



# 控制与决策

CONTROL AND DECISION



## 输入受限下无人直升机自适应固定时间滑模控制

贺战胜, 邱宏凌, 沈俊

引用本文:

贺战胜, 邱宏凌, 沈俊. 输入受限下无人直升机自适应固定时间滑模控制[J]. 控制与决策, 2024, 39(11): 3547–3556.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2023.1354>

### 您可能感兴趣的其他文章

#### Articles you may be interested in

#### 多航天器系统分布式固定时间输出反馈姿态协同跟踪控制

Distributed fixed-time output feedback attitude coordination tracking control for multiple rigid spacecraft

控制与决策. 2021, 36(5): 1049–1058 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0968>

#### 基于反演算法的严格反馈非线性系统固定时间跟踪控制

Fixed-time tracking control for strict-feedback nonlinear systems based on backstepping algorithm

控制与决策. 2021, 36(1): 173–179 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0658>

#### 输入饱和的充液航天器抗干扰有限时间滑模控制

Anti-disturbance finite-time sliding mode control for liquid-filled spacecraft with input saturation

控制与决策. 2021, 36(5): 1078–1086 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0820>

#### 磁悬浮开关磁阻电机的自适应终端滑模控制

Adaptive terminal sliding mode control of bearingless switched reluctance motor

控制与决策. 2021, 36(6): 1449–1456 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1064>

#### 基于强化学习的小型无人直升机有限时间收敛控制设计

Finite time control based on reinforcement learning for a small-size unmanned helicopter

控制与决策. 2020, 35(11): 2646–2652 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0328>

# 输入受限下无人直升机自适应固定时间滑模控制

贺战胜, 邱宏凌, 沈俊<sup>†</sup>

(南京航空航天大学 自动化学院, 南京 211106)

**摘要:** 针对无人直升机系统存在的外界扰动和输入饱和问题, 提出一种自适应固定时间滑模控制方法. 通过设计分段函数保证滑模变量连续可微, 消除控制器奇异性问题. 同时, 采用径向基神经网络估计并补偿直升机系统中的外界干扰和输入饱和误差. 为改善跟踪性能, 引入固定时间趋近律, 确保跟踪误差固定时间内收敛至原点微小邻域, 提高直升机系统的收敛速度与跟踪精度. 最后, 通过仿真实验验证所提出控制方法的有效性和优越性.

**关键词:** 固定时间控制; 滑模控制; 外界扰动; 输入饱和; 神经网络

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2023.1354

引用格式: 贺战胜, 邱宏凌, 沈俊. 输入受限下无人直升机自适应固定时间滑模控制[J]. 控制与决策, 2024, 39(11): 3547-3556.

## Adaptive fixed-time sliding mode control of unmanned helicopter with input saturation

HE Zhan-sheng, QIU Hong-ling, SHEN Jun<sup>†</sup>

(College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 211106, China)

**Abstract:** An adaptive fixed-time sliding mode control method is proposed for the unmanned helicopter system with external disturbances and input saturation. A segmented function is selected to ensure that the sliding mode variables are continuously differentiable and eliminate the singularity problem of the controller. The radial basis function neural networks are used to estimate and compensate for external disturbances and input saturation errors. To improve the tracking performance, the fixed-time control laws are developed to guarantee that tracking errors converge to a small neighborhood of the origin within a fixed time, which can enhance the convergence speed and tracking accuracy of the helicopter system. Finally, the simulation results based on an unmanned helicopter show the effectiveness and superiority of the proposed control method.

**Keywords:** fixed-time control; sliding mode control; external disturbances; input saturation; neural networks

## 0 引言

无人直升机因其续航时间长、负载能力强及机动性高等优势, 广泛应用于农业、通信和军工等领域<sup>[1-3]</sup>. 然而, 直升机系统高度非线性, 飞行过程中易受到阵风等外界干扰影响, 极大提高了控制器设计难度. 此外, 直升机在执行大机动飞行任务时, 飞行速度更快、角度更大, 系统期望输入量可能超出执行器实际输出范围, 导致执行机构出现输入受限问题<sup>[4]</sup>. 输入受限对直升机系统飞行性能影响较大, 轻则降低跟踪性能, 重则导致系统失稳, 引发严重安全事故. 因此, 考虑外界干扰和输入饱和下无人直升机, 设计高精度抗饱和控制器, 提高跟踪性能至关重要.

精确的轨迹跟踪和姿态控制是直升机完成飞行任务的前提, 为克服非线性耦合等不利影响, 常采用双闭环控制策略. 线性控制 PID、LQR 和  $H_\infty$  等技术<sup>[5-7]</sup> 原理简单、设计便捷, 已广泛应用到飞控系统. 线性控制一定程度上能够满足控制要求, 并且在平衡点附近表现良好, 但当远离平衡点时, 跟踪性能显著下降. 非线性控制能够很好克服这一不足, 最大程度提高直升机系统机动性及鲁棒性. 常见的非线性控制方法包括反步控制、滑模控制和神经网络控制<sup>[8-11]</sup> 等, 非线性控制不需要精确地控制模型信息, 显著降低不确定性及扰动对系统的不利影响.

滑模控制 (sliding mode control, SMC) 由于理论

收稿日期: 2023-09-22; 录用日期: 2024-01-02.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (61973156).

责任编委: 张国山.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: junshen@nuaa.edu.cn.

简单且具有较强的鲁棒性,飞行器控制多采用此方法.传统滑模控制仅能保证跟踪误差渐近收敛到平衡点,通过改进滑模面<sup>[12-14]</sup>,设计终端滑模控制方案,保证跟踪误差有限时间内收敛到平衡点.此外,预设性能控制也可保证跟踪误差有限时间稳定<sup>[15-17]</sup>.考虑有限时间控制的收敛时间会随着初值变化而变化,Polyakov<sup>[18]</sup>提出固定时间控制,保证控制系统收敛时间与初值无关,提高系统跟踪精度及收敛速度,已成功应用到非线性系统<sup>[19-21]</sup>.同时存在滑模控制削弱抖振的相关研究,通过改进滑模面趋近律<sup>[22-24]</sup>,不仅保证滑模函数有限时间收敛,还可削弱输入抖振.

实际飞行过程中,出于安全考虑,执行机构往往设置最佳运行范围.因此,无人机控制器设计必须考虑执行器饱和现象.目前抗饱和控制方法主要采用双曲正切函数逼近饱和,但需要与其他控制技术相结合,加大控制系统设计难度,例如结合中值定理或Nussbaum增益设计控制器<sup>[25-27]</sup>,提升抗饱和性能.考虑到辅助系统技术简单,可用来补偿输入饱和或执行器故障等非线性输入<sup>[28-30]</sup>.通过两种不同技术处理外界干扰与输入饱和,跟踪误差取决于观测器和辅助系统控制精度,可能会降低控制系统精度.考虑到观测器强大的估计性能,可采用观测器估计外界干扰和饱和误差总扰动<sup>[31-32]</sup>,提升系统抗干扰性能,补偿精度取决于观测器估计精度.常见观测器往往要求未知项有界或导数有界,而径向基神经网络仅需保证干扰连续即可,扩大观测器补偿输入饱和和应用范围.

综上所述,本文结合径向基神经网络(radial basis function neural networks, RBFNNs)与滑模控制,设计固定时间滑模控制器,减小饱和及干扰对无人机直升机控制系统影响,提高系统快速收敛性能和抗干扰能力.本文主要工作包括:1)设计新型非线性光滑函数 $S^p(x)$ ,避免产生奇异问题,确保跟踪误差固定时间内收敛有界.同时,采用饱和函数替代符号函数,降低输入抖振.2)利用RBFNNs估计外界扰动和饱和误差项,改进神经网络权值更新率,有效解决干扰及输入饱和对系统的不利影响,无需引入其他控制技术处理饱和,简化控制器的设计过程,便于推广到其他系统.3)提供闭环系统详细的稳定性证明,并给出收敛时间上界的近似估计.此外,通过仿真实验,进一步验证所提出方法的有效性.

## 1 无人直升机控制模型

### 1.1 无人直升机建模

小型无人直升机系统为高度非线性欠驱动系统,选择合适的坐标系可以降低模型复杂程度,地面坐标

系及机体坐标系下无人直升机如图1所示.地面坐标系 $E(O_g x_g y_g z_g)$ 用以表示无人机位置信息,坐标原点为起飞原点.机体坐标系 $E(O_b x_b y_b z_b)$ 表示无人机姿态变化信息,其原点与无人机重心重合.

