



中国科技期刊卓越行动计划项目入选期刊

# 控制与决策

CONTROL AND DECISION



## 基于随机森林和自适应随机排序的昂贵多目标进化算法

田家鑫, 李岩, 张伟, 刘圆超, 刘建昌

引用本文:

田家鑫,李岩,张伟,刘圆超,刘建昌. 基于随机森林和自适应随机排序的昂贵多目标进化算法[J]. 控制与决策, 2024, 39(11): 3781–3790.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2023.1270>

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### 一种求解约束多目标问题的协作进化算法

A collaborative evolutionary algorithm for solving constrained multi-objective problems

控制与决策. 2021, 36(11): 2656–2664 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0791>

#### 一种基于MOEA/D的组合权重方法

A combination weight method based on MOEA/D

控制与决策. 2021, 36(12): 3056–3062 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0592>

#### 基于正态云模型的状态转移算法求解多目标柔性作业车间调度问题

State transition algorithm based on normal cloud model for solving multi-objective flexible job shop scheduling problem

控制与决策. 2021, 36(5): 1181–1190 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1233>

#### 基于弱关联的自适应高维多目标进化算法

A weak association-based adaptive evolutionary algorithm for many-objective optimization

控制与决策. 2021, 36(8): 1804–1814 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1723>

#### 基于复杂昂贵仿真的体系效能多目标优化

Complex and expensive simulation based multi-objective optimization to system-of-system effectiveness

控制与决策. 2021, 36(3): 589–598 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0844>

# 基于随机森林和自适应随机排序的昂贵多目标进化算法

田家鑫<sup>1</sup>, 李岩<sup>2</sup>, 张伟<sup>1</sup>, 刘圆超<sup>1</sup>, 刘建昌<sup>1†</sup>

(1. 东北大学信息科学与工程学院, 沈阳 110819; 2. 本钢板材股份有限公司, 辽宁 本溪 117000)

**摘要:** 针对昂贵约束多目标离散优化问题, 提出一种基于随机森林和自适应随机排序的昂贵多目标进化算法 (a random forest and adaptive stochastic ranking based multi-objective evolutionary algorithm, RFASRM0EA). 为了提高代理模型对离散问题的近似精度, RFASRM0EA 采用随机森林作为代理模型辅助进化算法进行搜索. 同时, 为提升综合性能, 提出一种基于平衡适应度评估策略和自适应概率操作的自适应随机排序机制. 具体地, 平衡适应度评估策略利用种群迭代信息结合所设计的基于目标转移的多样性评估和基于余弦的收敛性评估, 充分发掘种群个体潜力. 而自适应概率操作通过动态调整随机排序机制的关注点, 使得算法在前期探索更多可行域而后期迅速收敛于可行域, 进而平衡约束条件的满足与目标函数优化之间的冲突. 在测试问题上的实验结果表明, 所提出算法在处理昂贵约束多目标离散优化问题时具有较高的竞争力.

**关键词:** 昂贵约束多目标离散优化问题; 代理模型; 随机森林; 进化算法; 自适应随机排序机制

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2023.1270

**引用格式:** 田家鑫, 李岩, 张伟, 等. 基于随机森林和自适应随机排序的昂贵多目标进化算法[J]. 控制与决策, 2024, 39(11): 3781-3790.

## A random forest and adaptive stochastic ranking based evolutionary algorithm

TIAN Jia-xin<sup>1</sup>, LI Yan<sup>2</sup>, ZHANG Wei<sup>1</sup>, LIU Yuan-chao<sup>1</sup>, LIU Jian-chang<sup>1†</sup>

(1. College of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110819, China; 2. Bengang Steel Plates co., ltd, Benxi 117000, China)

**Abstract:** This paper proposes a random forest and adaptive stochastic ranking based multi-objective evolutionary algorithm (RFASRM0EA) for addressing expensive constrained multi-objective discrete optimization problems. To enhance the approximation accuracy of the surrogate model for discrete problems, the RFASRM0EA employs a random forest as the surrogate model to assist the evolutionary algorithm in the search process. Additionally, to improve overall performance, the algorithm introduces an adaptive stochastic ranking mechanism based on a balanced fitness evaluation strategy and adaptive probability operations. Specifically, the balanced fitness evaluation strategy uses population iteration information and incorporates diversity evaluation based on objective transfers and convergence evaluation based on cosine similarity, thus fully exploiting the potential of individuals in the population. The adaptive probability operations dynamically adjust the focus of the stochastic ranking mechanism, allowing the algorithm to explore a wider feasible domain in the early stage and then rapidly converge to the feasible domain in the later stage, thereby balancing the trade-off between satisfying the constraint conditions and optimizing the objective functions. Experimental results on test problems demonstrate that the proposed algorithm exhibits high competitiveness in dealing with expensive constrained multi-objective discrete optimization problems.

**Keywords:** expensive constrained multi-objective discrete optimization problem; surrogate; random forest; evolutionary algorithm; adaptive stochastic ranking mechanism

## 0 引言

在生活生产中, 需要同时优化多个相互冲突目标的优化问题称为多目标优化问题 (multi-objective

optimization problem, MOP)<sup>[1]</sup>. 进化算法因其通用性和鲁棒性, 已广泛应用于求解该类问题, 且求解性能表现优异. 然而, 进化算法在求解问题时往往需要

收稿日期: 2023-09-07; 录用日期: 2023-12-19.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (62273080); 高等学校学科创新引智计划项目 (B16009).

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: liujianchang@ise.neu.edu.cn.

\*本文附带电子附录文件, 可登录本刊官网该文“资源附件”区自行下载阅览.

进行千次乃至万次的评估. 在一些实际多目标优化问题中, 如天线设计<sup>[2]</sup>、高炉优化<sup>[3]</sup>、创伤系统设计<sup>[4]</sup>和电力系统设计<sup>[5]</sup>等, 每一次的评价都需要高额的经济与时间成本<sup>[6-7]</sup>, 这类MOP称为昂贵多目标优化问题 (expensive multi-objective optimization problem, EMOOP)<sup>[8]</sup>. 当EMOOP考虑约束条件且其决策变量是离散的情形时, 称其为昂贵约束多目标离散优化问题 (expensive constrained multi-objective discrete optimization problem, ECMODOP)<sup>[9]</sup>.

在实际应用中, 数以万计的评价次数所造成的财力物力的消耗是无法承受的, 这使得进化算法在此类问题上的应用受到了极大的限制.

为了解决进化算法求解昂贵多目标优化问题所遇到的限制, 代理模型成为学者们关注的重点之一<sup>[10]</sup>. 通过从真实实验中获取的样本数据训练代理模型来近似优化目标, 进而指导进化算法进行搜索, 这种优化算法称为代理模型辅助的进化算法<sup>[11]</sup>. 现有的许多模型, 如支持向量机<sup>[12]</sup>、径向基函数<sup>[13]</sup>、克里金模型<sup>[14]</sup>、神经网络<sup>[15]</sup>、多项式回归等<sup>[16]</sup>均被用做代理模型. 基于这些代理模型, 代理模型辅助的进化算法被设计用于求解单目标优化问题<sup>[17-19]</sup>、多目标优化问题<sup>[20-22]</sup>、高维多目标优化问题<sup>[23-24]</sup>, 这些问题具有的共同特征是它们的决策变量是连续的. 对于昂贵离散优化问题, 也有研究者提出相应算法<sup>[25-26]</sup>. Wang等<sup>[27]</sup>提出一种基于精英非支配排序的多目标进化算法, 其利用所建立的支持向量回归代理模型取代函数真实评估. 文献<sup>[28]</sup>提出了基于克里金模型和多项式回归模型的两目标混合整数模型, 其结合改进的遗传算法来加速寻优速度. 文献<sup>[29]</sup>设计了一种基于随机森林的进化算法, 实验结果表明随机森林模型能够预测目标函数值, 进而减少进化算法的真实评估. 吕志明等<sup>[30]</sup>构建了高斯过程回归模型辅助的进化算法来求解混合整数优化问题, 该算法可以自适应调整局部代理模型的数量. Wang等<sup>[31]</sup>提出一种随机森林辅助的进化算法用于求解约束多目标组合优化问题, 表明基于随机森林的代理模型非常适合用于离散决策变量问题的近似. 最近, Gu等<sup>[9]</sup>也提出一个基于随机森林辅助的多目标进化算法用于求解混合整数优化问题, 其采用两档案方法来引导种群进化.

