

控制与决策

Control and Decision

一种新型三阶固定时间收敛滑模非线性扩张状态观测器

刘俊, 谭锦浩, 蒲明, 张葛祥, 但志宏, 郭戈

引用本文:

刘俊, 谭锦浩, 蒲明, 等. 一种新型三阶固定时间收敛滑模非线性扩张状态观测器[J]. *控制与决策*, 2024, 39(12): 3910–3918.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2023.1138>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[Fal函数的改进及3种新型非线性扩张状态观测器](#)

Advanced fal function and three novel nonlinear extended state observers

控制与决策. 2021, 36(7): 1655–1662 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1652>

[磁悬浮开关磁阻电机的自适应终端滑模控制](#)

Adaptive terminal sliding mode control of bearingless switched reluctance motor

控制与决策. 2021, 36(6): 1449–1456 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1064>

[多航天器系统分布式固定时间输出反馈姿态协同跟踪控制](#)

Distributed fixed-time output feedback attitude coordination tracking control for multiple rigid spacecraft

控制与决策. 2021, 36(5): 1049–1058 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0968>

[输入饱和的充液航天器抗干扰有限时间滑模控制](#)

Anti-disturbance finite-time sliding mode control for liquid-filled spacecraft with input saturation

控制与决策. 2021, 36(5): 1078–1086 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0820>

[基于变速趋近律的Buck型变换器抗扰动控制](#)

Disturbance rejection control of Buck converters based on variable rate reaching law

控制与决策. 2021, 36(4): 893–900 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1073>

一种新型三阶固定时间收敛滑模非线性扩张状态观测器

刘俊^{1†}, 谭锦浩¹, 蒲明¹, 张葛祥¹, 但志宏², 郭戈³

(1. 成都信息工程大学自动化学院, 成都 610225; 2. 中国航发四川燃气涡轮研究院 高空模拟技术重点实验室, 四川 绵阳 621703; 3. 东北大学 流程工业综合自动化国家重点实验室, 沈阳 110819)

摘要: 为了解决传统扩张状态观测器存在对系统状态跟踪速度慢、跟踪精度低的问题, 基于滑模控制方法设计一种新型三阶固定时间收敛滑模非线性扩张状态观测器, 并对其收敛时间和稳态误差进行分析. 首先, 提出一种新型固定时间收敛滑模面和滑模趋近律, 并借助滑模控制方法设计得到滑模非线性扩张状态观测器; 然后, 利用 Lyapunov 函数证明该滑模非线性扩张状态观测器能够实现固定时间收敛, 并分析其对系统扰动的估计误差; 最后, 仿真对比实验表明, 与传统扩张状态观测器相比, 所提出滑模非线性扩张状态观测器能够实现对系统状态快速且高精度的跟踪、具有显著的性能优势.

关键词: 非线性扩张状态观测器; 滑模控制; 固定时间收敛; 状态估计; Lyapunov 函数; 自抗扰控制

中图分类号: TP273 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2023.1138

引用格式: 刘俊, 谭锦浩, 蒲明, 等. 一种新型三阶固定时间收敛滑模非线性扩张状态观测器[J]. 控制与决策, 2024, 39(12): 3910-3918.

Novel third-order fixed-time convergent nonlinear extended state observer based on sliding mode control method

LIU Jun^{1†}, TAN Jin-hao¹, PU Ming¹, ZHANG Ge-xiang¹, DAN Zhi-hong², GUO Ge³

(1. School of Automation, Chengdu University of Information Technology, Chengdu 610225, China; 2. Key Laboratory of High-altitude Simulation Technology, AECC Sichuan Gas Turbine Establishment, Mianyang 621703, China; 3. State Key Laboratory of Synthetical Automation for Process Industries, Northeastern University, Shenyang 110819, China)

Abstract: Based on the sliding mode control method, a new third-order fixed time convergent sliding mode nonlinear extended state observer (SMNESO) is designed to address the problems of slow tracking speed and low tracking accuracy of the traditional extended state observer for system states, and its convergence time and steady-state errors are analyzed. Firstly, a new fixed-time convergence sliding mode surface and sliding mode approach law are proposed, and a SMNESO is designed by the sliding mode control method. Then, it is proved that the SMNESO can achieve fixed-time convergence using the Lyapunov function, and the estimation error of the system disturbances is analyzed. Finally, the comparative simulation experiments show that the SMNESO can track the system states quickly and accurately, which has a significant performance advantage over the traditional extended state observer.

Keywords: nonlinear extended state observer; sliding mode control; fixed-time convergence; state estimation; Lyapunov function; active disturbance rejection control

0 引言

自抗扰控制(active disturbance rejection control, ADRC)是一种先进的控制方法,旨在有效抑制和补偿系统受到外界环境变化、建模误差和内部参数的不确定性等引起的各种干扰,以实现系统动态特性和鲁棒性控制^[1-4]. 扩张状态观测器(extended state

observer, ESO)是ADRC的重要组成部分之一,它通过增加一个状态变量来跟踪系统未知的总扰动,然后利用被观测系统状态变量的观测值与实际值之间的偏差控制其跟随实际值,是ADRC能抑制和补偿系统所受扰动的关键^[5]. 由于ESO具有对被观测系统模型要求低、参数调整简单等优势,能够实时跟踪

收稿日期: 2023-08-11; 录用日期: 2024-02-14.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61972324); 四川省自然科学基金项目(2022NSFSC0462); 四川省自然科学基金创新研究群体项目(2023NSFSC1985); 四川省科技成果转化示范项目(24ZHSF0049).

责任编辑: 孙宗耀.

[†]通讯作者. E-mail: liujun@cuit.edu.cn.

被观测系统的未知扰动, 现已在永磁同步电机^[6]、船舶^[7-8]、智能车^[9-10]和四旋翼飞行器^[11]等系统中被广泛应用。

在实际工程中发现, 随着外部扰动的输入量和频率的变化, ADRC的控制效果也会在一定程度上发生变化^[12-13]。这是因为ADRC的高鲁棒控制需要依赖于ESO对系统未知状态的精确估计, 若ESO对外部扰动的跟踪精度较低、跟踪速度较慢, 则会使被控系统出现震荡、输出误差较大甚至系统不稳定等情况。因此, 需要研究一种高性能的ESO以满足不断提高的控制要求。目前已有部分文献对ESO的改进进行了研究。文献[13]采用反双曲正弦函数设计了一种LESO, 有效抑制了微分峰值现象。文献[14]在线性扩张状态观测器(linear extended state observer, LESO)的基础上, 基于偏差控制的原理提出了改进型LESO。文献[15]采用与文献[14]相同的方法, 改进基于fal函数的非线性扩张状态观测器(nonlinear extended state observer, NESO), 提出一种改进型时变参数NESO, 抑制了微分峰值现象并提高了跟踪速度和跟踪精度。文献[16]系统地分析了fal函数收敛速度慢的原因, 提出了收敛速度更快的C函数构成新型NESO, 跟踪速度相比于传统NESO有明显提高。对文献[16]的新型NESO进行分析可以得到, 收敛函数的收敛速度决定了NESO对系统状态的跟踪速度。在文献[17]中, 为了得到收敛速度较快的收敛函数, 利用滑模控制具有的鲁棒性强、无需精确模型、快速响应、易于实现等优点, 针对永磁步进电机驱动系统设计一种基于滑模控制的ESO, 实现了对系统扰动的快速、精确跟踪。然而, 文献[17]仅针对一阶步进电机驱动系统设计二阶ESO, 难以运用于二阶被控系统中, 并且在滑模ESO的设计中仅采用传统的线性滑模面和指数趋近律, 跟踪速度具有进一步提升的空间。

