



中国科技期刊卓越行动计划项目入选期刊

控制与决策

C O N T R O L A N D D E C I S I O N



基于多变量超扭曲滑模的三维终端角度约束制导律

赵斌, 项天阳

引用本文:

赵斌, 项天阳. 基于多变量超扭曲滑模的三维终端角度约束制导律[J]. *控制与决策*, 2024, 39(11): 3577–3585.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2023.1054>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

考虑加速度约束的终端角度约束滑模制导律设计

Sliding-mode guidance law with acceleration and angle constraints

控制与决策. 2021, 36(10): 2511–2516 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0284>

输入饱和的充液航天器抗干扰有限时间滑模控制

Anti-disturbance finite-time sliding mode control for liquid-filled spacecraft with input saturation

控制与决策. 2021, 36(5): 1078–1086 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0820>

磁悬浮开关磁阻电机的自适应终端滑模控制

Adaptive terminal sliding mode control of bearingless switched reluctance motor

控制与决策. 2021, 36(6): 1449–1456 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1064>

基于高阶滑模速度控制器的异步电机模型预测转矩控制

A model predictive torque control for induction motor based on high order sliding mode speed controller

控制与决策. 2021, 36(4): 953–958 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0650>

基于高阶滑模速度控制器的异步电机模型预测转矩控制

A model predictive torque control for induction motor based on high order sliding mode speed controller

控制与决策. 2021, 36(4): 953–958 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0650>

基于多变量超扭曲滑模的三维终端角度约束制导律

赵斌[†], 项天阳

(西北工业大学 精确制导与控制研究所, 西安 710072)

摘要: 针对机动目标三维拦截末制导问题, 提出一种考虑终端角度约束的超扭曲滑模制导律. 首先设计一种新型多变量超扭曲滑模算法, 基于 Lyapunov 稳定性理论证明其有限时间稳定性, 并定量分析算法的收敛时间; 其次, 建立三维交战场景下的弹目相对运动学, 将制导问题转化为关于视线角的二阶多变量系统控制问题; 然后, 基于改进的多变量超扭曲滑模算法设计带终端角度约束的三维制导律; 最后, 通过多场景的对比仿真和蒙特卡洛模拟仿真, 验证了所提出方法的有效性.

关键词: 三维制导; 终端角约束; 超扭曲算法; 多变量滑模; 收敛时间; 多变量系统

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2023.1054

引用格式: 赵斌, 项天阳. 基于多变量超扭曲滑模的三维终端角度约束制导律[J]. 控制与决策, 2024, 39(11): 3577-3585.

Three-dimensional guidance law with terminal angle constraint based on multivariable super-twisting sliding mode

ZHAO Bin[†], XIANG Tian-yang

(Institute of Precision Guidance and Control, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: A three-dimensional guidance law for maneuvering targets based on super-twisting sliding mode control is proposed. Firstly, a novel multi-variable super-twisting sliding mode algorithm is proposed, and its finite-time stability is proved based on the Lyapunov stability theory. The quantitative analysis of the convergence time is also carried out. Secondly, the missile-target relative kinematics in a three-dimensional engagement scenario is established, and the guidance law design is transformed into a control problem of second-order multi-variable system. Thirdly, a three-dimensional guidance law with terminal angle constraint is designed based on the improved multi-variable super-twisting sliding mode algorithm. Finally, the effectiveness of the proposed method is verified through comparative simulations and Monte Carlo simulation.

Keywords: three-dimensional guidance; terminal angle constraint; super-twisting algorithm; multivariable sliding mode; convergence time; multi-variable system

0 引言

为了充分提高打击效能, 导弹导引律设计不仅需要精确地命中目标, 还需要实现特定的终端角度约束, 这已成为目前精确制导领域的研究热点^[1-2].

早期的研究大都基于比例导引律的改进方法实现角度约束制导. 文献[3]在比例导引基础上增加角度约束修正项以实现期望的终端角度约束; 文献[4]通过时变导航比实现对非机动目标的角度约束制导. 然而, 在针对大机动目标拦截时, 这些方法由于缺少目标运动信息会导致拦截精度难以保证.

为解决该问题, 学者们提出了多种基于先进控制

理论的制导方法, 如最优制导^[5-7]、微分对策制导^[8-10]等, 其中滑模变结构控制以其鲁棒性强、响应快速、设计简单等优点, 已成为重要的设计方法. 文献[11]提出了一种基于滑模制导与比例导引切换的三维非线性制导方法, 实现了对静止目标的终端角度和打击时间控制; 文献[12]针对终端角度约束设计了一种自适应快速终端滑模制导律, 可以加快收敛速度, 有效缩短打击时间, 但其无法消除因滑模面的切换而产生的抖振, 这也是大多数滑模制导方法存在的问题.

能够缓解滑模控制抖振的方法有边界层法^[13-16]和趋近律方法^[17-20]. 边界层法只有在边界层外时才

收稿日期: 2023-07-27; 录用日期: 2023-12-21.

基金项目: 国家自然科学基金项目(62373307); 中央高校基本科研业务费专项资金项目(G2022KY0608).

责任编辑: 周彬.

[†]通讯作者. E-mail: binzhao@nwpu.edu.cn.

具有滑模控制的鲁棒特性,在边界层内时则失去了滑模控制的不变性;趋近律方法可以对滑模趋近运动的具体轨迹进行限制,以改善趋近运动的动态品质.然而,当系统存在不确定性或者干扰时,采用边界层方法和趋近律方法都会导致稳态误差的产生.为此文献[21]提出了高阶滑模的概念,通过将控制量设计为不连续项的积分来缓解控制信号的抖振特性.这些方法中,超扭曲算法在应用时因不需要滑模变量的导数信息而受到了广泛关注[22].

针对机动目标拦截的三维制导是典型的多变量系统控制问题,传统滑模制导常将其进行纵向和侧向解耦设计[23],这种方法忽略了平面间的运动耦合,在快时变、大机动的场景下会导致制导精度的下降.为此,采用多变量滑模制导方法设计成为合理的选择.

经典超扭曲算法当系统状态远离平衡状态时,算法的收敛速度较慢.为解决该问题,文献[24]通过在传统超扭曲滑模中添加一个幂次大于1的项,从而大大加快了算法的收敛速度.受其启发,本文将该思路推广到多变量系统中,设计一类多变量快速超扭曲算法,并证明其有限时间收敛性,对其收敛时间进行了理论分析.针对终端攻击角约束的导弹制导问题,在目标加速度未知的前提下,利用多变量快速超扭曲算法建立非解耦且在有限时间收敛的三维制导律(fast super twisting sliding mode guidance law, FSTSMGL),使其不仅满足终端角度约束,还可以实现零脱靶量.最后,通过多场景数学仿真验证了本文所提出的终端角度约束制导的有效性.通过与已有的非奇异终端滑模算法对比,本文提出的FSTSMGL制导算法具有更强的鲁棒性、更快的收敛速度和更高的制导精度.进一步,通过蒙特卡洛模拟仿真验证了算法的场景适应性.

1 多变量超扭曲滑模算法

经典的多变量超扭曲滑模[25]可表述如下:

$$\dot{\sigma} = -\lambda_1 \frac{\sigma}{\|\sigma\|^{1/2}} - \lambda_2 \int_0^t \frac{\sigma}{\|\sigma\|} d\tau + d. \quad (1)$$

其中: $\lambda_1, \lambda_2 > 0$ 为控制参数; d 为未知干扰.

