



控制与决策

CONTROL AND DECISION



基于逆高斯过程的二元退化可靠性建模与评估

安绮梦, 闫在在, 孙立君

引用本文:

安绮梦, 闫在在, 孙立君. 基于逆高斯过程的二元退化可靠性建模与评估[J]. 控制与决策, 2024, 39(11): 3727–3735.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2023.1369>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

考虑退化轨迹差异性与相似性的轴承RUL预测

Prediction of bearing remaining useful life involving difference and similarity of degradation trajectories

控制与决策. 2021, 36(11): 2832–2840 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.1028>

基于深度时序特征迁移的轴承剩余寿命预测方法

Remaining useful life prediction of bearing based on deep temporal feature transfer

控制与决策. 2021, 36(7): 1699–1706 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1809>

基于高斯混合模型聚类的非均匀采样系统的多模型切换辨识

Multi-model switching identification for non-uniformly sampled systems based on Gaussian mixture model clustering

控制与决策. 2021, 36(12): 2946–2954 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0671>

基于随机系数回归模型的退化过程及维修策略

Degradation process and maintenance planning based on random coefficient regression model

控制与决策. 2021, 36(3): 754–760 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1087>

基于迁移学习灰支持向量回归机的交互式进化计算

Interactive evolutionary computation based on transfer learning grey support vector regression

控制与决策. 2021, 36(10): 2399–2408 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0420>

基于逆高斯过程的二元退化可靠性建模与评估

安绮梦, 闫在在[†], 孙立君

(内蒙古工业大学 理学院, 呼和浩特 010051)

摘要: 为了实现单个产品的可靠度估计和剩余使用寿命预测, 在综合利用产品总体和个体退化信息的基础上, 提出一种考虑个体差异性的二元逆高斯退化模型. 首先, 基于 Copula 函数建立二元逆高斯过程退化模型, 并从性能退化速率与性能间相关关系两方面对个体差异性进行描述; 然后, 利用两阶段期望最大化算法, 先后对单性能模型和 Copula 函数中参数值进行估计; 接着, 基于个体退化特性和 Bayes 理论, 分别提出个体缺失观测值估计和退化值预测的模拟方法, 并利用退化量预测值对个体的剩余使用寿命进行预测; 最后, 通过重型机床的实例数据验证所提出模型和统计推断方法的有效性, 并对产品后续预防性维修和健康管理提出建议.

关键词: 逆高斯过程; 两阶段期望最大化算法; Copula 函数; 缺失观测值; 剩余使用寿命预测

中图分类号: TB114.3 **文献标志码:** A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2023.1369

引用格式: 安绮梦, 闫在在, 孙立君. 基于逆高斯过程的二元退化可靠性建模与评估 [J]. 控制与决策, 2024, 39(11): 3727-3735.

A bivariate degradation model for reliability analysis based on inverse Gaussian process

AN Qi-meng, YAN Zai-zai[†], SUN Li-jun

(College of Science, Inner Mongolia University of Technology, Hohhot 010051, China)

Abstract: In order to get the reliability estimation and remaining useful lifetime (RUL) prediction of a product, a bivariate inverse Gaussian (IG) degradation model is proposed based on the degradation information of the population and units. The bivariate degradation model is established based on Copula function, and the model can capture heterogeneities of degradation rates and correlation between two performance characteristics within the population. Then, the two-stage expectation maximization (EM) algorithm is used to estimate parameters of marginal distributions and Copula function successively. In addition, based on the degradation characteristics of individuals and Bayes' theorem, we propose simulation studies to estimate the missing observations and future observations, and get unit-specific RUL using future observations. To verify the feasibility of the proposed model and inference methods, a numerical example about heavy machine tools is proposed, and suggestions are put forward for the preventive maintenance and health management of products.

Keywords: IG process; two-stage EM algorithm; Copula function; missing observations; RUL prediction

0 引言

随着现代科技的进步, 高可靠性长寿命产品得到了快速发展. 对于此类产品, 传统寿命实验所需的失效时间很难获得, 难以进行产品的可靠性评估^[1]. 在此背景下, 利用现代测量工具获得产品退化过程中的性能特征数据, 基于退化数据进行可靠性评估的方法被提出^[2], 其中常见的可靠性模型包括: 退化路径模型、基于退化量分布的模型^[3]和随机过程模型. 退

化路径模型作为最早被建立的退化可靠性模型, 其建模方法通常有两种: 1) 依据产品失效机理建立, 如 Meeker 等^[4]基于物理化学反应规律建立的电路阳极绝缘材料的退化路径模型; 2) 利用回归曲线拟合产品的退化路径, 如 Cui 等^[5]通过晶体管退化数据建立的路径模型. 由于退化路径模型在描述退化过程的随机性方面存在过度简化的问题^[6], 基于退化量分布的模型和随机过程模型进一步被发展, 其中随机过程

收稿日期: 2023-09-26; 录用日期: 2024-01-02.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (12361058, 11861049); 内蒙古 2023 研究生创新项目 (ZTY2023015); 内蒙古自治区自然科学基金项目 (2022MS01006); 内蒙古自治区直属高校基本科研业务费项目 (JY20220083).

责任编辑: 关新平.

[†]通讯作者. E-mail: zz.yan@163.com.

模型能够较好地描述和解决退化过程的不确定性,近年来得到了广泛应用。

目前,研究人员采用 Wiener 过程^[7-8]、Gamma 过程^[9]、逆高斯(inverse Gaussian, IG)过程^[10-11]以及指数扩散(exponential dispersion, ED)过程^[12]等来描述产品退化过程。工程中很多高可靠长寿命产品的性能退化过程是不可逆的,即性能退化量的增量具有非负性。而 IG 过程的增量由于具有独立性和非负性,在描述严格单调的退化过程时受到了广泛关注。Wang 等^[10]发现,相较于 Wiener 和 Gamma 过程,IG 过程对 GaAs 激光器数据的拟合效果更好,并利用期望最大化(expectation maximization, EM)算法进行了参数估计;Ye 等^[11]验证了 IG 过程是一种极限复合泊松过程,为 IG 过程作为退化模型提供了良好的物理解释。

工程实践中,对于来自同一总体的个体,它们通常会受到无法观测的内外部因素的影响,导致退化数据呈现个体差异性^[13]。Ye 等^[11]提出了 3 种随机效应 IG 过程模型,即随机漂移模型、随机波动模型和随机漂移波动模型,并利用均方误差(mean squared error, MSE)验证了随机漂移模型能够更好地拟合 GaAs 激光器的退化数据;Peng 等^[14]从贝叶斯的角度出发,构建了基于 IG 退化模型的分析框架;Jiang 等^[15]研究了基于 IG 过程的恒定应力加速退化实验,并获得了模型参数和产品可靠度的区间估计;针对考虑个体差异性的 IG 过程,Huynh^[16]提出了自适应预测维修模型,通过对比研究验证了该模型的灵活性。上述研究均针对单个退化性能展开,而实践经验表明,复杂系统或产品往往具有两个或多个性能退化,且当退化量间具有相关关系时,可靠性分析较复杂。对此,Pan 等^[17]借助 Copula 函数描述了两个性能间的相关结构,并通过马尔可夫链蒙特卡罗(Markov chain Monte Carlo, MCMC)方法估计了未知参数;Xu 等^[18]利用共同影响因素来同时刻画两性能间的相依关系和个体差异,并求得可靠度函数和剩余使用寿命(remaining useful lifetime, RUL)的解析表达式;Fang 等^[19]采用多元正态分布描述个体差异性与退化性能间的相关关系,并进行了 RUL 预测;Liu 等^[20]基于 IG 过程和 Copula 函数建立了二元退化模型,并利用两阶段方法估计参数。上述研究表明,目前 Copula 函数已成为研究性能间相关关系的重要工具。

综上所述,目前考虑个体差异和性能相依的多元 IG 退化过程的研究较少。对于个体而言,其可靠性具有自身特点,往往与总体可靠性不同^[21]。因此,结合总体的共同信息和个体的特有信息,研究个体性能退