针对传统ESO存在相位滞后、跟踪速度较慢和跟踪精度较低等问题, 受上述文献启发, 本文通过将滑模控制与ESO相结合, 以ESO为被控系统, 利用滑模控制鲁棒性强、响应速度快和稳态误差小等优势^[18-19], 有效减小ESO对被观测系统状态跟踪的相位误差, 提高其跟踪速度和跟踪精度。本文的主要贡献包括以下几点: 1) 针对标准的二阶被控系统, 设计了一类新型固定时间收敛滑模面和新型固定时间收敛趋近律, 相比传统固定时间收敛滑模面和趋近律, 它们接近稳定状态的收敛速度更快, 动态性能更强。2) 基于新型固定时间收敛滑模面和趋近律, 采用滑模控制方法设计了一种非奇异的滑模非线性收敛

函数, 从而系统性地给出三阶滑模非线性扩张状态观测器(sliding mode nonlinear extended state observer, SMNESO)的设计方法, 并通过理论证明SMNESO能在固定时间内达到稳定状态, 分析了SMNESO对系统扰动的估计误差。

1 预备知识及问题陈述

考虑二阶系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t), \\ \dot{x}_2(t) = h(x_1(t), x_2(t)) + d(t) + bu(t), \\ y(t) = x_1(t). \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 为系统状态变量; $h(x_1(t), x_2(t)) = g(x_1(t), x_2(t)) + w(x_1(t), x_2(t))$, $g(x_1(t), x_2(t))$ 为已知项, $w(x_1(t), x_2(t))$ 为未知项; $d(t)$ 为外部扰动; b 为控制增益; $u(t)$ 为控制输入; $y(t)$ 为系统输出。

定义系统扩展状态变量 $x_3(t) = f(t) = w(x_1(t), x_2(t)) + d(t)$, $\dot{x}_3(t) = \varepsilon(t)$, 定义 $f(t)$ 为系统的总扰动, 其满足导数存在且有界, 即 $\sup\{\|\varepsilon(t)\|, \forall t\} \leq \varepsilon(\exists \varepsilon > 0)$, 则系统(1)可以改写为

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t), \\ \dot{x}_2(t) = g(x_1(t), x_2(t)) + x_3(t) + bu(t), \\ \dot{x}_3(t) = \varepsilon(t), \\ y(t) = x_1(t). \end{cases} \quad (2)$$

根据系统(2)构造的传统LESO为

$$\begin{cases} e_1(t) = z_1(t) - x_1(t), \\ \dot{z}_1(t) = z_2(t) - a_1 e_1(t), \\ \dot{z}_2(t) = z_3(t) - a_2 e_1(t) + \\ \quad g(x_1(t), x_2(t)) + bu(t), \\ \dot{z}_3(t) = -a_3 e_1(t). \end{cases} \quad (3)$$

其中: a_1 、 a_2 和 a_3 为LESO增益系数, $z_1(t)$ 、 $z_2(t)$ 、 $z_3(t)$ 分别为 $x_1(t)$ 、 $x_2(t)$ 、 $x_3(t)$ 的估计值。但是在LESO的设计中忽略了 $\varepsilon(t)$, 这在一定程度上降低了LESO对被观测系统状态的跟踪效果, 使得LESO的跟踪速度较慢, 收敛时间较长。为了消除这些影响, 提高ESO的跟踪速度, 文献[2]采用非线性收敛的fal函数取代 $e_1(t)$, 设计得到了传统NESO, 即

$$\begin{cases} e_1(t) = z_1(t) - x_1(t), \\ \dot{z}_1(t) = z_2(t) - a_1 e_1(t), \\ \dot{z}_2(t) = z_3(t) - a_2 \text{fal}(e_1(t), j_1, l_1) + \\ \quad g(x_1(t), x_2(t)) + bu(t), \\ \dot{z}_3(t) = -a_3 \text{fal}(e_1(t), j_2, l_2). \end{cases} \quad (4)$$

其中

$$\text{fal}(m, j, l) = \begin{cases} \frac{m}{l^{1-j}}, & |m| \leq l; \\ |m|^j \text{sign}(m), & |m| > l. \end{cases}$$

$$\text{sign}(m) = \begin{cases} 1, & m > 0; \\ 0, & m = 0; \\ -1, & m < 0. \end{cases}$$

$j \in (0, 1), l$ 为较小的滤波因子.

虽然传统 NESO(4) 相比于传统 LESO(3) 对 $x_1(t)$ 、 $x_2(t)$ 和 $x_3(t)$ 有更快的跟踪速度, 但文献 [16] 提出 fal 函数是一个渐近收敛函数, 其终端吸引子 $|m|^j \text{sign}(m)$ 不适合应用于远离原点阶段的控制, 在此阶段的收敛速度小于传统 LESO. 因此本文基于滑模控制动态响应速度快、鲁棒性强、实现简单等优点, 设计一种固定时间收敛函数以改进传统的 NESO, 提高 ESO 对被观测系统状态 $x_1(t)$ 、 $x_2(t)$ 和 $x_3(t)$ 的跟踪速度和跟踪精度.