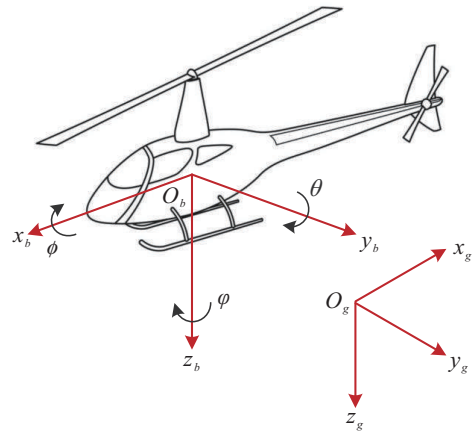


图1 地面坐标系和机体坐标系

假设小型无人直升机为刚体模型,根据牛顿-欧拉定理可以得到直升机的非线性简化数学模型<sup>[8]</sup>

$$\begin{cases} \dot{P} = V, \\ \dot{V} = g e_3 + R(\Theta) e_3 F + d_P, \\ \dot{\Theta} = S(\Theta) \Omega, \\ \dot{\Omega} = -I_m^{-1} \Omega \times I_m \Omega + \tau + d_\Theta. \end{cases} \quad (1)$$

其中: $P = [x \ y \ z]^T$ ,  $V = [u \ v \ w]^T$ 分别表示无人直升机在地面坐标系下位置及速度信息; $g$ 为重力加速度; $e_3 = [0 \ 0 \ 1]^T$ ;  $F = -g + Z_w w + Z_{col} u_{col}$ 为直升机所受外界合外力; $\Theta = [\phi \ \theta \ \psi]^T$ 分别为直升机滚转角、俯仰角和偏航角;旋转矩阵

$$R(\Theta) = \begin{bmatrix} C_\theta C_\psi & S_\phi S_\theta C_\psi - C_\phi S_\psi & C_\phi S_\theta C_\psi + S_\phi S_\psi \\ C_\theta S_\psi & S_\phi S_\theta S_\psi + C_\phi C_\psi & C_\phi S_\theta S_\psi - S_\phi C_\psi \\ -S_\theta & S_\phi C_\theta & C_\phi C_\theta \end{bmatrix},$$

$C_{(\cdot)}$ 和 $S_{(\cdot)}$ 分别为 $\cos(\cdot)$ 和 $\sin(\cdot)$ .

当姿态角 $\Theta$ 较小时, $S(\Theta)$ 可近似为单位矩阵, $\Omega = [p \ q \ r]^T$ 表示机体坐标系下直升机角速度. $I_m \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 为直升机转动惯量矩阵, $\tau$ 为直升机所受合外力矩.此外,无人直升机控制输入可表示为向量形式 $u = [u_{col} \ u_{lon} \ u_{lat} \ u_{ped}]^T$ ,  $d_P = [d_1 \ d_2 \ d_3]^T$ 和 $d_\Theta = [d_4 \ d_5 \ d_6]^T$ 表示外部未知连续扰动.

**注1** 考虑到无人直升机实际飞行过程中,通常遇到持续、连续变化的阵风干扰和气象条件及气压变化.此外,无人直升机未建模部分也可视为连续干扰,不会剧烈变化.故本文重点考虑连续外界干扰下直升机控制系统,更加符合实际情况.

### 1.2 输入饱和

实际飞行过程中, 执行器所产生的力矩往往有界, 为提高直升机控制系统控制精度, 考虑控制输入  $u_i (i = \text{col}, \text{lon}, \text{lat}, \text{ped})$  满足如下饱和和限制:

$$u_i = \text{sat}(\delta_i) = \begin{cases} u_{\text{im}} \text{sign}(\delta_i), & |\delta_i| \geq u_{\text{im}}; \\ \delta_i, & |\delta_i| < u_{\text{im}}. \end{cases} \quad (2)$$

其中:  $u_{\text{im}}$  表示控制系统输入上界,  $\text{sign}(\cdot)$  为符号函数. 由于输入受到非线性饱和影响, 控制系统实际输入信号  $\text{sat}(\delta_i)$  与待设计输入信号  $\delta_i$  不等, 定义两者差值为饱和误差

$$\Delta\delta_i = \text{sat}(\delta_i) - \delta_i. \quad (3)$$

### 1.3 径向基神经网络

由于径向基神经网络具有良好的逼近连续函数能力<sup>[19]</sup>, 本文采用 RBFNNs 逼近连续总扰动  $d_i$ , 即

$$d_i = W_i^* \text{T} h(X_i) + \varepsilon_i, \quad i = x, y, z, \phi, \theta, \psi. \quad (4)$$

其中:  $W_i^* \in \mathbb{R}^l$  为理想神经网络权值;  $X_i = [e_i, \dot{e}_i]^\text{T}$  为神经网络输入向量;  $\varepsilon_i$  为干扰估计残差, 且  $|\varepsilon_i| \leq \varepsilon_{iN}$ ,  $\varepsilon_{iN}$  为极小正常数; 径向基函数  $h(X_i) = [h_1(X_i), h_2(X_i), \dots, h_l(X_i)]^\text{T}$ ,  $l > 1$  表示隐含层节点数量. 根据万能逼近特性, 当  $l$  选取足够大时, RBFNNs 可以以任意期望精度逼近  $d_i$ . 径向基函数  $h_j(X_i)$  选取为高斯函数, 有

$$h_j(X_i) = \exp\left(-\frac{\|X_i - c_j\|^2}{2b_j^2}\right), \quad j = 1, 2, \dots, l. \quad (5)$$

其中:  $c_j$  表示激活函数中心坐标向量,  $b_j$  表示激活函数宽度.

### 1.4 模型简化

考虑存在外界扰动和输入饱和的直升机控制系统, 根据式(1)~(3), 无人直升机模型可改写为

$$\begin{cases} \dot{P} = V, \\ \dot{V} = ge_3 + R(\Theta)e_3F + d_P + R(\Theta)e_3\Delta F, \\ \dot{\Theta} = S(\Theta)\Omega, \\ \dot{\Omega} = -I_m^{-1}\Omega \times I_m\Omega + \tau + d_\Theta + \Delta\tau. \end{cases} \quad (6)$$

## 2 控制器设计

本节针对式(6)所描述的直升机控制系统设计固定时间滑模控制器, 给出如下定义及引理.

考虑一般系统

$$\dot{x}(t) = f(x(t)), \quad x(0) = x_0. \quad (7)$$

其中:  $x(t) \in \mathbb{R}^n$  表示系统状态,  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  为  $n$  维空间中的  $\mathbb{R}^n$  连续函数,  $x_0$  为初始状态.

**定义 1**<sup>[18]</sup> 对于任意  $x_0 \in \mathbb{R}^n$ , 若系统(7)的状态

能在有限时间  $T(x_0)$  内收敛有界, 即当  $t \geq T(x_0)$  时, 系统状态满足  $\|x\| \leq \delta$ , 则称该系统为实际有限时间稳定. 其中, 收敛时间  $T^*(x_0) = \min\{T \mid \|x(t, x_0)\| \leq \delta, \forall t \geq T\}$ .

**定义 2**<sup>[18]</sup> 若系统(7)实际有限时间稳定, 且存在  $T_{\text{max}} > 0$ , 对于任意  $T(x_0)$ , 均有  $T(x_0) \leq T_{\text{max}}$ , 则系统(7)为实际固定时间稳定. 其中, 固定时间  $T_{\text{max}}^* = \max\{T(x_0) \mid \|x(t, x_0)\| \leq \delta, \forall t \geq T(x_0)\}$ .

**引理 1**<sup>[20]</sup> 对于系统(7), 若存在连续正定函数  $V(x)$  满足

$$\dot{V}(x) \leq -\alpha V^a(x) - \beta V^b(x) + \xi, \quad \forall x \in \mathbb{R}^n, \quad (8)$$

其中:  $\alpha, \beta > 0, 0 < a < 1, b > 1$ , 且  $\xi > 0$ , 则控制系统实际固定时间稳定, 即  $V(x)$  满足

$$V(x) \leq \min\left\{\left(\frac{\xi}{\alpha(1-\kappa)}\right)^{1/a}, \left(\frac{\xi}{\beta(1-\kappa)}\right)^{1/b}\right\}.$$

其中:  $0 < \kappa < 1$ , 收敛时间  $T(x_0)$  满足

$$T(x_0) \leq T_{\text{max}}^* = \frac{1}{\kappa\alpha(1-a)} + \frac{1}{\kappa\beta(b-1)}.$$

**引理 2**<sup>[33]</sup> 对于任意正数  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , 有

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n x_i^{r_1} &\geq \left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^{r_1}, \\ \sum_{i=1}^n x_i^{r_2} &\geq n^{1-r_2} \left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^{r_2}. \end{aligned} \quad (9)$$

其中:  $0 < r_1 < 1, r_2 > 1$ .