综上所述, 大多数现存代理模型辅助的进化算法用于求解昂贵无约束优化问题并未将约束条件的处理作为一个研究重心. 然而, 常见的一些实际问题往往对目标进行优化的同时还需要考虑约束

条件. 因此, 运用何种约束处理方法去提高算法的可延展性值得考量. 最简单和最常用的约束处理方法是惩罚函数方法<sup>[32]</sup>, 它通过添加惩罚因子将问题转化为无约束优化问题, 然而用户很难明确设置参数值. 为了避免调整惩罚系数, 学者们提出了一系列将目标与约束分离的新方法, 如随机排序法 (stochastic ranking, SR)<sup>[33]</sup>、epsilon约束处理方法<sup>[34]</sup>、约束支配原则 (constraint dominance principle, CDP)<sup>[35]</sup>. 在上述分离方法中, SR使用较为广泛. 例如, Runarsson等<sup>[33]</sup>使用SR来平衡满足约束条件与优化目标函数之间的冲突. Balande等<sup>[36]</sup>将SR与改进的萤火虫算法结合用于优化约束工程设计问题. 此外, 文献<sup>[37]</sup>为了最大限度地减少计算资源损耗, 交替使用随机排序和可行性规则求解约束优化问题, 且证实了随机排序方法求解约束优化问题的有效性.

基于随机森林的代理模型具有易于处理离散变量且可以高精度近似约束值和目标值的优势, SR已广泛用于约束优化来实现优化目标函数与满足约束之间的平衡, 但SR同等对待所有种群个体, 不利于种群快速收敛, 且算法花费更多计算资源在一些潜在区域. 基于以上事实, 为了进一步拓展代理模型辅助的进化算法用于求解昂贵约束多目标离散优化问题, 本文提出一种基于随机森林辅助和自适应随机排序的昂贵多目标进化算法 (RFASRMoeA), 主要贡献如下:

1) 引入随机森林构建代理模型, 以适应所求解问题具有离散变量的属性; 使用基于个体的模型管理方法, 进而提高代理模型对进化算法的引导精度和优化效率.

2) 提出平衡适应度评估策略, 利用种群迭代信息巧妙地将所设计的基于目标转移的多样性评估与基于余弦的收敛性评估相融合, 以动态平衡种群的收敛性和多样性.

3) 为平衡约束条件与目标优化之间的冲突, 设计自适应随机排序机制. 利用融合了种群迭代信息的自适应概率操作不断调整排序机制的关注点, 使搜索前期强调种群的收敛性和多样性, 进而探测更多的可行区域. 在搜索后期让种群个体进入不同可行区域且收敛于真实PF.

## 1 背景知识

### 1.1 约束多目标离散优化问题

以最小化约束多目标离散优化问题为例, 数学描述如下:

$$\min F(x) = (f_1(x), \dots, f_m(x));$$

$$\begin{aligned} g_i(x) &\leq 0, \quad i = 1, 2, \dots, p, \\ h_j(x) &= 0, \quad j = p + 1, 2, \dots, q, \quad x \in \Omega. \end{aligned} \quad (1)$$

其中:  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  为决策变量;  $\Omega$  为  $n$  维决策离散变量空间;  $F(x)$  为  $m$  维相互冲突的目标函数;  $g_i(x)$  和  $h_j(x)$  分别为第  $i$  个不等式约束和第  $j$  个等式约束. 由于各目标之间的相互冲突特性, 不存在单一的解可以同时优化  $m$  个目标, 在考虑约束条件的情况下, 求解该类优化问题得到的是一组折衷解, 其在决策空间中称为 Pareto 解集 (Pareto set, PS), 在目标空间中称为 Pareto 前沿 (Pareto front, PF)<sup>[7]</sup>.

约束违反度用于衡量个体的违反约束的程度, 对于一个 MOP, 个体  $x$  的总约束违反度为

$$CV(x) = \sum_{j=1}^p \varphi_j(x). \quad (2)$$

其中  $\varphi_j(x)$  为个体  $x$  在第  $j$  个约束上的约束违反度, 计算公式为

$$\varphi_j(x) = \begin{cases} \max(0, g_j(x)), & j = 1, 2, \dots, l; \\ \max(0, |h_j(x)| - \sigma), & j = l + 1, \dots, p. \end{cases} \quad (3)$$

当  $CV(x) = 0$  时, 表示个体  $x$  是一个可行解, 否则它是一个不可行解.

## 1.2 随机森林

随机森林 (random forest, RF) 是集成学习的典型代表之一, 由决策树构成的独立分类器组成<sup>[38]</sup>. 它首先通过自采样法对样本进行采样, 以形成多个子样本集; 然后对每个子样本集构建决策树, 对每个决策树进行并行训练并分别输出预测结果; 最后对所有决策树的结果进行求均值运算并将均值作为随机森林的最终输出结果. 随机森林的树结构使得其用于近似离散优化问题时可有效提高近似精度.

## 1.3 随机排序策略

随机排序策略<sup>[33]</sup>是基于冒泡排序的约束处理机制, 可以平衡约束条件的满足与目标函数的优化之间的冲突. 该策略的具体实施过程如下: 首先使用两个排序标准分别排序种群中的个体, 第1个标准是将目标函数与约束函数看作有  $m + q$  个目标的无约束问题进行排序, 第2标准是将问题看作有  $m$  个目标和  $q$  个约束的约束问题进行排序; 然后以一定概率选择和保留目标值较好或约束违反度较低的个体. 在该策略中将约束问题转化为无约束问题后的数学描述为

$$\min F(x) = (f_1(x), \dots, f_m(x), g_1(x), \dots, h_j(x)). \quad (4)$$

其中:  $i = 1, 2, \dots, p, j = p + 1, p + 2, \dots, q$ . 此转化的目的是让种群个体分布于不同的可行区域, 进而增加种群的探索能力.

## 2 RFASRMOEA 算法

本节提出一种基于随机森林和自适应随机排序的昂贵多目标进化算法 RFASRMOEA, 主要包括构建 RF 代理模型、平衡适应度评估策略、自适应随机排序机制以及模型管理.

### 2.1 RFASRMOEA 总体框架

RFASRMOEA 的总体框架如算法 1 所示.

#### 算法 1 RFASRMOEA 的总体框架.

输入:  $N$  (种群规模),  $FE$  (最大进化代数),  $T_d$  (训练数据规模),  $P_t$  (当前种群);

输出:  $P$  (最终种群).