2 滑模非线性扩张状态观测器设计与分析

2.1 滑模非线性扩张状态观测器设计

对系统(1)设计如下 SMNESO:

$$\begin{cases} \dot{e}_1(t) = z_1(t) - x_1(t), \\ \dot{z}_1(t) = z_2(t) - \beta_1 e_1(t), \\ \dot{z}_2(t) = z_3(t) - E(e_1(t)) + \\ \quad g(x_1(t), x_2(t)) + bu(t), \\ \dot{z}_3(t) = -\beta_2 \text{sat}(E(e_1(t)), \hat{\varepsilon}, -\hat{\varepsilon}). \end{cases} \quad (5)$$

其中

$$E(e_1(t)) = k_3 |s|^{q_1} \text{sign}(s) + k_4 q_1^{\frac{q_1}{s^2+q_2}} |s|^{q_2} \text{sign}(s) + \hat{\varepsilon}_3 \text{sign}(s) + k_1 p_1 |e_1(t)|^{p_1-1} \dot{e}_1(t) + k_2 p_1^{\frac{p_1}{e_1^2(t)+p_2}} \dot{\chi}(t) - k_2 \phi \chi(t) - \beta_1 \dot{e}_1(t).$$

$$s = \dot{e}_1(t) + k_1 |e_1(t)|^{p_1} \text{sign}(e_1(t)) + k_2 p_1^{\frac{p_1}{e_1^2(t)+p_2}} \chi(t).$$

$$\phi = \frac{2e_1(t)\dot{e}_1(t)p_1 \frac{e_1^2(t)+p_1+p_2}{e_1^2(t)+p_2} \ln p_1}{(e_1^2(t) + p_2)^2}.$$

$$\text{sat}(m, \max, \min) = \begin{cases} \max, & m \geq \max; \\ m, & \min \leq m < \max; \\ \min, & m < \min. \end{cases}$$

$$\chi(t) = \begin{cases} |e_1(t)|^{p_2} \text{sign}(e_1(t)), & |e_1(t)| \geq \eta; \\ c_1 e_1(t) + c_2 (e_1(t))^2 \text{sign}(e_1(t)), & |e_1(t)| < \eta. \end{cases}$$

$$\dot{\chi}(t) = \begin{cases} p_2 |e_1(t)|^{p_2-1} \dot{e}_1(t), & |e_1(t)| \geq \eta; \\ c_1 \dot{e}_1(t) + 2c_2 |e_1(t)| \dot{e}_1(t), & |e_1(t)| < \eta. \end{cases}$$

$\beta_1 > 0, \beta_2 > 1, k_1, k_2, k_3, k_4 > 0, p_1, q_1 > 1, 0 < p_2, q_2 < 1, \hat{\varepsilon}$ 为 ε 的估计值, 满足 $\hat{\varepsilon} \geq \varepsilon$, 正常数 $\hat{\varepsilon}_3$ 为 SMNESO (5) 到达稳态后 $|e_3(t)|$ 的最大估计值, $c_1 = (2 - p_2)\eta^{p_2-1}, c_2 = (p_2 - 1)\eta^{p_2-2}, \eta$ 为很小的滑模切换正常数. 若将 SMNESO (5) 看作一个被控系统, 滑模非线性收敛函数 $E(e_1(t))$ 则是 SMNESO 的滑模控制律, 使估计误差在函数 $E(e_1(t))$ 的控制下收敛到包含原点的邻域内.

注1 k_1, k_2, k_3 和 k_4 为比例增益系数, 比例增益系数越大 SMNESO (5) 在各个阶段的收敛速度越快. p_1, q_1, p_2 和 q_2 为幂次项系数, 增大 p_1 和 q_1 能显著提高 SMNESO (5) 远离稳定状态时的收敛速度, 减小 p_2 和 q_2 能显著提高 SMNESO (5) 接近稳定状态时的收敛速度, 但是 SMNESO (5) 对幂次项系数的变化极为敏感, 过大或过小时会引起观测器震荡甚至发散. 因此一般通过改变 k_1, k_2, k_3 和 k_4 调整 SMNESO (5) 的收敛速度, 使其能在预设时间内到达稳定状态. β_1 和 β_2 为观测器增益参数, β_1 影响 SMNESO (5) 的超调与抖振情况, 需要根据实际情况进行调整, β_2 与 SMNESO (5) 的跟踪精度成正比, 但是采用较大的 β_2 会增加观测器跟踪的超调量, 因此需要在可接受的误差范围内选择合适的 β_2 . 此外, 在 SMNESO (5) 中饱和函数 $\text{sat}(m, \max, \min)$ 被引入, 这能有效减弱因 $e_1(t)$ 过大引起的震荡, 提高 SMNESO (5) 的稳定性.

注2 在滑模非线性收敛函数 $E(e_1(t))$ 中包含 $e_1(t)$ 的导数 $\dot{e}_1(t), \dot{\chi}(t)$ 可以由一阶微分器

$$v\hat{y}(t) + \int \hat{y}(t)dt = e_1(t)$$

获得, 其中 $\hat{y}(t)$ 为 $\dot{e}_1(t)$ 的近似值, v 为极小的微分时间常数. 此处可以根据实际情况使用合适的微分器, 如数值微分器和跟踪微分器等.

下面给出 SMNESO (5) 的详细设计方法. SMNESO (5) 设计流程如图 1 所示. 本文首先设计一种新型固定时间收敛滑模面, 并在该滑模面的基础上设计一种新型固定时间收敛趋近律; 然后借助滑模控制方法设计得到滑模非线性收敛函数 $E(e_1(t))$; 最后将滑模非线性收敛函数 $E(e_1(t))$ 代入式 (5) 得到 SMNESO (5).

针对 SMNESO (5) 设计如下新型固定时间收敛滑模面:

$$s = \dot{e}_1(t) + k_1 |e_1(t)|^{p_1} \text{sign}(e_1(t)) + k_2 p_1^{\frac{p_1}{e_1^2(t)+p_2}} \chi(t). \quad (6)$$

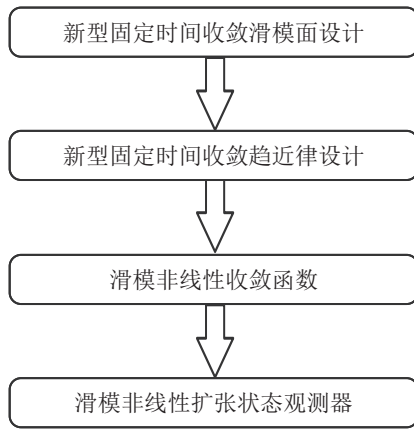


图1 SMNESO(5)的设计流程

该新型固定时间收敛滑模面在固定时间终端滑模面中引入具有滑模切换函数 $\chi(t)$ 的 $\frac{p_1}{e_1^{2(t)+p_2}} \chi(t)$ 项,提高了其在接近 $e_1(t) = 0$ 时的控制增益,加快了其在此阶段的收敛速度. 当 $e_1(t)$ 远离原点时,该新型滑模面包含 $|e_1(t)|^{p_2} \text{sign}(e_1(t))$ 项,保证了观测器在 $\eta \leq |e_1(t)| < 1$ 时的收敛速度;当 $e_1(t)$ 位于包含原点的较小邻域 $|e_1(t)| < \eta$ 时,其平滑切换为

$$s = \dot{e}_1(t) + k_1|e_1(t)|^{p_1} \text{sign}(e_1(t)) + k_2 p_1 \frac{p_1}{e_1^{2(t)+p_2}} (c_1 e_1(t) + c_2 (e_1(t))^2 \text{sign}(e_1(t))),$$

此时该新型滑模面及其导数不含负幂次项,避免了奇异现象的出现.