该算法存在的问题与传统超扭曲滑模存在的问题大致相同,主要是当系统状态远离平衡状态时,算法的收敛速度较慢的问题.所以本文在经典的多变量超扭曲滑模算法的基础上添加一个多变量的二次项,该二次项的存在可以使系统远离平衡位置时得到更大的收敛速度,但相应地也将付出更大的控制输入.本文提出一种新型的多变量快速超扭曲算法,主要形式如下:

$$\begin{cases} \dot{\sigma} = -k_1 \frac{\sigma}{\|\sigma\|^{1/2}} - k_2 \sigma \|\sigma\| + z + \gamma(t, \sigma), \\ \dot{z} = -k_3 \frac{\sigma}{\|\sigma\|} + \phi(t). \end{cases} \quad (2)$$

其中: $k_1, k_2, k_3 > 0$ 为控制参数; $\gamma(t, \sigma)$ 和 $\phi(t)$ 均为未知干扰; $\sigma, z \in R^m$.

定理1 在干扰 $\gamma(t, \sigma)$ 和 $\phi(t)$ 存在且 $\|\gamma(t, \sigma)\| \leq \delta_1 \|\sigma\|^2, \|\phi(t)\| \leq \delta_2$ 的情况下,若

$$k_1 > \sqrt{2\delta_2}, k_2 > 3\delta_1, k_3 > \max\{k_3^\Omega, k_3^\psi\}, \quad (3)$$

则系统(2)有限时间稳定.其中 k_3^Ω, k_3^ψ 的取值会在后续证明中给出.

证明 设计 Lyapunov 函数

$$V(\sigma, z) = 2k_3 \|\sigma\| + \frac{1}{2}(z^T z + \zeta^T \zeta), \quad (4)$$

其中 $\zeta = k_1 \sigma \|\sigma\|^{-1/2} + k_2 \sigma \|\sigma\| - z$. 因式(4)右边每一项都大于零,故 $V(\sigma, z)$ 是正定且可微的.

若定义向量 $X = \text{col}(\sigma \|\sigma\|^{-1/2} \sigma \|\sigma\|, z)$, 则该 Lyapunov 函数可写为 $V(\sigma, z) = X^T P X$, 其中

$$P = \begin{bmatrix} 2k_3 + \frac{1}{2}k_1 & \frac{k_1 k_2}{2} & -\frac{k_1}{2} \\ \frac{k_1 k_2}{2} & \frac{k_2^2}{2} & -\frac{k_2}{2} \\ -\frac{k_1}{2} & -\frac{k_2}{2} & 1 \end{bmatrix}.$$

对式(4)关于时间求导,可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(\sigma, z) &= \frac{2k_3 \sigma^T \dot{\sigma}}{\|\sigma\|} + z^T \dot{z} + \zeta^T \dot{\zeta} = \\ & \left(2k_3 + \frac{k_1^2}{2}\right) \frac{\sigma^T \dot{\sigma}}{\|\sigma\|} + 2z^T \dot{z} + \frac{5k_1 k_2}{2} \|\sigma\|^{\frac{1}{2}} \sigma^T \dot{\sigma} - \\ & \frac{k_1 \sigma^T \dot{z}}{\|\sigma\|^{\frac{1}{2}}} - \frac{k_1}{2} \frac{z^T \dot{\sigma}}{\|\sigma\|^{\frac{1}{2}}} - 2k_2^2 \|\sigma\|^2 \sigma^T \dot{\sigma} - \\ & k_2 \|\sigma\| \sigma^T \dot{z} - 2k_2 \|\sigma\| z^T \dot{\sigma}. \end{aligned} \quad (5)$$

再将式(2)代入,可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(\sigma, z) &= \\ & \left(2k_3 + \frac{k_1^2}{2}\right) \frac{\sigma^T}{\|\sigma\|} \left(-\frac{k_1 \sigma}{\|\sigma\|^{1/2}} - k_2 \sigma \|\sigma\| + z + \gamma\right) + \\ & \frac{5k_1 k_2}{2} \|\sigma\|^{\frac{1}{2}} \sigma^T \left(-\frac{k_1 \sigma}{\|\sigma\|^{1/2}} - k_2 \sigma \|\sigma\| + z + \gamma\right) - \\ & \frac{k_1}{2} \frac{z^T}{\|\sigma\|^{\frac{1}{2}}} \left(-\frac{k_1 \sigma}{\|\sigma\|^{1/2}} - k_2 \sigma \|\sigma\| + z + \gamma\right) - \\ & 2k_2^2 \|\sigma\|^2 \sigma^T \left(-\frac{k_1 \sigma}{\|\sigma\|^{1/2}} - k_2 \sigma \|\sigma\| + z + \gamma\right) - \\ & 2k_2 \|\sigma\| z^T \left(-\frac{k_1 \sigma}{\|\sigma\|^{1/2}} - k_2 \sigma \|\sigma\| + z + \gamma\right) + \\ & 2z^T \left(-\frac{k_3 \sigma}{\|\sigma\|} + \phi\right) - \frac{k_1 \sigma^T}{\|\sigma\|^{\frac{1}{2}}} \left(-\frac{k_3 \sigma}{\|\sigma\|} + \phi\right) - \end{aligned}$$

$$k_2 \|\sigma\| \sigma^T \left(-\frac{k_3 \sigma}{\|\sigma\|} + \phi \right). \quad (6)$$

考虑到 $\|\gamma(t, \sigma)\| \leq \delta_1 \|\sigma\|^2, \|\phi(t)\| \leq \delta_2$, 则基于柯西-施瓦兹不等式可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(\sigma, z) \leq & \|\sigma\|^{\frac{1}{2}} \left(-k_1 k_3 - \frac{k_1^3}{2} + k_1 \delta_2 \right) + \\ & \|\sigma\|^2 \left(-k_2 k_3 - 3k_1^2 k_2 + \delta_1 \left(2k_3 + \frac{k_1^2}{2} \right) + k_2 \delta_2 \right) + \\ & \|z\| (k_1^2 + 2\delta_2) + \|\sigma\|^{\frac{7}{2}} \left(-\frac{9k_1^2 k_2}{2} + \frac{5k_1 k_2 \delta_1}{2} \right) + \\ & \|z\| \|\sigma\|^{\frac{3}{2}} \left(5k_1 k_2 + \frac{k_1 \delta_1}{2} \right) - \frac{k_1 \|z\|^2}{2 \|\sigma\|^{\frac{1}{2}}} + \\ & \|z\| \|\sigma\|^3 (2k_2 \delta_1 + 4k_2^2) + \\ & \|\sigma\|^5 (-2k_2^3 + 2k_2^2 \delta_1) - 2k_2 \|z\|^2 \|\sigma\|. \end{aligned} \quad (7)$$

定义 $\mathbf{x} = \text{col}(\|\sigma\|^{1/2}, \|\sigma\|^2, \|z\|)$, 则式(7)可写为

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{\|\sigma\|^{1/2}} \mathbf{x}^T \mathbf{\Omega} \mathbf{x} - \|\sigma\| \mathbf{x}^T \mathbf{\Psi} \mathbf{x}. \quad (8)$$

其中

$$\mathbf{\Omega} = \begin{bmatrix} \Omega_{11} & 0 & \Omega_{13} \\ 0 & \Omega_{22} & \Omega_{23} \\ \Omega_{31} & \Omega_{32} & \Omega_{33} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{\Psi} = \begin{bmatrix} \Psi_{11} & 0 & \Psi_{13} \\ 0 & \Psi_{22} & \Psi_{23} \\ \Psi_{31} & \Psi_{32} & \Psi_{33} \end{bmatrix},$$