化规律,为单个产品的维修检测和安全评估提供依据是有必要的。此外,对于考虑个体差异和性能相依的退化模型,参数的确定相对复杂,传统的极大似然估计(maximum likelihood estimation, MLE)往往难以实现。

针对上述问题,本文从以下 3 个方面做出改进:1) 提出一种两阶段 EM 算法来解决模型参数的估计问题;2) 提出一种综合考虑总体和个体信息的缺失观测值估计方法;3) 提出个体退化预测值的模拟方法,通过逐步生成退化预测值,对个体 RUL 进行估计。上述研究扩展了具有随机效应的多元退化性能分析理论,为复杂产品后续预防性维修和健康管理提供更扎实的理论基础。

1 退化模型

1.1 基于 IG 过程的单性能退化量建模

假设采用 IG 过程描述性能退化过程 $Y(t)$, 则 $\{Y(t), t \geq 0\}$ 满足以下性质^[11]:

$$1) Y(0) = 0.$$

2) 对于任意 $t_2 > t_1 \geq c_2 > c_1$, 增量 $Y(t_2) - Y(t_1)$ 与 $Y(c_2) - Y(c_1)$ 相互独立,即 $Y(t)$ 具有独立增量性质。

3) 对于任意 $\Delta t > 0$, 增量 $Y(t + \Delta t) - Y(t)$ 服从 IG 分布 $IG(\mu \Delta \Lambda(t), \eta(\Delta \Lambda(t))^2)$ 。其中: $\Delta \Lambda(t) = \Lambda(t + \Delta t; q) - \Lambda(t; q)$, $\Lambda(t; q)$ 为满足 $\Lambda(0) = 0$ 的关于时间的单增函数, q 为未知参数,通常令 $\Lambda(t; q) = t^q$ 。

实际生产中的同一批次产品受到加工工艺、制造误差、运行环境等内外部因素影响,往往呈现不同退化轨迹^[21]。因此,对产品进行可靠性评估时需考虑个体差异性。在性能退化模型中,常利用随机化参数的方法来描述个体差异性,将未知参数分为两部分:1) 描述产品间个体差异性的随机参数 μ ; 2) 描述产品共同属性的固定参数 η 和 q 。为后续参数估计数学表达方便起见,假设 μ^{-1} 服从正态分布 $N(\omega, \sigma^{-2})$ ($\sigma > 0$), 相应的概率密度函数(probability density function, PDF) 记为 $g(\mu^{-1})$ 。设有 M 个个体被放入退化实验中进行性能测试,对第 i 个个体进行 n_i 次观测,对应的观测时间为 $0 = t_{i0} < t_{i1} < t_{i2} < \dots < t_{in_i}$, 则记第 i 个个体在第 j 次观测时性能退化值为 Y_{ij} ($j = 0, 1, \dots, n_i$), 记第 i 个个体的退化增量为 $\Delta Y_{ij} = Y_{ij} - Y_{i(j-1)}$ ($j = 1, 2, \dots, n_i$)。则单性能退化模型为

$$\begin{cases} \Delta Y_{ij} \sim IG(\mu \lambda_{ij}, (\lambda_{ij})^2), \\ \mu^{-1} \sim N(\omega, \sigma^{-2}). \end{cases} \quad (1)$$

其中 $\lambda_{ij} \stackrel{d}{=} \Delta \Lambda(t_{i(j-1)}) = \Lambda(t_{ij}) - \Lambda(t_{i(j-1)}) = t_{ij}^q -$

$t_{i(j-1)}^q$.

不考虑个体差异性时, ΔY_{ij} 的 PDF 为

$$f_{\Delta Y_{ij}}(\Delta y_{ij} | \mu^{-1}, \eta, q) = \sqrt{\frac{\eta(\lambda_{ij})^2}{2\pi(\Delta y_{ij})^3}} \times \exp\left[-\frac{\eta}{2\Delta y_{ij}}(\Delta y_{ij}\mu^{-1} - \lambda_{ij})^2\right]. \quad (2)$$

根据 IG 过程独立增量性质, 个体 i 的退化增量 $\Delta Z_i \equiv [\Delta Y_{i1}, \Delta Y_{i2}, \dots, \Delta Y_{in_i}]$ 的联合 PDF 为

$$f_{\Delta Z_i}(\Delta z_i | \eta, q, \omega, \sigma) = \int_{-\infty}^{+\infty} \prod_{j=1}^{n_i} f_{\Delta Y_{ij}}(\Delta y_{ij} | \mu^{-1}, \eta, q) g(\mu^{-1}) d\mu^{-1} = \frac{\sigma}{\tilde{\sigma}_i} \prod_{j=1}^{n_i} \sqrt{\frac{\eta\lambda_{ij}^2}{2\pi\delta y_{ij}^3}} \exp\left[\frac{\tilde{\sigma}_i^2 \tilde{\omega}_i^2 - \sigma^2 \omega^2}{2} - \eta \sum_{j=1}^{n_i} \frac{\lambda_{ij}^2}{2\Delta y_{ij}}\right]. \quad (3)$$

其中: $\tilde{\sigma}_i = \sqrt{\eta y_{in_i} + \sigma^2}$, $\tilde{\omega}_i = \frac{\eta A(t_{in_i}) + \omega \sigma^2}{\tilde{\sigma}_i^2}$.

考虑到个体差异性, 由 Bayes 理论、式(2)和(3), 可得到个体 i 对应参数 μ_i^{-1} 的条件 PDF 为

$$g(\mu_i^{-1} | \Delta z_i) = \frac{\prod_{j=1}^{n_i} f_{\Delta Y_{ij}}(\Delta y_{ij} | \mu_i^{-1}, \eta, q) g(\mu_i^{-1})}{f_{\Delta Z_i}(\Delta z_i | \eta, q, \omega, \sigma)} = \frac{\tilde{\sigma}_i}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\mu_i^{-1} - \tilde{\omega}_i)^2}{2\tilde{\sigma}_i^{-2}}\right], \quad (4)$$

即 $[\mu_i^{-1} | \Delta z_i]$ 服从 $N(\tilde{\omega}_i, \tilde{\sigma}_i^{-2})$. 更新后 μ_i^{-1} 的分布依赖于 Y_{in_i} 和 $\lambda(t_{in_i})$, 相较于 μ^{-1} 服从的无条件分布 $N(\omega, \sigma^{-2})$, 条件分布 $N(\tilde{\omega}_i, \tilde{\sigma}_i^{-2})$ 加入了个体信息, 能够更准确地描述个体退化轨迹. 基于 $g(\mu_i^{-1} | \Delta z_i)$, ΔY_{ij} 的 PDF 为

$$f_{\Delta Y_{ij}}(\Delta y_{ij} | \eta, q, \tilde{\omega}_i, \tilde{\sigma}_i) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_{\Delta Y_{ij}}(\Delta y_{ij} | \mu_i^{-1}, \eta, q) g(\mu_i^{-1} | \Delta z_i) d\mu_i^{-1} = \exp\left[\frac{-\eta\lambda_{ij}^2}{2\Delta y_{ij}} + \frac{(\eta\lambda_{ij} + \tilde{\sigma}_i^2 \tilde{\omega}_i)^2}{2(\eta\Delta y_{ij} + \tilde{\sigma}_i^2)} - \frac{\tilde{\sigma}_i^2 \tilde{\omega}_i^2}{2}\right] \times \sqrt{\frac{\eta\tilde{\sigma}_i^2 \lambda_{ij}^2}{2\pi\Delta y_{ij}^3(\eta\Delta y_{ij} + \tilde{\sigma}_i^2)}}. \quad (5)$$

1.2 基于 Copula 函数的两性能退化量建模

针对具有相关关系的两变量, Copula 函数能够刻画变量间线性与非线性相关关系. Copula 函数可连接不同类型的边缘分布构造联合分布, 其形式不受边缘分布的限制^[22]. 由于 Copula 具有上述特性, 基于 Copula 函数建立两性能退化量的概率结构.