对式(6)取导可以得到

$$\dot{s} = \ddot{e}_1(t) + k_1 p_1 |e_1(t)|^{p_1-1} \dot{e}_1(t) + k_2 p_1 \frac{p_1}{e_1^{2(t)+p_2}} \dot{\chi}(t) - k_2 \phi \chi(t). \quad (7)$$

令 $e_3(t) = z_3(t) - x_3(t)$, $\ddot{e}_1(t)$ 可以表示为

$$\begin{aligned} \ddot{e}_1(t) &= \ddot{z}_1(t) - \ddot{x}_1(t) = \dot{z}_2(t) - \beta_1 \dot{e}_1(t) - \dot{x}_2(t) = \\ & z_3(t) - E(e_1(t)) + g(x_1(t), x_2(t)) + bu(t) - \beta_1 \dot{e}_1(t) - x_3(t) - g(x_1(t), x_2(t)) - bu(t) = \\ & e_3(t) - E(e_1(t)) - \beta_1 \dot{e}_1(t). \end{aligned} \quad (8)$$

将式(8)代入(7),可得

$$\dot{s} = k_1 p_1 |e_1(t)|^{p_1-1} \dot{e}_1(t) + k_2 p_1 \frac{p_1}{e_1^{2(t)+p_2}} \dot{\chi}(t) - k_2 \phi \chi(t) + e_3(t) - E(e_1(t)) - \beta_1 \dot{e}_1(t). \quad (9)$$

基于式(6)所示的滑模面,设计如下新型固定时间收敛趋近律:

$$\dot{s} = -k_3 |s|^{q_1} \text{sign}(s) - k_4 q_1 \frac{q_1}{s^{2+q_2}} |s|^{q_2} \text{sign}(s). \quad (10)$$

为了消除式(9)中的未知变量 $e_3(t)$,令正常数 \hat{e}_3 为 SMNESO(5) 到达稳态后 $|e_3(t)|$ 的最大估计值,将

式(10)改写为

$$\dot{s} = -k_3 |s|^{q_1} \text{sign}(s) - k_4 q_1 \frac{q_1}{s^{2+q_2}} |s|^{q_2} \text{sign}(s) + e_3(t) - \hat{e}_3 \text{sign}(s). \quad (11)$$

由式(9)和(11),设计如下滑模非线性收敛函数:

$$\begin{aligned} E(e_1(t)) &= k_3 |s|^{q_1} \text{sign}(s) + k_4 q_1 \frac{q_1}{s^{2+q_2}} |s|^{q_2} \text{sign}(s) + \\ & \hat{e}_3 \text{sign}(s) + k_1 p_1 |e_1(t)|^{p_1-1} \dot{e}_1(t) + \\ & k_2 p_1 \frac{p_1}{e_1^{2(t)+p_2}} \dot{\chi}(t) - k_2 \phi \chi(t) - \beta_1 \dot{e}_1(t). \end{aligned} \quad (12)$$

2.2 滑模非线性扩张状态观测器的性能分析

在对滑模非线性扩张状态观测器进行性能分析前,首先给出如下引理.

引理1 [20] 考虑一类非线性系统

$$\dot{x}(t) = F(x(t)), \quad (13)$$

并且 $x(0) = 0, F(0) = 0$. 若存在正定函数 $V(x)$ 满足

$$\dot{V}(x) \leq -\lambda(V(x))^p - \mu(V(x))^q, \quad (14)$$

其中参数 $\lambda, \mu, p, q > 0$, 且 $p < 1, q > 1$, 则系统(13)是全局固定时间稳定的,收敛时间上界为

$$T_{\max} = \frac{1}{\lambda(1-p)} + \frac{1}{\mu(q-1)}. \quad (15)$$

定理1 若系统(2)的总扰动 $f(t)$ 满足其导数存在且有界,则在滑模非线性收敛函数 $E(e_1(t))$ 的作用下, SMNESO(5) 能在固定时间 T 内到达稳定状态,此时 T 满足

$$\begin{aligned} T < & \frac{1}{k_1(p_1-1)2^{\frac{p_1-1}{2}}} + \frac{1}{k_2(1-p_2)2^{\frac{p_2-1}{2}}} + \\ & \frac{1}{k_3(q_1-1)2^{\frac{q_1-1}{2}}} + \frac{1}{k_4(1-q_2)2^{\frac{q_2-1}{2}}}. \end{aligned} \quad (16)$$

证明 SMNESO(5) 到达稳定状态的过程可以分为两个步骤:一是在趋近律(11)的作用下 SMNESO(5) 状态运动到滑模面(6)上;二是 SMNESO(5) 状态在滑模面(6)上继续运动,最终使估计误差 $e_1(t)$ 趋近于0.

step 1: 当 SMNESO(5) 状态远离滑模面(6)时,构造如下 Lyapunov 函数:

$$V_1(t) = \frac{1}{2} s^2. \quad (17)$$

对式(17)求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) &= s \dot{s} = \\ & -s(k_3 |s|^{q_1} \text{sign}(s) + k_4 q_1 \frac{q_1}{s^{2+q_2}} |s|^{q_2} \text{sign}(s)) + \\ & s(e_3(t) - \hat{e}_3 \text{sign}(s)) = \end{aligned}$$

$$-k_3|s|^{q_1+1} - k_4q_1^{\frac{q_1}{s^2+q_2}}|s|^{q_2+1} + e_3(t)s - \hat{e}_3|s|. \quad (18)$$

由于 $q_1 > 1, 0 < q_2 < 1$, 则 $q_1^{\frac{q_1}{s^2+q_2}} > 1$, 因此有

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) &< \\ &-k_3|s|^{q_1+1} - k_4|s|^{q_2+1} + e_3(t)s - \hat{e}_3|s| \leq \\ &-k_3|s|^{q_1+1} - k_4|s|^{q_2+1} - (\hat{e}_3 - e_3(t))|s| \leq \\ &-k_3|s|^{q_1+1} - k_4|s|^{q_2+1} = \\ &-k_3[(2V_1(t))^{\frac{1}{2}}]^{q_1+1} - k_4[(2V_1(t))^{\frac{1}{2}}]^{q_2+1} = \\ &-k_32^{\frac{q_1+1}{2}}V_1(t)^{\frac{q_1+1}{2}} - k_42^{\frac{q_2+1}{2}}V_1(t)^{\frac{q_2+1}{2}}. \end{aligned} \quad (19)$$

