



中国科技期刊卓越行动计划项目入选期刊

# 控制与决策

CONTROL AND DECISION

## 体现分布特征的混合信息随机转化聚合求解方法及应用

李伟伟, 易平涛, 李玲玉, 董乾坤, 王露

引用本文:

李伟伟, 易平涛, 李玲玉, 董乾坤, 王露. 体现分布特征的混合信息随机转化聚合求解方法及应用[J]. 控制与决策, 2024, 39(10): 3497–3505.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2023.0764>

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### 概率区间值直觉犹豫模糊Maclaurin对称平均算子及决策方法

Probabilistic interval-valued intuitionistic hesitant fuzzy Maclaurin symmetric mean operators and decision method  
控制与决策. 2021, 36(5): 1249–1258 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1370>

#### 基于犹豫度和相似度的专家权重确定方法及其应用

Expert weights determination method and application based on hesitancy degree and similarity measure  
控制与决策. 2021, 36(6): 1482–1488 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1382>

#### 区间条件下基于GRA和TOPSIS的辐射源威胁评估

Combining TOPSIS and GRA for emitter threat evaluation with interval number  
控制与决策. 2021, 36(6): 1516–1522 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1559>

#### 基于云模型和多层权重求解的多粒度语言大群体决策方法

Multi-granularity linguistic large group decision-making based on cloud model and multi-layer weight determination  
控制与决策. 2021, 36(9): 2257–2266 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0102>

#### 多准则决策中的鲁棒有序回归方法综述

Introduction to robust ordinal regression methods in multi-criteria decision making  
控制与决策. 2017, 32(5): 769–779 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2016.1104>

# 体现分布特征的混合信息随机转化聚合求解方法及应用

李伟伟<sup>1,2</sup>, 易平涛<sup>1,2†</sup>, 李玲玉<sup>3</sup>, 董乾坤<sup>1,2</sup>, 王露<sup>2,4</sup>

(1. 东北大学工商管理学院, 沈阳 110167; 2. 东北大学东北评价中心, 沈阳 110167;  
3. 南昌大学经济管理学院, 南昌 330031; 4. 沈阳工业大学管理学院, 沈阳 110870)

**摘要:** 随着决策环境的日趋复杂, 多类型混合信息共存的现象越来越普遍. 对此, 考虑不同类型决策信息的分布特征, 细化探讨以分段随机抽样方式将混合信息转化为随机数的方法, 能够尽可能提升转化后数据与原始信息分布结构的一致性. 通过大规模仿真归纳总结了不同情形下混合信息随机转化过程中最佳分段子区间的求解方法和结论, 可为实际中分段抽样区间的确定提供参考. 进一步, 融合随机聚合求解与混合信息的随机转化过程, 得到优胜度概率矩阵, 并据此推导出排序位概率矩阵和可能性排序结论, 从而实现决策结论由“绝对形式”向“相对形式”的柔性转化. 该结论形式更加吻合原始决策信息的多样化、不确定性及模糊性特征, 更具可解释性和可接受性. 最后, 通过对比分析验证所提出方法的有效性, 并以省域发展潜力综合预判为背景构建应用算例, 对所提出方法的特征及应用前景进行说明. 该研究进一步丰富了混合信息的转化途径, 可为多类型信息共存的复杂决策问题提供方法支撑.

**关键词:** 多属性决策; 混合信息; 随机转化; 分布特征; 可能性排序; 优胜度概率矩阵

**中图分类号:** C934 **文献标志码:** A

**DOI:** 10.13195/j.kzyjc.2023.0764

**引用格式:** 李伟伟, 易平涛, 李玲玉, 等. 体现分布特征的混合信息随机转化聚合求解方法及应用[J]. 控制与决策, 2024, 39(10): 3497-3505.

## Method and application of random transformation and integrated aggregation of heterogeneous information based on distribution characteristics

LI Wei-wei<sup>1,2</sup>, YI Ping-tao<sup>1,2†</sup>, LI Ling-yu<sup>3</sup>, DONG Qian-kun<sup>1,2</sup>, WANG Lu<sup>2,4</sup>

(1. School of Business Administration, Northeastern University, Shenyang 110167, China; 2. Northeastern Evaluation Center, Northeastern University, Shenyang 110167, China; 3. School of Economics & Management, Nanchang University, Nanchang 330031, China; 4. School of Management, Shenyang University of Technology, Shenyang 110870, China)

**Abstract:** With the complexity of decision environments, the coexistence of heterogeneous decision information is more and more common. The paper explores the transformation method to unify heterogeneous information into a set of random values by segmenting the data range into several subintervals based on its distribution characteristics. This method can improve the consistency of distribution structure between the transformed values and initial information as much as possible. Through large-scale simulation, the solution method and conclusion of the optimal sub-segment interval in the random transformation process under different situations are summarized, which can provide references to the determination of the sub-segment sampling interval in practice. Further, the integrated aggregation method is fused with the random transformation process to obtain the superiority-based probability matrix, from which the ranking-based probability matrix and the possibility ranking result are deduced. This type of ranking result achieves the flexible transformation of decision conclusion from “absolute form” to “relative form”, which is more consistent with the diversity, uncertainty and fuzziness of the original decision information and is more interpretable and acceptable. Finally, the effectiveness of the proposed method is verified by comparison analysis. An application example, regarding comprehensive prediction of provincial development potential, is constructed to illustrate the characteristics and application prospect of this method. This study further enriches the transformation approach of heterogeneous information and provides method support for complex decision-making problems with multiple types of information co-existing.

**Keywords:** multi-attributes decision making; heterogeneous information; random transformation; distribution characteristics; probabilistic ranking; superiority-based probability matrix

收稿日期: 2023-06-03; 录用日期: 2023-11-18.

基金项目: 国家自然科学基金项目(72171041, 72171040, 71961018).

责任编辑: 唐万生.

†通讯作者. E-mail: ptyi@mail.neu.edu.cn.

## 0 引言

多属性决策是通过科学的流程将多维度属性信息综合集成,得到方案间排序或分类的方法<sup>[1-2]</sup>.随着信息技术的发展,人们面临的决策环境愈发复杂,使得对于决策问题的描述不再局限于单一的数据形式,更多地体现为不同类型数据的混合共存,如定性与定量数据<sup>[3]</sup>、确定与不确定信息共存于同一问题的描述中等.学术界将多类型信息共存的决策问题界定为混合(或异质)信息多属性决策<sup>[4-5]</sup>.