假设产品由两个性能共同表征退化规律, 第 k 个性能退化轨迹 $Y_k(t)$ 用 IG 过程描述, 则其退化模型表示为

$$\begin{cases} \Delta Y_{k,ij} \sim \text{IG}(\mu_k \lambda_{k,ij}, \eta_k (\lambda_{k,ij})^2), \\ \mu_k^{-1} \sim N(\omega_k, \sigma_k^{-2}), \end{cases} \quad (6)$$

其中 $\lambda_{k,ij} = t_{ij}^{q_k} - t_{i(j-1)}^{q_k}$. 性能相应的失效阈值为 D_k ($k = 1, 2$). 当其中一个性能退化量达到其失效阈值时, 定义产品失效. 在退化测试中: 个体 i 的两个性能均被观测 n_i 次, 相应观测时间为 $0 = t_{i0} < t_{i1} < t_{i2} < \dots < t_{in_i}$, 第 k 个性能观测值为 $Y_{k,ij}$ ($j = 0, 1, \dots, n_i$), 退化增量为 $\Delta Y_{k,ij} = Y_{k,ij} - Y_{k,i(j-1)}$, $\lambda_{k,ij} = \Lambda_k(t_{ij}) - \Lambda_k(t_{i(j-1)}) = t_{ij}^{q_k} - t_{i(j-1)}^{q_k}$. 当 μ_1, μ_2 固定时, 由 Sklar 定理^[22], $(\Delta Y_{1,ij}, \Delta Y_{2,ij})$ 的联合分布函数可表示为

$$H(\Delta y_{1,ij}, \Delta y_{2,ij}; \alpha^{-1}) = C(F_1(\Delta y_{1,ij}), F_2(\Delta y_{2,ij}); \alpha^{-1}).$$

其中: $\mu_{ij} = F_1(\Delta y_{1,ij})$, $v_{ij} = F_2(\Delta y_{2,ij})$ 分别为 $\Delta Y_{1,ij}$ 和 $\Delta Y_{2,ij}$ 的分布函数; α 为 Copula 函数的参数, 表示 $\Delta Y_{1,ij}$ 与 $\Delta Y_{2,ij}$ 相关关系的强弱. 联合 PDF 为

$$h(\Delta y_{1,ij}, \Delta y_{2,ij}; \alpha^{-1}) = \prod_{k=1}^2 f_k(\Delta y_{k,ij}) \times c(F_1(\Delta y_{1,ij}), F_2(\Delta y_{2,ij}); \alpha^{-1}), \quad (7)$$

这里 $c(\mu_{ij}, v_{ij}; \alpha^{-1}) = \frac{\partial^2 C(\mu_{ij}, v_{ij}; \alpha^{-1})}{\partial \mu_{ij} \partial v_{ij}}$.

不同个体受到的内外部影响因素不同, 故两性能间相关关系存在个体差异, 即应将 α 随机化^[23]. 出于后续参数估计表示简单起见, 假设 α^{-1} 服从正态分布 $N(\gamma, \kappa^{-2})$ ($\kappa > 0$), 记其 PDF 为 $m(\alpha^{-1})$.

2 统计推断

2.1 参数估计

对于存在不完全数据的模型, EM 算法^[24] 常被用于求参数的 MLE 值. 参数为 θ_{IG_1} , θ_{IG_2} 和 θ_C . 其中: $\theta_{IG_k} = (\omega_k, \sigma_k, \eta_k, q_k)$ 为第 k 个性能的参数, $k = 1, 2$;

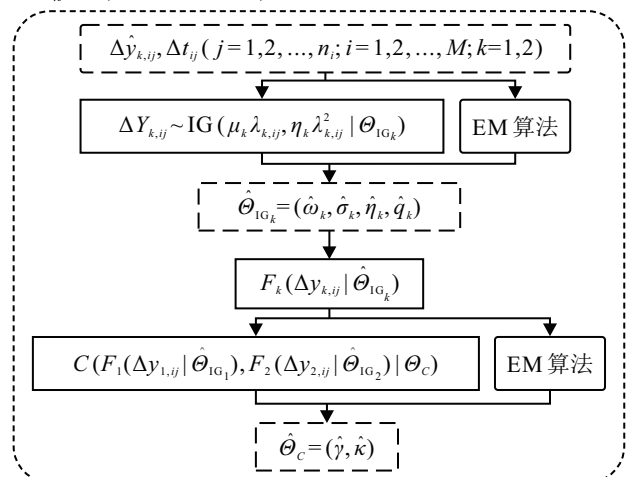


图 1 两阶段 EM 算法流程

$\Theta_C = (\gamma, \kappa)$ 为Copula函数的参数. 采用两阶段EM算法估计参数,两阶段EM算法流程如图1所示.

第1阶段估计参数 Θ_{IG_k} ,如算法1所示.

算法1 估计单个性能的参数值.

输入: $\hat{\Theta}_{IG_k}^{(0)}, \Delta y_{k,ij}, t_{ij}(j = 1, 2, \dots, n_i; i = 1, 2, \dots, M; k = 1, 2)$.

输出: $\hat{\Theta}_{IG_k}$.

1. 令 $s = 0$;
2. 初始化参数 $\hat{\Theta}_{IG_k}^{(s)}$;
3. E-step: 计算期望 $u_{k,i}^{(s)}, v_{k,i}^{(s)}$;
4. M-step: 最大化 $E(l_{IG_k})$;
5. 由式(10)、(11)得到 $\hat{\Theta}_{IG_k}^{(s+1)}$;
6. if $|\hat{\Theta}_{IG_k}^{(s+1)} - \hat{\Theta}_{IG_k}^{(s)}| < \varepsilon$ then
7. 令 $\hat{\Theta}_{IG_k} = \hat{\Theta}_{IG_k}^{(s+1)}$;
8. else
9. $s = s + 1$;
10. 返回至E-step;
11. end
12. 输出 $\hat{\Theta}_{IG_k}$.

注:设置阈值 $\varepsilon = 10^{-6}$.

对于性能 $k, \mu_{k,i}$ 为个体 i 的随机化参数且不可观测. 基于EM算法,完全数据 $(\Delta y_{k,ij}, \mu_{k,i})$ 的对数似然函数为

$$l(\Theta_{IG_k}) = \ln \left[\prod_{i=1}^M \prod_{j=1}^{n_i} f(\Delta y_{k,ij}) \prod_{i=1}^M f(\mu_{k,i}^{-1}) \right] = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{n_i} \left[\frac{1}{2} \ln \eta_k + \ln \lambda_{k,ij} - \frac{\eta_k (\Delta y_{k,ij} - \mu_{k,i} \lambda_{k,ij})^2}{2 \mu_{k,i}^2 \Delta y_{k,ij}} \right] + \sum_{i=1}^M \left[\ln \sigma_k - \frac{\sigma_k^2 (1/\mu_{k,i} - \omega_k)^2}{2} \right]. \tag{8}$$

E-step: 基于 $g(\mu_{k,i}^{-1} | \Delta z_{k,i})$, 得到 $l(\Theta_{IG_k})$ 的条件期望 $E(l_{IG_k})$, 即

$$E(l_{IG_k}) = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{n_i} \left[\frac{1}{2} \ln \eta_k + \ln \lambda_{k,ij} \right] + \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{n_i} \left[-\frac{\eta_k}{2} \left(\frac{\lambda_{k,ij}^2}{\Delta y_{k,ij}} + \Delta y_{k,ij} v_{k,i}^{(s)} - 2 \lambda_{k,ij} u_{k,i}^{(s)} \right) \right] + \sum_{i=1}^M \left[\ln \sigma_k - \frac{\sigma_k^2}{2} (\omega_k^2 + v_{k,i}^{(s)} - 2 \omega_k u_{k,i}^{(s)}) \right]. \tag{9}$$

$\Theta_{IG_k}^{(s)}$ 为参数的第 s 次迭代值, $u_{k,i}^{(s)} \equiv E(\mu_{k,i}^{-1} | \Delta z_{k,i}, \Theta_{IG_k}^{(s)})$, $v_{k,i}^{(s)} \equiv E(\mu_{k,i}^{-2} | \Delta z_{k,i}, \Theta_{IG_k}^{(s)}) = (\tilde{\sigma}_{k,i}^{(s)})^{-2} + (\tilde{\omega}_{k,i}^{(s)})^2$, 即 $u_{k,i}^{(s)}, v_{k,i}^{(s)}$ 随 $\Theta_{IG_k}^{(s)}$ 迭代而更新.