并且

$$\begin{cases} \Omega_{11} = \frac{k_1^3}{2} + k_1 k_3 - k_1 \delta_2, \\ \Omega_{13} = \Omega_{31} = -\frac{k_1^2}{2} - \delta_2, \\ \Omega_{22} = \frac{9k_1 k_2^2}{2} - \frac{k_1 k_2 \delta_1}{2}, \\ \Omega_{23} = \Omega_{32} = -\frac{k_1 \delta_2}{4}, \quad \Omega_{33} = \frac{k_1}{2}; \\ \Psi_{11} = k_2 k_3 + 3k_1^2 k_2 - \left(2k_3 + \frac{k_1^2}{2} \right) \delta_1 - k_2 \delta_2, \\ \Psi_{13} = \Psi_{31} = -\frac{5}{2} k_1 k_2, \\ \Psi_{22} = k_2^3 - 2k_2^2 \delta_1, \quad \Psi_{23} = -4k_2^2, \\ \Psi_{32} = -2k_2 \delta_1, \quad \Psi_{33} = 2k_2. \end{cases}$$

如果不等式 $k_1 > \sqrt{2\delta_2}, k_2 > k_2^\Omega, k_3 > k_3^\Omega$ 得到满足, 则很容易验证对称矩阵 $\mathbf{\Omega} > 0$. 其中

$$\begin{cases} k_2^\Omega = \frac{5\delta_1 + \sqrt{25\delta_1^2 + 9\delta_1}}{18}, \\ k_3^\Omega = \frac{(k_1^2 + 2\delta_2)^2}{4k_1} - \frac{1}{2} k_1^2 + \delta_2. \end{cases} \quad (9)$$

同样地, 如果 $k_1 > 0, k_2 > 3\delta_1, k_3 > k_3^\Psi$, 则很容易验证对称矩阵 $\mathbf{\Psi} > 0$. 其中

$$k_3^\Psi = \frac{13k_1^2 k_2 + k_1^2 \delta_1 + 4k_2 \delta_2}{4(k_2 - 2\delta_1)}. \quad (10)$$

为了满足 $\mathbf{\Omega} > 0$ 和 $\mathbf{\Psi} > 0$, k_i 可以选择为

$$k_1 > \sqrt{2\delta_2}, k_2 > 3\delta_1, k_3 > \max\{k_3^\Omega, k_3^\Psi\}. \quad (11)$$

因此, 从式(8)可以得到

$$\dot{V} \leq -\frac{\mathbf{x}^T \mathbf{\Omega} \mathbf{x}}{\|\sigma\|^{1/2}} \leq -\frac{\lambda_{\min}(\mathbf{\Omega}) \|\mathbf{x}\|^2}{\|\sigma\|^{1/2}}. \quad (12)$$

使用 Rayleigh 商不等式, 对于所有状态变量 σ 和 $z, \|\mathbf{X}\| = \|\mathbf{x}\|$. 因此式(12)可改写为

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{\|\sigma\|^{1/2}} \lambda_{\min}(\mathbf{\Omega}) \|\mathbf{X}\|^2. \quad (13)$$

式(4)中的 Lyapunov 函数对于适当的对称正定矩阵 $\mathbf{P} \in \mathbf{R}^{3m \times 3m}$ 满足 $V \leq \lambda_{\max}(\mathbf{P}) \|\mathbf{X}\|^2$, 因此

$$\dot{V} \leq -\frac{V}{\|\sigma\|^{1/2}} \frac{\lambda_{\min}(\mathbf{\Omega})}{\lambda_{\max}(\mathbf{P})}.$$

又因 $V^{1/2} \geq \sqrt{\lambda_{\min}(\mathbf{P})} \|\mathbf{X}\| > \sqrt{\lambda_{\min}(\mathbf{P})} \|\sigma\|^{1/2}$, 故可以得到

$$\dot{V} \leq -\alpha V^{1/2}, \quad (14)$$

其中 $\alpha = \lambda_{\min}(\mathbf{\Omega}) \sqrt{\lambda_{\min}(\mathbf{P})} / \lambda_{\max}(\mathbf{P})$.

将式(14)两边进行移项, 可得

$$\int_0^t \dot{V} V^{1/2} d\tau \leq \int_0^t -\alpha d\tau. \quad (15)$$

则收敛时间为

$$t \leq -\frac{2}{\alpha} V(0)^{1/2}. \quad (16)$$

定理得证. \square

注 1 该算法可以视为在经典超扭曲滑模算法的基础上添加一个滑模变量的平方项的多变量推广. 经典超扭曲滑模算法在系统远离平衡位置时收敛速度慢, 在此基础上添加一个滑模变量的平方项可以使系统状态无论在远离平衡位置还是在平衡位置附近均具有快速收敛的能力.

2 多变量超扭曲滑模算法收敛时间分析

为在理论上分析算法(2)与经典多变量超扭曲滑模算法(1)的收敛时间, 假设初始状态分量 $\|\sigma(t_0)\| = \varepsilon$ 和 $\|z(t_0)\| = 0$, 其中 ε 为大于 1 的正常数, 干扰 $\gamma(t, \sigma) = 0$. 控制增益 $k_1 = k_2 = \lambda_1, k_3 = \lambda_2$.

在下面的收敛时间分析中, 将多变量快速超扭曲滑模的收敛时间分成 3 个阶段. 如图 1 所示: 第 1 个阶段, $\|\sigma(t)\|$ 在时间间隔 $T_1 = t_1 - t_0$ 内收敛至 1; 第 2 个

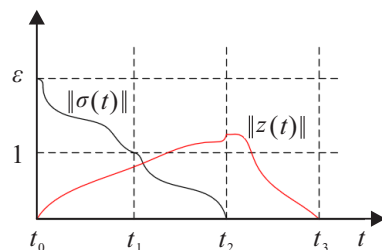


图 1 滑模变量收敛示意

阶段, $\|\sigma(t)\|$ 在时间间隔 $T_2 = t_2 - t_1$ 内收敛至0; 第3个阶段, $\|z(t)\|$ 在时间间隔 $T_3 = t_3 - t_2$ 内收敛至0. 至此, 得到算法的总收敛时间.

1) 第1阶段 $t_0 \leq t \leq t_1$.

在该阶段, 根据式(2)可得

$$\frac{d\|\sigma(t)\|}{dt} \leq -k_2\|\sigma(t)\|^2. \quad (17)$$

在 $t > t_0, k_3 > \delta_2$ 时, $\text{sign}(z_i(t))$ 与 $\text{sign}(\sigma_i(t))$ 的符号相反. 对式(17)积分, 得

$$-\|\sigma(t)\|^{-1}|_{t_0}^{t_1} \leq -k_2 t|_{t_0}^{t_1}. \quad (18)$$

将式(18)展开, 并代入 $\|\sigma(t_0)\| = \varepsilon$, 可得

$$\|\sigma(t_1)\| \leq \frac{\varepsilon}{1 + \varepsilon k_2(t_1 - t_0)}. \quad (19)$$

因此, 在时间 $T_1 \leq \frac{\varepsilon - 1}{k_2 \varepsilon}$ 间隔里 $\|\sigma(t)\|$ 单调减小, 并最终减小至 $\|\sigma(t)\| = 1$.

2) 第2阶段 $t_1 < t \leq t_2$.

对于 $t > t_1, \|\sigma(t)\|$ 继续减小到0, 在不晚于时间 t_2 时达到0.

考虑 $\text{sign}(z_i(t)) = -\text{sign}(\sigma_i(t)), i = 1, 2, \dots, m$, 对于 $t \in [t_1, t_2]$, 直到 $x_i(t)$ 等于0. 然后

$$\frac{d\|\sigma(t)\|}{dt} \leq -k_1\|\sigma(t)\|^{1/2}. \quad (20)$$

对式(20)两边积分, 可得

$$2\|\sigma(t)\|^{1/2} \leq -k_1(t - t_1) + 2\|\sigma(t_1)\|^{1/2} = -k_1(t - t_1) + 2, \quad (21)$$

因此 $\|\sigma(t)\|$ 在时间 $T_2 \leq 2/k_1$ 内达到0.