### 2.1 固定时间控制器设计

为简化控制器设计步骤, 针对式(6)所描述的位置系统, 不妨引入虚拟输入变量

$$\begin{cases} \delta_x = (C_\phi S_\theta C_\psi + S_\phi S_\psi)(-g + Z_w w + Z_{\text{col}} \delta_{\text{col}}), \\ \delta_y = (C_\phi S_\theta S_\psi - S_\phi C_\psi)(-g + Z_w w + Z_{\text{col}} \delta_{\text{col}}), \\ \delta_z = C_\theta C_\phi(-g + Z_w w + Z_{\text{col}} \delta_{\text{col}}) + g. \end{cases} \quad (10)$$

通过设计  $\delta_x, \delta_y, \delta_z$  即可满足控制要求. 同时, 根据式(10)可以反解得到期望滚转角  $\phi_d$  和期望俯仰角  $\theta_d$ , 以及位置环控制输入量  $\delta_{\text{col}}$ , 即

$$\begin{cases} \theta_d = \arctan\left(\frac{\delta_x C_{\psi_d} + \delta_y S_{\psi_d}}{\delta_z - g}\right), \\ \phi_d = \arctan\left(\frac{\delta_x C_{\theta_d} S_{\psi_d} - \delta_y C_{\theta_d} C_{\psi_d}}{\delta_z - g}\right), \\ \delta_{\text{col}} = \frac{1}{Z_{\text{col}}}\left(\frac{\delta_z - g}{C_{\phi_d} C_{\theta_d}} + g - Z_w w\right). \end{cases} \quad (11)$$

**假设 1** 针对存在外界干扰的无人直升机系统(6), 期望跟踪信号连续可导且二阶导数连续有界.

小型直升机位置通道跟踪误差可表示为

$$e_x = x - x_d, \quad e_y = y - y_d, \quad e_z = z - z_d.$$

根据式(6)和(10)可以得到位置跟踪误差系统为

$$\begin{cases} \ddot{e}_x = \delta_x + d_x - \ddot{x}_d, \\ \ddot{e}_y = \delta_y + d_y - \ddot{y}_d, \\ \ddot{e}_z = \delta_z + d_z - \ddot{z}_d. \end{cases} \quad (12)$$

同样地,直升机姿态跟踪误差记为

$$e_\phi = \phi - \phi_d, e_\theta = \theta - \theta_d, e_\psi = \psi - \psi_d.$$

则根据式(6)可以得到姿态跟踪误差系统为

$$\begin{cases} \ddot{e}_\phi = I_x^{-1}\dot{\theta}\dot{\psi}(I_y - I_z) - L_b\dot{\phi} + L_{lat}\delta_{lat} + d_\phi - \ddot{\phi}_d, \\ \ddot{e}_\theta = I_y^{-1}\dot{\phi}\dot{\psi}(I_z - I_x) - M_a\dot{\theta} + M_{lon}\delta_{lon} + d_\theta - \ddot{\theta}_d, \\ \ddot{e}_\psi = I_z^{-1}\dot{\phi}\dot{\theta}(I_x - I_y) - N_r\dot{\psi} + N_{ped}\delta_{ped} + d_\psi - \ddot{\psi}_d. \end{cases} \quad (13)$$

其中:  $d_i (i = x, y, z, \phi, \theta, \psi)$  为外界干扰及饱和误差总干扰,有

$$\begin{aligned} d_x &= Z_{col}(C_\phi S_\theta C_\psi + S_\phi S_\psi)\Delta\delta_{col} + d_1, \\ d_y &= Z_{col}(C_\phi S_\theta S_\psi - S_\phi C_\psi)\Delta\delta_{col} + d_2, \\ d_z &= Z_{col}C_\theta C_\phi\Delta\delta_{col} + d_3, \\ d_\phi &= L_{lat}\Delta\delta_{lat} + d_4, \\ d_\theta &= M_{lon}\Delta\delta_{lon} + d_5, \\ d_\psi &= N_{ped}\Delta\delta_{ped} + d_6. \end{aligned}$$

针对输入受限下直升机控制系统,结合固定时间滑模控制和RBFNNs技术设计自适应控制器.以 $\phi$ 通道为例,选取如下形式固定时间滑模面:

$$s_\phi = \dot{e}_\phi + k_{\phi 1}e_\phi + k_{\phi 2}S^{p_\phi}(e_\phi) + k_{\phi 3}\text{sig}^{q_\phi}(e_\phi). \quad (14)$$

其中:  $k_{\phi 1} > 1/2, k_{\phi 2} > 0, k_{\phi 3} > 0, 0 < p_\phi < 1, q_\phi > 1$ , 函数  $\text{sig}^q(x) = |x|^q \text{sign}(x)$ . 通过合理设计非线性光滑函数  $S^p(x)$ , 可以避免控制器出现奇异问题, 非线性函数  $S^p(x)$  可定义为

$$S^p(x) = \begin{cases} \text{sig}^p(x), & |x| \geq \sigma; \\ l_1 x + l_2 \text{sig}^2(x), & |x| < \sigma. \end{cases}$$

其中:  $l_1 = (2-p)\sigma^{p-1}, l_2 = (p-1)\sigma^{p-2}, \sigma$  为极小正常数,  $0 < p < 1$ . 将  $S^p(x)$  对  $x$  求导可以得到

$$\frac{dS^p(x)}{dx} = \begin{cases} p|x|^{p-1}, & |x| \geq \sigma; \\ l_1 + 2l_2|x|, & |x| < \sigma. \end{cases}$$

**注2** 传统固定时间滑模函数常选取为

$$s_\phi = \dot{e}_\phi + k_{\phi 2}\text{sig}^{p_\phi}(e_\phi) + k_{\phi 3}\text{sig}^{q_\phi}(e_\phi).$$

其中:  $k_{\phi 2} > 0, k_{\phi 3} > 0, 0 < p_\phi < 1, q_\phi > 1$ . 将  $s_\phi$  对时间进行求导,有

$$\dot{s}_\phi = \ddot{e}_\phi + (k_{\phi 2}p_\phi|e_\phi|^{p_\phi-1} + k_{\phi 3}q_\phi|e_\phi|^{q_\phi-1})\dot{e}_\phi.$$

当  $e_\phi = 0$  时, 因  $0 < p_\phi < 1$ , 故  $|e_\phi|^{p_\phi-1}$  趋于无穷, 导致滑模面导数  $\dot{s}_\phi$  出现奇异问题. 为避免奇异问题, 采用非线性函数  $S^p(x)$  替代  $\text{sig}^{p_\phi}(e_\phi)$ , 不会出现滑模面导数趋于无穷的情况. 滑模面(14)增加  $k_{\phi 1}e_\phi$  项, 保证  $|e| \geq \sigma$  时跟踪误差为实际固定时间稳定.

联合式(13)和(14), 滑模面对时间求导有

$$\begin{aligned} \dot{s}_\phi &= \\ \ddot{e}_\phi + \left( k_{\phi 1} + k_{\phi 2} \frac{dS^{p_\phi}(e_\phi)}{de_\phi} + k_{\phi 3}q_\phi|e_\phi|^{q_\phi-1} \right) \dot{e}_\phi &= \\ I_x^{-1}\dot{\theta}\dot{\psi}(I_y - I_z) - L_b\dot{\phi} + L_{lat}\delta_{lat} + d_4 - \ddot{\phi}_d + & \\ \left( k_{\phi 1} + k_{\phi 2} \frac{dS^{p_\phi}(e_\phi)}{de_\phi} + k_{\phi 3}q_\phi|e_\phi|^{q_\phi-1} \right) \dot{e}_\phi. & \quad (15) \end{aligned}$$

在不考虑干扰的情况下, 根据  $\dot{s}_\phi = 0$  可以推导出等效滑模控制律为

$$\begin{aligned} \delta_{\phi eq} &= \\ \frac{(I_x^{-1}\dot{\theta}\dot{\psi}(I_y - I_z) - L_b\dot{\phi} - \ddot{\phi}_d)}{L_{lat}} &= \\ \frac{\left( k_{\phi 1} + k_{\phi 2} \frac{dS^{p_\phi}(e_\phi)}{de_\phi} \right) \dot{e}_\phi}{L_{lat}} - \frac{k_{\phi 3}q_\phi|e_\phi|^{q_\phi-1}\dot{e}_\phi}{L_{lat}}. & \quad (16) \end{aligned}$$