- 1: Traindata = Prepare TD for RF( $T_d$ );
- 2: RF = Model Building(Traindata);
- 3:  $P_0$  = Initialize Population( $N$ );
- 4:  $R_0$  = RF Prediction( $P_0$ );
- 5: while fe < FE do
- 6:  $Q_t$  = Genetic Operation( $P_t$ );
- 7:  $U_t = P_t \cup Q_t$ ;
- 8:  $R_t$  = RF Prediction( $U_t$ );
- 9:  $(F, F_c)$  = Balance Fitness Evaluation( $R_t$ );
- 10:  $S_t$  = Adapt Stochastic Ranking( $F, F_c, fe, FE$ );
- 11: if  $|S_t| > N$  then
- 12:  $P_{t+1} = R_t(S_t(1 : N))$ ;
- 13: end if
- 14:  $P'_{t+1} = Correct Errors(P_{t+1})$ ;
- 15:  $A = Updating Archive(P_{t+1}, P'_{t+1})$ ;
- 16: RF = Update Model(RF,  $A$ );
- 17: fe = fe + 1;
- 18: end while
- 19: return  $P_{t+1}$ .

在初始化阶段, RFASRMOEA 首先获得随机森林初始训练数据; 其次利用获得的训练数据构建随机森林模型和逻辑回归模型, 其中逻辑回归模型的主要作用是修正可行区域的边界来降低近似误差; 然后随机初始化种群且利用已经训练的随机森林模型来近似计算初始化种群的目标值和约束值. 在主循环中, 父代首先经模拟二进制交叉 (simulated binary crossover, SBX)<sup>[7]</sup> 和多项式变异 (polynomial mutation, PM)<sup>[7]</sup> 产生子代并与父代合并; 接着使用所构建的随机森林模型近似计算合并种群中个体的目标值和约束值; 随后计算种群个体的平衡适应度评估值, 执行自适应随机排序机制, 以平衡最优目标与满足约束的冲突, 进而选择优秀的精英个体进入下一代; 最后采用所建立的逻辑回归模型修正近似误差

且利用所设计的模型管理方法更新代理模型. 重复上述过程,直到满足终止条件.

## 2.2 构建代理模型

由于所求解问题的决策变量的离散特性,本文采用随机森林作为代理模型来近似目标函数值和约束函数值. 构建此代理模型的具体过程如下:首先使用NSGA-II(种群大小和迭代次数分别设置为100和200)求解0/1多目标背包问题(0/1 multi-objective knapsack problem, MOKP)10次,获得1000条随机森林初始训练数据;然后对这些数据进行真实评估,以计算出这些数据的真实目标函数值与约束函数值;最后将计算出的函数值与数据不加筛选地置于RF模型中进行训练. 在训练过程中,首先采用统计学中的自助法进行采样,随机生成 $k$ 个训练子集;然后利用生成的子集分别构造分类回归树(classification and regression tree, CART),且以最小平方误差准则对节点进行最优特征选择和节点分割;最后将所有分类回归树进行组合求取 $k$ 个树的输出的平均值,得到完整的RF模型. 需要指出的是,各分类回归树节点分割结束的条件是达到设定的节点分割结束阈值,该阈值设定为 $e-4\sigma^2$ 且 $\sigma^2$ 是CART生长前所有数据的方差<sup>[26]</sup>.

## 2.3 平衡适应度评估策略

在多目标进化算法中,平衡种群的收敛性和多样性至关重要,可使算法获得的最终种群收敛且均匀分布于真实PF. 为此,本文设计一种平衡适应度评估策略,其伪代码见算法2.

### 算法2 平衡适应度评估策略.

输入: FE(最大评估次数), fe(当前评估次数),  $N$ (种群规模),  $P_t$ (当前种群);

输出:  $F(x)$ ,  $F_c(x)$ (适应度值).

- 1: for  $i = 1 : N$  do
- 2:  $D(x_i) = \text{Diversity Measure}(P_t)$ ;
- 3:  $(C(x_i), C_c(x_i)) = \text{Converg Measure}(P_t)$ ;
- 4:  $V = \text{fe}/\text{FE}$ ;
- 5:  $F(x_i) = (1 - V) \times C(x_i) + V \times D(x_i)$ ;
- 6:  $F_c(x_i) = (1 - V) \times C_c(x_i) + V \times D(x_i)$ ;
- 7: end for
- 8: return:  $F(x)$ ,  $F_c(x)$ .

该策略融合所提出的多样性评估 $D(x)$ 和收敛性评估 $C(x)$ ,根据种群的迭代信息 $V$ 持续地调整搜索的关注点,使得算法在搜索前期强调种群的收敛性,而在搜索后期强调种群的多样性. 数学描述如下:

$$F(x) = (1 - V) \times C(x) + V \times D(x). \quad (5)$$

其中: $C(x)$ 和 $D(x)$ 分别为个体的收敛性评估和多样

性评估; $V$ 为动态调整收敛性评估和多样性评估的权重因子,有

$$V = \text{fe}/\text{FE}. \quad (6)$$

这里: fe为当前进化代数,FE为提前设定的最大迭代代数.

利用所提出的基于目标转移的多样性评估来评估种群个体拥挤程度的具体过程如下:首先通过下式转移个体的目标值,以克服欧氏距离评估个体拥挤度时对PF形状敏感的问题:

$$\hat{f}_i(y') = \begin{cases} \hat{f}_i(x), & \hat{f}_i(y) < \hat{f}_i(x); \\ \hat{f}_i(y), & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (7)$$

其中 $\hat{f}_i(x)$ 、 $\hat{f}_i(y)$ 、 $\hat{f}_i(y')$ 分别为个体 $x$ 、 $y$ 和 $y'$ 的第 $i$ 个归一化后的目标值,归一化计算公式为

$$\hat{f}_i(x) = \frac{f_i(x) - z_i^{\min}}{z_i^{\max} - z_i^{\min}}, \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (8)$$

$z_i^{\min} = \min_{x \in P}(f_i(x))$ ,  $z_i^{\max} = \max_{x \in P}(f_i(x))$ . 另外,为了避免式(8)分母为零的情况出现,当 $z_i^{\max} - z_i^{\min} < 1e-6$ 时,设置 $z_i^{\min} = 0$ . 然后计算不同个体间的欧氏距离为

$$\text{dist}(x, y') = \sqrt{\sum_{i=1}^m (\hat{f}_i(x) - \hat{f}_i(y'))^2}. \quad (9)$$

最后使用个体到其最近 $k$ 个个体的欧氏距离构建该个体的多样性评估 $D(x)$ ,有

$$D(x) = \frac{1}{\sum_{i=1}^k \text{dist}(x, \Omega_i) + 2}. \quad (10)$$

其中: $\Omega_i$ 表示一个种群个体的第 $i$ 个邻近个体; $k$ 设置为 $\sqrt{N}$ .  $D$ 越小表示该个体的多样性越好.

本文设计的基于余弦的收敛性评估的数学描述为

$$C(x) = \cos\left(\frac{|\{y|y \in P \wedge x \succ y\}|}{y_{\max}}\right). \quad (11)$$

其中: $|\cdot|$ 表示一个集合的基数; $\succ$ 表示Pareto支配关系<sup>[7]</sup>;  $y_{\max}$ 表示种群中支配其他个体数最多的个体数,其作用是归一化种群个体支配其他种群个体的数目;cos的作用是使得所设的收敛性评估与多样性评估的变化趋势保持一致.