面向混合信息多属性决策问题,常见的处理方式有两种:一是通过距离模型等方式<sup>[6-8]</sup>对混合数据直接求解;二是将不同类型数据进行统一转化后按照传统多属性决策的方式进行求解.由于后者更加吻合人们日常的决策思维与习惯,在许多文献中得到广泛研究.如:文献[9]针对语言信息与区间数共存的多属性决策问题,提出了将语言变量转化成区间信息的多阶段决策方法;文献[10]针对三参数区间灰数与语言信息共存的动态多属性群决策问题,将其统一转化成三角模糊数,提出了一种基于前景理论和两参照点的动态解决方案;文献[11]研究了一种将精确数、区间数、语言信息一致化为虚拟语言术语的方法;文献[12]针对数值型数据和语言信息共存的决策问题,采用模糊集和直觉模糊集对语言信息进行了数值转化;文献[13]介绍了一种将数值、区间值、语言信息、二元模糊信息、直觉模糊集和犹豫模糊集等异质信息转化为统一观点结构的函数;文献[14]给出了一种模糊变换函数,将数值、语言信息和区间数统一转化为模糊集合;文献[15]针对语言信息和三角模糊数混合的决策问题,提出了先将模糊数转化为语言短语集上的模糊集,再将此模糊集转化为二元语义的混合信息转化方法.

上述研究方便了不同类型决策信息的整体计算,但在信息转化过程中,存在一定程度的信息失真及转化后数据结构非一致性的问题<sup>[16-17]</sup>.此外,在已有的多数研究中,无论是否涉及混合信息的统一转化,决策结论均为方案之间“非优即劣”的绝对排序,这与决策信息的多样性、模糊性及不确定性通常存在一定的矛盾,即通过非精确信息得到“精确”(绝对)结论,存在“削足适履”的不合理性.针对上述两个问题,文献[18]提出了将精确信息、语言信息、区间数统一转化为随机数的方法,并融合随机模拟技术统计方案间优胜概率,将排序结论由绝对形式拓展至相对形式(带有概率特征的可能性排序).该研究通过对混合信息的随机转化与充分抽样,在一定程度上避免了信息

失真的问题,但在混合信息的转化中缺少对原始数据分布特征的考虑,使得转化后的数据集合不能很好地吻合原始数据的分布特征.对此,文献[19]进一步结合数据分布特征拓展了混合信息的随机转化方法,能够最大程度保证随机数据集合与原始数据分布结构的一致性.然而,该研究仅初步阐明了混合信息随机转化的基本思路,未对转化过程中的细节问题(如分段抽样区间的确定等)进行深入探讨,从而影响了该方法的实际可操作性.

本文基于文献[19],对体现分布特征的混合信息随机转化方法进行细化研究,通过大规模仿真明确不同类型信息随机转化过程中的分段抽样区间及转化规律,从而为该方法的实际应用提供参考.进一步,融合随机聚合求解方法<sup>[20-21]</sup>得到方案间的优胜度概率矩阵,基于概率论运算推导出方案的排序位概率矩阵,并据此求解方案间的可能性排序结论,从而实现决策结论由“绝对形式”向“相对形式”的柔性转化.该结论形式更加吻合原始决策信息的多样化、不确定性及模糊性特征,因而更具可解释性和可接受性.本文进一步丰富和拓展了混合信息的转化与求解方法,决策过程尽可能地保留各类原始数据的结构特征,提升了决策结论的科学性,可为混合信息多属性复杂决策问题的有效求解提供方法与技术支撑.

## 1 混合信息随机转化思路

混合信息多属性决策中,决策者给出的属性值通常表现为多种数据形式.不失一般性,设 $n$ 个方案 $o_1, o_2, \dots, o_n$ 关于 $m$ 个属性 $x_1, x_2, \dots, x_m$ 的取值为 $a_{ij}$  ( $i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m$ ).实际中, $a_{ij}$ 的取值常见于精确值、区间数、三角模糊数、梯形模糊数、语言标度信息、直觉模糊数、序数等多种数据类型.限于篇幅,不同类型信息的详细介绍可参见文献[19-23]等,这里不再赘述.

数据类型的不同导致无法对混合信息直接合成,因而决策前需要对不同类型数据进行转化处理.文献[19]给出了一种尽可能保留各类数据结构特征的混合信息随机转化方法,其基本思路为:结合各类数据的分布函数(具体可取隶属度函数),在数据的取值范围内分段概率化随机抽样,在分段区间足够多且抽样充分的前提下,可使随机转化后数据无限接近于原始数据的分布结构特征.

不失一般性,设某种类型决策数据的取值范围为 $a \rightarrow b$  ( $a \leq b$ ),该数据对应的隶属度函数为 $F(x)$ ,如图1所示.

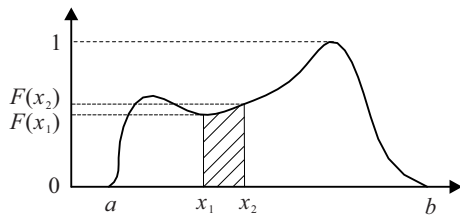


图 1 决策数据对应的分布结构示意图

由图 1 可知,取值范围  $a \rightarrow b$  内任意值  $x_1$  被抽取的概率为  $F(x_1)$ . 如果进一步缩小取值范围,在子范围  $x_1 \rightarrow x_2$  内随机取值的概率位于  $[F(x_1), F(x_2)]$  区间. 当  $x_1 \rightarrow x_2$  覆盖范围足够小时,可将  $[x_1, x_2]$  区间内的值看成均匀分布,即可在此区间内按均匀分布的方式随机取值. 遵循上述思路,可将决策数据范围  $a \rightarrow b$  划分为  $N$  个子区间,即  $[a, a + (b - a)/N], [a + (b - a)/N, a + 2(b - a)/N], \dots, [a + (N - 1)(b - a)/N, b]$ ; 然后在各子区间内随机取值. 由于各子区间在  $a \rightarrow b$  范围内出现的概率不同,需要确定各子区间的抽样概率. 由图 1 可以看出,可通过子区间覆盖的面积(图 1 中的阴影部分)占比表示该部分数据的抽样概率,即子区间  $[x_1, x_2]$  内数据被抽到的概率(用  $p$  表示)为

$$p = \int_{x_1}^{x_2} F(x)dx / \int_a^b F(x)dx. \quad (1)$$

由式(1)可知,各子区间的抽样概率取值范围为  $[0, 1]$ , 且  $N$  个子区间的抽样概率之和为 1. 结合上述分析,下面给出定理 1, 并通过定理证明体现分布特征混合信息随机转化思路的有效性.