为了抑制扰动影响, 提高控制系统鲁棒性, 总干扰  $d_\phi$  采用RBFNNs进行估计, 即

$$\hat{d}_\phi = \hat{W}_\phi^T h(X_\phi). \quad (17)$$

其中:  $\hat{W}_\phi$  为最优权值  $W_\phi^*$  的估计,  $\tilde{W}_\phi = \hat{W}_\phi - W_\phi^*$  表示神经网络权值估计误差,  $\dot{\tilde{W}}_\phi = \dot{\hat{W}}_\phi$ , 且  $d_\phi - \hat{d}_\phi = -\tilde{W}_\phi^T h(X_\phi) + \varepsilon_\phi$ . 自适应权值更新率<sup>[27]</sup> 设计为

$$\dot{\hat{W}}_\phi = -\Gamma \hat{W}_\phi \hat{W}_\phi^T \hat{W}_\phi + \Gamma s_\phi h(X_\phi), \quad (18)$$

其中  $\Gamma > 0$  为神经网络增益. 通过设计切换控制律, 可以加快收敛速度, 减小外界干扰对系统的影响, 有

$$\delta_{\phi sw} = -k_{\phi 0}\text{sig}^3(s_\phi) - \eta_\phi \text{sign}(s_\phi) - \hat{d}_\phi. \quad (19)$$

结合上述控制律, 可以得到  $\phi$  通道固定时间滑模控制律为

$$\begin{aligned} \delta_{lat} = \delta_{\phi eq} + \delta_{\phi sw} &= \\ \frac{(I_x^{-1}\dot{\theta}\dot{\psi}(I_y - I_z) - L_b\dot{\phi} - \ddot{\phi}_d)}{L_{lat}} &= \\ \frac{k_{\phi 0}\text{sig}^3(s_\phi) + \eta_\phi \text{sign}(s_\phi) + \hat{d}_\phi}{L_{lat}} - & \\ \frac{\left( k_{\phi 1} + k_{\phi 2} \frac{dS^{p_\phi}(e_\phi)}{de_\phi} + k_{\phi 3}q_\phi|e_\phi|^{q_\phi-1} \right) \dot{e}_\phi}{L_{lat}}. & \quad (20) \end{aligned}$$

根据式(13), 可以发现姿态系统三通道模型均类似, 故俯仰  $\theta$  通道及偏航  $\psi$  通道控制律可参考式(20)调整相应系统参数即可. 同理, 根据  $x$  通道固定时间

控制律可以得到  $y$  通道及  $z$  通道控制律.  $x$  通道控制率为

$$\delta_x = - \left( k_{x1} + k_{x2} \frac{dS^{p_x}(e_x)}{de_x} + k_{x3} q_x |e_x|^{q_x-1} \right) \dot{e}_x - k_{x0} \text{sig}^3(s_x) - \eta_x \text{sign}(s_x) - \hat{d}_x + \ddot{x}_d. \quad (21)$$

其中:  $k_{i0} > 0, \eta_i = \eta_0 + \varepsilon_{Ni} (i = x, y, z, \phi, \theta, \psi)$ .

### 2.2 稳定性分析

**定理 1** 针对位置和姿态跟踪误差系统(12)和(13),在考虑假设1满足的前提下,RBF神经网络权值更新率设计为式(18),采用控制器(20)和(21),合理选取相关参数,误差系统为实际固定时间稳定.

**证明** 上述位置及姿态控制器设计过程及形式均类似,不妨以  $\phi$  通道为例,进而推广至整个系统稳定性分析.

step 1: 选择 Lyapunov 候选函数  $V_1 = \tilde{W}_\phi^T \tilde{W}_\phi / (2\Gamma)$ ,将  $V_1$  对时间求导可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \frac{1}{\Gamma} \tilde{W}_\phi^T \dot{\tilde{W}}_\phi = \\ &= -\tilde{W}_\phi^T \hat{W}_\phi \hat{W}_\phi^T \tilde{W}_\phi + s_\phi \tilde{W}_\phi^T h(X_\phi) = \\ &= -\|\tilde{W}_\phi\|^4 - \|W_\phi^*\|^2 (\|\tilde{W}_\phi\|^2 + \tilde{W}_\phi^T W_\phi^*) - \\ &= -2\|\tilde{W}_\phi^T W_\phi^*\|^2 - 3\|\tilde{W}_\phi\|^2 \tilde{W}_\phi^T W_\phi^* + s_\phi \tilde{W}_\phi^T h(X_\phi). \end{aligned} \quad (22)$$

由杨氏不等式可以得到

$$\begin{aligned} -\|W_\phi^*\|^2 \tilde{W}_\phi^T W_\phi^* &\leq \|W_\phi^*\|^3 \|\tilde{W}_\phi\| \leq \\ &\frac{3}{4} g_1^{\frac{4}{3}} (\|W_\phi^*\|^3)^{\frac{4}{3}} + \frac{1}{4g_1^4} \|\tilde{W}_\phi\|^4 - \|W_\phi^*\|^2 \|\tilde{W}_\phi\|^2 \leq \\ -\|W_\phi^*\|^2 (2\|\tilde{W}_\phi\| - 1) - \|\tilde{W}_\phi\|^2 \tilde{W}_\phi^T W_\phi^* &\leq \\ \|\tilde{W}_\phi\|^3 \|W_\phi^*\| &\leq \frac{3}{4} g_2^{\frac{4}{3}} (\|\tilde{W}_\phi\|^3)^{\frac{4}{3}} + \frac{1}{4g_2^4} \|W_\phi^*\|^4. \end{aligned}$$

故式(22)可以变为

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &\leq - \left( 1 - \frac{1}{4g_1^4} - \frac{9}{4} g_2^{\frac{4}{3}} \right) \|\tilde{W}_\phi\|^4 - \\ &2\|W_\phi^*\|^2 \|\tilde{W}_\phi\| + s_\phi \tilde{W}_\phi^T h(X_\phi) + \xi, \end{aligned} \quad (23)$$

其中  $\xi = \left( \frac{3}{4} g_1^{\frac{4}{3}} + \frac{3}{4g_2^4} \right) \|W_\phi^*\|^4 + \|W_\phi^*\|^2$ .

选取 Lyapunov 候选函数  $V_\phi = s_\phi^2/2 + V_1$ . 对  $V_\phi$  求导,并代入式(15)和(23),有

$$\begin{aligned} \dot{V}_\phi &= \\ s_\phi (-k_{\phi 0} \text{sig}^3(s_\phi) - \eta_\phi \text{sign}(s_\phi)) &+ \\ s_\phi (d_\phi - \hat{d}_\phi) + \frac{1}{\Gamma} \tilde{W}_\phi^T \dot{\tilde{W}}_\phi &\leq \\ s_\phi (-k_{\phi 0} \text{sig}^3(s_\phi) - \eta_0 \text{sign}(s_\phi)) + \xi - \\ \left( 1 - \frac{1}{4g_1^4} - \frac{9}{4} g_2^{\frac{4}{3}} \right) \|\tilde{W}_\phi\|^4 - 2\|W_\phi^*\|^2 \|\tilde{W}_\phi\| &\leq \\ -K_{11} \left( \frac{1}{2} s_\phi^2 \right)^{1/2} - K_{12} \left( \frac{1}{2} s_\phi^2 \right)^2 - \end{aligned}$$

$$K_{21} \left( \frac{1}{2\Gamma} \tilde{W}_\phi^T \tilde{W}_\phi \right)^{1/2} - K_{22} \left( \frac{1}{2\Gamma} \tilde{W}_\phi^T \tilde{W}_\phi \right)^2 + \xi. \quad (24)$$

其中:  $K_{11} = \sqrt{2}\eta_0, K_{12} = 4k_{\phi 0}, K_{21} = 2\sqrt{2\Gamma}\|W_\phi^*\|^2, K_{22} = 4\Gamma^2 \left( 1 - \frac{1}{4g_1^4} - \frac{9}{4} g_2^{\frac{4}{3}} \right)$ .

