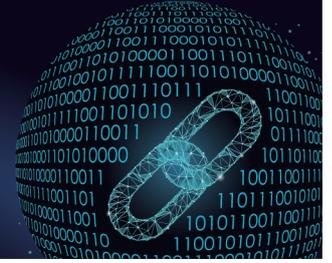




中国科技期刊卓越行动计划项目入选期刊

# 控制与决策

CONTROL AND DECISION



## 基于对偶概率语言综合距离测度和后悔理论的多属性群决策方法

姜广田, 宋安斌

引用本文:

姜广田, 宋安斌. 基于对偶概率语言综合距离测度和后悔理论的多属性群决策方法[J]. 控制与决策, 2024, 39(10): 3459–3468.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2023.0839>

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### 基于语言共识模型的电子商务信用风险评价方法

An approach to E-commerce credit risk assessment based on linguistic consensus model

控制与决策. 2021, 36(6): 1465–1471 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1398>

#### 考虑个体累积共识贡献的犹豫模糊语言自适应共识模型

Adaptive consensus model with hesitant fuzzy linguistic information considering individual cumulative consensus contribution

控制与决策. 2021, 36(1): 187–195 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0556>

#### 基于犹豫度和相似度的专家权重确定方法及其应用

Expert weights determination method and application based on hesitancy degree and similarity measure

控制与决策. 2021, 36(6): 1482–1488 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1382>

#### 大群体应急决策中考虑属性关联的偏好信息融合方法

Preference information fusion method of large groups emergency decision-making based on attributes association

控制与决策. 2021, 36(10): 2537–2546 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0117>

#### 考虑时间序列的动态大群体应急决策方法

Dynamic large group emergency decision-making method considering time series

控制与决策. 2020, 35(11): 2609–2618 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0088>

# 基于对偶概率语言综合距离测度和后悔理论的多属性群决策方法

姜广田<sup>†</sup>, 宋安斌

(大连交通大学 经济管理学院, 辽宁 大连 116028)

**摘要:** 对偶概率语言术语集(DPLTSs)能够同时在隶属度和非隶属度角度表达决策者的评价信息,在处理多属性群决策(MAGDM)问题时更具有效性. 首先,针对目前DPLTSs距离测度的不足,提出一种新的综合距离测度方式,能够在无需进行元素个数拓展的情况下精确表征DPLTSs之间的差异;然后,基于评价相似性与DPLTSs专家可信度矩阵给出专家权重的求解方法;接着,构建群体共识的反馈调节步骤,从而得到所需的决策矩阵;再次,依据离差最大化思想计算属性权重,并构建基于后悔理论的MAGDM决策方法;最后,以新能源车企重型卡车研发策略的选择问题为例进行数值分析,在解决实际问题的同时验证所提出方法的适用性和有效性,并通过灵敏度分析和对比分析进一步验证所提出方法的稳定性和合理性.

**关键词:** 对偶概率语言术语集; 多属性群决策; 距离测度; 共识达成; 后悔理论

中图分类号: C934

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2023.0839

引用格式: 姜广田, 宋安斌. 基于对偶概率语言综合距离测度和后悔理论的多属性群决策方法[J]. 控制与决策, 2024, 39(10): 3459-3468.

## Multi-attribute group decision-making method based on dual probabilistic linguistic integrated distance measure and regret theory

JIANG Guang-tian<sup>†</sup>, SONG An-bin

(School of Economics and Management, Dalian Jiaotong University, Dalian 116028, China)

**Abstract:** Dual probabilistic linguistic term sets (DPLTSs) are able to express the evaluation information of decision makers in both membership degree and non-membership degree, which is more effective in dealing with multi-attribute group decision-making (MAGDM) problems. First, to address the shortcomings of the current research on distance measures of the DPLTSs, this paper proposes a new integrated distance measure that can accurately characterize the differences between the DPLTSs without extending the number of probabilistic linguistic term elements. Second, the method of determining expert weights is given based on the similarity of evaluations and experts' trustworthiness; then, the specific steps of reaching group consensus are constructed and the required decision matrix is obtained. Third, the attribute weights are calculated based on the deviation maximization method, and the MAGDM decision method based on regret theory is constructed. Finally, the numerical analysis of the heavy-duty truck research and development strategy selection for a new energy vehicle enterprise is carried out as an example to verify the applicability and effectiveness of the method; and the stability and rationality are further verified through sensitivity analysis and comparative analysis.

**Keywords:** dual probabilistic linguistic term sets; multi-attribute group decision-making; distance measure; consensus-reaching; regret theory

## 0 引言

面对复杂不确定决策问题时,人们往往难以凭借自身经验和思维用一个精确的数值来表达自己的观

点,而类似于“前景较好”“预期收益高”“风险较大”等定性的语言评价更加符合直觉.为此,Zadeh<sup>[1]</sup>提出了语言变量的概念,使用灵活且符合人类描述

收稿日期: 2023-06-15; 录用日期: 2023-10-25.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71771043); 辽宁省教育厅项目(LJKR0195).

责任编辑: 徐泽水.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: jgt500@163.com.

\*本文附带电子附录文件,可登录本刊官网该文“资源附件”区自行下载阅览.

习惯的词语或短语表征决策信息.而在实际决策过程中,单一的语言变量可能不足以详尽表达决策者的描述信息,为此,Rodriguez等<sup>[2]</sup>提出了犹豫模糊语言术语集(hesitant fuzzy linguistic term set, HFLTS)的概念,允许决策者同时使用多个语言术语表达评价意见.但随着信息时代的快速发展,决策问题愈发复杂,人们需要赋予不同的语言术语以不同的重要性或概率<sup>[3]</sup>.针对这一问题,Pang等<sup>[4]</sup>提出概率语言术语集(PLTSs)的概念,并规定其基本的运算规则. PLTSs由所有可能的语言术语及对应的概率组成,具有强大的现实适用性.

由于PLTSs能够高效准确地表达评价信息,诸多学者对其展开一系列研究:在基础概念方面,Bai等<sup>[5]</sup>、Lin等<sup>[6]</sup>、方冰等<sup>[7]</sup>对PLTSs的比较可能度进行了研究,并将研究成果引入到多属性决策问题中.Zhang等<sup>[8]</sup>对概率语言环境下的模糊偏好关系展开研究,提出了一种基于一致性和共识标准的共识达成方法.方冰等<sup>[9]</sup>针对以往PLTSs距离测度计算失真的问题进行改进,提出了一种新的距离测度方式.在决策方法上,PLTSs的应用也取得了一系列成果.Lin等<sup>[10]</sup>提出了基于集中度的PLTSs得分函数,并据此构建了TOPSIS和VIKOR决策方法.刘培德等<sup>[11]</sup>建立了PLTSs环境下的共识达成模型和ORESTE决策方法.张发明等<sup>[12]</sup>考虑了决策者的有限理性心理特征,结合EDAS方法对备选方案进行排序.

事实证明,在复杂多变的决策环境中,PLTSs能够科学准确地表达决策者的评价信息,但其仍具有一定的局限性.由于PLTSs仅包含隶属度集合,诸如“至少还不差”“起码不会好”等模糊评价意见难以通过PLTSs有效表达.作为概率语言术语集的拓展研究,对偶概率语言术语集的出现<sup>[13]</sup>弥补了上述局限,使决策者能够同时在隶属度和非隶属度角度进行评价.提出DPLTSs的概念后,Xie等<sup>[14]</sup>对DPLTSs的相关系数进行研究,并根据所提出的相关系数判断备选方案与理想方案的贴近度选出最优方案.针对决策实践中出现的信息缺失问题,Xie等<sup>[15]</sup>给出一种基于DPLTSs一致性指数的信息补全方法,构建了基于不完全对偶概率语言偏好关系(IDPLPRs)的数据包络分析模型进行方案排序.针对DPLTSs填值拓展方式可能会导致原始评价信息扭曲或信息丢失的问题,戚筱雯等<sup>[16]</sup>提出DPLTSs的最小公倍数拓展法,并基于新的拓展方式定义DPLTSs模糊熵和交叉熵,构建了具有双层评价准则的决策框架.