**定理 1** 在  $N$  足够大且抽样充分的前提下,随机抽样得到的随机数集合的分布结构无限接近于原始数据的分布结构.

**证明** 对于第  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) 个随机抽样子区间  $[a + (i - 1)(b - a)/N, a + i(b - a)/N]$ , 依据图 1 可知该子区间内随机抽取数据的分布函数区间为  $[F(a + (i - 1)(b - a)/N), F(a + i(b - a)/N)]$ .

当  $N \rightarrow +\infty$  时,有  $a + (i - 1)(b - a)/N = a + i(b - a)/N$ , 故第  $i$  个随机抽样子区间内随机抽取数据的分布函数为  $F(a + i(b - a)/N)$ .

因为  $N \rightarrow +\infty$ , 故  $1/N \rightarrow 0$ . 因而,当  $i = 1$  时,第 1 个抽样子区间内数据的分布函数为  $F(a)$ .

当  $i = N$  时,可知第  $N$  个抽样子区间内数据的分布函数为  $F(b)$ .

当  $i = 2, \dots, N - 1$  时,因  $N \rightarrow +\infty$ , 故两个相邻抽样子区间(如第  $i$  和第  $i + 1$  个抽样子区间)内随机数的分布函数  $F(a + i(b - a)/N)$  和  $F(a + (i + 1)(b - a)/N)$  无限接近.

在抽样充分的前提下,  $a \rightarrow b$  范围内的每个点均会被随机抽取到,取值相近的随机数分布函数会无限接近,从而保证了所有随机数集合的分布函数会无限接近于原始数据的分布函数.  $\square$

## 2 混合信息的随机转化与聚合求解方法

### 2.1 混合信息的随机转化过程

基于上述转化思路,结合分段子区间的抽样概率,可将混合信息随机转化过程总结如下.

**step 1:** 抽样子区间及抽样概率的确定. 依据各类原始数据的取值范围,将其分为  $N$  个抽样子区间,并依据式(1)计算各子区间的抽样概率(记为  $p_1, p_2, \dots, p_N$ ).

**step 2:** 抽样概率的随机化设置. 基于不同子区间的抽样概率将  $[0, 1]$  区间划分为  $N$  个子区间,分别为  $[0, p_1), [p_1, p_1 + p_2), \dots, [\sum_{i=1}^{N-1} p_i, 1]$ .

**step 3:** 混合信息的分段随机抽样. 在  $[0, 1]$  区间内按均匀分布随机取值,若该值分布于第  $i$  个概率子区间  $[\sum_{i=1}^{N-1} p_i, \sum_{i=1}^N p_i)$  (当  $i = 1$  时,  $\sum_{i=1}^{N-1} p_i = 0$ ; 当  $i = N$  时,该子区间的右端点为闭区间),则在子区间  $[a + (i - 1)(b - a)/N, a + i(b - a)/N]$  内按均匀分布方式随机抽样.

重复上述过程,可得到一组随机数集合. 由定理 1 可知,当抽样充分且分段子区间  $N$  值足够大时,该集合中所有随机数的分布结构会无限接近于原始数据的结构特征. 然而,  $N$  值足够大只是理论分析时的一种理想情况,实际中  $N$  值直接关系到决策结论的稳定性与科学性. 因此,分段抽样子区间数的确定是影响混合信息随机转化方法有效性的关键因素.

### 2.2 分段抽样子区间的确定方法

实际中,使  $N$  值接近于无穷大显然不现实,只能使其足够大以实现分布结构的尽可能接近. 针对该问题,本节融合大规模仿真给出具有普适性的最佳分段抽样子区间的确定方法.

分段抽样子区间的确定要兼顾不同的属性值,以实现对所有属性值的充分抽样. 通常而言,属性值的数据类型越复杂所对应的  $N$  值越大. 因而,实际中可以单独确定各类数据的最佳  $N$  值,然后取其最大值作为所有属性的最佳  $N$  值. 显然,对于同一类型的两个数据,若无交叉,则意味着一个数据必然绝对优于另一个数据,此时  $N$  值对分段抽样结果(即随机转化结果)不产生影响. 下面结合数据之间的交叉情形,给出一种求解最佳  $N$  值模拟方法. 具体思路如下: 首先,

生成具有一定交叉比例的两个同类型数据,代表两个方案的属性值;然后,初次给定  $N$  值并按 2.1 节的步骤随机提取数据,基于随机数比较两个方案的优劣关系,重复该过程,得到该  $N$  值下两个方案间稳定的优劣关系 (即稳定的优劣概率);在此基础上,按一定规律变换  $N$  值,并观察优劣概率的变化情况,当最终的优劣概率不随  $N$  值变化而变化时,优劣概率达到最初稳定时的  $N$  值即是要求解的最佳  $N$  值,该求解流程如图 2 所示.

基于上述思路,下面以三角模糊数和梯形模糊数为例,归纳总结不同交叉比例情形下的最佳  $N$  值. 需要说明的是,这里仅给出了三角模糊数和梯形模糊数

的最佳  $N$  值,原因是实际中其他类型的信息可通过相应处理转化为这两类较为常见的数据形式,而区间数因符合均匀分布,故  $N$  值对决策结果不产生影响.

首先,探讨交叉比例为 100%、90%、80%、70%、60%、50%、40%、30%、20%、10% 以及 0% 的任意两个三角模糊数在  $N$  值为 1 (不考虑分布特征,在取值区间内按均匀分布取值)、2、4、6、8、10、12、14、16、18、20 情形下的优劣概率,结果如表 1 所示. 由于原始数据的取值范围对决策结果无影响,这里在 [1, 10] 区间内随机发生三角模糊数. 此外,关于优劣概率,这里统计的是拥有较大数值的方案对另一方案的优胜概率.