M-step: $E(l_{IG_k})$ 分别对 η_k, q_k, ω_k 和 σ_k 求偏导, 得

到似然方程为

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^M u_{k,i}^{(s)} = M \cdot \omega_k, \\ M(\sigma_k^{-1} - \omega_k^2 \sigma_k) = \sum_{i=1}^M [\sigma_k v_{k,i}^{(s)} - 2 \sigma_k \omega_k u_{k,i}^{(s)}]; \\ \frac{1}{\eta_k} = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{n_i} \left[\frac{\lambda_{k,ij}^2}{\Delta y_{k,ij}} + \Delta y_{k,ij} v_{k,i}^{(s)} - 2 \lambda_{k,ij} u_{k,i}^{(s)} \right] / \sum_{i=1}^M n_i, \\ \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{n_i} \left[\frac{\lambda'_{k,ij}}{\lambda_{k,ij}} - \frac{\lambda_{k,ij} \lambda'_{k,ij} \eta_k}{\Delta y_{k,ij}} + \lambda'_{k,ij} \eta_k u_{k,i}^{(s)} \right] = 0. \end{cases} \tag{10}$$

其中 $\lambda'_{k,ij} = \frac{d(\lambda_{k,ij})}{dq_k} = t_{ij}^{q_k} \ln t_{ij} - t_{i(j-1)}^{q_k} \ln t_{i(j-1)}$.

第2阶段估计 Θ_C . 由 $\hat{\Theta}_{IG_k}$ 和式(5), 得到 $F_k(\Delta y_{k,ij}), (F_k(\Delta y_{k,ij}), \alpha_i)$ 的对数似然函数为

$$l(\Theta_C) = \sum_{i=1}^M \left[\ln \kappa - \frac{1}{2} \ln 2\pi - \frac{\kappa^2 (\alpha_i^{-1} - \gamma)^2}{2} \right] + \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{n_i} \ln \left[c(F_1(\Delta y_{1,ij}), F_2(\Delta y_{2,ij}); \alpha_i) \times \prod_{k=1}^2 f_k(\Delta y_{k,ij}) \right]. \tag{12}$$

E-step: 由 Bayes 理论, $m(\alpha_i^{-1} | \Delta z_{1,i}, \Delta z_{2,i}) \propto m(\alpha_i^{-1}) \cdot \prod_{j=1}^{n_i} h(\Delta y_{1,ij}, \Delta y_{2,ij}; \alpha_i^{-1})$, 该函数的解析表达式难以求得, 故使用MCMC法近似计算 $l(\Theta_C)$ 的期望. 具体地, 利用Metropolis-Hastings (M-H) 抽样方法生成服从 $m(\alpha_i^{-1} | \Delta z_{1,i}, \Delta z_{2,i}, \Theta_C^{(s)})$ 的样本 $\{\alpha_{i,p}^{-1}, i = 1, 2, \dots, M, p = 1, 2, \dots, P\}$, 则 $(\alpha_i^{-1} | \Delta z_{1,i}, \Delta z_{2,i}, \Theta_C^{(s)})$ 和 $(\alpha_i^{-2} | \Delta z_{1,i}, \Delta z_{2,i}, \Theta_C^{(s)})$ 的期望 $\beta_i^{(s)}$ 和 $\xi_i^{(s)}$ 为

$$\begin{cases} \beta_i^{(s)} = \frac{1}{P} \sum_{p=1}^P \alpha_{i,p}^{-1}, \\ \xi_i^{(s)} = \frac{1}{P} \sum_{p=1}^P (\alpha_{i,p}^{-1})^2, \end{cases} \tag{13}$$

则 $l(\Theta_C)$ 的条件期望 $E(l_C)$ 为

$$E(l_C) = \sum_{i=1}^M \left[\ln \kappa - \frac{1}{2} \ln 2\pi - \frac{\kappa^2}{2} (\xi_i^{(s)} - 2\gamma \beta_i^{(s)} + \gamma^2) \right] + \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{n_i} \ln \left\{ E[c(F_1(\Delta y_{1,ij}), F_2(\Delta y_{2,ij}); \alpha_i)] \times \prod_{k=1}^2 f_k(\Delta y_{k,ij}) \right\}. \tag{14}$$

M-step: $E(l_C)$ 对 κ 和 γ 求偏导, 似然方程为

$$\begin{cases} \frac{M}{\kappa^2} = \sum_{i=1}^M \xi_i^{(s)} - M\gamma^2, \\ M\gamma = \sum_{i=1}^M \beta_i^{(s)}. \end{cases} \quad (15)$$

由似然方程 (15), 得到 $\hat{\kappa}$ 和 $\hat{\gamma}$. 第2阶段EM算法如算法2所示.

算法2 估计 Copula 函数中的参数值.

输入: $\hat{\Theta}_C^{(0)}, F_k(\Delta y_{k,i,j} | \hat{\Theta}_{IG_k})(j = 1, 2, \dots, n; i = 1, 2, \dots, M; k = 1, 2)$.

输出: $\hat{\Theta}_C$.

1. 令 $s = 0$;
2. 初始化参数 $\hat{\Theta}_C^{(s)}$;
3. E-step: 通过 M-H 抽样法生成样本 $\{\alpha_{i,p}^{-1}\}$;
4. 计算期望 $\beta_i^{(s)}, \xi_i^{(s)}$;
5. M-step: 最大化 $E(l_C)$, 由式 (15), 得到 $\hat{\Theta}_C^{(s+1)}$;
6. if $|\hat{\Theta}_C^{(s+1)} - \hat{\Theta}_C^{(s)}| < \varepsilon$ then
7. $\hat{\Theta}_C = \hat{\Theta}_C^{(s+1)}$;
8. else
9. $s = s + 1$;
10. 返回至 E-step;
11. end
12. 输出 $\hat{\Theta}_C$.

注: 设置阈值 $\varepsilon = 10^{-6}$.

2.2 缺失数据估计

产品退化数据序列会出现尾部数据缺失的情况, 如何估计缺失数据重要且常见^[25-26], 且获得缺失数据估计值后才能进一步预测 RUL. 故本节针对退化数据缺失问题提出解决方法.

基于 Copula 函数性质, 当 u_{ij}, α_i 已知时, 有

$$f(v_{ij} | u_{ij}, \alpha_i) = \frac{c(v_{ij}, u_{ij} | \alpha_i)}{\rho(u_{ij})} = c(v_{ij}, u_{ij} | \alpha_i). \quad (16)$$

其中: u_{ij} 服从均匀分布, 密度函数 $\rho(u_{ij}) = 1$.