在DPLTSs的距离测度方面,现有研究主要从语

言元素个体差异的角度进行定义.虽然这种距离测度能够衡量每个语言元素的微观差异,但通过累加这种差异来计算DPLTSs的距离可能会出现计算失真的情况.此外,由于实际决策中出现的DPLTSs元素个数往往不同,需要对其进行拓展,而无论是主观填值拓展法<sup>[4,13]</sup>、概率分裂拓展法<sup>[17]</sup>,还是最小公倍数拓展法<sup>[16]</sup>等,都会导致原始评价信息的扭曲或大幅增加计算量.这些缺点不利于使用DPLTSs工具处理日益复杂且繁多的决策信息.针对这一问题,本文从DPLTSs的集合整体特征角度出发,提出一种基于语言术语集合期望、方差及元素个数的综合距离测度方式,并通过数值对比验证新型距离测度的准确性和有效性.

同时发现DPLTSs环境下的决策方法仍存在一定不足.一方面,现有决策方法大多基于决策者完全理性的假设,并未考虑决策者后悔规避或损失规避的心理行为.而实际上,相关研究成果表明在决策问题中,考虑决策者的非理性因素有助于取得更符合实际的决策结果<sup>[18]</sup>.因此,如何在对偶概率语言多属性群决策问题中合理有效地纳入对决策者非理性因素的考量具有现实意义.另一方面,现有方法忽视了群决策过程中决策者之间可能会出现意见冲突情况,且群体共识达成往往涉及评价信息的集成、冲突意见的识别、决策矩阵的更新等.在这些环节中需要处理大量的评价信息,而DPLTSs的构成又相对复杂,因此,DPLTSs环境下的共识达成步骤值得深入研究.

通过以上分析,本文针对属性权重和专家权重未知的MAGDM问题,首先对已有DPLTSs距离测度的局限性进行探讨,给出一种新的基于集合整体特征的DPLTSs综合距离测度;其次对于专家权重提出一种基于专家评价相似度和DPLTSs信任矩阵的求解方法,并构建一种具有反馈调节过程的专家共识达成方法,从而得到决策矩阵;再次通过离差最大化方法得出属性权重;最后结合后悔理论给出一种考虑决策者非理性影响因素的MAGDM方法,并通过算例求解、灵敏度分析、对比分析验证所提出模型的可行性、稳定性和有效性.

## 1 基础知识

**定义1**<sup>[13]</sup> 设一个离散的语言术语集  $S = \{s_t | t = -\tau, \dots, -1, 0, 1, \dots, \tau\}$ ,  $X$  为一个固定集合,则在集合  $S$  上的一个DPLTS可以定义为

$$D = \{ \langle x, L(p), U(q) \rangle | x \in X \},$$

$$L(p) = \left\{ s_L^{(i)}(p^{(i)}) | s_L^{(i)} \in S, \sum_{i=1}^{\#L(p)} p^{(i)} \leq 1 \right\}.$$

$$U(q) = \left\{ s_U^{(j)}(q^{(j)}) \mid s_U^{(j)} \in S, \sum_{j=1}^{\#U(q)} q^{(j)} \leq 1 \right\}.$$

其中:  $p^{(i)} \geq 0, i = 1, 2, \dots, \#L(p); s_L^{(i)}(p^{(i)})$  为隶属度集合中的语言术语元素及其相应概率;  $\#L(p)$  为元素个数;  $q^{(j)} \geq 0, j = 1, 2, \dots, \#U(q); s_U^{(j)}(q^{(j)})$  为非隶属度集合中的语言术语元素及其相应概率;  $\#U(q)$  为元素个数.  $L(p)$  和  $U(q)$  中的所有元素均按照从小到大的方式升序排列, 在不引起混淆的前提下, 为简化表达, 下文用  $D = \{\langle L(p), U(q) \rangle\}$  表示所出现的 DPLTSs.

**定义 2**<sup>[13]</sup> 对于给定的  $D = \{\langle L(p), U(q) \rangle\} = \{\{s_L^{(i)}(p^{(i)})\}, \{s_U^{(j)}(q^{(j)})\}\}$ , 其期望函数定义为

$$E(D) = \bar{\alpha} - \bar{\beta}. \tag{1}$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{\alpha} &= \frac{\sum_{i=1}^{\#L(p)} \mu^{(i)} p^{(i)}}{\sum_{i=1}^{\#L(p)} p^{(i)}}, \\ \bar{\beta} &= \frac{\sum_{j=1}^{\#U(q)} \nu^{(j)} q^{(j)}}{\sum_{j=1}^{\#U(q)} q^{(j)}}, \\ \mu^{(i)} &= g(s_L^{(i)}), \nu^{(j)} = g(s_U^{(j)}). \end{aligned}$$

函数  $g(s_t)$  为可逆等价转换公式

$$g(s_t) = \frac{t}{2\tau} + \frac{1}{2}, \tag{2}$$

$t$  为语言术语的下标值.

DPLTSs 的精确度函数定义为

$$\begin{aligned} \sigma(D) &= \frac{\left( \sum_{i=1}^{\#L(p)} (p^{(i)} (\mu^{(i)} - \bar{\alpha}))^2 \right)^{\frac{1}{2}}}{\sum_{i=1}^{\#L(p)} p^{(i)}} + \\ &\quad \frac{\left( \sum_{j=1}^{\#U(q)} (q^{(j)} (\nu^{(j)} - \bar{\beta}))^2 \right)^{\frac{1}{2}}}{\sum_{j=1}^{\#U(q)} q^{(j)}}. \end{aligned} \tag{3}$$

DPLTSs 的比较规则定义如下: 对于给定的  $D_1 = \{\langle L_1(p), U_1(q) \rangle\}, D_2 = \{\langle L_2(p), U_2(q) \rangle\}$ , 若  $E(D_1) > E(D_2)$  则表明  $D_1$  优于  $D_2$ , 即  $D_1 \succ D_2$ ; 若  $E(D_1) < E(D_2)$ , 则表明  $D_1$  劣于  $D_2$ , 即  $D_1 \prec D_2$ . 当  $E(D_1) = E(D_2)$  时, 若  $\sigma(D_1) > \sigma(D_2)$ , 则  $D_1 \succ D_2$ ; 若  $\sigma(D_1) < \sigma(D_2)$ , 则  $D_1 \prec D_2$ ; 若  $\sigma(D_1) = \sigma(D_2)$ , 则  $D_1 \approx D_2$ .

## 2 对偶概率语言术语集距离测度

现有距离测度主要通过针对不同 DPLTSs 对应集合上的所有单个元素进行区分, 并将差值进行加和来

进行. 下面先将现有距离测度进行简要归纳, 进而根据 DPLTSs 的集合整体特征提出一种新的综合距离测度.