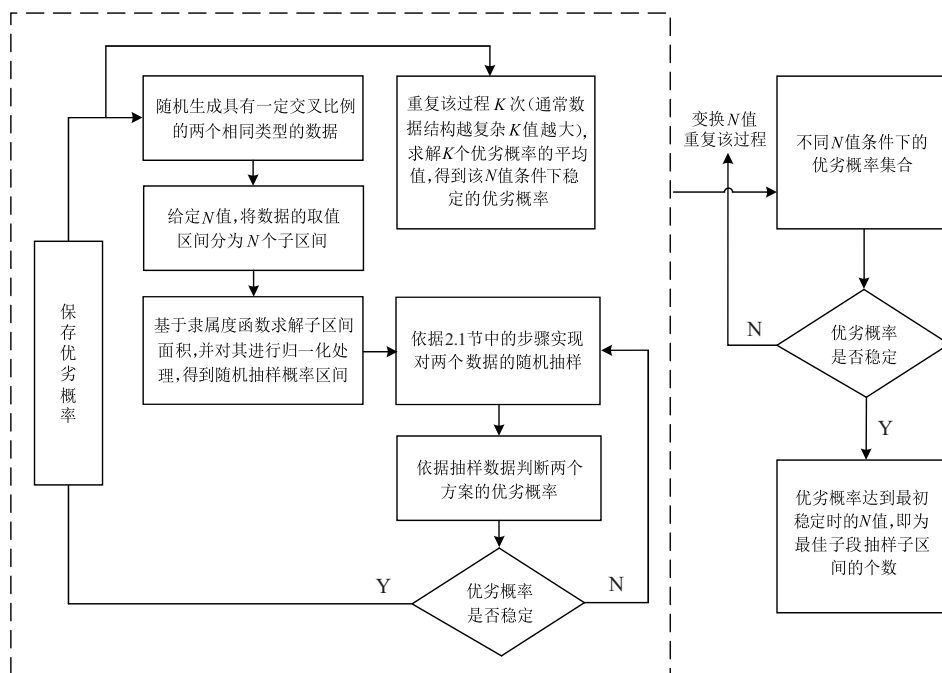


图 2 最佳分段抽样子区间数的求解流程

表 1 不同交叉比例及  $N$  值下任意两个三角模糊数优胜概率的模拟结果

$N$	100%	90%	80%	70%	60%	50%	40%	30%	20%	10%	0%
1	0.5000	0.5949	0.6799	0.7550	0.8200	0.8751	0.9200	0.9550	0.9800	0.9950	1.0000
2	0.5002	0.5952	0.6805	0.7555	0.8205	0.8752	0.9202	0.9552	0.9800	0.9951	1.0000
4	0.4996	0.6185	0.7256	0.8045	0.8889	0.9372	0.9684	0.9874	0.9949	0.9988	1.0000
6	0.5001	0.6228	0.7385	0.8314	0.9022	0.9487	0.9768	0.9911	0.9975	0.9994	1.0000
8	0.4999	0.6282	0.7442	0.8372	0.9070	0.9531	0.9799	0.9929	0.9981	0.9997	1.0000
10	0.5001	0.6286	0.7444	0.8397	0.9098	0.9546	0.9808	0.9933	0.9984	0.9998	1.0000
12	0.5001	0.6296	0.7459	0.8418	0.9108	0.9557	0.9815	0.9938	0.9986	0.9999	1.0000
14	0.4998	0.6298	0.7472	0.8423	0.9110	0.9566	0.9817	0.9941	0.9987	0.9999	1.0000
16	0.4998	0.6301	0.7472	0.8428	0.9122	0.9571	0.9822	0.9941	0.9987	0.9999	1.0000
18	0.4999	0.6302	0.7483	0.8433	0.9126	0.9573	0.9823	0.9940	0.9989	0.9999	1.0000
20	0.4997	0.6301	0.7475	0.8426	0.9125	0.9575	0.9826	0.9943	0.9988	0.9999	1.0000

由表 1 可以看出: 1) 当两个三角模糊数完全相同时(交叉比例为 100%), 一方优于另一方的概率为 50% (除去系统误差), 这与事实判断相吻合; 2) 当两个三角模糊数的交叉比例为 0% 时, 此时较大的数值完全优于较小的数值, 故优劣概率均为 100%. 因而, 上述两种情形对  $N$  的取值不敏感. 其他情形下, 可以看出, 如果对取值区间仅进行两个子区间的划分, 则优劣概率相比于取值区间不分割的情形没有明显变化, 原因是这种划分方式下, 每个子区间的抽样概率均相同, 等同于不划分子区间且按均匀分布抽样的情形. 此外, 可知: 1) 随着  $N$  值的增大, 两个方案之间的优劣概率基本趋于稳定, 原因是  $N$  值越大, 对原始数据的分布结构保留越充分, 从而保证了计算结果的稳定性; 2) 随着交叉区间比例的减小, 优劣概率趋于稳定时所需最佳  $N$  值逐渐变小(如: 当交叉比例为 40% 和 50% 时最佳  $N$  值为 16, 交叉比例为 20% 和 30% 时最佳  $N$  值为 14 等), 原因是原始数据之间的交叉比例

越小, 意味着两者之间的优劣关系越明显, 仅交叉部分数据的分段方式对优劣结果产生明显影响, 而交叉区间越小意味着产生影响的数据越少, 用于分段抽样的区间也相对较少.

依据表 1 中的数据, 计算相邻  $N$  值下优胜概率的绝对偏差, 并以 0.005 (该值通过观察表 1 中数据的综合变化趋势给出) 为阈值, 归纳总结出不同交叉比例下三角模糊数分段抽样的最佳  $N$  值如表 2 所示. 类似地, 按照此思路可以得到不同交叉比例下梯形模糊数分段抽样的最佳  $N$  值(见表 2).

实际中, 对于三角模糊数、梯形模糊数以及可转化为此类型的数据可事先计算属性值的交叉比例, 然后对照表 2 选取相应的  $N$  值对原始属性值进行子区间划分. 当交叉比例介于两个数据之间时, 以较大的交叉比例对应的  $N$  值为准, 以三角模糊数为例, 当交叉比例为 67% 时, 取  $N$  值为 10. 其他数据类型的最佳  $N$  值可按此思路求解, 这里不再赘述.