3) 第3阶段 $t_2 < t \leq t_3$.

定义 $M = k_3 + \delta_2$ 和 $m = k_3 - \delta_2$. 若以 $\|\sigma(t)\|$ 收敛至0而结束, 则 $\|z(t_2)\|$ 的值由下式界定:

$$\|z(t_2)\| < M(t_2 - t_0) = M\left(\frac{\varepsilon - 1}{k_2 \varepsilon} + \frac{2}{k_1}\right). \quad (22)$$

根据文献[26]中定理4.5的证明, 轨迹 $z(t)$ 的有限收敛时间为 $T_3 = \|z(t)\| / ((1 - q_c)m)$, 其中 q_c 根据定理1中的关系式, 用 $q_c = \sqrt{2\delta_2}/k_1$ 估计. 将得到的 q_c 估计和 $\|z(t)\| = \|z(t_2)\|$ 代入, 得到

$$T_3 \leq M\left(\frac{\varepsilon - 1}{k_2 \varepsilon} + \frac{2}{k_1}\right) / ((1 - \sqrt{2\delta_2}/k_1)m). \quad (23)$$

综上, 多变量快速超扭曲滑模算法的收敛时间为

$$T_{\text{MFSTA}} = T_1 + T_2 + T_3 \leq \left(\frac{\varepsilon - 1}{k_2 \varepsilon} + \frac{2}{k_1}\right) \left(1 + \frac{M}{(1 - \sqrt{2\delta_2}/k_1)m}\right). \quad (24)$$

同理可得经典多变量超扭曲滑模算法的收敛时间为

$$T_{\text{MSTA}} = \frac{2\varepsilon^{1/2}}{\lambda_1} \left(1 + \frac{M}{(1 - \sqrt{2\delta_2}/\lambda_1)m}\right). \quad (25)$$

因为 $k_1 = k_2 = \lambda_1, k_3 = \lambda_2$, 所以比较收敛时间上限的大小只需要比较 $\frac{\varepsilon - 1}{k_1 \varepsilon} + \frac{2}{k_1}$ 与 $\frac{2\varepsilon^{1/2}}{k_1}$ 的大小.

设函数 $f(\varepsilon) = \frac{\varepsilon - 1}{k_1 \varepsilon} + \frac{2}{k_1} - \frac{2\varepsilon^{1/2}}{k_1}$, 当 $\varepsilon = 1$ 时 $f(1) = 0$. 对函数 $f(\varepsilon)$ 求导, 可得

$$f'(\varepsilon) = \frac{1 - \varepsilon^{3/2}}{k_1 \varepsilon^2}. \quad (26)$$

所以在 $\varepsilon > 1$ 时 $f'(\varepsilon) < 0$, 即 $\frac{\varepsilon - 1}{k_1 \varepsilon} + \frac{2}{k_1} < \frac{2\varepsilon^{1/2}}{k_1}$, 故两种多变量超扭曲算法收敛时间满足 $T_{\text{MFSTA}} < T_{\text{MSTA}}$, 当状态变量远离平衡状态时, 多变量快速超扭曲的收敛速度快于经典多变量超扭曲滑模算法.

3 考虑终端角度的三维制导律建模

假设导弹和目标均为质点, 且不考虑姿态变化. 如图2所示, $O_M X_L Y_L Z_L$ 和 $O_I X_I Y_I Z_I$ 分别是视线坐标系和惯性坐标系.

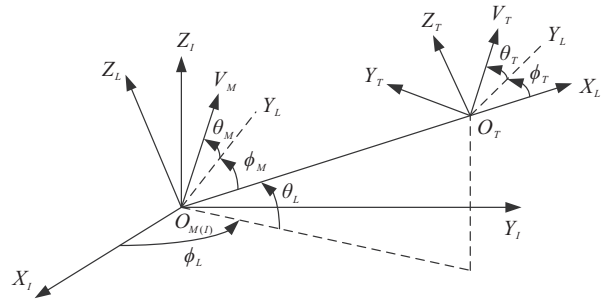


图2 滑模变量收敛示意

从图2可知, 导弹与目标之间的相对运动关系可以描述为

$$\begin{cases} \dot{R} = (\rho \cos \theta_T \cos \phi_T - \cos \theta_M \cos \phi_M) V_M, \\ \dot{\theta}_L = (\rho \sin \theta_T - \sin \theta_M) V_M / R, \\ \dot{\phi}_L = \frac{(\rho \cos \theta_T \sin \phi_T - \cos \theta_M \sin \phi_M) V_M}{R \cos \theta_L}. \end{cases} \quad (27)$$

其中: 速度比 $\rho = V_T/V_M$, V_T, V_M 分别是目标和导弹的速度; R 为弹目相对距离; θ_L, ϕ_L 分别是弹目视线倾角和视线偏角; θ_M, ϕ_M 以及 θ_T, ϕ_T 分别为导弹和目标的弹道倾角和弹道偏角.

导弹和目标的质点运动模型可分别描述为

$$\begin{cases} \dot{\theta}_M = \frac{a_{ZM}}{V_M} - \dot{\phi}_L \sin \theta_L \sin \phi_M - \dot{\theta}_L \cos \phi_M, \\ \dot{\phi}_M = \frac{a_{YM}}{V_M \cos \theta_M} + \dot{\phi}_L \sin \theta_L \cos \phi_M \tan \theta_M - \dot{\theta}_L \sin \phi_M \tan \theta_M - \dot{\phi}_L \cos \theta_L, \\ \dot{\mathbf{x}}_M = \mathbf{C}_L^I \begin{bmatrix} V_M \cos \theta_M \cos \phi_M \\ V_M \cos \theta_M \sin \phi_M \\ V_M \sin \theta_M \end{bmatrix}; \end{cases} \quad (28)$$

$$\begin{cases} \dot{\theta}_T = \frac{a_{ZT}}{\rho V_M} - \dot{\phi}_L \sin \theta_L \sin \phi_T - \dot{\theta}_L \cos \phi_T, \\ \dot{\phi}_T = \frac{a_{YT}}{\rho V_M \cos \theta_T} + \dot{\phi}_L \sin \theta_L \cos \phi_T \tan \theta_T - \\ \quad \dot{\theta}_L \sin \phi_T \tan \theta_T - \dot{\phi}_L \cos \theta_L, \\ \dot{\mathbf{x}}_T = \mathbf{C}_L^I \begin{bmatrix} V_T \cos \theta_T \cos \phi_T \\ V_T \cos \theta_T \sin \phi_T \\ V_T \sin \theta_T \end{bmatrix}. \end{cases} \quad (29)$$

其中: a_{YM} 、 a_{ZM} 以及 a_{YT} 、 a_{ZT} 分别为导弹和目标的偏航加速度和俯仰加速度; \mathbf{x}_M 、 \mathbf{x}_T 分别为导弹与目标在惯性参考坐标系上的位置; \mathbf{C}_L^I 为视线坐标系到惯性坐标系的转换矩阵, 即

$$\mathbf{C}_L^I = \begin{bmatrix} \cos \phi_L \cos \theta_L & -\sin \phi_L & -\cos \phi_L \sin \theta_L \\ \sin \phi_L \cos \theta_L & \cos \phi_L & -\sin \phi_L \sin \theta_L \\ \sin \theta_L & 0 & \cos \theta_L \end{bmatrix}.$$