根据引理2可以得到

$$\dot{V}_\phi \leq -\rho_1 V_\phi^{1/2} - \frac{1}{2} \rho_2 V_\phi^2 + \xi, \quad (25)$$

其中:  $\rho_1 = \min(K_{11}, K_{21}), \rho_2 = \min(K_{12}, K_{22})$ . 进一步,根据引理1可以推出滑模变量  $s_\phi$  和神经网络权值误差  $\tilde{W}$  收敛时间满足

$$T_1 \leq \frac{2}{\rho_1 \kappa_1} + \frac{1}{\rho_2 \kappa_1}. \quad (26)$$

其中:  $0 < \kappa_1 < 1$ ,滑模变量收敛集合为

$\Omega_s =$

$$\left\{ s_\phi \mid V(s_\phi) \leq \min \left\{ \left[ \frac{\xi}{\rho_1(1-\kappa_1)} \right]^2, \left[ \frac{\xi}{\rho_2(1-\kappa_1)} \right]^{1/2} \right\} \right\}.$$

step 2: 当滑模面固定时间收敛到集合  $\Omega_s$  时,滑模变量(14)可写为

$$\begin{aligned} s_\phi &= \dot{e}_\phi + k_{\phi 1} e_\phi + k_{\phi 2} S^{p_\phi}(e_\phi) + k_{\phi 3} \text{sig}^{q_\phi}(e_\phi) = \Delta_s, \\ \forall \Delta_s &\in \Omega_s. \end{aligned} \quad (27)$$

跟踪误差收敛分析可分为下面两种情况.

**情况 1** 当  $|e_\phi| \geq \sigma$  时,误差系统可写为

$$\dot{e}_\phi = -k_{\phi 1} e_\phi - k_{\phi 2} \text{sig}^{p_\phi}(e_\phi) - k_{\phi 3} \text{sig}^{q_\phi}(e_\phi) + \Delta_s. \quad (28)$$

不妨选取 Lyapunov 候选函数  $V_2 = e_\phi^2/2$ ,对其求导并结合杨氏不等式可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &\leq - \left( k_{\phi 1} - \frac{1}{2} \right) e_\phi^2 - k_{\phi 2} |e_\phi|^{p_\phi+1} - \\ &k_{\phi 3} |e_\phi|^{q_\phi+1} + \frac{1}{2} \Delta_s^2 \leq \\ &- \rho_3 V_2^{(p+1)/2} - \rho_4 V_2^{(q+1)/2} + \frac{1}{2} \Delta_s^2. \end{aligned} \quad (29)$$

其中:  $\rho_3 = 2^{(p+1)/2} k_{\phi 2}, \rho_4 = 2^{(q+1)/2} k_{\phi 3}$ . 根据引理1可以得到,位置跟踪误差固定时间收敛有界,且固定时间可表示为

$$T_2 \leq \frac{2}{\rho_3 \kappa_2 (1-p)} + \frac{2}{\rho_4 \kappa_2 (q-1)}, \quad (30)$$

其中  $0 < \kappa_2 < 1$ . 跟踪误差固定时间内收敛到原点微小邻域

$$\begin{aligned} \Delta_e &= \left\{ e \mid |e| \leq \min \left\{ \sqrt{2 \left( \frac{\Delta_s^2/2}{\rho_3(1-\kappa_2)} \right)^{2/(p+1)}}, \right. \right. \\ &\left. \left. \sqrt{2 \left( \frac{\Delta_s^2/2}{\rho_4(1-\kappa_2)} \right)^{2/(q+1)}} \right\} \right\}. \end{aligned} \quad (31)$$

**情况 2** 当  $|e_\phi| < \sigma$  时,误差系统可重写为

$$\dot{e}_\phi = -k_{\phi 1} e_\phi - k_{\phi 2} (l_1 e_\phi + l_2 \text{sig}^2(e_\phi)) -$$

$$k_{\phi 3} \text{sig}^{q_\phi}(e_\phi) + \Delta_s. \quad (32)$$

其中:  $l_1 = (2-p)\sigma^{p-1}$ ,  $l_2 = (p-1)\sigma^{p-2}$ .

同样地, 选取 Lyapunov 候选函数  $V_2 = e_\phi^2/2$ , 对  $V_2$  求导可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & -\left(k_{\phi 1} - \frac{1}{2}\right)e_\phi^2 - k_{\phi 2}l_1e_\phi^2 - k_{\phi 2}|e_\phi|^3 - \\ & k_{\phi 3}|e_\phi|^{q_\phi+1} + \frac{1}{2}\Delta_s^2 \leq \\ & -k_{\phi 2}l_1e_\phi^2 + \frac{1}{2}\Delta_s^2. \end{aligned} \quad (33)$$

由式(33)可知,  $V_2(t)$  最终收敛至  $V_2(t) \leq \frac{\Delta_s^2}{4k_{\phi 2}l_1}$ .

综上所述, 保证无人机控制系统跟踪误差固定时间收敛至

$$\Delta_e = \left\{ e \mid |e| \leq \max \left\{ \delta, \sqrt{2 \left( \frac{\Delta_1^2/2}{\rho_3(1-\nu)} \right)^{2/(p+1)}}, \sqrt{\frac{\Delta_s^2}{2k_{x2}l_1}}, \sqrt{2 \left( \frac{\Delta_1^2/2}{\rho_4(1-\nu)} \right)^{2/(q+1)}} \right\} \right\}. \quad (34)$$

总体收敛时间为

$$T = T_1 + T_2 \leq \frac{2}{\rho_1\kappa_1} + \frac{1}{\rho_2\kappa_1} + \frac{2}{\rho_3\kappa_2(1-p)} + \frac{2}{\rho_4\kappa_2(q-1)}. \quad (35)$$

证明成立.  $\square$

### 3 仿真验证

在本节中, 基于无人直升机控制模型, 使用 SIMULINK 仿真平台进行实验验证, 对所提出算法的有效性进行对比分析. 直升机相关参数<sup>[8]</sup>如下:

$$m = 8.2 \text{ kg}, Z_{\text{col}} = -131.41 \text{ m}/(\text{rad} \cdot \text{s}^2);$$

$$Z_w = -0.76 \text{ s}^{-1}, L_{\text{lat}} = 1689.50 \text{ s}^{-2};$$

$$N_{\text{ped}} = 135.80 \text{ s}^{-2}, M_{\text{lon}} = 894.50 \text{ s}^{-2};$$

$$L_b = -48.18 \text{ s}^{-1}, M_a = -25.50 \text{ s}^{-1},$$

$$N_r = -0.98 \text{ s}^{-1}; I_x = 0.18 \text{ kg} \cdot \text{m}^2,$$

$$I_y = 0.34 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, I_z = 0.28 \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

#### 3.1 有限时间控制对比研究

为验证固定时间控制优越性, 考虑干扰情况下姿态控制系统, 进行仿真对比实验, 主要包括本文所提出固定时间终端滑模(FxTSMC)、非奇异快速终端滑模(NFTSMC)<sup>[13]</sup>和积分终端滑模(ITSMC)<sup>[14]</sup>. 初始条件为  $\phi_0 = \pi/9$ ,  $\theta_0 = 2\pi/9$ ,  $\psi_0 = \pi/3$ , 参考轨迹为  $\phi_d = \sin t$ ,  $\theta_d = 0.05t$ ,  $\psi_d = 0.01t^2$ , 外界干扰设置为  $d_\phi = d_\theta = d_\psi = \sin t$ . 下面以滚转角  $\phi$  为例给出3种控制器具体形式, 控制参数(三通道控制参数选取均相同)如表1所示.

1) 非奇异快速终端滑模控制.

$$s_\phi = e_\phi + a_\phi \text{sig}^{\alpha_\phi}(e_\phi) + b_\phi \text{sig}^{\beta_\phi}(\dot{e}_\phi),$$

$$u_\phi = -\frac{(I_x^{-1}\dot{\theta}\dot{\psi}(I_y - I_z) - L_b\dot{\phi} - \ddot{\phi}_d)}{L_{\text{lat}}} - \frac{c_\phi s_\phi + \eta_\phi \text{sign}(s_\phi) + \hat{d}_\phi}{L_{\text{lat}}} - \frac{(|\dot{e}_\phi|^{2-\beta_\phi} + a_\phi \alpha_\phi |e_\phi|^{\alpha_\phi-1} |\dot{e}_\phi|^{2-\beta_\phi})}{L_{\text{lat}} b_\phi \beta_\phi},$$

$$\dot{W} = \Gamma s_\phi^T h(X) \beta_\phi |\dot{e}_\phi|^{\beta_\phi-1}.$$

其中  $a_\phi, b_\phi > 0$ ,  $1 < \beta_\phi < 2$ ,  $\beta_\phi < \alpha_\phi$ ,  $c_\phi, \eta_\phi > 0$ .