注意到,上述是无约束下种群个体的平衡适应度评估策略,在考虑约束条件时,种群个体的平衡适应度评估策略的区别仅体现在收敛性评估. 在无约束的收敛性评估中采用Pareto支配排序,其符号为 $\succ$ <sup>[39]</sup>. 在约束的收敛性评估中采用约束支配准则(constrained dominance principle, CDP, 记为 $\succ_c$ )<sup>[35]</sup> 作为约束冲突值来评估种群个体的收敛性,数学描述为

$$C(x) = \cos\left(\frac{|\{y|y \in P \wedge x \succ y\}|}{y_{\max}}\right) + CV'(x), \quad (12)$$

$$CV'(x) = \frac{\sum_{j=1}^q \varphi_j(x) - CV_{\min}}{CV_{\max} - CV_{\min}}, \quad (13)$$

其中  $CV_{\min}$  和  $CV_{\max}$  分别表示种群中个体的最小和最大约束违反度,其作用是归一化约束各种群个体的约束违反度.

## 2.4 自适应概率操作的改进随机排序

随机排序可以有效处理约束多目标优化问题.其原理是以一定概率决定所进行的适应度值排序是基于目标的适应度值还是基于约束的适应度值,但两种选择概率均为固定值,这不利于算法将更多的计算资源分配到可能存在潜在最优解的区域,进而降低种群的收敛速度.为此,本文提出一种自适应随机排序机制,其核心是利用所设计的自适应概率操作来不断调整排序的关注点,进而平衡目标优化与满足约束的冲突.自适应概率的数学描述为

$$p = \sin\left(\frac{fe}{FE} \times p_0 \times \frac{\pi}{2}\right). \quad (14)$$

其中:  $FE$  为设定的最大评估次数;  $fe$  为当前评估次数;  $p_0$  默认概率设置为 0.5. 在进化早期  $p$  值很小,换言之  $\text{rand}(0, 1) > p$  很容易满足,因此基于目标适应度值的随机排序有更大概率被执行,使得算法在进化前期强调种群的收敛性和多样性,进而探测更多的未知区域. 这样在搜索过程中所有的可行区域都将拥有一些收敛性和多样性都良好的种群个体. 相反在进化后期  $p$  值较大,  $\text{rand}(0, 1) < p$  较易满足,因此基于约束的适应度值的随机排序有更大概率被执行,使得算法在进化后期让种群快速进入可行区域且快速收敛于真实 PF. 算法 3 给出了自适应随机排序机制的伪代码.

## 2.5 模型管理

模型管理包括两方面内容:代理模型的使用与更新,是代理模型辅助进化算法有效的重要保证. 为减少代理模型近似误差,采用基于个体的模型管理方法<sup>[26]</sup>. 首先将所有种群个体都置于代理模型中进行近似评估,将评估后的个体按适应度值进行升序排序,以识别精英个体;然后计算每个个体的每个目标预测值与真实值的均方根误差,记为  $E$ ;最后使用  $E$  去修正每个个体预测目标值  $F(x)$ . 对于最小化问题,在修正过程中被修正个体的目标值被修改为  $F(x) - E$ . 完成修正个体的目标值后,如果修改个体支配训练数据集中的非支配个体,则修改个体将被置于训练数据中,用于更新代理模型.

## 算法3 自适应随机排序机制.

输入:  $FE$  (最大评估次数),  $fe$  (当前评估次数),  $N$  (种群规模),  $P_t$  (当前种群),  $p_0 = 0.5$  (默认概率);

输出:  $P_t$  (排序后种群).

```

1: for  $i = 1 : N$  do
2:    $p_1 = \sin(p_0 \times V)$ ;
3:   for  $j = 1 : N - 1$  do
4:     of  $\text{rand}(0, 1) > p$  then
5:       if  $F(x_j) > F(x_{j+1})$  then
6:         Exchange( $P_t^j, P_t^{j+1}$ );
7:         Exchange( $F(x_j), F(x_{j+1})$ );
8:         Exchange( $F_c(x_j), F_c(x_{j+1})$ );
9:       end of
10:    else
11:      if  $F_c(x_j) > F_c(x_{j+1})$  then
12:        Exchange( $P_t^j, P_t^{j+1}$ );
13:        Exchange( $F(x_j), F(x_{j+1})$ );
14:        Exchange( $F_c(x_j), F_c(x_{j+1})$ );
15:      end if
16:    end if
17:   end for
18: end for
19: return:  $P_t$ .

```

## 3 仿真实验及结果分析

将 RFASRMOEA 与两种昂贵多目标进化算法 RFMOISR<sup>[26]</sup>、RFCMOCO<sup>[31]</sup> 以及 3 种经典多目标进化算法 NSGA-II<sup>[39]</sup>、SPEA2<sup>[40]</sup>、MOEA/D<sup>[41]</sup> 进行比较. 同时选用超体积(hypervolume, HV)指标<sup>[42]</sup>、反世代距离(inverted generational distance, IGD)指标<sup>[42]</sup>、世代距离(generational distance, GD)<sup>[43]</sup>、最大错误率(maximum error rate, ME)<sup>[26]</sup> 定量评估各算法的综合性能以及收敛性,以验证 RFASRMOEA 在求解昂贵约束多目标离散优化问题的性能表现.

### 3.1 测试问题

为了测试所提出算法在昂贵约束多目标离散优化问题上的求解能力,使用多目标背包问题(multi-objective knapsack problem, MOKP)作为测试算法性能的基准问题. 其背包数  $m$  为 2、3,并假设每一次真实评估是昂贵的<sup>[26]</sup>,其数学表达式如下:

$$\begin{aligned} \max f_j &= \sum_{i=1}^n v_i^j x_i, \quad x_i \in \{0, 1\}, \quad 1 \leq j \leq m; \\ \text{s.t.} \quad &\sum_{i=1}^n w_i x_i \leq W. \end{aligned} \quad (15)$$

其中:  $v_i^j$  为第  $i$  项物品在第  $j$  个背包中放置对应的价值;  $w_i$  为第  $i$  项物品的重量;  $W$  为背包的最大承重数值;  $x_i \in \{0, 1\}$ ,  $x_i = 1$  表示物品置于背包  $j$  中,  $x_i = 0$

表示物品未置于背包.

### 3.2 实验设置

给出实验参数设置,包括以下几部分:

1) 种群大小:所有算法种群大小设置为100.

2) 终止条件:所有算法运行一次结束的条件是最大评估次数(FE),其值设置为2 000.

3) 交叉变异参数设置:所有算法都采用两点交叉和点变异方法产生子代,其交叉概率与变异概率分别设置为1和0.4.

4) RFASRM0EA中的代理模型参数设置:随机森林的训练样本数为1 000,分类回归树(CART)的数量设置为100,CART的分裂容差为 $e-4\sigma^2$ .

5) 对比算法参数设置:对比算法的部分参数设置与上述一致,其余特有参数设置与原文相同,以保证实验的对比公平.

6) 统计方法:所有算法在每个测试问题上均进行20次独立运行保证实验结果稳定,同时使用置信度为 $\alpha = 0.05$ 的Wilcoxon秩和检验方法统计算法运行结果<sup>[44]</sup>.为了直观地呈现算法的优劣,使用“+”“-”“ $\approx$ ”分别表示所提出算法劣于对比算法、优于对比算法、与对比算法无显著差异.

### 3.3 实验结果及分析

通过仿真实验比较RFASRM0EA与其他5种算法在求解MOKP上的性能差异.首先通过比较各算法在10~100维决策变量的MOKP上获取IGD、HV指标值统计结果来评价检验各个算法在求解昂贵约束多目标离散优化问题的综合性能;其次通过比较各算法获取的GD、ME指标值的统计结果来评价检验各算法的收敛性能.为了直观呈现各算法的总体性能,采用Friedman检验法<sup>[45]</sup>分别对各算法在2目标和3目标MOKP测试问题上运行获得的4个指标值进行排名.