根据式(27)和(29), 可以得出视线偏角和视线倾角的二阶导数为

$$\begin{aligned} \ddot{\theta}_L &= \frac{\cos \theta_T a_{ZT}}{R} - \frac{\cos \theta_M a_{ZM}}{R} - \\ &\quad \dot{\phi}_L^2 \cos \theta_L \sin \theta_L - \frac{2\dot{R}\dot{\theta}_L}{R}, \\ \ddot{\phi}_L &= \frac{\cos \phi_L a_{YT}}{R \cos \theta_L} - \frac{\sin \theta_T \sin \phi_T a_{ZT}}{R \cos \theta_L} + \\ &\quad \frac{\sin \theta_M \sin \phi_M a_{ZM}}{R \cos \theta_L} - \frac{\cos \phi_M a_{YM}}{R \cos \theta_L} + \\ &\quad 2\dot{\phi}_L \dot{\theta}_L \tan \theta_L - \frac{2\dot{R}\dot{\phi}_L}{R}. \end{aligned} \quad (30)$$

在拦截过程中, 假设 $\theta_M, \phi_M \neq \pm \pi/2, |a_{YT}| \leq a_1, |a_{ZT}| \leq a_2, a_1, a_2$ 分别为目标加速度在侧向平面和纵向平面分量的上界, 令 θ_{Lf}, ϕ_{Lf} 分别是期望的终端视线倾角和视线偏角.

定义状态和输入为 $\mathbf{x}_1 = [\theta_L - \theta_{Lf}, \phi_L - \phi_{Lf}]^T, \mathbf{x}_2 = \dot{\mathbf{x}}_1, \mathbf{u} = [a_{ZM}, a_{YM}]^T$, 则终端角度约束制导问题可转化为如下二阶多变量系统控制问题:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{x}_2, \\ \dot{\mathbf{x}}_2 = \mathbf{M} + \mathbf{N} + \mathbf{B}\mathbf{u}. \end{cases} \quad (31)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &= \left[\frac{\cos \theta_T a_{ZT}}{R}, \frac{\cos \phi_T a_{YT}}{R \cos \theta_L} - \frac{\sin \theta_T \sin \phi_T a_{ZT}}{R \cos \theta_L} \right]^T, \\ \mathbf{N} &= \left[-\dot{\phi}_L^2 \cos \theta_L \sin \theta_L - \frac{2\dot{R}\dot{\theta}_L}{R}, 2\dot{\phi}_L \dot{\theta}_L \tan \theta_L - \frac{2\dot{R}\dot{\phi}_L}{R} \right]^T, \\ \mathbf{B} &= \begin{bmatrix} -\frac{\cos \theta_M}{R} & 0 \\ \frac{\sin \theta_M \sin \phi_M}{R \cos \theta_L} & -\frac{\cos \phi_M}{R \cos \theta_L} \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (32)$$

\mathbf{M} 为未知且存在上界的干扰, 主要是由目标加速度引起的干扰项.

注 2 由式(30)可知, 导弹俯仰加速度 a_{ZM} 对视线倾角加速度和视线偏角加速度都有影响, 而导弹偏航加速度 a_{YM} 只对视线偏角加速度有影响. 所以如果使用解耦的运动模型设计制导律, 则制导精度不能得到保证.

4 多变量超扭曲滑模制导律设计

设计滑模面

$$\mathbf{s} = \mathbf{x}_2 + \frac{k_p}{\|\mathbf{x}_1\|^{1-p}} \mathbf{x}_1 + \frac{k_q}{\|\mathbf{x}_1\|^{1-q}} \mathbf{x}_1. \quad (33)$$

其中: k_p, k_q 均为正常数, 且 $0 < p < 1, q > 1$.

对式(33)求导, 可得

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{s}} &= \dot{\mathbf{x}}_2 + \frac{k_p}{\|\mathbf{x}_1\|^{1-p}} \dot{\mathbf{x}}_1 + \frac{k_q}{\|\mathbf{x}_1\|^{1-q}} \dot{\mathbf{x}}_1 + \\ &\quad (p-1) \frac{k_p \mathbf{x}_1 \mathbf{x}_1^T}{\|\mathbf{x}_1\|^{3-p}} \dot{\mathbf{x}}_1 + (q-1) \frac{k_q \mathbf{x}_1 \mathbf{x}_1^T}{\|\mathbf{x}_1\|^{3-q}} \dot{\mathbf{x}}_1. \end{aligned} \quad (34)$$

基于多变量超扭曲算法(2), 联立式(31)和(34), 可以设计三维有限时间收敛制导律(FSTSMGL)为

$$\begin{cases} \mathbf{u} = -\mathbf{B}^{-1} \left(\mathbf{N} + \frac{k_p \mathbf{x}_2}{\|\mathbf{x}_1\|^{1-p}} + \right. \\ \quad \left. \frac{(p-1)k_p \mathbf{x}_1 \mathbf{x}_1^T \mathbf{x}_2}{\|\mathbf{x}_1\|^{3-p}} + \frac{k_q \mathbf{x}_2}{\|\mathbf{x}_1\|^{1-q}} + \right. \\ \quad \left. \frac{(q-1)k_q \mathbf{x}_1 \mathbf{x}_1^T \mathbf{x}_2}{\|\mathbf{x}_1\|^{3-q}} + \frac{k_1 \mathbf{s}}{\|\mathbf{s}\|^{1/2}} + \right. \\ \quad \left. k_2 \mathbf{s} \|\mathbf{s}\| - \mathbf{z} \right), \\ \dot{\mathbf{z}} = -k_3 \frac{\mathbf{s}}{\|\mathbf{s}\|}. \end{cases} \quad (35)$$

定理 2 对于系统(31), 干扰 $\dot{\mathbf{M}}$ 存在上界时, 即存在一个正常数 m 使得 $\|\dot{\mathbf{M}}\| \leq m$ 时, 如果采用本文设计的滑模面(33)和制导律(35), 则以下结论成立:

- 1) 滑模变量 \mathbf{s} 可以在有限时间收敛到 0;
- 2) 视线角误差也能在有限时间收敛到 0.

证明 将式(35)和(31)代入(33), 得到

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{s}} = -\frac{k_1 \mathbf{s}}{\|\mathbf{s}\|^{1/2}} - k_2 \mathbf{s} \|\mathbf{s}\| + \mathbf{z}, \\ \dot{\mathbf{z}} = \dot{\mathbf{M}} - \frac{k_3 \mathbf{s}}{\|\mathbf{s}\|}. \end{cases} \quad (36)$$

由定理 1 可知, 滑模变量 \mathbf{s} 及其导数能在有限时间收敛到 0. 根据 $\mathbf{s} = \mathbf{0}$, 可得

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{x}_2, \\ \mathbf{x}_2 = -\frac{k_p \mathbf{x}_1}{\|\mathbf{x}_1\|^{1-p}} - \frac{k_q \mathbf{x}_1}{\|\mathbf{x}_1\|^{1-q}}. \end{cases} \quad (37)$$

考虑以下 Lyapunov 函数:

$$\bar{V} = \frac{1}{2} \mathbf{x}_1^T \mathbf{x}_1. \quad (38)$$

对式(38)求导,再代入式(37),有

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -K_p \mathbf{x}_1^T \mathbf{x}_1 \|\mathbf{x}_1\|^{p-1} - K_q \mathbf{x}_1^T \mathbf{x}_1 \|\mathbf{x}_1\|^{q-1} = \\ & -K_p \|\mathbf{x}_1\|^{p+1} - K_q \|\mathbf{x}_1\|^{q+1} = \\ & -2^{\frac{q+1}{2}} K_p \bar{V}^{\frac{p+1}{2}} - 2^{\frac{q+1}{2}} K_q \bar{V}^{\frac{q+1}{2}} = \\ & -\alpha \bar{V}^\mu - \beta \bar{V}^\eta. \end{aligned} \quad (39)$$

其中: $\alpha = 2^{\frac{p+1}{2}} K_p, \mu = \frac{p+1}{2}, \beta = 2^{\frac{q+1}{2}} K_q, \eta = \frac{q+1}{2}$.