根据引理1可以得到, SMNESO(5)能在固定时间内收敛到滑模面(6)上, 此时的收敛时间为

$$\begin{aligned} T_1 &\leq \\ &\frac{1}{k_32^{\frac{q_1+1}{2}}\left(\frac{q_1+1}{2}-1\right)} + \frac{1}{k_42^{\frac{q_2+1}{2}}\left(1-\frac{q_2+1}{2}\right)} = \\ &\frac{1}{k_3(q_1-1)2^{\frac{q_1-1}{2}}} + \frac{1}{k_4(1-q_2)2^{\frac{q_2-1}{2}}}. \end{aligned} \quad (20)$$

step 2: 当 SMNESO(5) 状态在滑模面(6)上运动时有 $s = 0$, 故式(6)可以表示为

$$\dot{e}_1(t) = -k_1|e_1(t)|^{p_1}\text{sign}(e_1(t)) - k_2p_1^{\frac{p_1}{e_1^2(t)+p_2}}\chi(t). \quad (21)$$

定义如下 Lyapunov 函数:

$$V_2(t) = \frac{1}{2}e_1^2(t). \quad (22)$$

为了便于证明, 根据状态变量 $e_1(t)$ 的取值范围分别分析 SMNESO(5) 的收敛情况. 当 $|e_1(t)| \geq \eta$ 时, 式(22)的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) &= e_1(t)\dot{e}_1(t) = \\ &-k_1|e_1(t)|^{p_1+1} - k_2p_1^{\frac{p_1}{e_1^2(t)+p_2}}|e_1(t)|^{p_2+1}. \end{aligned} \quad (23)$$

由于 $p_1 > 1, 0 < p_2 < 1$, 则 $p_1^{\frac{p_1}{e_1^2(t)+p_2}} > 1$, 因此有

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) &< -k_1|e_1(t)|^{p_1+1} - k_2|e_1(t)|^{p_2+1} = \\ &-k_1[(2V_2(t))^{\frac{1}{2}}]^{p_1+1} - k_2[(2V_2(t))^{\frac{1}{2}}]^{p_2+1} = \\ &-k_12^{\frac{p_1+1}{2}}V_2(t)^{\frac{p_1+1}{2}} - k_22^{\frac{p_2+1}{2}}V_2(t)^{\frac{p_2+1}{2}}. \end{aligned} \quad (24)$$

根据引理1可以得到, 估计误差 $e_1(t)$ 能在固定时间 T_2 内收敛到 $|e_1(t)| < \eta$ 范围内, 此时 T_2 满足

$$\begin{aligned} T_2 &< \\ &\frac{1}{k_12^{\frac{p_1+1}{2}}\left(\frac{p_1+1}{2}-1\right)} + \frac{1}{k_22^{\frac{p_2+1}{2}}\left(1-\frac{p_2+1}{2}\right)} = \\ &\frac{1}{k_1(p_1-1)2^{\frac{p_1-1}{2}}} + \frac{1}{k_2(1-p_2)2^{\frac{p_2-1}{2}}}. \end{aligned} \quad (25)$$

当 $|e_1(t)| < \eta$ 时, 式(21)具有如下形式:

$$\begin{aligned} \dot{e}_1(t) &= \\ &-k_1|e_1(t)|^{p_1}\text{sign}(e_1(t)) - \\ &k_2p_1^{\frac{p_1}{e_1^2(t)+p_2}}(p_2-1)\eta^{p_2-2}(e_1(t))^2\text{sign}(e_1(t)) - \\ &k_2p_1^{\frac{p_1}{e_1^2(t)+p_2}}(2-p_2)\eta^{p_2-1}e_1(t). \end{aligned} \quad (26)$$

同理, 可以证得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) &= \\ &-k_1|e_1(t)|^{p_1+1} - k_2p_1^{\frac{p_1}{e_1^2(t)+p_2}}(p_2-1)\eta^{p_2-2}|e_1(t)|^3 - \\ &k_2p_1^{\frac{p_1}{e_1^2(t)+p_2}}(2-p_2)\eta^{p_2-1}|e_1(t)|^2 = \\ &-k_1|e_1(t)|^{p_1+1} - \\ &k_2p_1^{\frac{p_1}{e_1^2(t)+p_2}}(2-\eta^{-1}|e_1(t)|)\eta^{p_2-1}|e_1(t)|^2 - \\ &k_2p_1^{\frac{p_1}{e_1^2(t)+p_2}}p_2(\eta^{-1}|e_1(t)|-1)\eta^{p_2-1}|e_1(t)|^2. \end{aligned} \quad (27)$$

由于 $1 < 2 - \eta^{-1}|e_1(t)| \leq 2$ 和 $-1 \leq \eta^{-1}|e_1(t)| - 1 < 0$, 即

$$\dot{V}_2(t) < -k_1|e_1(t)|^{p_1+1} < 0, \quad (28)$$

被观测系统状态的估计误差 $e_1(t)$ 在 $|e_1(t)| < \eta$ 范围内能收敛到平衡状态.

综上所述, SMNESO(5)能在滑模非线性收敛函数 $E(e_1(t))$ 的作用下, 使估计误差在固定时间 T 内收敛到包含原点的较小邻域 $|e_1(t)| < \eta$ 内, 收敛时间 T 满足

$$\begin{aligned} T &= T_1 + T_2 < \\ &\frac{1}{k_1(p_1-1)2^{\frac{p_1-1}{2}}} + \frac{1}{k_2(1-p_2)2^{\frac{p_2-1}{2}}} + \\ &\frac{1}{k_3(q_1-1)2^{\frac{q_1-1}{2}}} + \frac{1}{k_4(1-q_2)2^{\frac{q_2-1}{2}}}, \end{aligned} \quad (29)$$

定理1成立. \square

定理2 若系统(2)的总扰动 $f(t)$ 满足其导数存在并且有界, $\beta_2 > 1, \hat{\varepsilon} > \hat{e}_3$, 则 SMNESO(5) 到达稳定状态时存在着稳态误差

$$|e_3(t)| \leq \frac{\hat{\varepsilon}}{\beta_2}. \quad (30)$$

证明 令 $e_2(t) = z_2(t) - x_2(t)$, 由式(2)和(5)可以得到如下误差方程:

$$\begin{cases} \dot{e}_1(t) = e_2(t) - \beta_1 e_1(t), \\ \dot{e}_2(t) = e_3(t) - E(e_1(t)), \\ \dot{e}_3(t) = -\varepsilon(t) - \beta_2 \text{sat}(E(e_1(t))), \hat{\varepsilon}, -\hat{\varepsilon}. \end{cases} \quad (31)$$

当 SMNESO(5) 稳定时, 可以得到

$$\begin{cases} \dot{e}_1(t) = e_2(t) - \beta_1 e_1(t) = 0, \\ \dot{e}_2(t) = e_3(t) - E(e_1(t)) = 0, \\ \dot{e}_3(t) = -\varepsilon(t) - \beta_2 \text{sat}(E(e_1(t)), \hat{\varepsilon}, -\hat{\varepsilon}) = 0. \end{cases} \quad (32)$$

此时 $|E(e_1(t))| = |e_3(t)| \leq \hat{e}_3 < \hat{\varepsilon}$, 计算得到稳态误差

$$\beta_2 |e_3(t)| = \varepsilon(t) \leq \hat{\varepsilon}, \quad (33)$$

即

$$|e_3(t)| = \frac{\varepsilon(t)}{\beta_2} \leq \frac{\hat{\varepsilon}}{\beta_2}. \quad (34)$$

定理2成立. □

注3 根据定理1, SMNESO(5)在滑模非线性收敛函数的控制下能够实现全局固定时间稳定, 并且进入稳定状态后, $z_3(t)$ 对 $x_3(t)$ 的稳态估计误差 $e_3(t)$ 能够收敛到式(34)所示的范围内, 误差的大小取决于被观测系统所受总扰动的大小和观测器增益参数 β_2 的值, 增大 β_2 能显著减小 $e_3(t)$, 提高SMNESO(5)的跟踪精度.