#### 3.3.1 综合性能指标IGD、HV值对比及分析

在MOKP测试问题上,各算法获得的IGD和HV指标值的统计结果如表1和表2所示,其中黑体表示算法获得最优结果.由表1和表2可知,RFASRM0EA在大部分测试问题上获得了最佳综合性能值.对于IGD指标,RFASRM0EA在大部分测试问题上显著优于RFMOIRS、RFCMOCO;在所有问题上也显著优于SPEA2、NSGA-II和MOEA/D.对于HV指标,不论是对比两种昂贵多目标进化算法还是3种经典多目标进化算法都展现出了更好的性能.

表1 各算法在MOKP上获得的IGD指标值的统计结果

<i>m</i>	<i>n</i>	RFASRM0EA	RFMOIRS	RFCMOCO	SPEA2	NSGA-II	MOEA/D
2	10	<b>0.00e+00±0.00e+00</b>	0.00e+00±0.00e+00 (≈)	0.00e+00±0.00e+00 (≈)	6.28e-02±2.60e-03 (-)	7.72e-02±1.54e-03 (-)	6.45e-02±2.32e-03 (-)
3	10	<b>7.83e-02±5.15e-02</b>	8.61e-02±3.40e-03 (-)	7.49e-02±5.26e-03 (-)	3.18e-01±2.26e-02 (-)	5.34e-01±4.01e-02 (-)	6.81e-01±2.81e-02 (-)
2	20	<b>4.79e-01±2.30e-01</b>	6.32e-01±1.45e-02 (-)	6.08e-01±3.24e-02 (-)	8.35e-01±4.13e-02 (-)	7.26e-01±6.10e-02 (-)	1.20e+00±3.44e-01 (-)
3	20	<b>8.62e-01±1.83e-01</b>	1.14e+00±4.31e-01 (-)	1.37e+00±5.28e-01 (-)	1.45e+00±3.22e-01 (-)	1.55e+00±7.42e-01 (-)	1.67e+00±4.72e-01 (-)
2	30	<b>4.63e-01±2.15e-01</b>	8.63e-01±3.12e-01 (-)	9.42e-01±6.27e-01 (-)	1.19e+00±2.51e-01 (-)	1.61e+00±3.29e-01 (-)	2.11e+00±8.21e-01 (-)
3	30	<b>1.02e+00±2.89e-01</b>	1.22e+00±3.00e-01 (-)	1.15e+00±3.20e-01 (≈)	1.37e+00±4.36e-01 (-)	1.41e+00±6.21e-01 (-)	2.27e+00±7.31e-01 (-)
2	50	<b>1.12e+00±2.43e-01</b>	1.48e+00±5.41e-01 (≈)	1.87e+00±2.13e-01 (-)	2.35e+00±5.47e-01 (-)	2.46e+00±7.19e-01 (-)	2.80e+00±2.91e-01 (-)
3	50	<b>1.41e+00±3.90e-01</b>	1.61e+00±3.11e-01 (≈)	1.94e+00±2.36e-01 (-)	2.33e+00±4.16e-01 (-)	2.58e+00±5.33e-01 (-)	4.36e+00±5.27e-01 (-)
2	100	<b>4.09e+00±4.13e-01</b>	5.43e+00±6.21e-01 (-)	5.98e+00±4.83e-01 (-)	6.31e+00±7.26e-01 (-)	6.42e+00±2.77e-01 (-)	6.72e+00±3.63e-01 (-)
3	100	<b>3.23e+00±1.11e+00</b>	6.18e+00±5.28e-01 (-)	6.60e+00±4.39e-01 (-)	6.98e+00±5.46e-01 (-)	7.08e+00±3.24e-01 (-)	7.44e+00±4.10e-01 (-)
		+ / - / ≈	0/7/3	0/8/2	0/10/0	0/10/0	0/10/0

表2 各算法在MOKP上获得的HV指标值的统计结果

<i>m</i>	<i>n</i>	RFASRM0EA	RFMOIRS	RFCMOCO	SPEA2	NSGA-II	MOEA/D
2	10	<b>5.70e+05±4.49e+03</b>	5.13e+05±3.26e+03 (-)	5.10e+05±3.10e+04 (-)	5.04e+05±6.19e+04 (-)	5.03e+05±3.11e+04 (-)	3.26e+05±6.72e+04 (-)
3	10	<b>5.59e+09±3.40e+07</b>	4.91e+09±4.71e+06 (-)	4.92e+09±5.25e+06 (-)	3.79e+09±6.17e+08 (-)	4.78e+09±7.46e+07 (-)	4.33e+09±2.15e+08 (-)
2	20	<b>1.81e+07±3.45e+05</b>	1.11e+07±4.15e+05 (-)	1.16e+07±6.71e+05 (-)	1.02e+06±6.51e+05 (-)	1.17e+06±6.27e+05 (-)	7.83e+06±5.33e+05 (-)
3	20	<b>6.82e+09±5.35e+08</b>	6.71e+09±4.21e+08 (-)	6.37e+09±3.53e+08 (-)	4.94e+09±7.21e+08 (-)	5.63e+09±3.70e+08 (-)	3.08e+09±8.14e+08 (-)
2	30	<b>3.24e+07±3.98e+06</b>	1.72e+07±2.57e+06 (-)	1.43e+07±5.16e+06 (-)	1.35e+07±4.90e+05 (-)	1.19e+07±7.81e+06 (-)	8.49e+06±6.12e+06 (-)
3	30	<b>4.10e+10±5.14e+09</b>	3.17e+10±5.04e+09 (-)	3.26e+10±7.12e+09 (≈)	2.64e+10±4.13e+09 (-)	2.35e+10±2.51e+09 (-)	1.41e+10±4.34e+09 (-)
2	50	<b>5.88e+07±3.00e+06</b>	5.87e+07±3.25e+06 (≈)	3.45e+07±5.16e+06 (-)	3.56e+07±5.01e+06 (-)	3.27e+07±2.13e+06 (-)	2.82e+07±1.97e+06 (-)
3	50	<b>1.38e+11±2.35e+10</b>	4.08e+10±3.61e+09 (-)	3.64e+10±4.21e+09 (-)	3.43e+10±5.30e+09 (-)	3.16e+10±6.17e+09 (-)	2.16e+10±3.26e+09 (-)
2	100	5.64e+07±1.40e+07	<b>5.70e+07±3.70e+06 (≈)</b>	5.07e+07±3.41e+06 (-)	4.82e+07±5.28e+06 (-)	4.88e+07±7.10e+06 (-)	2.43e+07±4.03e+06 (-)
3	100	<b>7.64e+10±5.96e+10</b>	4.59e+10±3.91e+09 (-)	4.08e+10±6.25e+09 (-)	3.44e+10±7.16e+09 (-)	3.43e+10±3.51e+09 (-)	2.25e+10±4.20e+09 (-)
		+ / - / ≈	0/8/2	0/9/1	0/10/0	0/10/0	0/10/0

此外,进一步观察 6 个算法获得的 IGD 和 HV 结果,可以发现 RFMOISR 与 RFCMOCO 的性能表现仅次于所提出算法. 该现象表明在有限的评估下,随机森林代理模型辅助的进化算法在求解昂贵约束多目标离散优化问题上具有优势,也从侧面表明代理模型的使用有助于获取高质量解,进而提高算法的竞争力. 对比 3 种经典多目标进化算法可以发现, SPEA2 和 NSGA-II 显著优于 MOEA/D. 这是因为 MOKP 的 Pareto 前沿是不规则且不连续的, MOEA/D 中的均匀分布参考向量不能与之相匹配,进而易引导种群向错误方向搜索. 对于 SPEA2 和 NSGA-II 而言, SPEA2 在大多测试问题上优于 NSGA-II,其原因可能是 SPEA2 中的适应度分配能有效平衡种群的收敛性和多样性,这也表明了 RFASRMOE 算法中所设计的平衡适应度评估策略的合理性.