表 2 不同交叉比例下三角模糊数和梯形模糊数的最佳分段抽样子区间数 ( $N$  值)

模糊数	100%	90%	80%	70%	60%	50%	40%	30%	20%	10%	0%
三角模糊数	任意值	10	10	10	8	8	8	6	6	4	任意值
梯形模糊数	任意值	18	18	18	18	15	15	12	9	9	任意值

### 2.3 随机转化后信息的聚合求解

通过以上方法, 可将混合信息转化为随机信息, 进一步, 将随机聚合求解<sup>[21]</sup>方法与混合信息的随机转化及相应的多属性决策方法进行融合, 求解最终的决策结论. 具体思路为: 将每一次随机抽样得到的随机属性值按照决策者给出的决策方法(如数据的无量纲化处理、属性权重的确定以及信息集结方法等)进行集成, 得到一组集结值及方案间的排序结果; 重复该过程实现充分抽样, 可以得到多组集结值及对应的排序; 在此基础上, 通过概率统计的方式将多次抽样得到的集结值转化为体现方案之间相对优劣的优胜度概率矩阵, 并进一步基于该矩阵求解方案间的排序位概率矩阵以及可能性排序, 从而将相互矛盾的多组绝对形式的决策结论转化为概率结论, 以提升最终结论对决策问题的解释力及可接受性.

基于上述思路, 可将方案间优胜度概率矩阵的具体求解过程归纳如下.

step 1: 设置统计变量 count (初始值为 0), 用于统计模拟次数; 设置  $n \times n$  维矩阵  $[p_{ij}]_{n \times n}$  和  $[p'_{ij}]_{n \times n}$  分别用于存储和临时存储方案之间的优胜次数; 设置  $n \times n$  维矩阵  $[q_{ij}]_{n \times n}$  和  $[q'_{ij}]_{n \times n}$  分别用于存储和临时存储方案之间表现相同的次数.

step 2: 按照 2.2 节给出的方法确定属性值的分段抽样子区间, 令  $\text{count} = \text{count} + 1$ , 按照 2.1 节中的随机抽样方法在不同属性值的分段抽样子区间内随机抽样, 得到  $n$  个方案关于  $m$  个属性的一组随机数据, 记为  $[\gamma_{ij}]_{n \times m}$ .

step 3: 对  $[\gamma_{ij}]_{n \times m}$  按照决策者事先给定的无量纲化方法、赋权方法以及集结方法进行集成处理, 得到  $n$  个方案的集结值, 记为  $y_1, y_2, \dots, y_n$ .

step 4: 按照  $y_i$  的大小对方案之间的优劣进行比较. 若  $y_i > y_j$ , 则令  $p'_{ij} = p'_{ij} + 1$ ; 若  $y_i = y_j$ , 则令  $q'_{ij} = q'_{ij} + 1$ ; 若  $y_i < y_j$ , 则令  $p'_{ji} = p'_{ji} + 1$ .

step 5: 当 count 的取值为  $t$  的整数倍时 (即  $\text{count} = ct, c = 1, 2, \dots$ , 其中  $t$  为步长, 实际应用中可视具体情况事先给定  $t$  的取值, 例如当决策问题较复杂时, 可令  $t$  的取值为 100, 200 等), 判断模拟过程是否满足终止条件, 即

$$\frac{1}{n} \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (p_{ij} - p'_{ij})^2} \leq \sigma,$$

$$\frac{1}{n} \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (q_{ij} - q'_{ij})^2} \leq \sigma$$

是否同时成立 ( $\sigma$  为一个足够小的正数, 如 0.001), 若

满足条件,则转 step 6; 否则,令  $p_{ij} = p'_{ij}, q_{ij} = q'_{ij}$ , 并转 step 2.

step 6: 终止模拟过程, 保存矩阵  $[p_{ij}]_{n \times n}, [q_{ij}]_{n \times n}$  的值.

基于上述模拟过程, 可得到体现方案间优劣关系的优胜度概率矩阵 (用  $S = [s_{ij}]_{n \times n}$  表示), 即

$$s_{ij} = (p_{ij} + 0.5q_{ij}) / \text{count}. \quad (2)$$

可知,  $s_{ij} \in [0, 1]$  代表方案  $o_i$  优于  $o_j$  的概率, 且  $s_{ij} + s_{ji} = 1$ .

进一步, 基于优胜度概率矩阵  $[s_{ij}]_{n \times n}$  可求得  $n$  个方案在不同排序位的分布概率矩阵, 简称排序位概率矩阵, 记为  $H = [h_{ij}]_{n \times n}$ , 其中  $h_{ij}$  表示方案  $o_i$  排在第  $j$  位的概率, 可通过该方案优于其他方案及被其他方案优于的全体概率进行计算, 具体如下:

$$h_{ij} = \begin{cases} \prod_{q=1, q \neq i}^n s_{iq}, & j = 1; \\ \sum_{h=1, h \neq i}^n \prod_{p=h}^{h+j-2} s_{pi} \prod_{q=1, q \neq h, \dots, h+j-2}^n s_{iq}, & j = 2, \dots, n. \end{cases} \quad (3)$$

其中:  $p$  的取值应满足  $h + j - 2 \leq n, h_{ij} \in [0, 1]$ .

表3 不同型号导弹武器属性性能

导弹型号	命中精度 /km	弹头载荷 /kg	机动性能 /(km/h)	价格 /(10 <sup>6</sup> 美元)	可靠性	可维修性
$O_1$	2.0	500	[55, 56]	[4.7, 5.7]	一般	很高
$O_2$	2.5	450	[30, 40]	[4.7, 5.2]	低	一般
$O_3$	1.8	480	[50, 60]	[5, 6]	高	高
$O_4$	2.2	520	[35, 45]	[4.5, 5.5]	一般	一般

求解语言信息转化为三角模糊数和梯形模糊数后的交叉比例, 可以发现最大交叉比例为梯形模糊数的 66.7%, 对照表 2, 需要将表 3 中的原始数据划分为 18 个子区间. 然后, 按照 2.1 节中的步骤以及式 (2) 和 (3) 求解 4 种型号导弹之间的优胜度概率矩阵及排序位概率矩阵, 分别为

$$S = \begin{bmatrix} 0.5000 & 1.0000 & 0.9796 & 1.0000 \\ 0.0000 & 0.5000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0204 & 1.0000 & 0.5000 & 1.0000 \\ 0.0000 & 1.0000 & 0.0000 & 0.5000 \end{bmatrix},$$

$$H = \begin{bmatrix} 0.9796 & 0.0204 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 \\ 0.0204 & 0.9796 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 & 0.0000 \end{bmatrix}.$$

依据排序位概率矩阵可以看出: 导弹  $O_1$  以 97.96% 的概率排在第 1 位,  $O_2$  以 100% 的概率排在

基于排序位概率矩阵可求解可能性排序, 即对于方案  $o_i$  而言, 若其在第  $j$  个排序位的分布概率最大, 则  $o_i$  最有可能排在第  $j$  位. 特殊地, 若同一方案在多个排序位上的分布概率相同, 则取最靠前的排序位; 若多个方案分布于同一个排序位上, 则可进一步按照两个方案之间优胜概率进行排序, 将拥有较大优胜概率的方案排在前面.