假设个体 i 的两个性能的退化数据为

$$\begin{bmatrix} y_{1,i1} & y_{1,i2} & \dots & y_{1,ih_i} & y_{1,i(h_i+1)} & \dots & y_{1,in_i} \\ y_{2,i1} & y_{2,i2} & \dots & y_{2,ih_i} & \ddot{y}_{2,i(h_i+1)} & \dots & \ddot{y}_{2,in_i} \end{bmatrix}.$$

其中: $\ddot{y}_{2,ij}$ 为缺失数据, 即性能 1 的观测数据完整, 性能 2 的部分观测数据 $\{y_{2,ij}, j = h_i + 1, \dots, n_i\}$ 缺失. 基于上述假设, 利用式 (16) 估计缺失数据. 首先, 基于 $\{y_{1,ij}, j = 1, 2, \dots, n_i\}$ 和 $\{y_{2,ij}, j = 1, 2, \dots, h_i\}$ 进行参数估计求得 $\hat{\Theta}_{IG_1}, \hat{\Theta}_{IG_2}$ 和 $\hat{\Theta}_C$; 然后, 通过 $f_{\Delta Y_{1,ij}}(\Delta y_{1,ij} | \tilde{\omega}_{1,i}, \tilde{\sigma}_{1,i}, \eta_1, q_1)$ 和 R 软件的 integrate() 函数求得 $\{y_{1,ij}, j = h_i + 1, \dots, n_i\}$ 的分布函数值 $F_1(\Delta y_{1,ij} | \tilde{\omega}_{1,i}, \tilde{\sigma}_{1,i}, \eta_1, q_1)$, 并将结果记为 u_{ij} ; 接着, 利用 M-H 抽样方法, 从具有平稳分布 $m(\alpha_i^{-1} | \Delta z_{1,i},$

$\Delta z_{2,i}, \Theta_C^{(s)})$ 的 Markov 链中产生样本 $\alpha_i^{(1)}$, 其中 $\Delta z_{k,i} = [\Delta y_{k,i1}, \Delta y_{k,i2}, \dots, \Delta y_{k,ih_i}]$, 进而通过条件分布 $f(v_{ij} | u_{ij}, \alpha_i^{(1)})$ 和 M-H 抽样法, 获得样本 $v_{ij}^{(1)}$; 最后, 基于 $\Delta \hat{y}_{2,ij}^{(1)} = F_2^{-1}(v_{ij}^{(1)} | \tilde{\omega}_{2,i}, \tilde{\sigma}_{2,i}, \eta_2, q_2)$ 求出 $\Delta \hat{y}_{2,ij}^{(1)}$. 此时, 一个缺失数据估计值 $\hat{y}_{2,ij}^{(1)} = y_{2,i(j-1)} + \Delta \hat{y}_{2,ij}^{(1)}$ ($j = h_i + 1, \dots, n_i$) 被求得. 重复上述过程 R 次获得 1 组缺失数据估计值 $\hat{y}_{2,ij}^{(1:R)}$, 进而得到 $\hat{y}_{2,ij}$ 的均值、标准差、置信区间等. 此处以 $\hat{y}_{2,i(h_i+1)}$ 为说明对象的算法流程如算法3所示.

算法3 估计缺失数据.

输入: $y_{2,ih_i}, \alpha_i^{(r)} (r = 1, 2, \dots, R), \eta_k, q_k, \tilde{\omega}_{k,i}, \tilde{\sigma}_{k,i} (k = 1, 2)$;

输出: $\hat{y}_{2,i(h_i+1)}$.

1. $u_{i(h_i+1)} = F_1(\Delta y_{1,i(h_i+1)} | \tilde{\omega}_{1,i}, \tilde{\sigma}_{1,i}, \eta_1, q_1)$;
2. for each r do
3. 由 $f(v_{i(h_i+1)}^{(r)} | u_{i(h_i+1)}, \alpha_i^{(r)})$ 生成 $v_{i(h_i+1)}^{(r)}$;
4. $\Delta \hat{y}_{2,i(h_i+1)}^{(r)} = F_2^{-1}(v_{i(h_i+1)}^{(r)} | \tilde{\omega}_{2,i}, \tilde{\sigma}_{2,i}, \eta_2, q_2)$;
5. $\hat{y}_{2,i(h_i+1)}^{(r)} = y_{2,ih_i} + \Delta \hat{y}_{2,i(h_i+1)}^{(r)}$;
6. end
7. 输出 $\hat{y}_{2,i(h_i+1)} = \frac{1}{R} \sum_{r=1}^R \hat{y}_{2,i(h_i+1)}^{(r)}$.

2.3 RUL 预测

某些复杂精密产品一旦失效会对系统安全产生严重影响, 且后期维修耗费大量资金. 因此, 为了更好地满足实际需求, 需了解单个产品的性能退化规律, 制定合理的维修策略, 降低产品的维护成本^[27-28]. 在此背景下, 进行个体的寿命预测和可靠度评估.

对于第 i 个个体的第 k 个性能, 定义退化量 $Y_{k,i}(t)$ 首次达到失效阈值 D_k 的时刻 $T_{k,i}$ 为个体失效时间, 即 $T_{k,i} = \inf\{t | Y_{k,i}(t) \geq D_k\}$, 其中 \inf 为下确界. 当 $\mu_{k,i}$ 固定时, $T_{k,i}$ 的概率分布函数为

$$F_{T_{k,i}}(t | \mu_{k,i}^{-1}, \eta_k, q_k) = \Phi \left[\sqrt{\frac{\eta_k}{D_k}} (\Lambda_k(t) - D_k \mu_{k,i}^{-1}) \right] - e^{2\eta_k \Lambda_k(t) \mu_{k,i}^{-1}} \Phi \left[-\sqrt{\frac{\eta_k}{D_k}} (\Lambda_k(t) + D_k \mu_{k,i}^{-1}) \right]. \quad (17)$$

当 $\mu_{k,i}^{-1}$ 服从 $g(\mu_{k,i}^{-1} | \Delta z_{k,i})$ 时, $T_{k,i}$ 的分布函数 $F_{T_{k,i}}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} F_{T_{k,i}}(t | \mu_{k,i}^{-1}, \eta_k, q_k) g(\mu_{k,i}^{-1} | \Delta z_{k,i}) d\mu_{k,i}^{-1}$, 相应的可靠度函数 $R_{k,i}(t) = P(T_{k,i} > t)$.

二元退化模型中, 个体 i 的失效时间 $T_i = \min(T_{1,i}, T_{2,i})$, 则可靠度函数为

$$R_i(t) = 1 - P(T_{1,j} \leq t) - P(T_{2,j} \leq t) + P(T_{1,j} \leq t, T_{2,j} \leq t).$$

上述寿命分布和可靠度函数表明, 个体 i 的可靠度和寿命分布的解析表达式难以求得, 故采用模拟方法. 分析可靠性指标前, 需利用 Copula 函数预测退化量

$(y_{1,i(n_i+1)}, y_{2,i(n_i+1)})(i = 1, 2, \dots, M)$. 首先, 基于退化量 $\{y_{1,ij}, j = 1, 2, \dots, n_i\}$ 和 $\{y_{2,ij}, j = 1, 2, \dots, h_i\}$ 进行参数估计求得 $\hat{\Theta}_{IG_1}$ 、 $\hat{\Theta}_{IG_2}$ 和 $\hat{\Theta}_C$, 利用M-H抽样方法和 $m(\alpha_i^{-1}|\Delta z_{1,i}, \Delta z_{2,i})$ 产生样本 $\alpha_i^{(1)}$, 基于 $\alpha_i^{(1)}$ 和 Copula 函数生成 S 组样本 $(u_{ij}, v_{ij})^{(1:S,1)}$; 然后, 通过 $\Delta \hat{y}_{1,ij}^{(1:S,1)} = F_1^{-1}(u_{ij}^{(1:S,1)}|\tilde{\omega}_{1,i}, \tilde{\sigma}_{1,i}, \eta_1, q_1)$ 和 $\Delta \hat{y}_{2,ij}^{(1:S,1)} = F_2^{-1}(v_{ij}^{(1:S,1)}|\tilde{\omega}_{2,i}, \tilde{\sigma}_{2,i}, \eta_2, q_2)$, 分别求得时间区间 $[t_{in_i}, t_{in_i} + \Delta t]$ 对应的 $\Delta \hat{y}_{1,ij}^{(1:S,1)}$ 、 $\Delta \hat{y}_{2,ij}^{(1:S,1)}$, 进而获得未来退化量的观测值 $(\hat{y}_{1,i(n_i+1)}^{(1:S,1)}, \hat{y}_{2,i(n_i+1)}^{(1:S,1)})$.