2) 积分终端滑模控制.

$$s_\phi = \dot{e}_\phi + \int_0^t (\lambda_{\phi 1} \text{sig}(e_\phi)^{\gamma_{\phi 1}} + \lambda_{\phi 2} \text{sig}(\dot{e}_\phi)^{\gamma_{\phi 2}}) d\tau,$$

$$u_\phi = -\frac{(I_x^{-1}\dot{\theta}\dot{\psi}(I_y - I_z) - L_b\dot{\phi} - \ddot{\phi}_d)}{L_{\text{lat}}} - \frac{c_\phi s_\phi + \eta_\phi \text{sign}(s_\phi) + \hat{d}_\phi}{L_{\text{lat}}} - \frac{\lambda_{\phi 1} \text{sig}(e_\phi)^{\gamma_{\phi 1}} + \lambda_{\phi 2} \text{sig}(\dot{e}_\phi)^{\gamma_{\phi 2}}}{L_{\text{lat}}},$$

$$\dot{W} = \Gamma s_\phi^T h(X).$$

其中:  $\lambda_{\phi 1} > 0$ ,  $\lambda_{\phi 2} > 0$ ,  $c_\phi > 0$ ,  $\eta_\phi > 0$ ,  $\gamma_{\phi 1} \in (0, 1)$ ,

$\gamma_{\phi 2} = \frac{2\gamma_{\phi 1}}{1 + \gamma_{\phi 1}}$ ,  $\gamma_{\phi 1}$  选取为如下函数形式:

$$\gamma_{\phi 1} = \exp[-(|e_\phi| + 0.23)^{1.2} - (|e_\phi| + 0.23)^{0.72}].$$

表1 控制器参数

controllers	parameters and values
Fixed TSMC	$k_{\phi 0} = 5, k_{\phi 1} = 1, k_{\phi 2} = 5, k_{\phi 3} = 5,$ $p_\phi = 0.6, q_\phi = 1.4, \eta_\phi = 0.5, \delta = 0.01$
NFTSMC	$a_\phi = 5, b_\phi = 1, \alpha_\phi = 1.2,$ $\beta_\phi = 1.1, c_\phi = 11.7, \eta_\phi = 0.5$
ITSMC	$\lambda_{\phi 1} = 27, \lambda_{\phi 2} = 5.5, c_\phi = 11.7, \eta_\phi = 0.5$
RBF 神经网络	$\Gamma = 15, b_j = 2.0, c_j = 0.5$ $\begin{bmatrix} -1, -0.5, 0, 0.5, 1 \\ -1, -0.5, 0, 0.5, 1 \end{bmatrix}$

图2给出了不同控制器下姿态系统跟踪误差, 固定时间控制下跟踪误差收敛速度较其他控制方案更快. 姿态系统控制输入如图3所示. 为进一步评估上述控制方案的跟踪性能<sup>[30]</sup>, 引入以下3个指标: 集总绝对误差(integrated absolute error, IAE)、控制输入能量(energy of control input, ECI)和输入抖振绝对误差(absolute input chattering error, AICE), 具体形式为

$$|e_i|_{\text{IAE}} = \sum_{k=1}^N |e_i(k)|, \quad (36)$$

$$|u_i|_{\text{ECI}} = \sum_{k=1}^N |u_i(k)|, \quad (37)$$

$$|\Delta u_i|_{\text{AICE}} = \sum_{k=1}^N |u_i(k+1) - u_i(k)|, \quad (38)$$

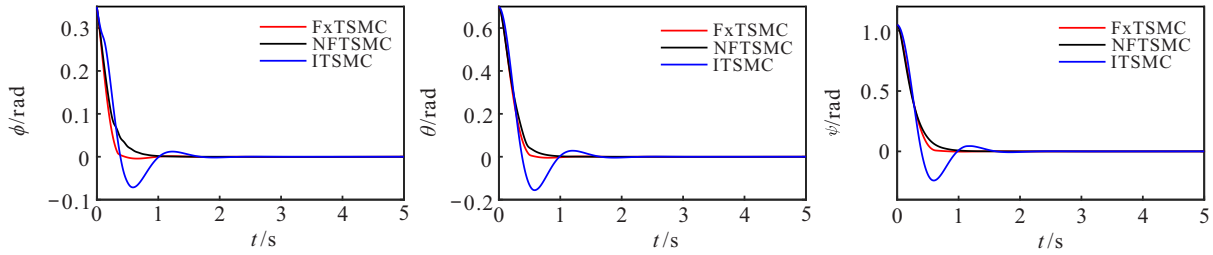


图2 姿态跟踪误差

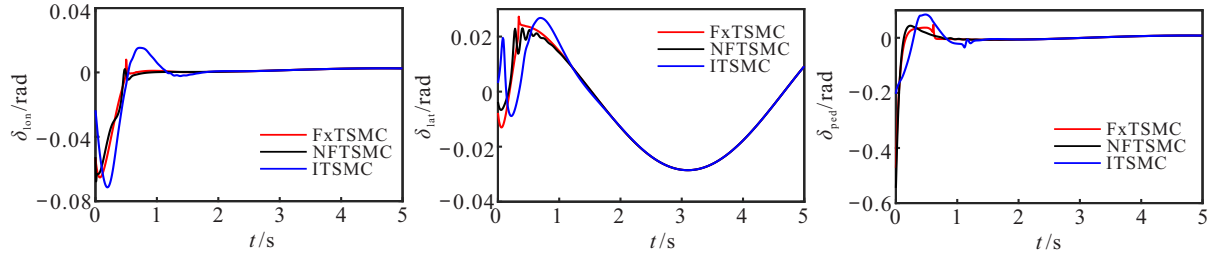


图3 控制输入

其中:  $N$  为样本总数,  $i$  为姿态系统滚转、俯仰和偏航通道,  $e(k)$  和  $u(k)$  分别代表姿态系统相应通道跟踪误差及控制输入。

图4表明所提出方案IAE值小于其他控制器, 固定时间控制在控制精度方面优于其他控制器. 图5显示积分终端滑模控制器ECI值最小, 本文所提出算法ECI居于中间, 主要因为本文所提出控制策略及NFTSMC方法收敛速度较快, 姿态系统跟踪需要较大的控制力矩. 图6表明3种控制器输入抖振现象相似, 考虑直升机初始姿态角误差较小, 故一定范围内3种控制方法抗抖振效果类似. 总体而言, 固定时间控制在轨迹跟踪、收敛速度及能量消耗方面均表现出

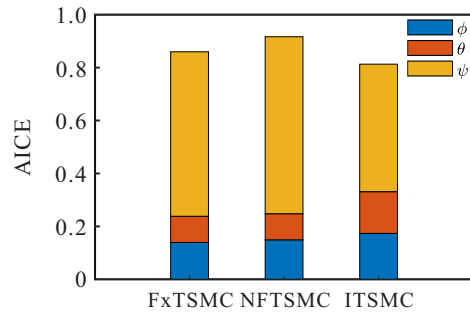


图6 输入抖振绝对误差

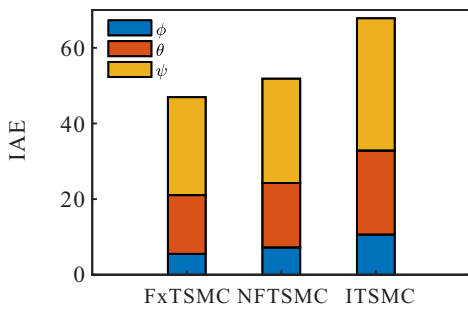


图4 集总绝对误差

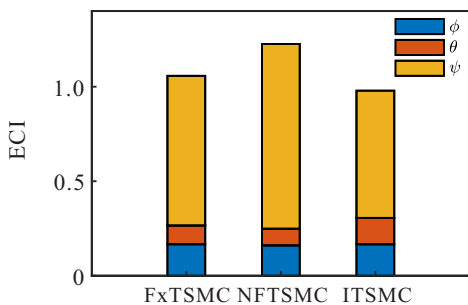


图5 控制输入能量

优异的性能, 更适合无人直升机实际飞行控制。

此外, 考虑到积分终端滑模收敛速度较慢, 关于收敛时间的研究, 仅对比所提出控制方案和非奇异快速终端滑模控制, 选取不同的初始条件  $\Theta_1 = [\pi/16, \pi/16, \pi/16]$ ,  $\Theta_2 = [\pi/8, \pi/8, \pi/8]$  和  $\Theta_3 = [\pi/4, \pi/4, \pi/4]$ , 保持其他参数不变. 考虑到姿态系统三通道仿真结果类似, 关于收敛时间对比以  $\phi$  通道为例说明情况. 由图7和图8可以看出, 非奇异快速终端滑模控制方法收敛时间随着初始跟踪误差的增大而增大. 然而, 固定时间控制能够很好地解决这种现象. 根据比较结果, 可以得出在一定程度上, 固定时间控制收敛时间与初始条件无关。