当 α, β 均大于0,且 $\eta > 1 > \mu > 0$ 时, Lyapunov 函数有限时间收敛到0,即状态变量 \mathbf{x}_1 有限时间收敛到0. □

5 仿真分析

针对拦截空中目标的场景,初始条件如表1所示,给定目标的机动特性如下:

$$a_{YT} = a_{ZT} = 78.4 \sin(2t) \text{ m/s}^2. \quad (40)$$

表1 初始仿真参数

参数	数值	参数	数值
$R(0)/\text{km}$	12	$V_M(0)/(\text{m/s})$	850
$\theta_M(0)/(^{\circ})$	10	$\phi_M(0)/(^{\circ})$	10
$\theta_L(0)/(^{\circ})$	30	$\phi_L(0)/(^{\circ})$	0
$\theta_T(0)/(^{\circ})$	10	$\phi_T(0)/(^{\circ})$	180
$V_T(0)/(\text{m/s})$	510		

仿真要求导弹可用过载不超过25g,设置仿真步长为1ms,并且当弹目相对距离 $|R| < 1\text{m}$ 时仿真结束.将本文所设计的制导律算法记为FSTSMGL,给定其相关参数如表2所示.

表2 初始仿真参数

参数	数值	参数	数值
k_1	10	k_q	0.5
k_2	1	p	0.95
k_3	0.05	q	1.01
k_p	0.5		

5.1 多场景仿真验证

首先进行不同终端角度约束下的仿真验证,给定3种不同的终端约束角度如下:

case1: $\theta_{Lf} = 35^{\circ}, \phi_{Lf} = 5^{\circ}$;

case2: $\theta_{Lf} = 25^{\circ}, \phi_{Lf} = -5^{\circ}$;

case3: $\theta_{Lf} = 25^{\circ}, \phi_{Lf} = 5^{\circ}$.

对应的仿真结果如图3~图7所示.图3表明,在3种情况下该算法均能成功拦截目标.图4表明,在3种情况下视线角均能在有限时间内收敛到期望的终端角度.图5对应的是导弹加速度曲线,在制导律前期,导弹制导指令均存在不同程度的饱和现象,这是由于制导前期,为了满足视线角和视线角速度的快速

收敛,导弹需要较大的过载进行高强度的机动.图6表示滑模变量的二范数变化曲线,在3种情况下滑模变量均能较好地收敛.图7是导弹视线角速度的变化曲线,表征了在3种情况下,视线角速度均能收敛到零.综上,验证了该算法能适应多种不同的终端角度约束,体现了算法的有效性.

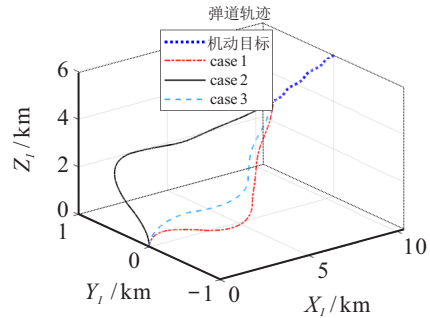


图3 三维拦截轨迹(1)

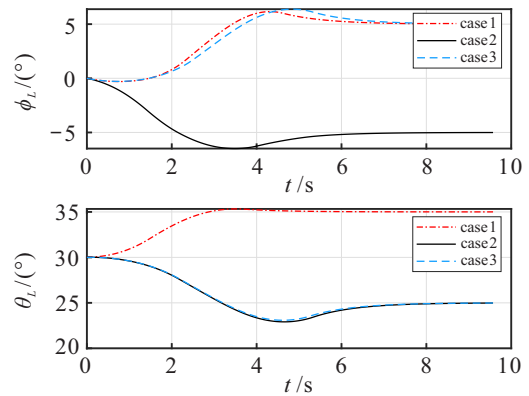


图4 导弹视线角(1)

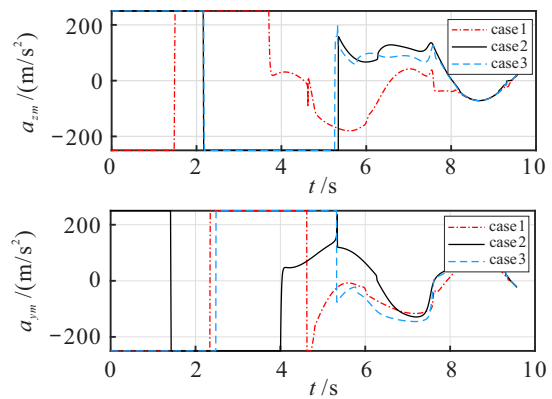


图5 导弹加速度(1)

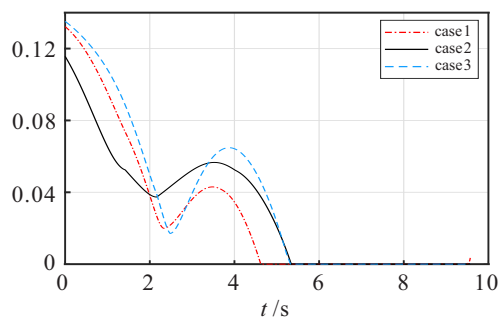


图6 滑模变量的二范数(1)

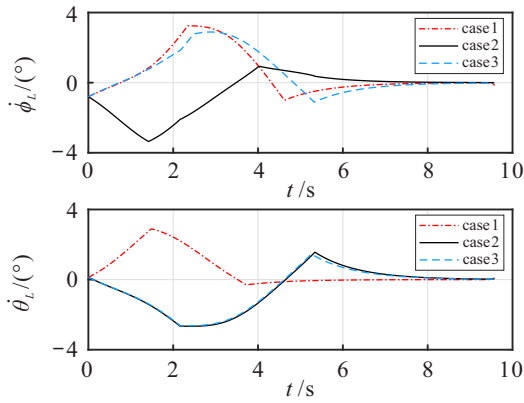


图7 导弹视线角速度(1)

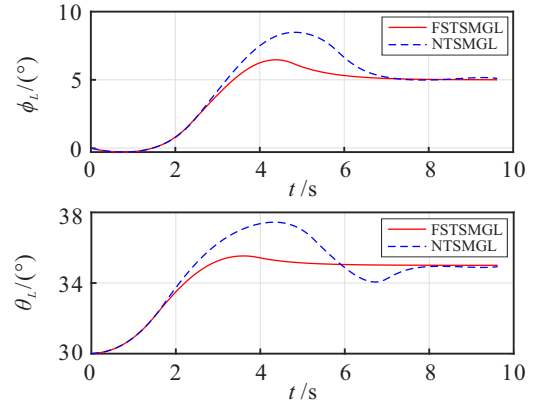


图9 导弹视线角(2)

5.2 对比仿真

为了表明FSTSMGL算法的优越性,将其与文献[27]的NTSMGL算法进行对比仿真.首先给出NTSMGL的表达式

$$\begin{cases} \mathbf{S} = [S_1, S_2]^T = \mathbf{x}_1 + \frac{1}{\beta} \mathbf{x}_2^\alpha, \\ \mathbf{u} = -\mathbf{B}^{-1} \left[\mathbf{N} + \frac{\beta}{\alpha} \mathbf{x}_2^{2-\alpha} + k\mathbf{S} + \mathbf{H}\text{sgn}(\mathbf{S}) \right]. \end{cases} \quad (41)$$

其中,符号函数由饱和函数替代,即

$$\text{sat}(s_i) = \begin{cases} 1, & s_i > h; \\ s_i/h, & |s_i| \leq h, \quad i = 1, 2; \\ -1, & s_i < -h. \end{cases} \quad (42)$$

根据文献[27],其设计参数如下:

$$\begin{cases} \beta = 2, \alpha = 9/7, k = 0.5, \\ \mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1.5 & 0 \\ 0 & 1.5 \end{bmatrix}, h = 0.04. \end{cases} \quad (43)$$

设置期望终端角度为 $\theta_{L_f} = 35^\circ, \phi_{L_f} = 5^\circ$,对应的仿真结果如图8~图13所示.从图12可以看出,FSTSMGL和NTSMGL的滑模收敛时间分别为4.705 s和7.831 s,由此说明FSTSMGL具有更快的收敛速度.