注4 传统LESO(3)和NESO(4)估计误差^[15]满足

$$|e_3(t)| \leq \frac{a_2 \hat{\varepsilon}}{a_3}, \quad (35)$$

其稳定性条件为 $a_1 a_2 > a_3$. 当 $a_1 = \beta_1, a_3 = \beta_2$ 和 $a_2 > 1$ 时, 对比式(30)和(35)可知, SMNESO(5)对被观测系统状态 $x_3(t)$ 的稳态估计误差为传统ESO的 $1/a_2$, 并且为了平衡跟踪精度和跟踪速度 a_2 不能过小. 因此, SMNESO(5)相比于传统LESO(3)和NESO(4)具有更高的跟踪精度.

3 仿真实验

下面利用ESO跟踪闭环二阶系统状态的仿真实验, 分析并对比SMNESO(5)、LESO(3)和NESO(4)对该系统状态的跟踪性能. 设有如下二阶系统模型:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t), \\ \dot{x}_2(t) = 3\sin(x_1(t) + x_2(t)) + \cos(0.6t) + 5\sin(\cos(t)) + x_1(t) + x_2(t) + u(t), \\ y(t) = x_1(t). \end{cases} \quad (36)$$

其中: 已知项 $g(x_1(t), x_2(t)) = 3\sin(x_1(t) + x_2(t))$, 未知项 $w(x_1(t), x_2(t)) = x_1(t) + x_2(t)$, 外部扰动 $d(t) = \cos(0.6t) + 5\sin(\cos(t))$, 则系统扩张状态 $x_3(t) = \cos(0.6t) + 5\sin(\cos(t)) + x_1(t) + x_2(t)$. 为了保持系统的稳定性, 设定控制目标为 $\bar{x}_1 = 5$, 采用如下PID控制器:

$$\begin{cases} \epsilon(t) = \bar{x}_1 - x_1(t), \\ u(t) = 5\epsilon(t) + 5\dot{\epsilon}(t) + 0.5 \int \epsilon(t) dt. \end{cases} \quad (37)$$

仿真实验采用Matlab软件, 仿真步长为固定步长 10^{-3} s. 系统初始条件 $x_1(0) = 3, x_2(0) = 0$. SMNESO(5)的设计采用了滑模控制方法, 与LESO(3)和NESO(4)的设计具有差异性, 这种差异性使它们在设定相同参数时难以同时反映自身的真实性能, 因此在ESO的参数选取中保持部分参数相同, 其余参数通过多次仿真选择最优值.

实验1 设计基于系统(36)的LESO(3), 选取参数 $a_1 = 50, a_2 = 200, a_3 = 1500$. LESO(3)对系统(36)状态的跟踪情况如图2所示. 可以看出, LESO(3)能够较快地跟踪上 $x_1(t)$, 但是对 $x_2(t)$ 和 $x_3(t)$ 的跟踪速度较慢, 估计误差较大, 调节时间较长, 存在反复震荡的情况.

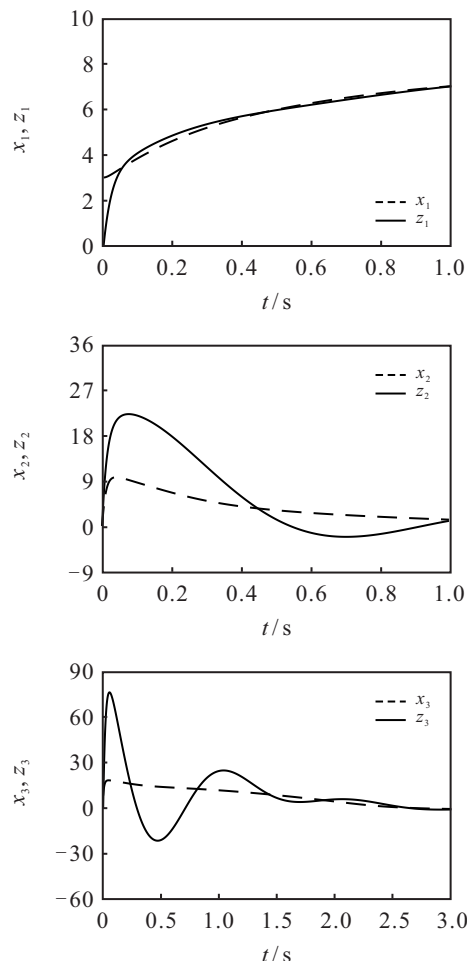


图2 LESO(3)对系统(36)状态的跟踪曲线

实验2 设计基于系统(36)的NESO(4), 选取参数 $a_1 = 50, a_2 = 200, a_3 = 1500, j_1 = 0.5, j_2 = 0.25, l_1 = 0.1, l_2 = 0.1$. NESO(4)对系统(36)状态的跟踪情况如图3所示. 可以看出, NESO(4)对于被观测系统状态的跟踪速度较快, 估计误差较小, 调节时间较

短,但是NESO(4)到达稳定状态的过程中,初始时刻的震荡幅度较大,跟踪效果较差.