### 3 算例分析

下面针对两个算例展开分析, 算例 1 采用文献 [18, 24] 中的例子对本文的方法进行应用, 以便通过决策结果的对比分析验证本文方法的有效性. 算例 2 以预估“十四五”期间省域经济社会发展潜力为背景构建应用实例, 以进一步阐明本文方法的特点及应用前景.

#### 3.1 算例 1

研发部门提供的 4 种导弹型号相关信息见表 3. 为便于比较, 这里采用文献 [18, 24] 中的属性权重, 即 (0.2, 0.2, 0.1, 0.1, 0.2, 0.2), 且按照文献 [24] 中的方法分别将“可靠性”“可维修性”属性值转化为三角模糊数和梯形模糊数.

第 4 位,  $O_3$  以 97.96% 的概率排在第 2 位,  $O_4$  以 100% 的概率排在第 3 位. 结合优胜度概率矩阵, 得到 4 种型号导弹之间的可能性排序为

$$O_1 \overset{97.96\%}{\succ} O_3 \overset{100\%}{\succ} O_4 \overset{100\%}{\succ} O_2.$$

为进一步说明本文方法的有效性, 将按照本文方法得到的排序结果与文献 [18] 的排序结果 ( $O_1 \overset{65.93\%}{\succ} O_3 \overset{99.98\%}{\succ} O_4 \overset{100\%}{\succ} O_2$ )、文献 [24] 的排序结果 ( $O_1 \succ O_3 \succ O_4 \succ O_2$ ) 进行比较, 可以发现, 3 种方法对 4 种型号导弹的排序一致, 但排序中相邻两种型号导弹的优胜概率有所不同. 例如: 文献 [24] 给出的是绝对形式的排序, 认为导弹  $O_1$  绝对 (以 100% 的概率) 优于  $O_3, O_3$  绝对优于  $O_4, O_4$  绝对优于  $O_2$ ; 而文献 [18] 和本文给出的是可能性排序. 可以看出, 3 种方法给出的排序结论主要差异体现在导弹  $O_1$  和  $O_3$  的优胜概率上. 因此, 下面通过比较分析  $O_1$  和  $O_3$  优劣势的方式对本文方法的特点及有效性进行说明.

结合表 3 中的原始属性信息, 比较导弹  $O_1$  和  $O_3$  的属性值发现,  $O_3$  在属性“机动性能”“可靠性”上以一定的概率优于  $O_1$ , 采用本文方法计算得到在“机动性能”上  $O_3$  以 40.67% 的概率优于  $O_1$ , 在“可靠性”上以 94.75% 的概率优于  $O_1$ . 而“机动性能”和“可靠性”两个属性的权重之和仅为 0.3, 故  $O_3$  在这两个属性上的优势占比不高. 此外, 在对属性值进行线性加权时,  $O_3$  在这两个属性上的相对优势被  $O_1$  在其他 4 个属性上的相对优势进一步削弱. 因而, 可以判断  $O_1$  以较大的优势优于  $O_3$ , 但并非绝对优于  $O_3$ . 故相比于文献 [24] 中  $O_1$  绝对优于  $O_3$  和文献 [18] 中  $O_1$  仅以 65.93% 的概率优于  $O_3$  的结论, 本文中的 97.96% 的优胜概率更加合理, 对决策方案之间优劣比较的可解释性也更强.

### 3.2 算例 2

本算例对“十四五”期间 6 个省份(东南地区三省份广东、江苏、浙江和东北地区三省份辽宁、吉林、黑龙江, 分别用  $O_1, O_2, \dots, O_6$  表示)在“经济发展水平”“经济增长率”“人均预期寿命”“居民幸福感”“生态宜居”5 个属性上的表现进行预评价, 属性值如表 4 所示. 其中, “经济发展水平”给出的是 6 个省份的排序值; “经济增长率”和“人均预期寿命”为区间数, 计算依据是各省份 2020 年的属性值及“十四五”规划的目标值; “居民幸福感”和“生态宜居”为定性属性值. 需要说明的是, 现实中仅依据这 5 项属性对省域的发展潜力进行预估显然是远远不够的, 这里仅是一个简化算例, 用于对本文方法的特点及应用前景进行说明.

表 4 六省份经济社会发展属性值

省份	经济发展水平	经济增长率	人均预期寿命	居民幸福感	生态宜居
$O_1$	1	[2.3, 7.3]	[78.4, 79]	满意	好
$O_2$	3	[3.7, 5.5]	[78.27, 80]	很满意	很好
$O_3$	2	[3.6, 6.5]	[79.2, 80]	满意	很好
$O_4$	5	[0.6, 6]	[79, 80]	满意	好
$O_5$	4	[2.4, 6]	[78, 78.5]	一般	一般
$O_6$	6	[1, 5.5]	[78.23, 79.43]	一般	好

求解过程中, 仍依据文献 [24] 中的方法将“居民幸福感”“生态宜居”属性值分别转化为三角模糊数和梯形模糊数. 对于“经济发展水平”的排序值, 将区间  $[0, 1]$  分为 6 等份, 排在第 1 位的省份的属性值在  $[0.833, 1]$  区间内随机取值; 类似地, 排在第 2~第 6 位的省份所对应的属性取值区间分别为  $[0.667, 0.833]$ 、 $[0.5, 0.667]$ 、 $[0.333, 0.5]$ 、 $[0.167, 0.333]$ 、 $[0, 0.167]$ . 按照 2.2 节中的方法, 首先计算不同类型数据的交叉区间, 并基于此将原始属性值分为 18 个子区间; 然后对属性值按区间进行随机抽样并求决策结果. 该过程中, 按照向量规范法进行属性值的无量纲化处理, 为简便起见, 属性权重按照等权处理, 然后依据式 (2) 和 (3) 求得 6 个省份的优胜度概率矩阵和排序位概率矩阵分别为

$H =$

$$\begin{bmatrix} 0.1795 & 0.7993 & 0.0212 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.8157 & 0.1843 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0260 & 0.9740 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.4835 & 0.5165 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.5165 & 0.4835 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 \end{bmatrix}.$$