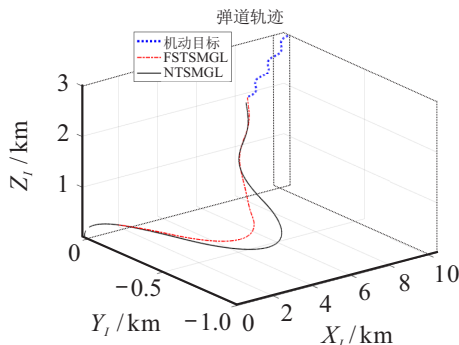


图8 三维拦截轨迹(2)

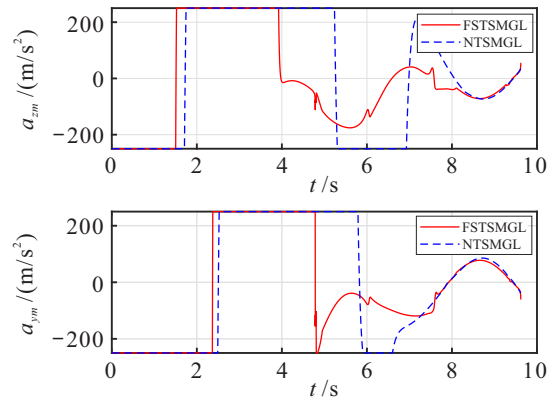


图10 导弹加速度(2)

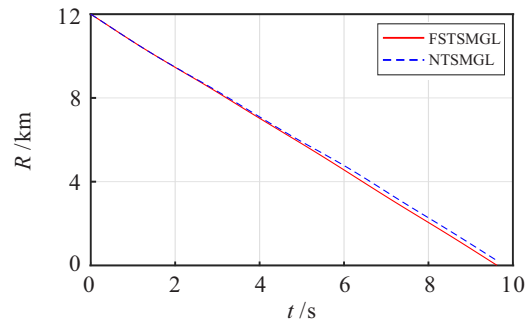


图11 弹目相对距离(2)

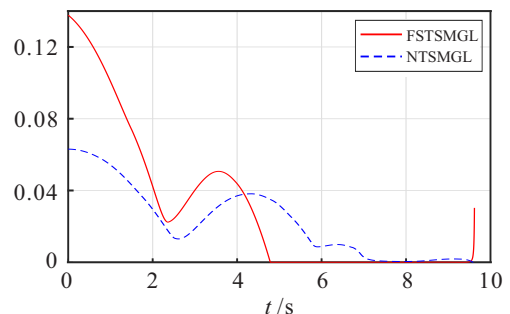


图12 滑模变量的二范数(2)

为了对比两种制导律过载指令的特性,选择如下的平均绝对加速度指标进行对比:

$$a_{ME} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N |a_m(k)|. \quad (44)$$

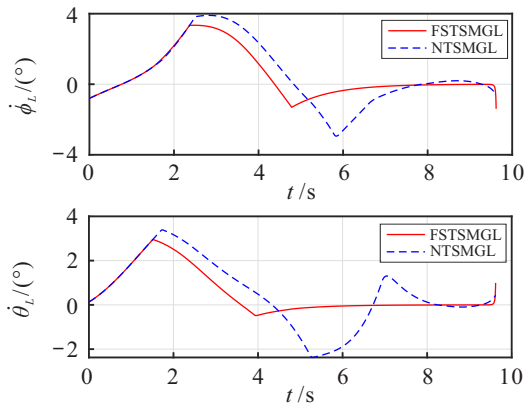


图13 导弹视线角速度(2)

从图10可以发现,FSTSMGL满舵状态的时间远远小于NTSMGL.从表3中可以看到,FSTSMGL的平均绝对加速度指标在纵向平面和侧向平面也都小于NTSMGL.

表3 平均加速度

算法	纵向加速度/(m/s ²)	侧向加速度/(m/s ²)
FSTSMGL	161.3500	139.0281
NTSMGL	194.1116	200.2316

5.3 蒙特卡洛仿真

为了进一步验证所设计FSTSMGL的鲁棒性,针对导弹拦截高速机动目标时制导信息存在初始状态量偏差的情况进行300次蒙特卡洛数值仿真.对初始状态量 $R(0)$ 、 $\theta_L(0)$ 、 $\phi_L(0)$ 和目标初始方位角 θ_T 、 ϕ_T 进行 $\pm 10\%$ 的拉偏,其他场景参数与上文仿真一致.

图14~图16给出了FSTSMGL 300次蒙特卡洛

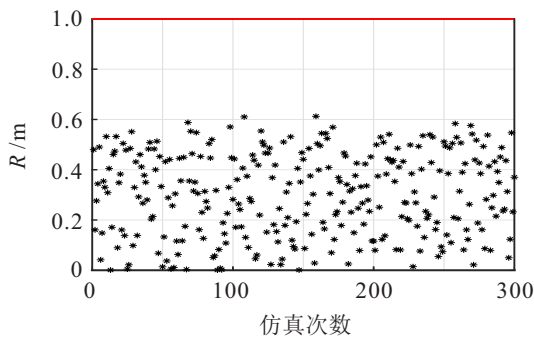


图14 脱靶量分布

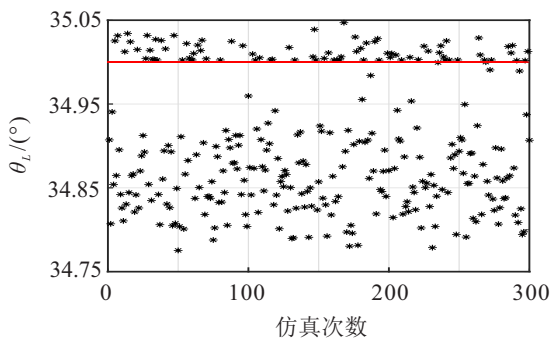


图15 终端视线倾角分布

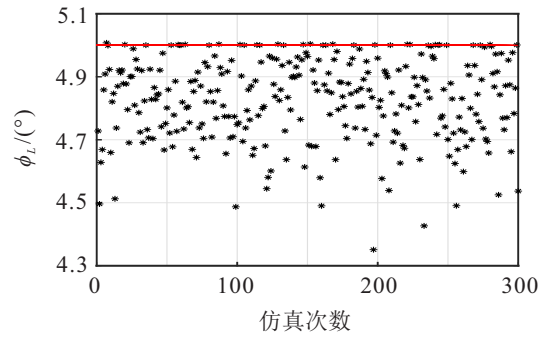


图16 终端视线方位角分布

仿真的统计结果.300次仿真全部命中目标,脱靶量、终端视线倾角和视线偏角均值分别为0.3019 m、34.9017°和4.828°,标准差分别为0.1643 m、0.0775°和0.1296°,由此表明该方法鲁棒性强且精度高.