### 2.1 基于元素差异的距离测度

**定义 3**<sup>[13]</sup> 对于术语集  $S$  上给定的两个 DPLTSs,  $D_a = \{\langle L_a(p), U_a(q) \rangle\}$  和  $D_b = \{\langle L_b(p), U_b(q) \rangle\}$ , 两者之间的距离定义为

$$\begin{aligned} d_1(D_a, D_b) &= \\ &\left[ \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\#L(p)} \sum_{i=1}^{\#L(p)} (I(s_{L_a}^{(i)}) p_a^{(i)} - I(s_{L_b}^{(i)}) p_b^{(i)})^2 + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \frac{1}{\#U(q)} \sum_{j=1}^{\#U(q)} (I(s_{U_a}^{(j)}) q_a^{(j)} - I(s_{U_b}^{(j)}) q_b^{(j)})^2 \right) \right]^{\frac{1}{2}}, \end{aligned} \tag{4}$$

其中  $I(s_{L_a}^{(i)})$  为语言术语  $s_{L_a}^{(i)}$  的下标, 其余表示同理.

**定义 4**<sup>[14]</sup> DPLTSs 的广义规范化距离定义为

$$\begin{aligned} d_2(D_a, D_b) &= \\ &\left[ \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\#L(p)} \sum_{i=1}^{\#L(p)} \left| \frac{I(s_{L_a}^{(i)})}{\tau} p_a^{(i)} - \frac{I(s_{L_b}^{(i)})}{\tau} p_b^{(i)} \right|^\lambda + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \frac{1}{\#U(q)} \sum_{j=1}^{\#U(q)} \left| \frac{I(s_{U_a}^{(j)})}{\tau} q_a^{(j)} - \frac{I(s_{U_b}^{(j)})}{\tau} q_b^{(j)} \right|^\lambda \right) \right]^{\frac{1}{\lambda}}. \end{aligned} \tag{5}$$

当  $\lambda = 1$  时, 上述广义规范化距离测度退化为规范化汉明距离; 当  $\lambda = 2$  时, 退化为规范化欧几里得距离.

**定义 5**<sup>[16]</sup> DPLTSs 的广义规范化距离定义为

$$\begin{aligned} d_3(D_a, D_b) &= \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\#L(p)} \sum_{i=1}^{\#L(p)} |\mu_a^{(i)} p_a^{(i)} - \mu_b^{(i)} p_b^{(i)}|^\lambda + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \frac{1}{\#U(q)} \sum_{j=1}^{\#U(q)} |\nu_a^{(j)} q_a^{(j)} - \nu_b^{(j)} q_b^{(j)}|^\lambda \right) \right]^{\frac{1}{\lambda}}. \end{aligned} \tag{6}$$

其中:  $\mu^{(i)} = g(s_L^{(i)}), \nu^{(j)} = g(s_U^{(j)})$ .

上述 DPLTSs 距离测度方式均存在一定的局限性: 一方面, 上述距离测度都是建立在两个 DPLTSs 所包含的元素个数相同的基础上, 而在处理实际决策问题时这一条件往往难以达成; 另一方面, 上述距离测度反映的是 DPLTSs 所含元素的微观差异, 但当不同 DPLTSs 语言术语下标值或转换值与对应概率乘积相同时, 会出现计算失真的情况, 此时无法根据上述距离测度进行有效区分. 具体见例 1.

**例 1** 在术语集  $S = \{s_t \mid t = -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$  上, 给定若干元素个数相同的 DPLTSs 如下:

$$D_1 = \{\langle s_0(0.6), s_2(0.4) \rangle, \langle s_{-4}(0.2), s_3(0.8) \rangle\},$$

$$D_2 = \{\langle s_0(0.2), s_1(0.8) \rangle, \langle s_{-2}(0.4), s_4(0.6) \rangle\},$$

$$D_3 = \{\langle s_{-5}(0.2), s_1(0.8) \rangle, \langle s_{-3}(0.6), s_4(0.4) \rangle\},$$

$$D_4 = \{\langle s_{-5}(0.4), s_3(0.6) \rangle, \langle s_{-2}(0.4), s_1(0.6) \rangle\}.$$

利用上述距离公式分别求其距离,结果如表1所示.

表1 不同距离测度方式计算结果对比

	$d_1$	$d_2$		$d_3$	
		$\lambda = 1$	$\lambda = 2$	$\lambda = 1$	$\lambda = 2$
$d(D_1, D_2)$	0	0	0	0.15	0.158
$d(D_3, D_4)$	1	0.2	0.2	0	0

由表1可见,使用 $d_1$ 与 $d_2$ 对 $d(D_1, D_2)$ 进行计算所得结果均为0,而显然 $D_1 \neq D_2$ ,这表明上述距离测度在此情况下出现了计算失真的情况.使用 $d_3$ 对 $d(D_3, D_4)$ 进行计算所得结果为0,而 $D_3 \neq D_4$ ,同样出现了计算失真的情况.这种计算失真情况可能会导致决策过程出现失误,因此需要对以上距离测度方式进行改进,以提高其区分能力.

### 2.2 基于集合整体特征的距离测度

与从衡量语言元素微观差异来定义距离测度不同的是, Lin等<sup>[6]</sup>基于PLTSs的均值和方差特征,提出了一种从集合整体角度出发的二元距离测度方式,但未考虑到不同PLTSs元素个数差异的影响.而语言元素个数往往反映了决策者在几个评价价值之间犹豫不决的信息,且不同PLTSs均值和方差相等时其元素个数是有可能不同的.因此本文提出一种改进的DPLTSs距离测度方式,能够在反映不同DPLTSs期望与方差区别的同时,考虑其元素个数的差异.

**定义6** 对于 $S = \{s_t | t = -\tau, \dots, -1, 0, 1, \dots, \tau\}$ 上两个给定的DPLTSs,  $D_a = \{\langle L_a(p), U_a(q) \rangle\}$ 和 $D_b = \{\langle L_b(p), U_b(q) \rangle\}$ ,定义其元素个数差异为

$$\eta(D_a, D_b) = \frac{1}{2} \left( \frac{|\#L_a(p) - \#L_b(p)| + |\#U_a(q) - \#U_b(q)|}{2\tau + 1} \right), \quad (7)$$

其中 $\#L_a(p)$ 等表示对应集合所包含的元素个数.

**定义7** 对于给定的两个DPLTSs $D_a$ 和 $D_b$ ,将改进的综合距离测度定义为

$$d_{\text{new}}(D_a, D_b) = \frac{1}{2} \alpha \left( \left| \sum_i^{\#L_a} p_a^{(i)} f(\mu_a^{(i)}) - \sum_k^{\#L_b} p_b^{(k)} f(\mu_b^{(k)}) \right| + \left| \sum_j^{\#U_a} q_a^{(j)} f(\nu_a^{(j)}) - \sum_l^{\#U_b} q_b^{(l)} f(\nu_b^{(l)}) \right| \right) + (1 - \alpha) \eta(D_a, D_b), \quad (8)$$

其中 $\alpha$ 为重要性系数,  $0 \leq \alpha \leq 1$ .当 $\alpha = 1$ 时,式(8)退化为仅考虑DPLTSs期望和方差的距离测度公式;当 $\alpha = 0$ 时上式退化为DPLTSs的长度差异公式.函

数 $f(x) = 1.5x - 0.5x^2$ ,在 $x \in [0, 1]$ 时一阶导数 $f'(x) > 0$ ,二阶导数 $f''(x) < 0$ ,因此在区间 $[0, 1]$ 内是严格单增的凹函数.利用该函数进行非线性变换的综合距离测度能够通过较为简单的运算过程同时反映DPLTSs的期望和方差差异,且无需对不同DPLTSs统一元素个数.此外,通过引入重要性系数 $\alpha$ ,使得上述距离测度方式具备了反映不同DPLTSs长度差异的能力.其良好性质可通过定理1概括.