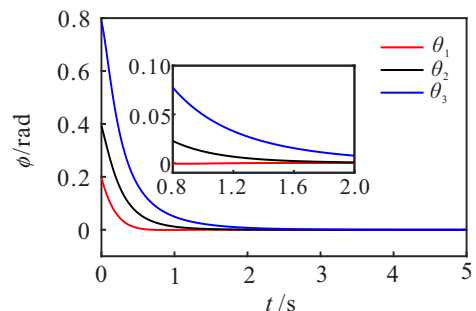


图7 非奇异终端滑模控制跟踪误差

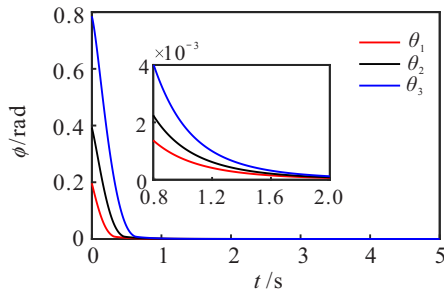


图8 固定时间终端滑模控制跟踪误差

### 3.2 固定时间抗饱和性能验证

无人直升机初始位置为  $x_0 = 1, y_0 = 1, z_0 = -1$ , 初始姿态角均设置为0. 期望位置及偏航角设定为

$$x_d = \sin(1.3t) \text{ m}, y_d = t \text{ m},$$

$$z_d = 0.1t^2 \text{ m}, \psi_d = \frac{\pi}{6} \text{ rad}.$$

直升机所受外界干扰不妨设定为正余弦函数形式,位置回路干扰具体设置为

$$d_x = d_y = d_z = \cos(2t).$$

姿态回路干扰具体形式为

$$d_\phi = d_\theta = d_\psi = \sin(3t).$$

为验证所提出策略可有效解决外界扰动及输入饱和问题,RBF神经网络和固定时间控制器分别设计为式(18),(20)和(21),相关参数选取如表2所示.

表2 控制器参数

controllers	parameters and values
位置回路	$k_{x0} = k_{y0} = k_{z0} = 3, k_{x1} = k_{y1} = k_{z1} = 1,$ $k_{x2} = k_{y2} = k_{z2} = 2, k_{x3} = k_{y3} = k_{z3} = 2,$ $p_x = p_y = p_z = 0.6, q_x = q_y = q_z = 1.4,$ $\eta_x = \eta_y = \eta_z = 0.5, \delta = 0.01$
姿态回路	$k_{\phi 0} = k_{\theta 0} = k_{\psi 0} = 5, k_{\phi 1} = k_{\theta 1} = k_{\psi 1} = 1,$ $k_{\phi 2} = k_{\theta 2} = k_{\psi 2} = 2, k_{\phi 3} = k_{\theta 3} = k_{\psi 3} = 2,$ $p_\phi = p_\theta = p_\psi = 0.6, q_\phi = q_\theta = q_\psi = 1.4,$ $\eta_\phi = \eta_\theta = \eta_\psi = 0.5$
RBF神经网络	$\Gamma = 15, b_j = 2.0, c_j = 0.5$ $\begin{bmatrix} -1, -0.5, 0, 0.5, 1 \\ -1, -0.5, 0, 0.5, 1 \end{bmatrix}$

仿真结果如图9~图15所示.图9为位置环三维轨迹跟踪曲线,图10和图11分别为位置和姿态跟踪误差,无人直升机系统可以跟踪期望信号,并且性能较为满意.考虑输入受限下无人直升机系统,饱和阈值设置为  $[-0.025, 0.025]$  rad,  $[-0.25, 0.25]$  rad,  $[-0.05, 0.05]$  rad 和  $[-0.02, 0.02]$  rad.如图12~图15所示,控制器输入均保持在受限范围内,RBFNNs可以有效处理外界干扰及输入饱和下直升机跟踪问题,加快跟踪误差收敛速度.同时,采用饱和函数替代符号函数在一定程度上可以削弱控制抖振.基于分段

滑模面的固定时间控制不存在奇异问题,虽然相比较于传统固定时间控制需要更多的参数和复杂的控制技术,但所提出控制方案收敛速度较快,控制精度较高.

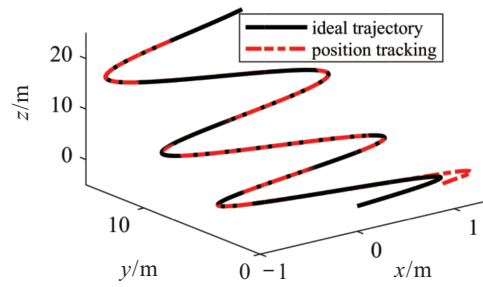


图9 三维轨迹跟踪

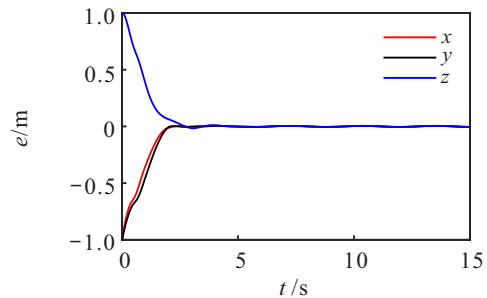


图10 位置环跟踪误差

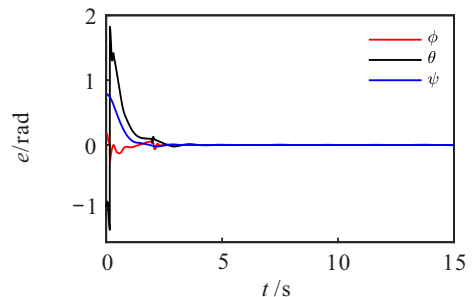


图11 姿态环跟踪误差

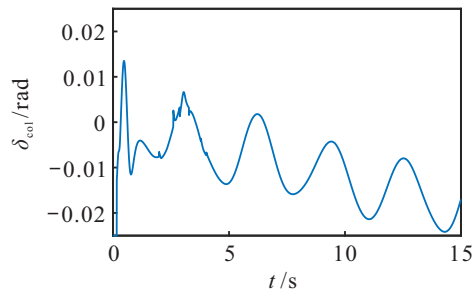


图12 主旋翼总距 \$\delta\_{col}\$

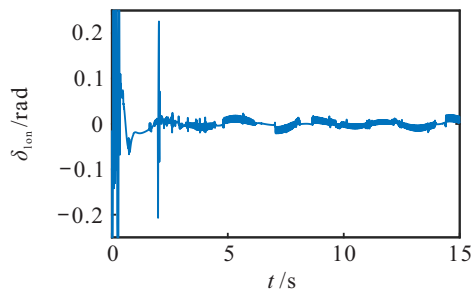
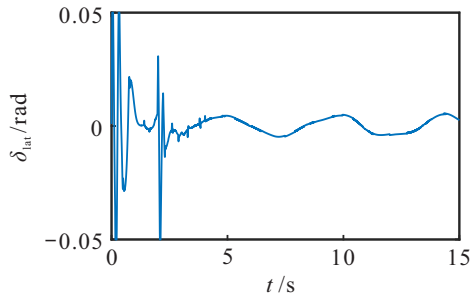
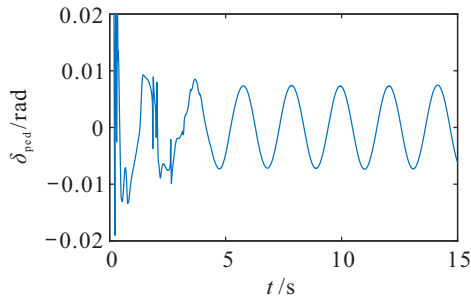


图13 纵向周期变距 \$\delta\_{lon}\$

图14 横向周期变距  $\delta_{lat}$ 图15 尾桨总距  $\delta_{ped}$ 

## 4 结论

为解决存在外部干扰和输入饱和的无人直升机系统,本文设计了自适应RBF神经网络固定时间滑模控制器.该控制器利用RBF神经网络估计外界扰动和输入饱和误差,削弱了控制抖振问题.采用分段函数设计固定时间滑模控制变量,消除传统终端滑模中的奇异问题,实现了固定时间跟踪控制,加快了误差收敛速度.仿真结果表明了跟踪误差可以固定时间内收敛至原点微小邻域,并验证了所提出算法的卓越性能.未来研究方向将集中于神经网络与固定时间控制相结合应用到无人直升机实际飞行中,进一步提高跟踪性能.