依据排序位概率矩阵可以看出, 省份  $O_1$  以 79.93% 的概率排在第 2 位,  $O_2$  以 81.57% 的概率排在第 1 位,  $O_3$  以 97.4% 的概率排在第 3 位,  $O_4$  以 51.65% 的概率排在第 5 位,  $O_5$  以 51.65% 的概率排在第 4 位,  $O_6$  以 100% 的概率排在第 6 位. 结合优胜度概率矩阵, 得到可能性排序为

$$O_2 \overset{81.57\%}{>} O_1 \overset{97.40\%}{>} O_3 \overset{100\%}{>} O_5 \overset{51.65\%}{>} O_4 \overset{100\%}{>} O_6.$$

为进一步说明本文方法的特点, 将上述求解结果与不考虑原始数据分布特征的抽样模拟结果进行比较分析. 不考虑原始数据分布特征情形下 6 个省份的可能性排序为

$$O_2 \overset{72.12\%}{>} O_1 \overset{89.13\%}{>} O_3 \overset{100\%}{>} O_5 \overset{50.55\%}{>} O_4 \overset{100\%}{>} O_6.$$

可以看出, 通过对原始数据按照分布特征进行分段抽

$S =$

$$\begin{bmatrix} 0.5000 & 0.1843 & 0.9740 & 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 \\ 0.8157 & 0.5000 & 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 \\ 0.0260 & 0.0000 & 0.5000 & 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.5000 & 0.4835 & 1.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.5165 & 0.5000 & 1.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.5000 \end{bmatrix},$$

样的处理方式,能够进一步提升相邻排序省份之间的优胜概率,原因是:通过子区间的划分能够弱化隶属度低(接近于0)的那部分属性值(通常分布于取值区间的两端)被抽取的次数,而提升隶属度高(接近于1)的那部分属性值被抽取的次数;对于任意两个省份而言,其对应的属性值通常并不完全相等,使得其对应的隶属度函数也不完全重叠,因此,通过子区间的划分会提升隶属度高的那部分属性值之间的区分度,并最终提升了不同省份之间的优胜概率.由此可见,本文方法通过考虑原始数据分布特征的方式,具有能够更加明显地突出决策方案之间优劣差异的特点,从而为决策者的合理选择提供更加充分的依据与支撑.

#### 4 结论

针对多种类型混合信息共存的多属性决策问题,本文对基于分布特征的混合信息随机转化方法进行了细化研究,通过大规模模拟仿真的方式给出了分段抽样子区间的确定方法,并在此基础上,总结归纳了不同交叉比例下三角模糊数和梯形模糊数的最佳分段抽样子区间数,可为实际应用中分段抽样子区间的确定提供参考.在此基础上,将聚合求解方法与混合信息的随机转化过程进行融合,以求解体现方案间相对优劣关系的优胜度概率矩阵,并据此推导出方案在不同排序位上的分布概率矩阵及方案之间带有概率信息的可能性排序结论.

本文具有以下3个方面的主要特色:1)结合决策数据的分布特征对其进行分段随机转化,能够使抽样得到的随机数集合与原始数据的分布结构尽可能吻合,从而保证信息转化过程中数据结构的一致性,避免信息失真的情况;2)对混合决策信息按照分布特征分段抽样随机转化的处理方式,能够更加明显地突出方案之间的优劣差异,因而更有利于决策方案的选择;3)将聚合求解方法融合到决策过程中,实现了“绝对形式”决策结论向“相对形式”的“柔性”转化,该结论形式更加吻合原始信息的不确定性及模糊性特征,因此对决策问题有着较好的支撑性及可解释性.

本文的研究方法在定量定性判断共存的复杂决策、决策者独立民主参与决策以及面向未来不确定性的综合预判等问题中有着较好的应用前景.此外,本文仅针对多种类型混合决策信息共存的多属性决策问题展开了研究,而实际应用中,由于专家知识结构及判断偏好的不同,多类型混合信息共存的现象在群体决策中更为常见.因此,将本研究方法拓展至群体决策,探讨不同专家混合决策信息的随机转化、融合以及一致性判断意见的求解,是未来研究中需要关

注的重点问题.

#### 参考文献(References)

- [1] 梁薇, 王应明. 基于可信度的基本不确定区间犹豫模糊广义TODIM应急群决策方法[J]. 控制与决策, 2023, 38(7): 1988-1996.  
(Liang W, Wang Y M. Generalized TODIM emergency group decision making method for basic uncertain information interval-valued hesitant fuzzy set based on reliability degree[J]. Control and Decision, 2023, 38(7): 1988-1996.)
- [2] 刘金培, 杨宏伟, 陈华友, 等. 基于交叉效率DEA与群体共识的区间乘性语言偏好关系群决策[J]. 中国管理科学, 2020, 28(2): 190-198.  
(Liu J P, Yang H W, Chen H Y, et al. Group decision making with interval multiplicative linguistic preference relations based on cross-efficiency DEA and group consensus[J]. Chinese Journal of Management Science, 2020, 28(2): 190-198.)
- [3] 向阳, 于长锐. 复杂决策问题求解的定性定量综合集成方法[J]. 管理科学学报, 2001, 4(2): 25-31.  
(Xiang Y, Yu C R. Metasynthesis of complicated decision-making problem solving[J]. Journal of Management Sciences in China, 2001, 4(2): 25-31.)
- [4] 张恒杰, 朱文凤, 董玉成. 异质环境下基于最小冒犯准则的分类共识决策方法研究[J]. 系统工程理论与实践, 2022, 42(5): 1378-1390.  
(Zhang H J, Zhu W F, Dong Y C. The classification-based consensus model with minimum violations in heterogeneous group decision making[J]. Systems Engineering—Theory & Practice, 2022, 42(5): 1378-1390.)
- [5] 徐泽水, 钱渝, 李铭, 等. 基于语言偏好序的多属性群决策方法及其在废旧物资循环利用中的应用[J]. 控制与决策, 2024, 39(7): 2363-2374.  
(Xu Z S, Qian Y, Li M, et al. Multi-attribute group decision-making method based on linguistic preference ordering and its application in waste material recycling[J]. Control and Decision, 2024, 39(7): 2363-2374.)
- [6] 牛玉飞, 张发明. 基于CNA-GT组合模型的混合多属性大群体决策方法[J]. 系统工程, 2022, 40(1): 133-142.  
(Niu Y F, Zhang F M. Hybrid multi-attribute large group decision-making method based on CNA-GT combination model[J]. Systems Engineering, 2022, 40(1): 133-142.)
- [7] Zhang H, Dong Y, Chiclana F, et al. Consensus efficiency in group decision making: A comprehensive comparative study and its optimal design[J]. European Journal of Operational Research, 2019, 275(2): 580-598.
- [8] 余高锋, 李登峰, 吴坚, 等. 考虑决策者损失规避的异质信息多属性变权决策方法[J]. 中国管理科学, 2018, 26(9): 141-147.  
(Yu G F, Li D F, Wu J, et al. Heterogeneous multi-attribute variable weight decision making method