**定理1** 上述综合距离测度满足以下性质:

- 1) 有界性,  $0 \leq d_{\text{new}}(D_a, D_b) \leq 1$ ;
- 2) 交换性,  $d_{\text{new}}(D_a, D_b) = d_{\text{new}}(D_b, D_a)$ ;
- 3) 当 $D_a = D_b$ 时,  $d_{\text{new}}(D_a, D_b) = 0$ .

使用式(8)对例1进行计算,令 $\alpha = 0.8$ ,得到 $d_{\text{new}}(D_1, D_2) = 0.003$ ,  $d_{\text{new}}(D_3, D_4) = 0.038$ .可见,所提出距离测度能够有效改善以往距离测度计算失真的情况.为进一步探究有效性,下面给出更一般的例子进行说明.

**例2** 在术语集 $S = \{s_t | t = -5, -4, \dots, 5\}$ 上给出 $D_1, D_2, D_3, D_4$ ,具体如下:

$$\begin{aligned} & \{\langle s_1(0.6), s_2(0.4) \rangle, \langle s_{-4}(0.2), s_{-3}(0.5), s_0(0.3) \rangle\}; \\ & \{\langle s_0(0.2), s_1(0.2), s_3(0.6) \rangle, \langle s_{-2}(0.4), s_{-1}(0.6) \rangle\}; \\ & \{\langle s_{-4}(0.5), s_{-2}(0.3), s_{-1}(0.2) \rangle, \\ & \langle s_2(0.6), s_3(0.3), s_4(0.1) \rangle\}; \\ & \{\langle s_{-3}(0.7), s_{-2}(0.1), s_{-1}(0.2) \rangle, \\ & \langle s_0(0.5), s_3(0.1), s_4(0.4) \rangle\}. \end{aligned}$$

利用上述距离公式分别求解它们之间的距离,其中对不同元素个数的DPLTSs使用最小公倍数法<sup>[16]</sup>拓展对齐.计算结果如表2所示,大小排序如表3所示.

由表2可见,相比于其他距离测度,本文距离测度 $d_{\text{new}}$ 在所得结果均处于区间 $[0, 1]$ 的前提下拥有更好的区分度.此外,由于给出的若干DPLTSs其元素个数差异较小而期望与方差差异较大,当 $\alpha = 0.8$ 时 $d_{\text{new}}$ 计算所得结果均大于 $\alpha = 0.5$ 时,在实际决策时应根据决策者的具体需要确定合适的 $\alpha$ 取值.

由表3可见,对于例3给出的若干DPLTSs,各种测度方式排序大体相同.而利用距离测度 $d_3$ 在对 $d(D_1, D_2)$ 和 $d(D_3, D_4)$ 进行排序时,结果与其余测度方式不一致.这是由于 $d_3$ 所得结果整体偏小,在处理部分距离时区分度较差.而利用距离测度 $d_{\text{new}}$ 得到的排序结果与 $d_1, d_2$ 完全一致,体现了 $d_{\text{new}}$ 在区分度和精度上的良好性能.此外,从计算过程看, $d_{\text{new}}$ 无需对不同DPLTSs的长度进行统一,降低了计算复杂度.

表2 不同距离测度方式计算结果对比

测度方式	$d(D_1, D_2)$	$d(D_1, D_3)$	$d(D_1, D_4)$	$d(D_2, D_3)$	$d(D_2, D_4)$	$d(D_3, D_4)$	需要对齐	
$d_1$	0.443	0.853	0.755	1.022	0.994	0.364	是	
$d_2$	$\lambda = 1$	0.070	0.152	0.135	0.197	0.180	0.057	是
	$\lambda = 2$	0.089	0.171	0.151	0.205	0.199	0.073	是
$d_3$	$\lambda = 1$	0.061	0.084	0.071	0.098	0.097	0.062	是
	$\lambda = 2$	0.075	0.101	0.080	0.128	0.119	0.075	是
$d_{new}$	$\alpha = 0.8$	0.143	0.388	0.343	0.513	0.468	0.044	否
	$\alpha = 0.5$	0.124	0.259	0.232	0.338	0.310	0.028	否

表3 不同距离测度方式计算结果排序

测度方式	大小关系	
$d_1$	$d(D_2, D_3) > d(D_2, D_4) > d(D_1, D_3) > d(D_1, D_4) > d(D_1, D_2) > d(D_3, D_4)$	
$d_2$	$\lambda = 1$	$d(D_2, D_3) > d(D_2, D_4) > d(D_1, D_3) > d(D_1, D_4) > d(D_1, D_2) > d(D_3, D_4)$
	$\lambda = 2$	$d(D_2, D_3) > d(D_2, D_4) > d(D_1, D_3) > d(D_1, D_4) > d(D_1, D_2) > d(D_3, D_4)$
$d_3$	$\lambda = 1$	$d(D_2, D_3) > d(D_2, D_4) > d(D_1, D_3) > d(D_1, D_4) > d(D_3, D_4) > d(D_1, D_2)$
	$\lambda = 2$	$d(D_2, D_3) > d(D_2, D_4) > d(D_1, D_3) > d(D_1, D_4) > d(D_1, D_2) \approx d(D_3, D_4)$
$d_{new}$	$\alpha = 0.8$	$d(D_2, D_3) > d(D_2, D_4) > d(D_1, D_3) > d(D_1, D_4) > d(D_1, D_2) > d(D_3, D_4)$
	$\alpha = 0.5$	$d(D_2, D_3) > d(D_2, D_4) > d(D_1, D_3) > d(D_1, D_4) > d(D_1, D_2) > d(D_3, D_4)$

### 3 基于DPLTSs综合距离测度的多属性群决策方法

#### 3.1 问题描述

本文考虑解决的问题是对偶概率语言信息环境下属性权重与专家权重未知的多属性群决策问题. 设基于  $k$  名专家  $E = \{e_1, e_2, \dots, e_k\}$  在术语集  $S = \{s_t | t = -\tau, \dots, -1, 0, 1, \dots, \tau\}$  上给出的 DPLTSs 评价信息, 对  $m$  个备选方案  $A = \{A_1, A_2, \dots, A_m\}$  在  $n$  个属性  $C = \{c_1, c_2, \dots, c_n\}$  上进行排序. 属性权重向量为  $w = (w_1, w_2, \dots, w_n), 0 \leq w_j \leq 1, \sum_{j=1}^n w_j = 1$ . 专家对应权重向量为  $\varphi = (\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_k), 0 \leq \varphi_t \leq 1, \sum_{t=1}^k \varphi_t = 1$ . 以  $R_{m \times n}^{(t)}$  表示第  $t$  名专家给出的评价矩阵, 群体决策矩阵的获得需经过  $k$  名专家给出的所有评价矩阵共识达成和信息集结. 若无特殊情况, 下文出现的距离测度均为定义7提出的综合距离测度.

#### 3.2 DPLTSs环境下的专家权重求解方式

专家权重的求解是处理 MAGDM 问题时的一个重要过程, 合理的专家权重分配可以使专家给出的评价信息得到最有效的利用. 本文将专家权重的

求解分为两个部分: 基于相似度的客观权重和基于 DPLTSs 专家信任度矩阵的主观权重.