### 3.3.2 收敛性指标 GD、ME 值对比及综合分析

表 3 和表 4 给出了各算法在所选测试问题上获得的 GD 和 ME 指标值的统计结果,其中黑体表示算

法获得的最优结果. 由表 3 和表 4 可知,对于 GD 指标, RFASRMOE 在 8 个 MOKP 测试问题上得到最优值;对于 ME 指标, RFASRMOE 在 7 个 MOKP 测试问题上表现最优. 这归因于 RFASRMOE 中所设计的平衡适应度评估策略. 该策略采用的自适应权重分配能使得算法在搜索前期关注种群的收敛性,而在算法搜索后期着重关注种群的多样性. 如此设计既能使种群快速收敛,也能使种群均匀分布于真实 PF.

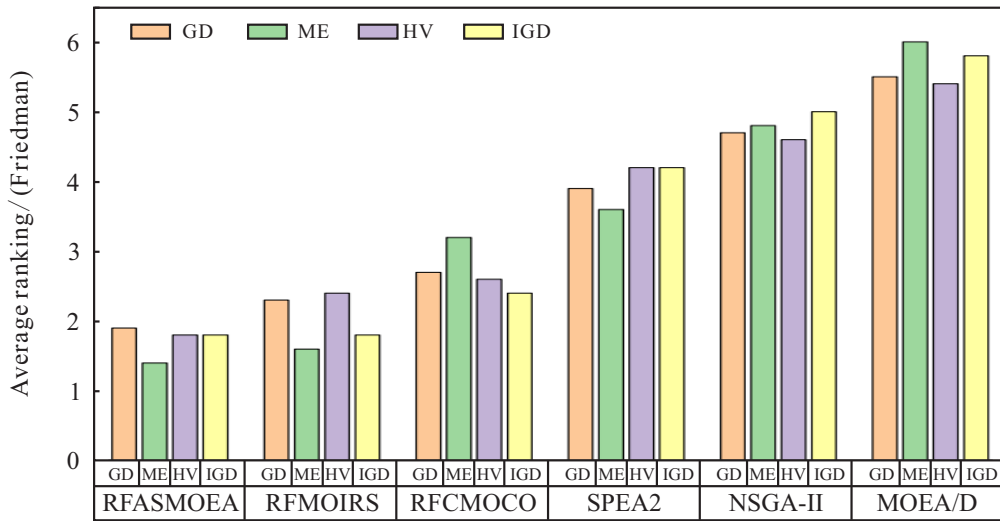
为直观呈现各个算法的总体性能,采用 Friedman 检验法分别对各算法在 2 目标和 3 目标 MOKP 测试问题上运行获得的 4 个指标值进行排名. 由图 1 可知,所提出 RFASRMOE 获得的 4 个指标值的平均排名均优于其余 5 种对比算法所获得的平均排名. 换言之, RFASRMOE 具有较好的综合性能. 这是因为自适应随机排序能够有效平衡目标优化与约束满足的冲突,进而使 RFASRMOE 在较少评估次数下求解昂贵约束多目标离散优化问题的优势更为突出.

表 3 各算法在 MOKP 上获得的 GD 指标值的统计结果

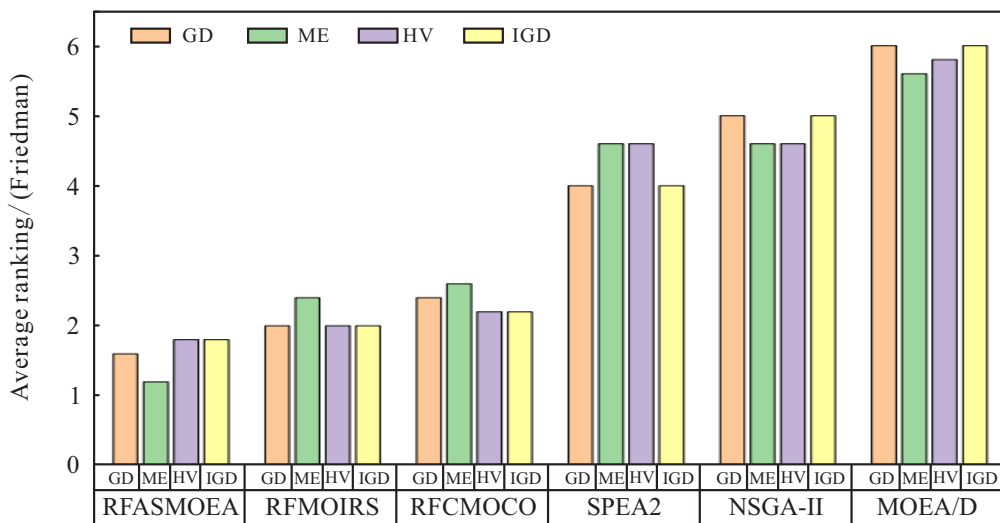
<i>m</i>	<i>n</i>	RFASRMOE	RFMOISR	RFCMOCO	SPEA2	NSGA-II	MOEA/D
2	10	<b>0.00e+00±0.00e+00</b>	0.00e+00±0.00e+00 (≈)	0.00e+00±0.00e+00 (≈)	0.00e+00±0.00e+00 (≈)	0.00e+00±0.00e+00 (≈)	0.00e+00±0.00e+00 (≈)
3	10	<b>0.00e+00±0.00e+00</b>	0.00e+00±0.00e+00 (≈)	0.00e+00±0.00e+00 (≈)	8.79e+00±8.75e-00 (-)	9.29e+00±8.26e+00 (-)	1.49e+01±9.83e+00 (-)
2	20	<b>2.41e+01±2.91e+01</b>	6.69e+01±9.91e+00 (-)	6.52e+01±2.66e+01 (-)	1.06e+02±2.09e+01 (-)	1.18e+02±8.25e+01 (-)	2.92e+02±8.53e+01 (-)
3	20	5.47e+01±3.76e+01	<b>5.36e+01±2.67e+01 (≈)</b>	6.61e+01±9.04e+00 (-)	1.35e+02±1.87e+01 (-)	1.55e+02±4.12e+01 (-)	2.62e+02±6.61e+01 (-)
2	30	2.31e+02±8.01e+01	<b>1.47e+02±6.86e+01 (≈)</b>	2.29e+02±7.36e+01 (-)	3.86e+02±6.71e+02 (-)	4.40e+02±6.84e+02 (-)	9.98e+02±3.59e+02 (-)
3	30	<b>1.04e+02±6.24e+01</b>	1.30e+02±4.05e+01 (-)	1.18e+02±3.85e+01 (-)	2.50e+02±6.52e+01 (-)	2.88e+02±4.43e+01 (-)	6.69e+02±1.12e+02 (-)
2	50	<b>4.69e+02±3.52e+01</b>	8.03e+02±6.66e+01 (-)	1.04e+03±3.79e+02 (-)	1.25e+03±6.49e+02 (-)	1.38e+03±3.68e+02 (-)	2.12e+03±6.09e+02 (-)
3	50	<b>2.21e+02±1.40e+02</b>	5.53e+02±6.40e+01 (-)	7.01e+02±1.05e+02 (-)	8.07e+02±1.56e+02 (-)	8.44e+02±9.16e+01 (-)	1.30e+03±3.22e+02 (-)
2	100	<b>2.21e+03±8.24e+02</b>	5.02e+03±9.38e+02 (-)	6.27e+03±1.46e+03 (-)	6.48e+03±1.38e+03 (-)	7.24e+03±9.43e+02 (-)	7.84e+03±1.29e+03 (-)
3	100	<b>2.09e+03±4.21e+02</b>	3.40e+03±2.82e+02 (-)	4.00e+03±6.25e+02 (-)	4.17e+03±4.85e+02 (-)	4.24e+03±5.23e+02 (-)	4.79e+03±8.87e+02 (-)
		+ / - / ≈	0/6/4	0/8/2	0/9/1	0/9/1	1/9/1