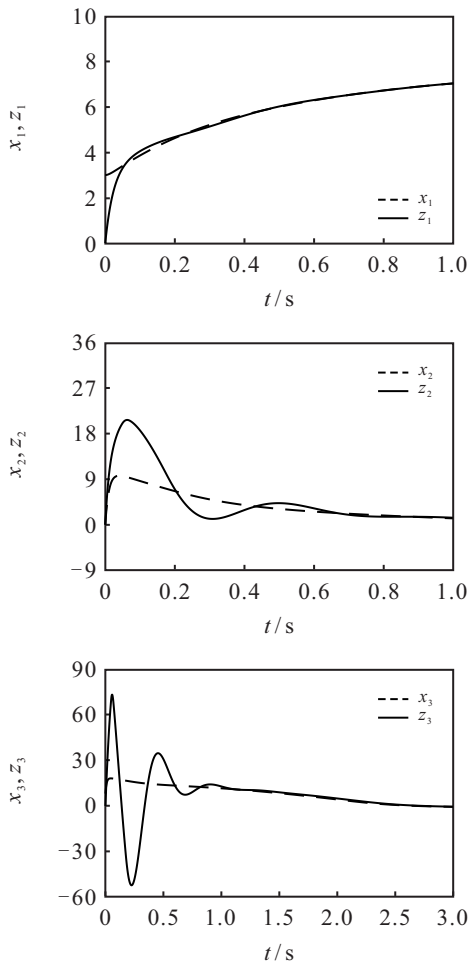


图3 NESO(4)对系统(36)状态的跟踪曲线

实验3 设计基于系统(36)的SMNESO(5),选取参数 $\beta_1 = 50, \beta_2 = 50, k_1 = 20, k_2 = 20, k_3 = 20, k_4 = 20, p_1 = 1.2, p_2 = 0.8, q_1 = 1.2, q_2 = 0.8, \hat{e}_3 = 0.2, \hat{\varepsilon} = 10, \eta = 0.001, \nu = 0.0006$. SMNESO(5)对系统(36)状态的跟踪情况如图4所示.可以看出,采用SMNESO(5)能够在极短时间内使 $z_1(t), z_2(t)$ 和 $z_3(t)$ 快速、准确地跟踪上 $x_1(t), x_2(t)$ 和 $x_3(t)$,并且在跟踪过程中震荡幅度较小,次数较少,这反映了SMNESO(5)具有极好的动态性能和稳态性能.

3种ESO对系统(36)状态的估计误差曲线如图5所示,跟踪时间和总误差分别如表1和表2所示.此处为了便于比较不同ESO对系统(36)状态的跟踪速度和跟踪精度,定义跟踪时间为 $x_1(t), x_2(t)$ 和 $x_3(t)$ 的估计误差分别进入 $\pm 0.04, \pm 0.5$ 和 ± 2 的范围内且不出该范围的时间,定义总误差为 $0 \sim 3$ s内的估计误差绝对值之和.

将实验3的参数代入定理1和定理2,可以得到SMNESO(5)状态的理论收敛时间 $T_0 = 1.01$ s,跟踪

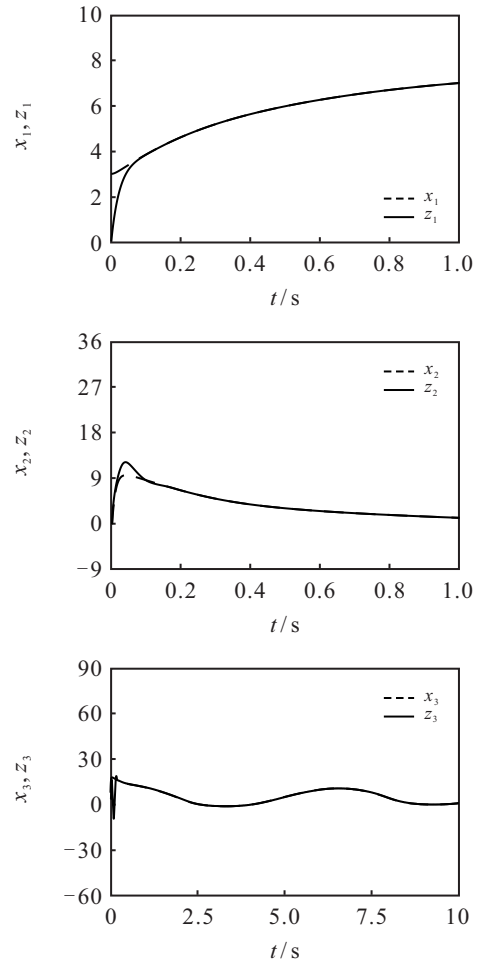


图4 SMNESO(5)对系统(36)状态的跟踪曲线

表1 ESO跟踪系统(36)状态的跟踪时间 单位:s

| 实验 | $x_1(t)$ 跟踪时间 | $x_2(t)$ 跟踪时间 | $x_3(t)$ 跟踪时间 |
|----|---------------|---------------|---------------|
| 1 | 0.92 | 1.57 | 2.37 |
| 2 | 0.40 | 0.62 | 0.95 |
| 3 | 0.08 | 0.09 | 0.18 |

表2 ESO跟踪系统(36)状态的总误差

| 实验 | $ x_1(t) $ 总误差 | $ x_2(t) $ 总误差 | $ x_3(t) $ 总误差 |
|----|----------------|----------------|----------------|
| 1 | 184 | 7066 | 31240 |
| 2 | 93 | 2398 | 20345 |
| 3 | 59 | 142 | 2782 |

$x_3(t)$ 的理论稳态误差 $|e_{30}(t)| \leq 0.2$. 从图5和表1可以看出,此时SMNESO(5)对 $x_3(t)$ 的跟踪时间为 0.18 s,仿真时间 0.4 s后的估计误差为 $|e_3(t)| \leq 0.191$,验证了定理1和定理2的正确性.

从图5、表1和表2中可以看出,与NESO(4)相比,采用SMNESO(5)使跟踪时间从 0.40 s、 0.62 s和 0.95 s分别降低到 0.08 s、 0.09 s和 0.18 s,跟踪时间降低比

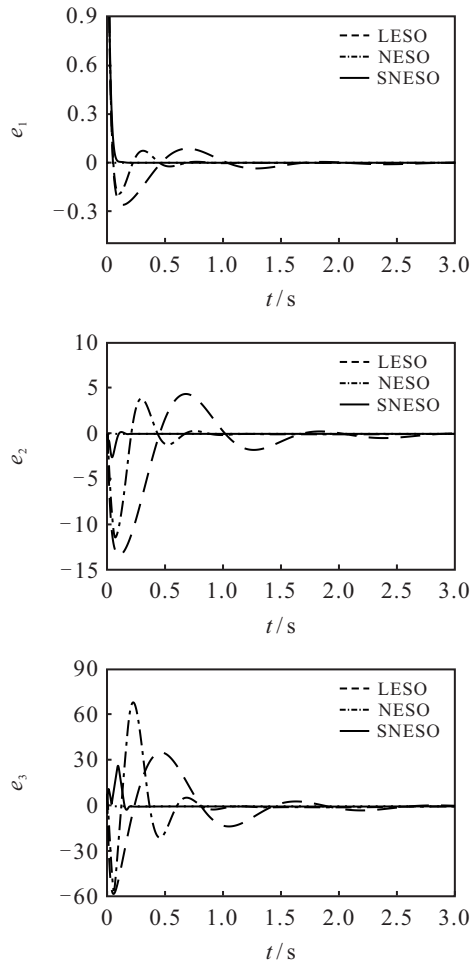


图5 ESO对系统(36)的状态估计误差曲线

例分别为80.0%、85.4%和81.0%,并且估计总误差从93、2398和20345分别降低到59、142和2782,总误差降低比例分别为36.5%、94.1%和86.3%。因此,SMNESO(5)对系统(36)状态的跟踪具有更快的跟踪速度和更高的跟踪精度,相较于传统ESO具有明显的性能提升。