在给定失效阈值的情况下, 利用退化量预测值 $(\hat{y}_{1,i(n_i+1)}^{(1:S,1)}, \hat{y}_{2,i(n_i+1)}^{(1:S,1)})$ 进行 RUL 预测的步骤如下: 首先, 利用上述退化预测值的模拟方法求得第 1 个观测点 $t_{in_i} + \Delta t$ 的容量为 S 的样本作为退化预测值 $(\hat{y}_{1,i(n_i+1)}^{(1:S,1)}, \hat{y}_{2,i(n_i+1)}^{(1:S,1)})$; 然后, 计算样本中失效单元所占比例并将其记为 $P_1^{(1)}$, 则个体寿命区间是 $[t_{in_i}, t_{in_i} + \Delta t]$ 的概率为 $P_1^{(1)}$, $t_{in_i} + \Delta t$ 时产品 i 的可靠度 $R_1^{(1)} = 1 - P_1^{(1)}$. 重复上述步骤 R 次, 则寿命区间为 $[t_{in_i}, t_{in_i} + \Delta t]$ 的平均概率 $P_1 = \frac{1}{R} \sum_{r=1}^R P_1^{(r)}$, $t_{in_i} + \Delta t$

时的可靠度均值 $R_1 = \frac{1}{R} \sum_{r=1}^R R_1^{(r)}$. 若 $P_1 < 1$, 则设置观测点为 $t_{in_i} + 2\Delta t$. 重复上述步骤得到个体寿命区间为 $[t_{in_i}, t_{in_i} + 2\Delta t]$ 的概率 P_2 , $t_{in_i} + 2\Delta t$ 时的可靠度 R_2 , 寿命区间为 $[t_{in_i} + \Delta t, t_{in_i} + 2\Delta t]$ 的概率 $\Delta P_2 = P_2 - P_1$. 重复上述过程直至 $P_k = 1 (k = 1, 2, \dots)$. 以 P_1 为说明对象的流程如算法 4 所示.

算法 4 寿命预测和可靠度评估.

输入: $\alpha_i^{(r)} (r = 1, 2, \dots, R)$, $y_{1,in_i}, \hat{y}_{2,in_i}, \eta_k, q_k$,

$\tilde{\omega}_{k,i}, \tilde{\sigma}_{k,i}, D_k (k = 1, 2)$;

输出: P_1, R_1 .

1. 令 $g = 0$;

2. for each r do

3. 由 $C(u_{ij}, v_{ij}|\alpha_i^{(r)})$ 生成 $u_{ij}, v_{ij}^{(s,r)}, s = 1, 2, \dots, S$;

4. for each s do

5. $\Delta \hat{y}_{1,ij}^{(s,r)} = F_1^{-1}(u_{ij}^{(s,r)}|\tilde{\omega}_{1,i}, \tilde{\sigma}_{1,i}, \eta_1, q_1)$;

6. $\Delta \hat{y}_{2,ij}^{(s,r)} = F_2^{-1}(v_{ij}^{(s,r)}|\tilde{\omega}_{2,i}, \tilde{\sigma}_{2,i}, \eta_2, q_2)$;

7. $\hat{y}_{1,i(n_i+1)}^{(s,r)} = y_{1,in_i} + \Delta \hat{y}_{1,ij}^{(s,r)}$;

8. $\hat{y}_{2,i(n_i+1)}^{(s,r)} = \hat{y}_{2,in_i} + \Delta \hat{y}_{2,ij}^{(s,r)}$;

9. if $\hat{y}_{1,i(n_i+1)}^{(s,r)} \geq D_1$ or $\hat{y}_{2,i(n_i+1)}^{(s,r)} \geq D_2$ then

10. $g = g + 1$;

11. end

12. end

13. $P_1^{(r)} = \frac{g}{S}, R_1^{(r)} = 1 - P_1^{(r)}$;

14. end

15. 输出 $P_1 = \frac{1}{R} \sum_{r=1}^R P_1^{(r)}, R_1 = \frac{1}{R} \sum_{r=1}^R R_1^{(r)}$.

3 实例分析

本节分析 Peng 等^[25] 提供的重型机床工作时的定位精度和输出功率两个性能指标. 其中: 定位精度指工作台或其他部件的实际位置与指令位置间的差距^[29], 结果由控制台测量并自动记录; 电路分析中, 负载两端电压和通过电流的乘积被称为输出功率^[30], 输出功率由操作员记录, 故人为因素易导致某些时间点的测量值缺失^[12]. 针对定位精度和输出功率的失效阈值 D_1 和 D_2 , 采用 Peng 等^[25] 提出的假设, 设 $D_1 = 35$ 和 $D_2 = 120$.

历史信息 and 专家经验表明上述性能具有相依关系, 且性能观测值存在缺失, 故有必要对此退化过程进行合理建模. 综合考虑参数估计难度, 最终选择 Clayton Copula 函数建立机床数据的二元退化模型.

首先采用非线性 IG 过程拟合性能退化数据, 然后利用 Clayton Copula 描述退化量相关关系. 由第 2.1 节两阶段 EM 算法求得表 1 中的参数估计结果.

表 1 未知参数的估计结果

Θ_{IG_1}	估计值	Θ_{IG_2}	估计值	Θ_{C_1}	估计值
ω_1	0.905 1	ω_2	7.000 1	γ	0.092 1
σ_1	54.157 4	σ_2	43.023 0	κ	61.845 0
η_1	0.924 3	η_2	0.023 3		
q_1	0.927 4	q_2	1.890 9		

由 $g(\mu_{k,i}^{-1}|\Delta z_{k,ij})$ 得到个体 i 的退化速率 $\mu_{i,k}$ 服从的条件分布. 表 2 表明视均值为 $\mu_{i,k}$ 估计时: 对于性能 1, 个体 2 的退化速率最大; 对于性能 2, 个体 1 的退化速率最小. 不同个体间退化速率的明显差异表明建立考虑个体差异的退化模型是有必要的.

表 2 $\mu_{k,i}$ 的估计结果

$\hat{\mu}_{1,i}$	均值	标准差	$\hat{\mu}_{2,i}$	均值	标准差
$\hat{\mu}_{1,1}$	1.102 91	0.022 24	$\hat{\mu}_{2,1}$	0.142 84	0.000 47
$\hat{\mu}_{1,2}$	1.103 81	0.022 45	$\hat{\mu}_{2,2}$	0.142 87	0.000 48
$\hat{\mu}_{1,3}$	1.103 02	0.022 33	$\hat{\mu}_{2,3}$	0.142 86	0.000 47

由条件分布 $m(\alpha_i^{-1}|\Delta z_{1,i}, \Delta z_{2,i})$ 和 M-H 抽样法, 得到如表 3 所示的 $\hat{\alpha}_i$. 其中: 个体 2 的两个性能相关程度最强, 个体 1 的性能相关程度最弱.

表 3 α_i 的估计结果

$\hat{\alpha}_i$	均值	标准差	95% 置信区间
$\hat{\alpha}_1$	9.954 5	1.232 7	(7.871 1, 12.618 2)
$\hat{\alpha}_2$	11.821 9	2.194 3	(8.332 1, 17.071 4)
$\hat{\alpha}_3$	11.595 0	1.911 0	(8.473 4, 15.793 4)

基于上述参数估计结果, 利用第 2.2 节缺失数据的模拟流程估计缺失值 $y_2(t_{2,9})$ 、 $y_2(t_{2,10})$ 、

表 4 缺失数据的估计结果

缺失退化量	本文模型			Peng 等 ^[25] 的模型		
	均值	标准差	95% 置信区间	均值	标准差	95% 置信区间
$y_2(t_{1,11})$	73.714 3	1.242 7	(71.302 4, 76.535 5)	72.307 0	3.564 0	(65.641 5, 79.754 1)
$y_2(t_{2,9})$	57.329 5	1.493 5	(55.499 9, 60.081 9)	56.258 0	4.640 2	(48.713 3, 67.028 2)
$y_2(t_{2,10})$	75.156 7	2.878 7	(69.460 2, 81.239 6)	69.664 4	6.334 8	(59.033 9, 83.985 2)
$y_2(t_{2,11})$	80.001 0	3.186 8	(75.948 4, 89.200 5)	74.453 9	6.904 9	(62.828 1, 90.035 5)
$y_2(t_{3,11})$	80.136 3	0.456 8	(79.249 3, 80.966 1)	84.437 8	5.531 5	3(75.197 1, 96.885 2)

$y_2(t_{2,11})$ 和 $y_2(t_{3,11})$. 为了更好地验证所提出方法的有效性, 将 $y_2(t_{1,11})$ 也视为缺失数据进行估计, 结果如表 4 所示. 由表 4 可见, 本文 $\hat{y}_2(t_{1,11})$ 的偏差、标准差和 95% 置信区间长度均小于 Peng 等^[25] 的结果. 此外, 两种方法得到的其他 4 个缺失数据估计结果较接近, 但是本文所得结果的标准差和置信区间长度更小, 表明利用所提出模型估计缺失数据时, 估计精度更高.

