24(3): 1152-1164.
- [6] Cheng C M, Bai E W, Peng Z K. Identification of sparse Volterra systems: An almost orthogonal matching pursuit approach[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2022, 67(4): 2027-2032.
- [7] 李峰, 罗印升, 李博, 等. 基于组合式信号源的 Hammerstein-Wiener 模型辨识方法[J]. 控制与决策,

- 2022, 37(11): 2959-2967.
(Li F, Luo Y S, Li B, et al. Identification method of the Hammerstein-Wiener model based on combined signal sources[J]. Control and Decision, 2022, 37(11): 2959-2967.)
- [8] 张霄, 丁锋. 双线性状态空间系统的状态观测器设计[J]. 控制与决策, 2023, 38(1): 274-280.
(Zhang X, Ding F. State observers for bilinear state-space systems[J]. Control and Decision, 2023, 38(1): 274-280.)
- [9] Zhang G P. Time series forecasting using a hybrid ARIMA and neural network model[J]. Neurocomputing, 2003, 50: 159-175.
- [10] Peng H, Ozaki T, Haggan-Ozaki V, et al. A parameter optimization method for radial basis function type models[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2003, 14(2): 432-438.
- [11] Tian X Y, Peng H, Zhou F, et al. RBF-ARX model-based fast robust MPC approach to an inverted pendulum[J]. ISA Transactions, 2019, 93: 255-267.
- [12] Zhang X L, Cheng L, Hao S, et al. Optimization design of RBF-ARX model and application research on flatness control system[J]. Optimal Control Applications and Methods, 2017, 38(1): 19-35.
- [13] 罗竹. RBF-ARX模型在船舶航向保持系统建模中的应用[J]. 控制工程, 2019, 26(7): 1348-1352.
(Luo Z. Application of RBF-ARX model in the ship course-keeping system[J]. Control Engineering of China, 2019, 26(7): 1348-1352.)
- [14] Chen Q Y, Chen L, Su J N, et al. Model selection for RBF-ARX models[J]. Applied Soft Computing, 2022, 121: 108723.
- [15] Zeng X Y, Peng H, Zhou F. A regularized SNPOM for stable parameter estimation of RBF-AR(X) model[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2018, 29(4): 779-791.
- [16] Gan M, Li H X, Peng H. A variable projection approach for efficient estimation of RBF-ARX model[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2015, 45(3): 462-471.
- [17] Chen G Y, Gan M, Ding F, et al. Modified gram—Schmidt method-based variable projection algorithm for separable nonlinear models[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2019, 30(8): 2410-2418.
- [18] Chen G Y, Chen L, Cheng C, et al. A novel expectation-maximization-based separable algorithm for parameter identification of RBF-AR model[J]. Nonlinear Dynamics, 2021, 104(4): 4023-4034.
- [19] Zhou Y H, Ma F Y, Ding F, et al. Parameter identification of a nonlinear radial basis function-based state-dependent autoregressive network with autoregressive noise via the filtering technique and the multiinnovation theory[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2020, 30(17): 7619-7634.
- [20] 周怡红. 基于径向基函数的非线性模型递推参数估计[D]. 无锡: 江南大学, 2023.
(Zhou Y H. Recursive parameter estimation for radial basis function-based nonlinear models[D]. Wuxi: Jiangnan University, 2023.)

作者简介

周怡红(1995—), 女, 讲师, 博士, 从事系统辨识、模型预测控制等研究, E-mail: yhzhou1121@126.com;

张霄(1994—), 女, 副教授, 博士, 从事系统辨识、状态估计等研究, E-mail: xzhang@jiangnan.edu.cn;

丁锋(1963—), 男, 教授, 博士, 博士生导师, 从事系统辨识、自适应控制等研究, E-mail: fding@jiangnan.edu.cn.