表 4 各算法在 MOKP 上获得的 ME 指标值的统计结果

<i>m</i>	<i>n</i>	RFASRMOE	RFMOISR	RFCMOCO	SPEA2	NSGA-II	MOEA/D
2	10	<b>0.00e+00±0.00e+00</b>	0.00e+00±0.00e+00 (≈)	0.00e+00±0.00e+00 (≈)	9.04e+00±2.15e+00 (-)	3.82e+00±3.25e+00 (-)	3.06e+01±3.75e+00 (-)
3	10	<b>0.00e+00±0.00e+00</b>	9.08e+00±3.51e-01 (-)	8.36e+00±2.32e+00 (-)	3.57e+01±2.77e+01 (-)	7.43e+01±3.01e+01 (-)	2.86e+02±4.22e+01 (-)
2	20	<b>1.01e+02±4.65e+01</b>	1.39e+02±1.86e+01 (-)	9.53e+02±8.30e+01 (-)	6.18e+02±2.75e+01 (-)	9.64e+02±1.20e+02 (-)	1.01e+03±1.74e+02 (-)
3	20	<b>1.10e+02±5.98e+01</b>	1.71e+02±4.01e+01 (-)	2.33e+02±6.08e+01 (-)	6.35e+02±3.44e+01 (-)	4.91e+02±8.96e+01 (-)	6.03e+02±5.34e+01 (-)
2	30	5.37e+02±1.38e+02	<b>4.37e+02±1.82e+01 (≈)</b>	7.91e+02±9.83e+01 (-)	5.89e+02±6.71e+02 (-)	1.21e+03±4.22e+02 (-)	1.85e+03±6.10e+02 (-)
3	30	1.81e+02±7.89e+01	2.37e+02±5.30e+01 (-)	<b>1.62e+02±3.20e+01 (≈)</b>	2.60e+02±8.32e+01 (-)	5.07e+02±3.07e+01 (-)	9.00e+02±4.24e+01 (-)
2	50	<b>1.09e+03±5.01e+02</b>	1.14e+03±3.10e+01 (≈)	1.54e+03±4.57e+02 (-)	1.95e+03±1.89e+02 (-)	2.57e+03±3.33e+02 (-)	3.27e+03±7.08e+01 (-)
3	50	<b>1.21e+02±9.17e+01</b>	6.02e+02±5.10e+01 (-)	6.28e+02±3.42e+01 (-)	1.10e+03±6.05e+02 (-)	8.89e+02±4.51e+01 (-)	1.03e+03±2.53e+02 (-)
2	100	<b>3.23e+03±9.45e+02</b>	6.53e+03±2.18e+02 (-)	8.31e+03±7.69e+02 (-)	8.10e+03±3.44e+02 (-)	8.95e+03±5.11e+02 (-)	1.10e+04±7.72e+02 (-)
3	100	<b>2.19e+03±9.75e+02</b>	4.10e+03±7.19e+01 (-)	5.69e+03±7.23e+02 (-)	5.36e+03±3.09e+02 (-)	6.25e+03±5.67e+02 (-)	8.18e+03±3.08e+02 (-)
		+ / - / ≈	0/7/3	0/8/2	0/10/0	0/10/0	0/10/0



(a) 2目标MOKP



(b) 3目标MOKP

图1 MOKP上获得性能指标值平均排名

## 4 结论

针对昂贵约束多目标离散优化问题,本文提出一种基于随机森林辅助和自适应随机排序的昂贵多目标进化算法RFASMOEA.在该算法中,随机森林代理模型协同基于个体的模型管理方法,以提升代理模型的近似精度.同时,通过设计平衡适应度评估策略不断调整算法搜索的关注点,使得算法在搜索前期关注种群的收敛性,后期关注种群的多样性,进而使获得的最终种群同时具有较好的收敛性和多样性.此外,通过融合平衡适应度评估与所提出的自适应概率操作,设计了自适应随机排序机制,旨在平衡目标的最优性与目标的可行性的冲突,进而提升进入下一代种群个体的质量.与5个对比算法在10~100维的MOKP上的实验结果表明,所提出的RFASMOEA在求解昂贵约束多目标离散优化问题时具有较高的竞争力.

## 参考文献(References)

- [1] Zhang W, Liu J C, Tan S B, et al. A decomposition-rotation dominance based evolutionary algorithm with reference point adaption for many-objective optimization[J]. *Expert Systems with Applications*, 2023, 215: 119424.
- [2] Jin Y C, Sendhoff B. A systems approach to evolutionary multiobjective structural optimization and beyond[J]. *IEEE Computational Intelligence Magazine*, 2009, 4(3): 62-76.
- [3] Chugh T, Chakraborti N, Sindhya K, et al. A data-driven surrogate-assisted evolutionary algorithm applied to a many-objective blast furnace optimization problem[J]. *Materials and Manufacturing Processes*, 2017, 32(10): 1172-1178.
- [4] Wang H D, Jin Y C, Jansen J O. Data-driven surrogate-assisted multiobjective evolutionary optimization of a trauma system[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2016, 20(6): 939-952.