6 结论

本文提出了一种快速多变量超扭曲滑模算法,分析其收敛时间,并将其应用于考虑终端角度约束的有限时间收敛三维超扭曲制导律设计中.该制导律在满足导弹拦截精度的同时,也进行了终端角度的约束.该方法无需对制导问题的二阶系统进行结构或者线性化处理,且形式简单.数值仿真验证了本文算法对比于非奇异终端滑模所体现出的优越性,以及算法的有效性.

参考文献(References)

- [1] 李泽仁,崔颢,章露露,等.考虑加速度约束的终端角度约束滑模制导律设计[J].控制与决策,2021,36(10):2511-2516.
(Li Z R, Cui H, Zhang L L, et al. Sliding-mode guidance law with acceleration and angle constraints[J]. Control and Decision, 2021, 36(10): 2511-2516.)
- [2] 赵斌,周军,卢晓东,等.考虑终端角度约束的自适应积分滑模制导律[J].控制与决策,2017,32(11):1966-1972.
(Zhao B, Zhou J, Lu X D, et al. Adaptive integral sliding mode guidance law considering impact angle constraint[J]. Control and Decision, 2017, 32(11): 1966-1972.)
- [3] Erer K S, Merttopcuoglu O. Indirect impact-angle-control against stationary targets using biased pure proportional navigation[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2012, 35(2): 700-704.
- [4] Ratnoo A, Ghose D. Impact angle constrained guidance against nonstationary nonmaneuvering targets[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2010, 33(1): 269-275.
- [5] 李宁波,雷虎民,周颢,等.反临拦截弹中制导弹道在线优化设计[J].控制与决策,2017,32(12):2195-2200.
(Li N B, Lei H M, Zhou J, et al. Design of midcourse trajectory online optimization for near space

- interceptor[J]. *Control and Decision*, 2017, 32(12): 2195-2200.)
- [6] Wang H, Lin D F, Cheng Z X. Time-to-go weighted optimal trajectory shaping guidance law[J]. *Journal of Beijing Institute of Technology*, 2011, 20(3): 317-323.
- [7] Li C D, Wang J, He S M, et al. Collision-geometry-based generalized optimal impact angle guidance for various missile and target motions[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2020, 106: 106204.
- [8] Sun J L, Liu C S, Ye Q. Robust differential game guidance laws design for uncertain interceptor-target engagement via adaptive dynamic programming[J]. *International Journal of Control*, 2017, 90(5): 990-1004.
- [9] 花文华, 陈兴林. 变速导弹有界控制非线性微分对策制导律[J]. *控制与决策*, 2011, 26(12): 1886-1890. (Hua W H, Chen X L. Nonlinear bounded-control differential game guidance law for variable-speed missiles[J]. *Control and Decision*, 2011, 26(12): 1886-1890.)
- [10] 花文华, 孟庆龄, 张拥军. 寻的导弹范数型微分对策制导律[J]. *高技术通讯*, 2013, 23(4): 392-399. (Hua W H, Meng Q L, Zhang Y J. Norm differential game guidance laws for homing missiles[J]. *Chinese High Technology Letters*, 2013, 23(4): 392-399.)
- [11] Wang C Y, Yu H S, Dong W, et al. Three-dimensional impact angle and time control guidance law based on two-stage strategy[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2022, 58(6): 5361-5372.
- [12] Si Y J, Song S M. Three-dimensional adaptive finite-time guidance law for intercepting maneuvering targets[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2017, 30(6): 1985-2003.
- [13] Slotine J J, Sastry S S. Tracking control of non-linear systems using sliding surfaces, with application to robot manipulators[J]. *International Journal of Control*, 1983, 38(2): 465-492.
- [14] Slotine J J E. Sliding controller design for non-linear systems[J]. *International Journal of Control*, 1984, 40(2): 421-434.
- [15] Chen M S, Hwang Y R, Tomizuka M. A state-dependent boundary layer design for sliding mode control[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, 47(10): 1677-1681.
- [16] 徐为民, 徐攀. 不确定扰动下双起升桥吊双吊具鲁棒自适应滑模同步协调控制[J]. *控制与决策*, 2016, 31(7): 1192-1198. (Xu W M, Xu P. Robust adaptive sliding mode synchronous control of double-container for twin-lift overhead cranes with uncertain disturbances[J]. *Control and Decision*, 2016, 31(7): 1192-1198.)
- [17] 杨启尧, 邬玲伟, 严求真, 等. 基于干扰补偿趋近律的离散滑模多周期重复控制[J]. *控制与决策*, 2023, 38(2): 421-428. (Yang Q Y, Wu L W, Yan Q Z, et al. Discrete-time sliding mode multi-periodic repetitive control with reaching law based on disturbance compensation[J]. *Control and Decision*, 2023, 38(2): 421-428.)
- [18] 王聪, 夏红伟, 任顺清. 基于隐式积分的广义离散趋近律[J]. *控制与决策*, 2023, 38(10): 3003-3008. (Wang C, Xia H W, Ren S Q. Generalized discrete reaching law based on implicit integration[J]. *Control and Decision*, 2023, 38(10): 3003-3008.)
- [19] 雷城, 蓝益鹏, 徐泽来, 等. 一种新型复合滑模趋近律设计与分析[J]. *控制与决策*, 2023, 38(2): 435-440. (Lei C, Lan Y P, Xu Z L, et al. Design and analysis of a new compound sliding mode reaching law[J]. *Control and Decision*, 2023, 38(2): 435-440.)
- [20] 陈强, 朱健宏, 陶玫玲. 基于两相幂次趋近律的航天器姿态控制[J]. *控制与决策*, 2022, 37(5): 1145-1152. (Chen Q, Zhu J H, Tao M L. Two-phase power reaching law-based spacecraft attitude control[J]. *Control and Decision*, 2022, 37(5): 1145-1152.)
- [21] Levant A. Sliding order sliding modes and their application for controlling uncertain processes[D]. Moscow: Institute for system studies of the USSR Academy of Science, 1987.
- [22] Chalanga A, Kamal S, Fridman L M, et al. Implementation of super-twisting control: Super-twisting and higher order sliding-mode observer-based approaches[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2016, 63(6): 3677-3685.
- [23] Li T, Qian H M. Design of three-dimensional guidance law with impact angle constraints and input saturation[J]. *IEEE Access*, 2020, 8: 211474-211481.
- [24] Ali M M, Xu W, Junejo A, et al. One new super-twisting sliding mode direct thrust control for linear induction machine based on linear metro[J]. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2022, 37(1): 795-805.
- [25] Basin M, Bharath Panathula C, Shtessel Y. Multivariable continuous fixed-time second-order sliding mode control: Design and convergence time estimation[J]. *IET Control Theory & Applications*, 2017, 11(8): 1104-1111.
- [26] Shtessel Y, Edwards C, Fridman L, et al. Sliding mode control and observation[M]. New York: Springer, 2014.
- [27] Si Y J, Song S M. Continuous reaching law based three-dimensional finite-time guidance law against maneuvering targets[J]. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 2019, 41(2): 321-339.

作者简介

赵斌(1986—), 男, 副教授, 博士生导师, 从事精确制导、先进控制理论等研究, E-mail: binzhao@nwpu.edu.cn;

项天阳(1999—), 男, 硕士生, 从事先进控制理论与应用的研究, E-mail: 2092792694@qq.com.