设专家  $e_t$  的评价矩阵为  $R^{(t)} = [D_{ij}^{(t)}]_{m \times n}$ , 则  $e_t$  与  $e_l$  的相似度为

$$\zeta(e_t, e_l) = 1 - \frac{1}{mn} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n d(D_{ij}^{(t)}, D_{ij}^{(l)}). \quad (9)$$

专家  $e_t$  与群体的相似度为

$$\zeta(e_t, E) = \frac{1}{k-1} \sum_{l=1, l \neq t}^k \zeta(e_t, e_l). \quad (10)$$

与群体相似度较高的专家应被赋予较高的权重, 进而  $e_t$  的客观权重为

$$\varphi_t' = \frac{\zeta(e_t, E)}{\sum_{t=1}^k \zeta(e_t, E)}. \quad (11)$$

现有研究主要依据由精确数值构成的信任度矩阵得出专家之间的信任关系, 而实际上由于人们思维的模糊性, 使用语言术语描述事物的定性概念更加符合直觉, 因此本文给出一种 DPLTSs 环境下专家主观权重确定方法. 首先, 专家需要依据术语集  $S$  上的一对语言术语给出对其他专家的信任度强弱或自身自信水平的信息, 该信息应包含两个部

分:认为此专家最可能的可信程度和不可信的可信程度.举例来说,若专家 $e_t$ 依据五粒度术语集 $S = \{s_{-2}$ 很不可信, $s_{-1}$ 较不可信, $s_0$ 无偏好, $s_1$ 较可信, $s_2$ 很可信}对专家 $e_t$ 给出的可信度意见为 $r_{tl} = (s_1, s_{-2})$ ,则表明 $e_t$ 认为 $e_t$ 最可能是较为可信的,最不可能是很不可信的.通过专家之间的相互信任评价,得到由成对语言术语组成的信任矩阵

$$r_{tl} = \begin{bmatrix} (r_{11}^{(1)}, r_{11}^{(2)}) & \cdots & (r_{1k}^{(1)}, r_{1k}^{(2)}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ (r_{k1}^{(1)}, r_{k1}^{(2)}) & \cdots & (r_{kk}^{(1)}, r_{kk}^{(2)}) \end{bmatrix}_{k \times k}$$

根据单一语言术语出现的次数占所有语言术语出现次数的比重作为对应概率,则可以得到每个专家具有DPLTSs表达形式的信任度信息.

设专家 $e_t$ 所获评价为 $D_{e_t} = \{\langle L_{e_t}(p), U_{e_t}(q) \rangle\}$ ,将其转化为信任度得分,有

$$Sc(e_t) = \sum_{i=1}^{\#L_{e_t}(p)} \mu_{e_t}^{(i)} p_{e_t}^{(i)} - \sum_{j=1}^{\#U_{e_t}(q)} \nu_{e_t}^{(j)} q_{e_t}^{(j)}. \quad (12)$$

进而,专家信任度得分越高被赋予主观权重越大,有

$$\varphi_t'' = \frac{Sc(e_t)}{\sum_{t=1}^k Sc(e_t)}. \quad (13)$$

最后,通过线性加权的方式得到专家 $e_t$ 的综合权重

$$\varphi_t = \beta \varphi_t' + (1 - \beta) \varphi_t'', \quad (14)$$

其中 $\beta$ 为重要性系数,其大小反映了决策者对专家相似度和信任度的重视程度.

### 3.3 共识达成过程

共识达成的主要目的是依据初始决策矩阵重复反馈调节更新过程,从而不断构建新的决策矩阵来逐步统一专家的评价意见.

**定义8** 设 $S$ 为一个离散的术语集,给定若干DPLTSs, $D = \{D_1, D_2, \dots, D_k\}$ ,对应的权重集合为 $\varphi = \{\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_k\}$ , $\sum_{t=1}^k \varphi_t = 1$ ,其中 $D_t = \{\langle L_t(p), U_t(q) \rangle\}$ , $t = 1, 2, \dots, k$ ,则DPLTSs集成方式定义为

$$\tilde{D} = \oplus_{t=1}^k \varphi_t D_t = \{\langle \tilde{L}(p), \tilde{U}(q) \rangle\}. \quad (15)$$

$$\tilde{L}(p) = \left\{ \tilde{s}_L^{(g)}(\tilde{p}^{(g)}) \mid \tilde{s}_L^{(g)} \in \{L_1(p) \cup L_2(p), \dots, L_k(p)\}, \right.$$

$$\left. \tilde{p}^{(g)} = \sum_{t=1}^k \varphi_t c(p_t^{(h)}) \right\}.$$

$$c(p_t^{(h)}) = \begin{cases} p_t^{(h)}, \tilde{s}_L^{(g)} = s_{L_t}^{(h)} \in L_t(p); \\ 0, \tilde{s}_L^{(g)} \neq s_{L_t}^{(h)}. \end{cases} \quad (16)$$

其中: $g = 1, 2, \dots, \#\tilde{L}(p)$ ;  $h = 1, 2, \dots, \#L_t(p)$ ;  $t =$

$1, 2, \dots, k$ ;  $p_t^{(h)}$ 为集合 $L_t(p)$ 中第 $h$ 个语言术语 $s_{L_t}^{(h)}$ 对应的概率.同样有

$$\tilde{U}(q) = \left\{ \tilde{s}_U^{(g)}(\tilde{q}^{(g)}) \mid \tilde{s}_U^{(g)} \in \{U_1(q) \cup U_2(q), \dots, U_k(q)\}, \right.$$

$$\left. \tilde{q}^{(g)} = \sum_{t=1}^k \varphi_t c(q_t^{(h)}) \right\}.$$

$$c(q_t^{(h)}) = \begin{cases} q_t^{(h)}, \tilde{s}_U^{(g)} = s_{U_t}^{(h)} \in U_t(q); \\ 0, \tilde{s}_U^{(g)} \neq s_{U_t}^{(h)}. \end{cases} \quad (17)$$

其中: $g = 1, 2, \dots, \#\tilde{U}(q)$ ;  $h = 1, 2, \dots, \#U_t(q)$ ;  $t = 1, 2, \dots, k$ ;  $q_t^{(h)}$ 为集合 $U_t(q)$ 中第 $h$ 个语言术语 $s_{U_t}^{(h)}$ 对应的概率.易证上述集成方式满足封闭性、交换律、结合律.

**定义9** 设对 $k$ 名专家意见集成得到的决策矩阵为 $R = [D_{ij}]_{m \times n}$ ,专家 $e_t$ 给出的评价矩阵为 $R^{(t)} = [D_{ij}^{(t)}]_{m \times n}$ ,则定义专家 $e_t$ 与群体意见的共识度为

$$CI(R^{(t)}) = 1 - \frac{1}{mn} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n d(D_{ij}^{(t)}, D_{ij}). \quad (18)$$

本着尽量少更改专家评价意见并最大限度保留原始评价信息的原则,通过识别并更新冲突个体在共识度最低的第 $i$ 个方案第 $j$ 个属性上的评价意见,获得新的决策矩阵.

设置共识阈值 $\bar{CI}$ ,若所有专家的群体共识度 $CI(R^{(t)}) \geq \bar{CI}$ , $t = 1, 2, \dots, k$ ,则无需进行评价意见的更新.若 $CI(R^{(t)}) < \bar{CI}$ ,则首先需要识别出冲突个体,假设冲突个体为 $e_t$ ,则在该个体给出的评价矩阵 $R^{(t)}$ 上一定存在某位置(用 $(i, j)$ 表示)上的 $D_{ij}^{(t)}$ 与决策矩阵 $R$ 上对应位置的 $D_{ij}$ 相似度小于共识阈值 $\bar{CI}$ .通过下式求出 $R^{(t)}$ 在各个位置上与 $R$ 的相似度:

$$\zeta(R^{(t)}, R)_{ij} = 1 - d(D_{ij}^{(t)}, D_{ij}). \quad (19)$$

其中: $i = 1, 2, \dots, m$ ;  $j = 1, 2, \dots, n$ .若 $D_{pq}^{(t)} = \{(p, q) \mid \zeta(R^{(t)}, R)_{pq} = \min_{i,j} \zeta(R^{(t)}, R)_{ij}\}$ ,则得到需要调整的评价信息 $D_{pq}^{(t)}$ .为尊重专家意见并充分发挥专家智慧,本文方法采用反馈调节的方式对评价信息进行更新:将需要调节的评价意见及群体意见反馈至冲突专家,并组织专家群体内部交流给出调节建议,而不对其评价信息进行强制修改,最终由该专家给出新的评价意见.共识达成过程的主要步骤具体如下.