- [5] Islam N N, Hannan M A, Shareef H, et al. An application of backtracking search algorithm in designing power system stabilizers for large multi-machine system[J]. *Neurocomputing*, 2017, 237: 175-184.
- [6] 王浩, 孙超利, 张国晨. 基于估值不确定度排序顺序均值采样的昂贵高维多目标进化算法[J]. *控制与决策*, 2023, 38(12): 3317-3326.  
(Wang H, Sun C L, Zhang G C. Sampling based on mean value of ranking on approximation uncertainties for expensive many-objective evolutionary algorithm[J]. *Control and Decision*, 2023, 38(12): 3317-3326.)
- [7] 刘建昌, 赵阳杰, 李飞, 等. 基于R2指标的昂贵多目标进化算法[J]. *控制与决策*, 2020, 35(4): 823-832.  
(Liu J C, Zhao Y J, Li F, et al. Expensive multi-objective optimization algorithm based on R2 indicator[J]. *Control and Decision*, 2020, 35(4): 823-832.)
- [8] Liu Y C, Liu J C, Tan S B, et al. A bagging-based surrogate-assisted evolutionary algorithm for expensive multi-objective optimization[J]. *Neural Computing and Applications*, 2022, 34(14): 12097-12118.
- [9] Gu Q H, Wang D N, Jiang S, et al. An improved assisted evolutionary algorithm for data-driven mixed integer optimization based on Two\_Arch[J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2021, 159: 107463.
- [10] Jin Y C. Surrogate-assisted evolutionary computation: Recent advances and future challenges[J]. *Swarm and Evolutionary Computation*, 2011, 1(2): 61-70.
- [11] Jin Y C, Wang H D, Chugh T, et al. Data-driven evolutionary optimization: An overview and case studies[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2019, 23(3): 442-458.
- [12] Ye F, Wang H, Li G Y. Variable stiffness composite material design by using support vector regression assisted efficient global optimization method[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2017, 56(1): 203-219.
- [13] Li J L, Wang P, Dong H C, et al. Multi/many-objective evolutionary algorithm assisted by radial basis function models for expensive optimization[J]. *Applied Soft Computing*, 2022, 122: 108798.
- [14] Davis E, Ierapetritou M. A kriging based method for the solution of mixed-integer nonlinear programs containing black-box functions[J]. *Journal of Global Optimization*, 2009, 43(2): 191-205.
- [15] Zhang T, Li F Z, Zhao X, et al. A convolutional neural network-based surrogate model for multi-objective optimization evolutionary algorithm based on decomposition[J]. *Swarm and Evolutionary Computation*, 2022, 72: 101081.
- [16] Zheng N, Wang H D, Yuan B. An adaptive model switch-based surrogate-assisted evolutionary algorithm for noisy expensive multi-objective optimization[J]. *Complex & Intelligent Systems*, 2022, 8(5): 4339-4356.
- [17] Wang H, Jin Y, Doherty J. Committee-based active learning for surrogate-assisted particle swarm optimization of expensive problems[J]. *IEEE Trans Cybern*, 2017, 47(9): 2664-2677.
- [18] Sun C L, Jin Y C, Cheng R, et al. Surrogate-assisted cooperative swarm optimization of high-dimensional expensive problems[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2017, 21(4): 644-660.
- [19] Liu S L, Wang H D, Peng W, et al. A surrogate-assisted evolutionary feature selection algorithm with parallel random grouping for high-dimensional classification[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2022, 26(5): 1087-1101.
- [20] Zhang Q F, Liu W D, Tsang E, et al. Expensive multiobjective optimization by MOEA/D with Gaussian process model[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2010, 14(3): 456-474.
- [21] Liu Z N, Wang H D. A data augmentation based Kriging-assisted reference vector guided evolutionary algorithm for expensive dynamic multi-objective optimization[J]. *Swarm and Evolutionary Computation*, 2022, 75: 101173.
- [22] Tan Z, Wang H D, Liu S L. Multi-stage dimension reduction for expensive sparse multi-objective optimization problems[J]. *Neurocomputing*, 2021, 440: 159-174.
- [23] Song Z S, Wang H D, He C, et al. A kriging-assisted two-archive evolutionary algorithm for expensive many-objective optimization[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2021, 25(6): 1013-1027.
- [24] Gu Q H, Zhang X Y, Chen L, et al. An improved bagging ensemble surrogate-assisted evolutionary algorithm for expensive many-objective optimization[J]. *Applied Intelligence*, 2022, 52(6): 5949-5965.
- [25] Pan Q K, Suganthan P N, Tasgetiren M F, et al. A self-adaptive global best harmony search algorithm for continuous optimization problems[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2010, 216(3): 830-848.
- [26] Gu Q H, Wang Q, Xiong N N, et al. Surrogate-assisted evolutionary algorithm for expensive constrained multi-objective discrete optimization problems[J]. *Complex & Intelligent Systems*, 2022, 8(4): 2699-2718.
- [27] Wang D J, Liu F, Wang Y Z, et al. A knowledge-based evolutionary proactive scheduling approach in the presence of machine breakdown and deterioration effect[J]. *Knowledge-Based Systems*, 2015, 90: 70-80.
- [28] Rodriguez-Roman D. A surrogate-assisted genetic algorithm for the selection and design of highway safety and travel time improvement projects[J]. *Safety Science*, 2018, 103: 305-315.
- [29] Pilát M, Neruda R. Feature extraction for surrogate models in genetic programming[C]. *Parallel Problem Solving from Nature—PPSN XIV*. Cham: Springer International Publishing, 2016: 335-344.
- [30] 吕志明, 王霖青, 赵珺, 等. 一种基于多代理模型的混合整数规划优化方法[J]. *控制与决策*, 2019, 34(2): 362-368.

- (Lyu Z M, Wang L Q, Zhao J, et al. A multi-surrogates algorithm for mixed-integer programming problems[J]. Control and Decision, 2019, 34(2): 362-368.)
- [31] Wang H, Jin Y. A random forest-assisted evolutionary algorithm for data-driven constrained multiobjective combinatorial optimization of trauma systems[J]. IEEE Trans Cybern, 2020, 50(2): 536-549.
- [32] Ming M J, Trivedi A, Wang R, et al. A dual-population-based evolutionary algorithm for constrained multiobjective optimization[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2021, 25(4): 739-753.
- [33] Runarsson T P, Yao X. Stochastic ranking for constrained evolutionary optimization[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2000, 4(3): 284-294.
- [34] Fan Z, Li W J, Cai X Y, et al. An improved epsilon constraint-handling method in MOEA/D for CMOPs with large infeasible regions[J]. Soft Computing, 2019, 23(23): 12491-12510.
- [35] Deb K. An efficient constraint handling method for genetic algorithms[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2000, 186(2/3/4): 311-338.
- [36] Balande U, Shrimankar D. SRIFA: Stochastic ranking with improved-firefly-algorithm for constrained optimization engineering design problems[J]. Mathematics, 2019, 7(3): 250.
- [37] Cervantes-Culebro H, Cruz-Villar C A, Martinez Penaloza M G, et al. Constraint-handling techniques for the concurrent design of a five-bar parallel robot[J]. IEEE Access, 2017, 5: 23010-23021.
- [38] Breiman L. Random forests[J]. Machine learning, 2001, 45: 5-32.
- [39] Deb K, Pratap A, Agarwal S, et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2002, 6(2): 182-197.
- [40] Zitzler E, Laumanns M, Thiele L. SPEA2: Improving the strength Pareto evolutionary algorithm[J]. TIK-Report, 2001: 103.
- [41] Zhang Q F, Li H. MOEA/D: A multiobjective evolutionary algorithm based on decomposition[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2007, 11(6): 712-731.
- [42] 张伟, 刘建昌, 谭树彬, 等. 基于指标选择和密度评估删除的高维多目标进化算法[J]. 控制与决策, 2023, 38(10): 2805-2814.  
(Zhang W, Liu J C, Tan S B, et al. An indicator selection and density estimation deletion based many-objective evolutionary algorithm[J]. Control and Decision, 2023, 38(10): 2805-2814.)
- [43] Liu J H, Wang Y P, Cheung Y M. A Ca-dominance-based solution estimation evolutionary algorithm for many-objective optimization[J]. Knowledge-Based Systems, 2022, 248: 108738.
- [44] Wilcoxon F. Individual comparisons by ranking methods[J]. Biometrics Bulletin, 1945, 1(6): 80-83.
- [45] Qin C F, Ming F, Gong W Y, et al. Constrained multi-objective optimization via two archives assisted push-pull evolutionary algorithm[J]. Swarm and Evolutionary Computation, 2022, 75: 101178.

#### 作者简介

田家鑫(1998—), 男, 硕士生, 从事多目标优化的研究, E-mail: tjx101927@163.com;

李岩(1982—), 男, 博士, 从事复杂过程建模控制与优化的研究, E-mail: 18298437@qq.com;

张伟(1997—), 男, 博士生, 从事多目标优化的研究, E-mail: 15940202607@163.com;

刘圆超(1996—), 男, 讲师, 从事多目标优化的研究, E-mail: Yuanchaoliu@126.com;

刘建昌(1960—), 男, 教授, 博士生导师, 从事多目标优化、故障诊断等研究, E-mail: liujianchang@ise.neu.edu.cn.