## 参考文献(References)

- [1] Lee J, Seo J, Choi J. Output feedback control design using extended high-gain observers and dynamic inversion with projection for a small scaled helicopter[J]. *Automatica*, 2021, 133: 109883.
- [2] Lai Y C, Le T Q. Adaptive learning-based observer with dynamic inversion for the autonomous flight of an unmanned helicopter[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2021, 57(3): 1803-1814.
- [3] Xian B, Guo J C, Zhang Y. Adaptive backstepping tracking control of a 6-DOF unmanned helicopter[J]. *CAA Journal of Automatica Sinica*, 2015, 2(1): 19-24.
- [4] Wen C Y, Zhou J, Liu Z T, et al. Robust adaptive control of uncertain nonlinear systems in the presence of input saturation and external disturbance[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2011, 56(7): 1672-1678.
- [5] Pounds P E I, Dollar A M. Stability of helicopters in compliant contact under PD-PID control[J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2014, 30(6): 1472-1486.
- [6] Ganapathy Subramanian R, Elumalai V K. Robust MRAC augmented baseline LQR for tracking control of 2 DoF helicopter[J]. *Robotics and Autonomous Systems*, 2016, 86: 70-77.
- [7] Wang X F, Lu G, Zhong Y S. Robust  $H_\infty$  attitude control of a laboratory helicopter[J]. *Robotics and Autonomous Systems*, 2013, 61(12): 1247-1257.
- [8] He Y B, Pei H L, Sun T R. Robust tracking control of helicopters using backstepping with disturbance observers[J]. *Asian Journal of Control*, 2014, 16(5): 1387-1402.
- [9] Koo T J, Sastry S. Output tracking control design of a helicopter model based on approximate linearization[C]. *Proceedings of the 37th IEEE Conference on Decision and Control*. Tampa, 1998: 3635-3640.
- [10] Raghappriya M, Kanthalakshmi S. Sliding mode observer-based fault detection for helicopter system[J]. *Journal of Control and Decision*, 2023, 10(4): 465-475.
- [11] 鲜斌, 张浩楠. 基于神经网络的小型无人直升机非线性鲁棒控制设计[J]. *控制与决策*, 2018, 33(4): 627-632.  
(Xian B, Zhang H N. Nonlinear robust control for a small unmanned helicopter based on neural network[J]. *Control and Decision*, 2018, 33(4): 627-632.)
- [12] Xiong J J, Zhang G B. Global fast dynamic terminal sliding mode control for a quadrotor UAV[J]. *ISA Transactions*, 2017, 66: 233-240.
- [13] 赵振华, 肖亮, 姜斌, 等. 基于扩张状态观测器的四旋翼无人机快速非奇异终端滑模轨迹跟踪控制[J]. *控制与决策*, 2022, 37(9): 2201-2210.  
(Zhao Z H, Xiao L, Jiang B, et al. Fast nonsingular terminal sliding mode trajectory tracking control of a quadrotor UAV based on extended state observers[J]. *Control and Decision*, 2022, 37(9): 2201-2210.)
- [14] Lian S K, Meng W, Lin Z M, et al. Adaptive attitude control of a quadrotor using fast nonsingular terminal sliding mode[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2022, 69(2): 1597-1607.
- [15] Yin Z Y, Luo J J, Wei C S. Robust prescribed performance control for Euler-Lagrange systems with practically finite-time stability[J]. *European Journal of Control*, 2020, 52: 1-10.
- [16] Liu Y C, Yan W, Zhang T, et al. Trajectory tracking for a dual-arm free-floating space robot with a class of general nonsingular predefined-time terminal sliding mode[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2022, 52(5): 3273-3286.

- [17] Gao Z Y, Zhang Y, Guo G. Finite-time fault-tolerant prescribed performance control of connected vehicles with actuator saturation[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2023, 72(2): 1438-1448.
- [18] Polyakov A. Nonlinear feedback design for fixed-time stabilization of linear control systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, 57(8): 2106-2110.
- [19] 费春国, 秦俊杰. 基于HOD的无模型四旋翼RBF滑模控制[J]. *控制与决策*, 2023, 38(3): 690-698.  
(Fei C G, Qin J J. Model free RBF sliding mode control based on HOD designed for quadrotor[J]. *Control and Decision*, 2023, 38(3): 690-698.)
- [20] 刘宜成, 熊宇航, 杨海鑫. 基于RBF神经网络的多关节机器人固定时间滑模控制[J]. *控制与决策*, 2022, 37(11): 2790-2798.  
(Liu Y C, Xiong Y H, Yang H X. Fixed-time sliding mode control of multi-joint robot based on RBF neural network[J]. *Control and Decision*, 2022, 37(11): 2790-2798.)
- [21] Du H B, Zhang J, Wu D, et al. Fixed-time attitude stabilization for a rigid spacecraft[J]. *ISA Transactions*, 2020, 98: 263-270.
- [22] 张瑶, 马广富, 郭延宁, 等. 一种多幂次滑模趋近律设计与分析[J]. *自动化学报*, 2016, 42(3): 466-472.  
(Zhang Y, Ma G F, Guo Y N, et al. A multi power reaching law of sliding mode control design and analysis[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2016, 42(3): 466-472.)
- [23] 雷城, 蓝益鹏, 徐泽来, 等. 一种新型复合滑模趋近律设计与分析[J]. *控制与决策*, 2023, 38(2): 435-440.  
(Lei C, Lan Y P, Xu Z L, et al. Design and analysis of a new compound sliding mode reaching law[J]. *Control and Decision*, 2023, 38(2): 435-440.)
- [24] Xiao H, Zhen Z Y, Xue Y X. Fault-tolerant attitude tracking control for carrier-based aircraft using RBFNN-based adaptive second-order sliding mode control[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2023, 139: 108408.
- [25] Zheng Z W, Huang Y T, Xie L H, et al. Adaptive trajectory tracking control of a fully actuated surface vessel with asymmetrically constrained input and output[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2018, 26(5): 1851-1859.
- [26] Lu J S, Yu S L, Zhu G B, et al. Robust adaptive tracking control of UMSVs under input saturation: A single-parameter learning approach[J]. *Ocean Engineering*, 2021, 234: 108791.
- [27] Hu Y S, Yan H C, Zhang H, et al. Robust adaptive fixed-time sliding-mode control for uncertain robotic systems with input saturation[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2023, 53(4): 2636-2646.
- [28] Chen M, Yan K, Wu Q X. Multiapproximator-based fault-tolerant tracking control for unmanned autonomous helicopter with input saturation[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2022, 52(9): 5710-5722.
- [29] Wang L, Meng Y Z, Hu S Q, et al. Adaptive fault-tolerant attitude tracking control for hypersonic vehicle with unknown inertial matrix and states constraints[J]. *IET Control Theory & Applications*, 2023, 17(10): 1397-1412.
- [30] Sai H Y, Xu Z B, He S, et al. Adaptive nonsingular fixed-time sliding mode control for uncertain robotic manipulators under actuator saturation[J]. *ISA Transactions*, 2022, 123: 46-60.
- [31] Xia K W, Huo W. Disturbance observer based fault-tolerant control for cooperative spacecraft rendezvous and docking with input saturation[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2017, 88(4): 2735-2745.
- [32] Si Y J, Song S M. Adaptive reaching law based three-dimensional finite-time guidance law against maneuvering targets with input saturation[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2017, 70: 198-210.
- [33] Zhang L J, Xia Y Q, Shen G H, et al. Fixed-time attitude tracking control for spacecraft based on a fixed-time extended state observer[J]. *Science China Information Sciences*, 2021, 64(11): 212201.

## 作者简介

贺战胜(1997—), 男, 硕士生, 从事无人机飞行控制、抗饱和控制等研究, E-mail: zhanshenghe@nuaa.edu.cn;

邱宏凌(1997—), 男, 博士生, 从事正系统理论与应用、分数阶控制系统等研究, E-mail: ling9454@nuaa.edu.cn;

沈俊(1985—), 男, 教授, 博士生导师, 从事正系统理论与应用、网络化多智能体系统等研究, E-mail: junshen@nuaa.edu.cn.