step 1: 输入共识阈值 $\bar{CI}$ ,最大更新次数 $X \geq 1$ ,设 $x$ 为更新次数,决策矩阵 $R_x$ 进行一次更新后得到新的决策矩阵 $R_{x+1}$ .设初始决策矩阵为 $R_0$ ,个体决策矩阵为 $R^{(t)}$ , $t = 1, 2, \dots, k$ .利用式(18)计算每位专家的群体共识度.

step 2: 若所有  $CI(R^{(t)}) \geq \bar{CI}$ , 则转至 step 6. 若存在  $CI(R^{(t)}) < \bar{CI}$  且  $x \leq X$  则转至 step 3, 否则转至 step 6.

step 3: 识别群体中的冲突个体  $e_t$ , 有  $CI(R^{(t)}) = \min_l \{CI(R^{(l)})\}, l = 1, 2, \dots, k$ .

step 4: 识别需要调整的  $D_{pq}^{(t)}$ , 有  $\zeta(R^{(t)}, R)_{pq} = \min_{i,j} \zeta(R^{(t)}, R)_{ij}$ .

step 5: 基于反馈调节过程, 得到专家新的评价值, 重新集成决策矩阵得到  $R_{x+1}$ , 转至 step 2.

step 6: 输出最新获得的决策矩阵  $R_x$ .

### 3.4 属性权重求解

为了较好地体现出各备选方案在不同指标上的表现差异, 本文基于最大离差思想建立属性权重求解模型. 假设最终得到的决策矩阵为  $R = [D_{ij}]_{m \times n}$ , 建立模型

$$\begin{aligned} \max f(w_j) &= \sum_j^n \sum_{i=1}^m \sum_{\bar{i}=1}^m w_j d(D_{ij}, D_{\bar{i}j}); \\ \text{s.t. } \sum_{j=1}^n w_j^2 &= 1, w_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n. \end{aligned}$$

利用 Lagrange 乘数法求解并归一化得到

$$w_j = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{\bar{i}=1}^m d(D_{ij}, D_{\bar{i}j})}{\sum_j^n \sum_{i=1}^m \sum_{\bar{i}=1}^m d(D_{ij}, D_{\bar{i}j})}, j = 1, 2, \dots, n. \quad (20)$$

### 3.5 基于后悔理论的对偶概率语言决策方法

考虑到决策者对后悔的规避与对最优解的追求心理<sup>[19]</sup>, 使用一个单调递增凹函数反映对两个方案进行比较产生的后悔-欣喜程度, 有

$$G(\Delta T) = 1 - \exp(-\delta \Delta T). \quad (21)$$

其中: 后悔规避系数  $\delta > 0$ , 其大小反映了决策者后悔规避程度的强弱;  $\Delta T$  为两个方案的效用之差. 设决策矩阵  $R = [D_{ij}]_{m \times n}$ , 利用下式计算方案  $A_i, A_o$  在属性  $c_j$  上的效用差:

$$\Delta T(D_{ij}, D_{oj}) = \begin{cases} d(D_{ij}, D_{oj}), & D_{ij} \succ D_{oj}; \\ \eta(D_{ij}, D_{oj}), & D_{ij} \approx D_{oj}, \#D_{ij} \leq \#D_{oj}; \\ -\eta(D_{ij}, D_{oj}), & D_{ij} \approx D_{oj}, \#D_{ij} > \#D_{oj}; \\ -d(D_{ij}, D_{oj}), & D_{ij} \prec D_{oj}. \end{cases} \quad (22)$$

其中:  $\#D_{ij}, \#D_{oj}$  分别为  $D_{ij}$  与  $D_{oj}$  包含的语言元素个数;  $i, o = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n$ . 进而可以得到方案  $A_i, A_o$  之间的效用差为

$$\Delta T_{io} = \sum_{j=1}^n w_j \Delta T(D_{ij}, D_{oj}). \quad (23)$$

利用式 (21) 计算选择方案  $A_i$  而未选择其他方案产生的后悔-欣喜值, 得到后悔-欣喜矩阵  $G = [G_{io}]_{m \times m}$ , 其中  $G_{io} > 0$  反映了决策者欣喜的心理活动,  $G_{io} < 0$  反映了决策者后悔的心理活动. 最后, 利用下式计算决策者对方案  $A_i$  的总体感知价值:

$$Q_i = \sum_{o=1}^m G_{io}, \quad (24)$$

其中  $i, o = 1, 2, \dots, m, i \neq o$ . 可以通过比较备选方案总体感知价值的大小对所有方案进行排序, 并选出最佳方案. 各方案的排序值可通过对方案总体感知价值进行极差标准化得到, 即

$$F(A_i) = \frac{Q_i - \min_i \{Q_i\}}{\max_i \{Q_i\} - \min_i \{Q_i\}}. \quad (25)$$

### 3.6 决策步骤

综上, 基于 DPLTSs 综合距离测度与后悔理论的多属性群决策方法的具体决策步骤可归纳如下.

step 1: 分析待解决的 MAGDM 问题, 获得包含专家评价在内的各种决策信息.

step 2: 利用式 (9)~(11) 求解专家客观权重, 利用式 (12) 和 (13) 求解专家主观权重, 进而利用式 (14) 求解专家综合权重.

step 3: 通过共识达成过程得到决策矩阵  $R_x$ .

step 4: 根据得到的决策矩阵  $R_x$ , 利用式 (20) 计算得到属性权重向量  $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ .

step 5: 通过式 (21)~(23) 得到后悔-欣喜矩阵  $G = [G_{io}]_{m \times m}$ , 进而通过式 (24) 对方案  $A_i$  的总体感知价值进行计算, 并通过式 (25) 对所有备选方案进行排序.

## 4 算例分析

### 4.1 问题背景

近年来, 新能源汽车凭借其清洁环保、低碳安全、使用成本较低等优点快速发展. 2023 年初, 工业和信息化部等八部门联合发布《关于组织开展公共领域车辆全面电动化先行区试点工作的通知》. 其中提到, 鼓励在短途运输、城建物流以及矿场等特定场景开展新能源重型货车推广应用, 加快老旧车辆报废更新为新能源汽车, 加快推进公共领域车辆全面电动化. 受政策激励, 某车企计划在新能源重型卡车领域加速布局, 推出一款全新旗舰产品. 目前, 企业的技术储备支持其在  $A_1$ (电动厢式货车)、 $A_2$ (电动牵引车)、 $A_3$ (电动环卫车)、 $A_4$ (电动混凝土搅拌车) 4 个细分领域进行研发.

为确保新产品能够取得预期效益, 该企业邀请 5 位来自不同部门的专家或公司高层  $E = \{e_1, e_2, e_3,$

$e_4, e_5$  依据十一标度术语集  $S = \{s_{-5}$ 极差,  $s_{-4}$ 非常差,  $s_{-3}$ 很差,  $s_{-2}$ 差,  $s_{-1}$ 稍差,  $s_0$ 一般,  $s_1$ 稍好,  $s_2$ 好,  $s_3$ 很好,  $s_4$ 非常好,  $s_5$ 极好} 对上述 4 个细分研发领域  $A = \{A_1, A_2, A_3, A_4\}$  进行评价. 经专家讨论, 选取备选方案的 4 个关键评价指标为  $C = \{c_1, c_2, c_3, c_4\}$ . 其中:  $c_1$  为预期销量,  $c_2$  为技术积累,  $c_3$  为可持续性,  $c_4$  为成本优势. 将得到的专家评价信息以 DPLTSs 的形式记录. 不失一般性, 设置该问题共识阈值  $\bar{CI} = 0.82$ , 最大更新次数  $X = 5$ , 参数  $\alpha = 0.8, \beta = 0.5$ .