为了进一步说明综合利用两类信息建立的模型在估计缺失数据时的误差情况, 分析并比较以下 3 类模型在估计缺失值时的误差: 模型 1 即所提出模型, 综合考虑总体和个体信息; 模型 2 仅考虑总体信息, 进行缺失值估计时使用 $g(\mu^{-1})$ 和 $m(\alpha^{-1})$, 由 $m(\alpha^{-1})$ 生成 $\alpha^{(r)}$, 具体流程如算法 5 所示; 模型 3 仅考虑个体信息, 假设不同个体的 μ_i 不同且为常数, 通过 MLE 法求解参数, 流程如图 2 所示. 算法 5 和图 2 均以 $\hat{y}_{2,2(8)}$ 为说明对象. 将 $y_2(t_{1,11})$ 、 $y_2(t_{2,8})$ 和 $y_2(t_{3,10})$ 视作缺失值并进行估计, 3 类模型的估计结果如表 5 所示. 由表 5 可见: 对于缺失退化量的 MSE, 模型 1 所得结果优于模型 2 与模型 3, 即综合考虑两类信息的模型在估计缺失值时误差最小.

算法 5 基于模型 2 估计 $y_2(t_{2,8})$.

输入: $y_{2,2(\tau)}, \alpha^{(r)} (r = 1, 2, \dots, R), \eta_k, q_k, \omega_k, \sigma_k (k = 1, 2)$;

输出: $\hat{y}_{2,2(8)}$.

1. $u_{2(8)} = F_1(\Delta y_{1,2(8)} | \omega_1, \sigma_1, \eta_1, q_1)$;
2. for each r do
3. 由 $f(v_{2(8)}^{(r)} | u_{2(8)}, \alpha^{(r)})$ 生成 $v_{2(8)}^{(r)}$;
4. $\Delta \hat{y}_{2,2(8)}^{(r)} = F_2^{-1}(v_{2(8)}^{(r)} | \omega_2, \sigma_2, \eta_2, q_2)$;
5. $\hat{y}_{2,2(8)}^{(r)} = y_{2,2(\tau)} + \Delta \hat{y}_{2,2(8)}^{(r)}$;
6. end
7. 输出 $\hat{y}_{2,2(8)} = \frac{1}{R} \sum_{r=1}^R \hat{y}_{2,2(8)}^{(r)}$.

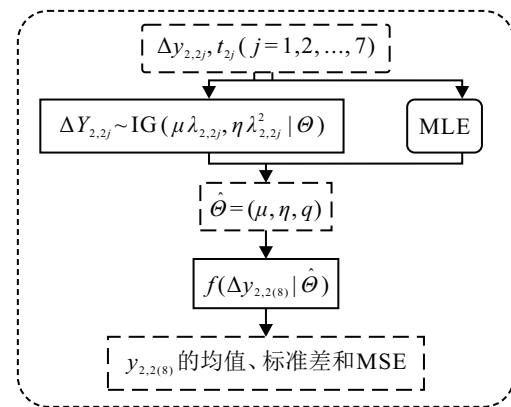


图 2 基于模型 3 估计 $y_2(t_{2,8})$ 的流程

表 5 3 种模型下缺失数据的估计结果

缺失退化量	模型 1			模型 2			模型 3		
	均值	标准差	MSE	均值	标准差	MSE	均值	标准差	MSE
$y_2(t_{1,11})$	73.714	1.242 7	2.480 1	73.565	1.527 9	3.108 4	72.908	4.437 6	24.026
$y_2(t_{2,8})$	37.220	2.195 6	4.772 6	37.318	2.918 8	8.442 0	36.519	1.940 5	4.285 6
$y_2(t_{3,10})$	59.348	0.134 2	0.086 6	59.349	0.154 1	0.091 6	63.688	1.442 5	18.714

观测点的预测情况会直接影响 RUL 预测, 而观测点的预测值受到缺失退化值的影响, 故尽可能提高缺失退化值的估计精度、降低误差, 对产品后续预防性维修和运行状况管理具有重要意义.

基于缺失数据的估计值和第 2.3 节个体寿命预测和可靠度计算过程, 可得到如图 3 所示的产品寿命分布和如图 4 所示的可靠度结果. 通过数据插值方法对由模拟方法得到的寿命数据进行插值, 构造并绘制

反映寿命分布规律的近似 PDF. 由图 3 可见, 个体的寿命分布和 RUL 具有较大差异: 3 个个体的寿命均值分别为 36.537 5、33.004 0 和 35.708 5; 相应的 RUL 均值分别为 7.537 5、7.004 0 和 6.708 5. 由图 4 可见, 个体间的可靠度同样存在差异: 个体 2 的可靠度下降最早; 个体 1 下降最晚; 且当产品运行时间大于 $t_{i,n_i} + 5$ 时, 个体 1 和个体 3 的可靠度快速减小, 直至运行时间接近 $t_{i,n_i} + 10$, 3 个产品均接近失效. 因此在工程实际

中:运行早期需对个体2展开预防性维修,保证个体2在运行过程的安全性;个体1和个体3的可靠度下降时间较一致,故可在同一时间展开预防性维修,保证高可靠度运行的同时实现更高的经济效益。

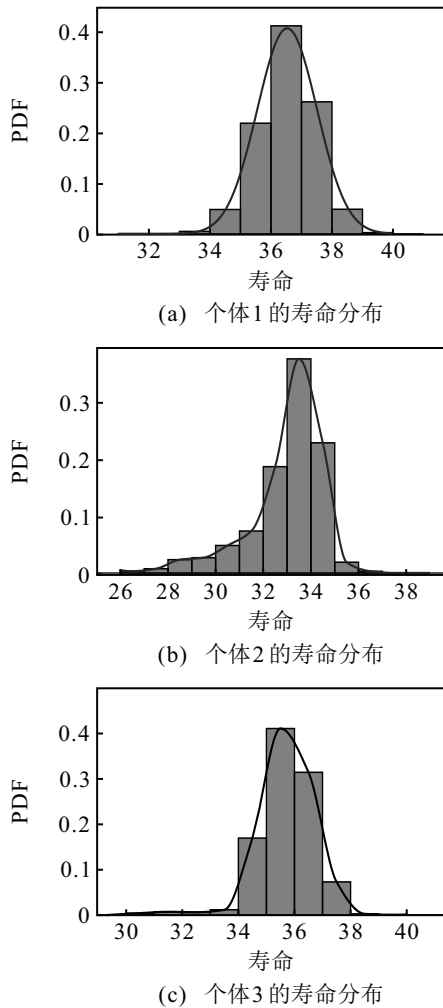


图3 个体寿命

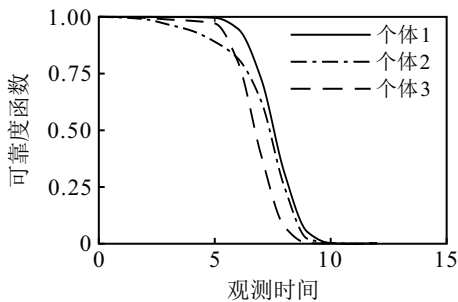


图4 个体可靠度

4 结论

存在个体差异且性能相关的二元IG退化模型的可靠度和RUL的解析表达式难以得到,影响产品后续预防性维修和运行状况管理.为了解决该问题,本文提出了个体的缺失数据估计、寿命预测和可靠度评估的模拟方法,并在数值模拟过程中考虑个体的退化特性,实现更精确的可靠度估计和RUL预测,实例分

析结果验证了所提出方法的有效性.本文得到如下结论.