- considering decision maker's loss aversion[J]. Chinese Journal of Management Science, 2018, 26(9): 141-147.)
- [9] 徐选华, 蔡晨光, 梁栋. 基于混合多属性信息的复杂多阶段决策方法[J]. 系统工程与电子技术, 2015, 37(10): 2315-2321.  
(Xu X H, Cai C G, Liang D. Complex multi-stage decision making method based on mixed multi-attribute information[J]. Systems Engineering and Electronics, 2015, 37(10): 2315-2321.)
- [10] 裴凤, 张莉莉, 闫安. 基于两参照点的动态混合多属性群决策算法[J]. 控制与决策, 2018, 33(3): 571-576.  
(Pei F, Zhang L L, Yan A. Algorithm of dynamic hybrid multi-attribute group decision-making based on two reference points[J]. Control and Decision, 2018, 33(3): 571-576.)
- [11] 王伟明, 徐海燕. 混合信息下的多属性大规模群体决策方法[J]. 系统工程与电子技术, 2020, 42(11): 2560-2569.  
(Wang W M, Xu H Y. Multiple attribute large-scale group decision making method based on hybrid information[J]. Systems Engineering and Electronics, 2020, 42(11): 2560-2569.)
- [12] 李从东, 钟方源, 张帆顺. 基于优劣势排序法和Zhenyuan积分的混合型多属性决策方法[J]. 统计与决策, 2021, 37(17): 178-181.  
(Li C D, Zhong F Y, Zhang F S. Hybrid multi-attribute decision-making method based on superior and inferior ranking method and Zhenyuan integral[J]. Statistics and Decision, 2021, 37(17): 178-181.)
- [13] Ervural B, Kabak Ö. A cumulative belief degree approach for group decision-making problems with heterogeneous information[J]. Expert Systems, 2019, 36(6): 1-28.
- [14] Martínez L, Liu J, Ruan D, et al. Dealing with heterogeneous information in engineering evaluation processes[J]. Information Sciences, 2007, 177(7): 1533-1542.
- [15] 曾雪兰, 李正义. 不确定多属性群决策中混合信息的集结[J]. 数学的实践与认识, 2010, 40(24): 92-98.  
(Zeng X L, Li Z Y. A fusion method for hybrid information in uncertain multiple attributes group decision-making[J]. Mathematics in Practice and Theory, 2010, 40(24): 92-98.)
- [16] Wang X, Cai J. A group decision-making model based on distance-based VIKOR with incomplete heterogeneous information and its application to emergency supplier selection[J]. Kybernetes, 2017, 46(3): 501-529.
- [17] Chen X, Zhang H J, Dong Y C. The fusion process with heterogeneous preference structures in group decision making: A survey[J]. Information Fusion, 2015, 24: 72-83.
- [18] 李伟伟, 易平涛, 郭亚军, 等. 模拟视角下广义混合型决策信息的综合集成[J]. 系统工程与电子技术, 2016, 38(6): 1339-1344.  
(Li W W, Yi P T, Guo Y J, et al. Synthetic integration of generalized hybrid decision information under simulation aspect[J]. Systems Engineering and Electronics, 2016, 38(6): 1339-1344.)
- [19] Li W W, Yi P T, Li L Y. Superiority-comparison-based transformation, consensus, and ranking methods for heterogeneous multi-attribute group decision-making[J]. Expert Systems with Applications, 2023, 213: 119018.
- [20] 刘赢, 关欣, 李易城. 基于综合犹豫模糊熵的多属性决策研究[J]. 控制与决策, 2024, 39(6): 2013-2021.  
(Liu Y, Guan X, Li Y C. Multi-attribute decision making based on comprehensive hesitation fuzzy entropy[J]. Control and Decision, 2024, 39(6): 2013-2021.)
- [21] 刘久兵, 彭莉莎, 李华雄, 等. 考虑权重信息未知的区间直觉模糊三支群决策方法[J]. 运筹与管理, 2022, 31(7): 50-57.  
(Liu J B, Peng L S, Li H X, et al. Interval-valued intuitionistic fuzzy three-way group decisions considering the unknown weight information[J]. Operations Research and Management Science, 2022, 31(7): 50-57.)
- [22] 宗梦婷, 宗梦环, 陈曦. 基于社交网络分析的区间二元语义群决策方法研究[J]. 管理学报, 2022, 19(1): 74-84.  
(Zong M T, Zong M H, Chen X. Research on a method of interval two-tuple linguistic group decision-making based on social network analysis[J]. Chinese Journal of Management, 2022, 19(1): 74-84.)
- [23] 高建伟, 魏玲莉, 王亚平. 基于新型距离测度的概率语言多属性群决策方法[J]. 控制与决策, 2024, 39(2): 604-612.  
(Gao J W, Wei L L, Wang Y P. Probabilistic linguistic multi-attribute group decision making method based on new distance measure[J]. Control and Decision, 2024, 39(2): 604-612.)
- [24] 王方, 李华, 张晓. 混合型多属性决策的HB-SIR方法[J]. 系统工程与电子技术, 2015, 37(5): 1099-1105.  
(Wang F, Li H, Zhang X. Novel HB-SIR method for hybrid multiple attribute decision making[J]. Systems Engineering and Electronics, 2015, 37(5): 1099-1105.)

## 作者简介

李伟伟(1986—), 女, 副教授, 博士, 从事综合评价、信息融合等研究, E-mail: liww@mail.neu.edu.cn;

易平涛(1981—), 男, 教授, 博士, 从事综合评价、信息融合等研究, E-mail: ptyi@mail.neu.edu.cn;

李玲玉(1982—), 女, 讲师, 博士, 从事综合评价的研究, E-mail: lingyu2001@163.com;

董乾坤(1995—), 男, 博士生, 从事综合评价的研究, E-mail: dongqian\_k@163.com;

王露(1992—), 女, 副教授, 博士, 从事综合评价的研究, E-mail: wanglu1@mail.neu.edu.cn.