4.2 算例求解

下面利用所提出的多属性群决策方法对 4.1 节算例进行求解.

step 1: 分析该问题, 将 5 位专家给出的评价信息进行整理, 由 3.2 节提到的专家信任度评价方式得到由语言术语构成的信任矩阵

$$r_{tl} = \begin{bmatrix} (s_2, s_{-2})(s_2, s_{-2})(s_2, s_{-2})(s_1, s_{-2})(s_2, s_{-2}) \\ (s_1, s_{-1})(s_2, s_{-1})(s_2, s_0)(s_1, s_{-2})(s_2, s_{-2}) \\ (s_2, s_0)(s_1, s_{-2})(s_2, s_{-2})(s_2, s_{-1})(s_2, s_{-2}) \\ (s_1, s_{-2})(s_2, s_{-1})(s_2, s_{-1})(s_1, s_{-2})(s_2, s_0) \\ (s_2, s_{-2})(s_1, s_{-2})(s_2, s_{-2})(s_2, s_{-2})(s_1, s_{-2}) \end{bmatrix}$$

step 2: 求解专家客观权重, 得到对应权重向量  $\varphi' = (0.204, 0.206, 0.194, 0.199, 0.197)$ . 根据前文提到的集成方法将信任度矩阵转化为 DPLTSs 形式的专家可信度评价信息, 如表 4 所示. 进而求得  $\varphi'' = (0.185, 0.198, 0.210, 0.198, 0.209)$ , 并得到专家权重  $\varphi = (0.195, 0.201, 0.202, 0.198, 0.204)$ .

表 4 专家可信度评价表

专家	可信度评价
$e_1$	$(\{s_1(0.4), s_2(0.6)\}, \{s_{-2}(0.6), s_{-1}(0.2), s_0(0.2)\})$
$e_2$	$(\{s_1(0.4), s_2(0.6)\}, \{s_{-2}(0.6), s_{-1}(0.4)\})$
$e_3$	$(\{s_2(1)\}, \{s_{-2}(0.6), s_{-1}(0.2), s_0(0.2)\})$
$e_4$	$(\{s_1(0.6), s_2(0.4)\}, \{s_{-2}(0.8), s_{-1}(0.2)\})$
$e_5$	$(\{s_1(0.2), s_2(0.8)\}, \{s_{-2}(0.8), s_0(0.2)\})$

step 3: 开始共识达成过程, 根据定义 8 的集成方法, 得到初始决策矩阵. 计算每个专家的群体共识度, 得到  $CI(R_0^{(t)}) = \{0.864, 0.863, 0.819, 0.854, 0.828\}$ , 其中  $CI(R^{(3)}) < \bar{CI}$ . 经识别, 需要专家  $e_3$  关于  $A_2$  在属性  $c_3$  上重新给出评价意见. 经过讨论交流与分析, 专家  $e_3$  给出新的评价意见  $D_{23}^{(3)} = \langle \{s_2(1)\}, \{s_{-2}(1)\} \rangle$ . 重复共识达成步骤, 通过共识度检测, 进而得到决策矩阵.

step 4: 依据得到的决策矩阵, 利用式 (20) 计算得到属性权重向量  $w = (0.247, 0.21, 0.307, 0.236)$ .

step 5: 由式 (21)~(23) 和  $\delta = 0.3^{[18]}$ , 得到后悔-欣喜矩阵  $G = [G_{io}]_{m \times m}$  如表 5 所示. 其中:  $G_{io}$  表示选择方案  $A_i$  而未选择  $A_o$  时决策者产生的后悔或欣喜值;  $i, o = 1, 2, 3, 4$ . 最后, 通过式 (24) 和 (25) 得到各方案的排序值  $F(A_i) = \{1, 0, 0.785, 0.71\}$ . 最终方案排序为  $A_1 \succ A_3 \succ A_4 \succ A_2$ , 最优方案为  $A_1$ .

表 5 后悔-欣喜矩阵 G

G	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$
$A_1$	0	0.058	0.007	0.012
$A_2$	-0.061	0	-0.037	-0.033
$A_3$	-0.007	0.035	0	0.004
$A_4$	-0.012	0.032	-0.004	0

4.3 灵敏度分析

下面关于综合距离测度中的重要性系数  $\alpha$  和决策模型中后悔规避系数  $\delta$  进行灵敏度分析. 式 (8) 中,  $\alpha$  表示决策者重视 DPLTSs 期望、方差或元素个数的程度,  $\alpha$  越大表明决策者越重视 DPLTSs 之间期望及方差的差异,  $\alpha$  越小表明决策者越重视 DPLTSs 之间元素个数的差异. 由于 DPLTSs 的长度差异起到辅助区分的作用, 分别选取  $\alpha = 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1$ ,  $\delta = 0.3$  六组数据重复本文决策过程, 最终得到各方案排序值如图 1 所示.

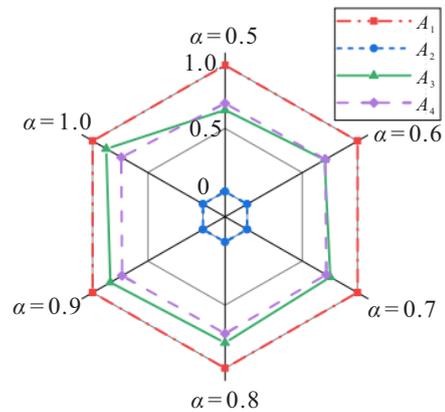


图 1 参数  $\alpha$  取不同值时的方案排序值

由图 1 可以看出,  $\alpha$  的不同取值对备选方案的排序结果影响有限, 当  $\alpha$  取值为 0.5 时,  $A_1 \succ A_4 \succ A_3 \succ A_2$ , 取值为 0.6 时  $A_4$  仍优于  $A_3$ , 但两者差距减小; 当  $\alpha$  取其他值时,  $A_1 \succ A_3 \succ A_4 \succ A_2$ . 而无论  $\alpha$  取何值, 均不影响最优方案与最劣方案的排序. 这一结论充分说明了本文所建模型与所提出距离测度的稳定性.

令  $\alpha = 0.8$ , 后悔规避系数  $\delta = 0.2, 0.4, \dots, 1.0$ , 重复本文决策步骤, 所得方案排序结果均与  $A_1 \succ A_3 \succ A_4 \succ A_2$  完全一致, 进一步表明了本文模型的稳定

性.

#### 4.4 对比分析

为验证本文方法的有效性和合理性,与文献[13]和文献[14]所提MAGDM方法进行对比.文献[13]通过计算各备选方案的得分进行排序,利用该方法求解本文算例,得到 $E(A_i) = \{0.372, 0.026, 0.279, 0.231\}$ ,方案排序 $A_1 \succ A_3 \succ A_4 \succ A_2$ ,与本文结果一致.文献[14]基于所提出的DPLTSs相关系数计算所有备选方案与理想方案的接近程度,并据此选出最佳方案,利用该方法求解本文算例,专家权重与本文保持一致.首先确定正、负理想方案 $A^+ = \{D_{21}, D_{12}, D_{13}, D_{44}\}$ 和 $A^- = \{D_{31}, D_{22}, D_{23}, D_{24}\}$ ,进而依据文献[14]所提一致性公式和得分公式计算得到各方案得分为 $CI(A_i) = \{0.749, 0.157, 0.472, 0.529\}$ ,方案排序为 $A_1 \succ A_4 \succ A_3 \succ A_2$ ,所得排序结果与本文并不完全一致.这是由于文献[14]采用基于信息熵理论的属性权重求解方法,在计算过程中需要对较短的DPLTSs进行填值拓展,导致原始评价信息的扭曲,从而对决策结果产生影响.而本文在所提出综合距离测度的基础上使用离差最大化方法得到属性权重,计算过程中无需对原始信息进行规范化,并且在一定程度上降低了极端值对决策结果的影响,结果更加可靠.此外,文献[13]和文献[14]直接给出专家权重,没有考虑到专家间的关系以及决策者的非理性因素.