1) 基于Bayes理论、总体和个体退化信息得到个体参数服从的条件分布,进而刻画个体性能退化规律.

2) 基于个体退化特征,提出了估计个体缺失数据的模拟方法,该方法有效优化了缺失数据估计的标准差、置信区间长度和MSE,提高了RUL预测精度.

3) 将所提出参数估计方法和考虑个体退化特性的模拟方法应用于机床实例,发现不同个体的退化速率、性能相依性、寿命和可靠度均存在明显差异,故针对个体的退化特性展开可靠性分析是有必要的.

4) 基于实例分析结果得到后续维修管理建议:早期对个体2展开预防性维修,以保证安全性;个体1和个体3在同一时间展开预防性维修,保证高可靠度的同时降低维护成本.

未来可从以下两方面展开研究:

1) 利用Vine Copula函数建立综合考虑总体和个体信息的多元退化模型;

2) 对于存在测量误差的情形,建立综合两类信息的退化模型并探究相应的统计推断方法.

参考文献(References)

- [1] Meeker W Q, Escobar L A. Statistical methods for reliability data[M]. New York: John Wiley and Sons, 1998: 11-14.
 - [2] Nelson W B. Accelerated testing: Statistical models, test plans and data analyses[M]. New York: Wiley, 1990: 254-266.
 - [3] Huang W, Dietrich D L. An alternative degradation reliability modeling approach using maximum likelihood estimation[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2005, 54(2): 310-317.
 - [4] Meeker W Q, LuValle M J. An accelerated life test model based on reliability kinetics[J]. Technometrics, 1995, 37(2): 133-146.
 - [5] Cui Z, Liou J J, Yue Y. A new extrapolation method for long-term degradation prediction of deep-submicron MOSFETs[J]. IEEE Transactions on Electron Devices, 2003, 50(5): 1398-1401.
 - [6] Ye Z S, Xie M. Stochastic modelling and analysis of degradation for highly reliable products[J]. Applied Stochastic Models in Business and Industry, 2015, 31(1): 16-32.
 - [7] 甘婕, 舒坦, 石慧, 等. 异构负载下单机调度与预测性维修的集成建模[J]. 控制与决策, 2024, 39(3): 1003-1011.
- (Gan J, Shu T, Shi H, et al. Integrated modeling of stand-alone scheduling and predictive maintenance under heterogeneous loads[J]. Control and Decision, 2024,

- 39(3): 1003-1011.)
- [8] 郑龙, 杜永浩, 邢立宁, 等. 基于退化数据与marker数据综合的产品可靠性建模分析[J]. 控制与决策, 2020, 35(2): 461-468.
(Zheng L, Du Y H, Xing L N, et al. Product reliability modeling and analysis using degradation and marker data[J]. Control and Decision, 2020, 35(2): 461-468.)
- [9] 张晓红, 陶倩倩, 杨天祥, 等. 冷/温混合贮备系统最优切换及视情维修决策[J]. 控制与决策, 2024, 39(6): 2069-2078.
(Zhang X H, Tao Q Q, Yang T X, et al. Optimal switching and condition-based maintenance decision of cold/warm mixed standby system[J]. Control and Decision, 2024, 39(6): 2069-2078.)
- [10] Wang X, Xu D H. An inverse Gaussian process model for degradation data[J]. Technometrics, 2010, 52(2): 188-197.
- [11] Ye Z S, Chen N. The inverse Gaussian process as a degradation model[J]. Technometrics, 2014, 56(3): 302-311.
- [12] Yan W A, Xu X F, Bigaud D, et al. Optimal design of step-stress accelerated degradation tests based on the Tweedie exponential dispersion process[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2023, 230: 108917.
- [13] Peng C Y. Inverse Gaussian processes with random effects and explanatory variables for degradation data[J]. Technometrics, 2015, 57(1): 100-111.
- [14] Peng W W, Li Y F, Yang Y J, et al. Inverse Gaussian process models for degradation analysis: A Bayesian perspective[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2014, 130: 175-189.
- [15] Jiang P H, Wang B X, Wang X F, et al. Inverse Gaussian process based reliability analysis for constant-stress accelerated degradation data[J]. Applied Mathematical Modelling, 2022, 105: 137-148.
- [16] Huynh K T. An adaptive predictive maintenance model for repairable deteriorating systems using inverse Gaussian degradation process[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2021, 213: 107695.
- [17] Pan Z Q, Balakrishnan N, Sun Q, et al. Bivariate degradation analysis of products based on Wiener processes and copulas[J]. Journal of Statistical Computation and Simulation, 2013, 83(7): 1316-1329.
- [18] Xu A C, Shen L J, Wang B X, et al. On modeling bivariate Wiener degradation process[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2018, 67(3): 897-906.
- [19] Fang G Q, Pan R, Wang Y K. Inverse Gaussian processes with correlated random effects for multivariate degradation modeling[J]. European Journal of Operational Research, 2022, 300(3): 1177-1193.
- [20] Liu Z Y, Ma X B, Yang J, et al. Reliability modeling for systems with multiple degradation processes using inverse Gaussian process and copulas[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2014, 2014: 829597.
- [21] 郝会兵. 基于贝叶斯更新与Copula理论的性能退化可靠性建模与评估方法研究[D]. 南京: 东南大学, 2016: 29-30.
(Hao H B. Research on performance degradation reliability modeling and assessment method based on Bayesian updation and Copula theory[D]. Nanjing: Southeast University, 2016: 29-30.)
- [22] Nelsen R B. An introduction to copulas[M]. New York: Springer Science & Business Media, 2006: 17-23.
- [23] 段碧玉, 闫在在. 批次效应对二元退化系统可靠性的影响[J]. 内蒙古工业大学学报: 自然科学版, 2023, 42(3): 193-199.
(Duan B Y, Yan Z Z. Batch effects on the reliability of binary degradation systems[J]. Journal of Inner Mongolia University of Technology: Natural Science Edition, 2023, 42(3): 193-199.)
- [24] Dempster A P, Laird N M, Rubin D B. Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm[J]. Journal of the Royal Statistical Society—Series B: Methodological, 1977, 39(1): 1-22.
- [25] Peng W W, Li Y F, Yang Y J, et al. Bivariate analysis of incomplete degradation observations based on inverse Gaussian processes and copulas[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2016, 65(2): 624-639.
- [26] Ye Z S, Chen N, Tsui K L. A Bayesian approach to condition monitoring with imperfect inspections[J]. Quality and Reliability Engineering International, 2015, 31(3): 513-522.
- [27] 曹建潮, 武鑫宇, 张晓红, 等. 加速冲击损伤退化系统剩余寿命预测及预测维修决策[J]. 控制与决策, 2022, 37(10): 2647-2656.
(Zeng J C, Wu X Y, Zhang X H, et al. Remaining useful life prediction and predictive maintenance decision of accelerated shock damage deteriorating system[J]. Control and Decision, 2022, 37(10): 2647-2656.)
- [28] 刘小峰, 冯伟, 柏林. 考虑退化轨迹差异性与相似性的轴承RUL预测[J]. 控制与决策, 2021, 36(11): 2833-2840.
(Liu X F, Feng W, Bo L. Prediction of bearing remaining useful life involving difference and similarity of degradation trajectories[J]. Control and Decision, 2021, 36(11): 2833-2840.)
- [29] 李雪梅. 数控机床[M]. 北京: 电子工业出版社, 2005: 18-19.
(Li X M. Numerical control machine tool[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2005: 18-19.)
- [30] 张永瑞. 电路分析基础[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2013: 7-8.
(Zhang Y R. Basic theories of circuit analysis[M]. Xian: Xidian University Press, 2013: 7-8.)

作者简介

安绮梦(1998—), 女, 硕士生, 从事可靠性分析的研究, E-mail: 2450415390@qq.com;

闫在在(1964—), 男, 教授, 博士生导师, 从事可靠性分析、风能统计评估等研究, E-mail: zz.yan@163.com;

孙立君(1994—), 男, 博士生, 从事可靠性分析的研究, E-mail: sunlj1015@163.com.