从共识过程看,相比文献[9]和文献[11]在共识调节过程中不断修改专家评价使其接近群体矩阵,本文所构建的反馈调节方式能够利用好专家后续给出的评价意见,更贴合实际中的群体问题决策流程.

综上,本文在结果上与现有研究保持了较为良好的一致性,表明所提出方法具有一定的有效性和合理性.且本文考虑了决策者的后悔规避、专家的信任关系、意见冲突等情况,方法步骤及计算过程相对简便,能够更好地满足现实问题的需要.

## 5 结论

DPLTSs能够同时表达决策者在隶属度和非隶属度两个方面的评价信息,在复杂不确定决策环境中相比PLTSs更具适应性.本文首先针对以往DPLTSs距离测度计算失真并需要统一元素个数的问题提出了一种改进的综合距离测度,加强了DPLTSs作为信息表达工具的适用性.在新的距离测度基础上建立了一种多属性群决策方法,具体包括DPLTSs环境下的专家权重与属性权重求解方法、共识达成方法、基于后悔理论的决策过程等.通过对新能源车企重型

卡车研发策略选择问题进行算例分析,为实际决策问题提供了科学合理的理论指导,并验证了所提出模型的有效性、适用性和稳定性.

简单高效的距离测度方式为处理更大量的信息打下一定基础,将DPLTSs继续应用到大规模群体共识决策、群体聚类、自然语言模型等领域将是本文未来的发展方向.

#### 参考文献(References)

- [1] Zadeh L A. The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning — I[J]. Information Sciences, 1975, 8(3): 199-249.
- [2] Rodriguez R M, Martinez L, Herrera F. Hesitant fuzzy linguistic term sets for decision making[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2012, 20(1): 109-119.
- [3] 徐泽水, 张申. 概率犹豫模糊决策理论与方法综述[J]. 控制与决策, 2021, 36(1): 42-51.  
(Xu Z S, Zhang S. An overview of probabilistic hesitant fuzzy decision-making theory and methods[J]. Control and Decision, 2021, 36(1): 42-51.)
- [4] Pang Q, Wang H, Xu Z S. Probabilistic linguistic term sets in multi-attribute group decision making[J]. Information Sciences, 2016, 369: 128-143.
- [5] Bai C Z, Zhang R, Qian L X, et al. Comparisons of probabilistic linguistic term sets for multi-criteria decision making[J]. Knowledge-Based Systems, 2017, 119: 284-291.
- [6] Lin M W, Huang C, Xu Z S, et al. Evaluating IoT platforms using integrated probabilistic linguistic MCDM method[J]. IEEE Internet of Things Journal, 2020, 7(11): 11195-11208.
- [7] 方冰, 韩冰, 谢德于. 基于可能度矩阵的概率语言多属性决策方法[J]. 控制与决策, 2022, 37(8): 2149-2156.  
(Fang B, Han B, Xie D Y. Probabilistic linguistic multi-attribute decision-making method based on possibility degree matrix[J]. Control and Decision, 2022, 37(8): 2149-2156.)
- [8] Zhang Y X, Xu Z S, Liao H C. A consensus process for group decision making with probabilistic linguistic preference relations[J]. Information Sciences, 2017, 414: 260-275.
- [9] 方冰, 韩冰, 闻传花. 基于新型距离测度的概率犹豫模糊多属性群决策方法[J]. 控制与决策, 2022, 37(3): 729-736.  
(Fang B, Han B, Wen C H. Probabilistic hesitant fuzzy multi-attribute group decision-making based on new distance measure[J]. Control and Decision, 2022, 37(3): 729-736.)
- [10] Lin M W, Chen Z Y, Xu Z S, et al. Score function

- based on concentration degree for probabilistic linguistic term sets: An application to TOPSIS and VIKOR[J]. *Information Sciences*, 2021, 551: 270-290.
- [11] 刘培德, 滕飞. 基于共识模型和 ORESTE 的扩展概率语言多属性群决策方法[J]. *中国管理科学*, 2021, 29(3): 199-209.  
(Liu P D, Teng F. Multiple attribute group decision—Making method based on consensus model and ORESTE method for extended probabilistic linguistic term set[J]. *Chinese Journal of Management Science*, 2021, 29(3): 199-209.)
- [12] 张发明, 朱姝琪. 基于 EDAS 和共识模型的动态概率语言多属性群决策方法[J]. *控制与决策*, 2024, 39(4): 1379-1386.  
(Zhang F M, Zhu S Q. A dynamic probabilistic linguistic multi-attribute group decision making method based on EDAS and consensus model[J]. *Control and Decision*, 2024, 39(4): 1379-1386.)
- [13] Xie W Y, Xu Z S, Ren Z L. Dual probabilistic linguistic term set and its application on multi-criteria group decision making problems[C]. *IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management*. Singapore, 2017: 1469-1474.
- [14] Xie W Y, Xu Z S, Ren Z L, et al. The probe for the weighted dual probabilistic linguistic correlation coefficient to invest an artificial intelligence project[J]. *Soft Computing*, 2020, 24(20): 15389-15408.
- [15] Xie W Y, Xu Z S, Ren Z L, et al. A new multi-criteria decision model based on incomplete dual probabilistic linguistic preference relations[J]. *Applied Soft Computing*, 2020, 91: 106237.
- [16] 戚筱雯, 张俊岭, 梁昌勇. 基于犹豫模糊元最小公倍数拓展法及模糊熵的双边概率语言多准则决策方法[J]. *系统工程理论与实践*, 2022, 42(8): 2243-2257.  
(Qi X W, Zhang J L, Liang C Y. Dual probabilistic linguistic multi-criteria decision making approach by LCM-derived extension method for hesitant fuzzy elements and its fuzzy entropy measures[J]. *Systems Engineering—Theory & Practice*, 2022, 42(8): 2243-2257.)
- [17] Saha A, Senapati T, Yager R R. Hybridizations of generalized Dombi operators and Bonferroni mean operators under dual probabilistic linguistic environment for group decision-making[J]. *International Journal of Intelligent Systems*, 2021, 36(11): 6645-6679.
- [18] 张晓, 樊治平, 陈发动. 基于后悔理论的风险型多属性决策方法[J]. *系统工程理论与实践*, 2013, 33(9): 2313-2320.  
(Zhang X, Fan Z P, Chen F D. Method for risky multiple attribute decision making based on regret theory[J]. *Systems Engineering—Theory & Practice*, 2013, 33(9): 2313-2320.)
- [19] Bell D E. Regret in decision making under uncertainty[J]. *Operations Research*, 1982, 30(5): 961-981.

### 作者简介

姜广田(1978—), 男, 副教授, 博士, 硕士生导师, 从事数据分析与决策的研究, E-mail: jgt500@163.com;

宋安斌(2000—), 男, 硕士生, 从事决策理论与方法的研究, E-mail: songanbin@126.com.