4 结论

为了提高传统ESO对系统状态的跟踪速度和跟踪精度,本文首先提出了一种新型固定时间收敛滑模面和新型固定时间收敛趋近律;然后基于滑模控制方法设计了一种固定时间收敛的SMNESO,并通过理论计算得到SMNESO收敛时间上界以及其对扰动的估计误差上界;最后通过仿真验证了所提出定理的正确性。本文系统性地提出了基于滑模的NESO设计方法,为ESO的设计与研究提供了重要的研究方向和工程应用参考依据。相较于传统ESO,SMNESO对系统状态的跟踪速度和跟踪精度具有显著优势,可以将其应用于参数变化快、扰动强的实时控制系统,如无人艇航行控制系统、无人车驾驶控制系统、无人机飞行控制系统等,以实现更高效、更稳定的控制。

参考文献(References)

- [1] 李杰,齐晓慧,万慧,等.自抗扰控制:研究成果总结与展望[J].控制理论与应用,2017,34(3):281-295.
(Li J, Qi X H, Wan H, et al. Active disturbance rejection control: Theoretical results summary and future researches[J]. Control Theory & Applications, 2017, 34(3): 281-295.)
- [2] Han J Q. From PID to active disturbance rejection control[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2009, 56(3): 900-906.
- [3] 王怡怡,赵志良.二自由度无人直升机的非线性自抗扰姿态控制[J].自动化学报,2021,47(8):1951-1962.
(Wang Y Y, Zhao Z L. Nonlinear active disturbance rejection attitude control of two-DOF unmanned helicopter[J]. Acta Automatica Sinica, 2021, 47(8): 1951-1962.)
- [4] Chen S, Chen Z X. On active disturbance rejection control for a class of uncertain systems with measurement uncertainty[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2021, 68(2): 1475-1485.
- [5] 刘俊杰,陈增强,孙明玮,等.自抗扰控制在推力矢量飞机大迎角机动中的应用[J].工程科学学报,2019,41(9):1187-1193.
(Liu J J, Chen Z Q, Sun M W, et al. Application of active disturbance rejection control in high-angle-of-attack maneuver for aircraft with thrust vector[J]. Chinese Journal of Engineering, 2019, 41(9): 1187-1193.)
- [6] 周涛.永磁同步电机调速系统的自抗扰控制[J].光学精密工程,2016,24(3):582-589.
(Zhou T. Active disturbance rejection control of speed governing system for PMSM[J]. Optics and Precision Engineering, 2016, 24(3): 582-589.)
- [7] 宋吉广,王继铭,梁利华,等.舵鳍联合自抗扰主从控制策略设计[J].控制理论与应用,2021,38(2):264-274.
(Song J G, Wang J M, Liang L H, et al. Active disturbance rejection master-slaver strategy for rudder and fin integrated control[J]. Control Theory & Applications, 2021, 38(2): 264-274.)
- [8] Yu W Z, Xu H X, Han X, et al. Fault-tolerant control for dynamic positioning vessel with thruster faults based on the neural modified extended state observer[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2021, 51(9): 5905-5917.
- [9] Gu N, Wang D, Peng Z, et al. Safety-critical containment maneuvering of underactuated autonomous surface vehicles based on neurodynamic optimization with control barrier functions[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2023, 34(6): 2882-2895.

- [10] Chen Q, Zhou Y, Ahn S, et al. Robustly string stable longitudinal control for vehicle platoons under communication failures: A generalized extended state observer-based control approach[J]. *IEEE Transactions on Intelligent Vehicles*, 2023, 8(1): 159-171.
- [11] 鄢化彪, 徐炜宾, 黄绿娥. 基于改进ADRC的四旋翼姿态控制器设计[J]. *北京航空航天大学学报*, 2023, 49(12): 3283-3292.
(Yan H B, Xu W B, Huang L E. Design of quadrotor attitude controller based on improved ADRC[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2023, 49(12): 3283-3292.)
- [12] Zhou R, Fu C F, Tan W. Implementation of linear controllers via active disturbance rejection control structure[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2021, 68(7): 6217-6226.
- [13] 周涛. 基于反双曲正弦函数的扩张状态观测器[J]. *控制与决策*, 2015, 30(5): 943-946.
(Zhou T. Extended state observer based on inverse hyperbolic sine function[J]. *Control and Decision*, 2015, 30(5): 943-946.)
- [14] 孙佃升, 章跃进. 线性扩张状态观测器的改进及观测精度分析[J]. *国防科技大学学报*, 2017, 39(6): 111-117.
(Sun D S, Zhang Y J. Improvement and observation accuracy analysis of linear extended state observer[J]. *Journal of National University of Defense Technology*, 2017, 39(6): 111-117.)
- [15] 孙佃升, 章跃进. 一种抑制初始微分峰值现象的改进型三阶时变参数扩张状态观测器[J]. *电机与控制学报*, 2017, 21(9): 55-62.
(Sun D S, Zhang Y J. Improved third-order time-varying parameters nonlinear ESO restraining the derivative peaking phenomenon[J]. *Electric Machines and Control*, 2017, 21(9): 55-62.)
- [16] 蒲明, 刘鹏, 熊皓. Fal函数的改进及3种新型非线性扩张状态观测器[J]. *控制与决策*, 2021, 36(7): 1655-1662.
(Pu M, Liu P, Xiong A. Advanced fal function and three novel nonlinear extended state observers[J]. *Control and Decision*, 2021, 36(7): 1655-1662.)
- [17] Xu W, Junejo A K, Liu Y, et al. An efficient antidisturbance sliding-mode speed control method for PMSM drive systems[J]. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2021, 36(6): 6879-6891.
- [18] 雷城, 蓝益鹏, 徐泽来, 等. 一种新型复合滑模趋近律设计与分析[J]. *控制与决策*, 2023, 38(2): 435-440.
(Lei C, Lan Y P, Xu Z L, et al. Design and analysis of a new compound sliding mode reaching law[J]. *Control and Decision*, 2023, 38(2): 435-440.)
- [19] 刘京, 李洪文, 邓永停. 基于新型趋近律和扰动观测器的永磁同步电机滑模控制[J]. *工程科学学报*, 2017, 39(6): 933-944.
(Liu J, Li H W, Deng Y T. PMSM sliding-mode control based on novel reaching law and disturbance observer[J]. *Chinese Journal of Engineering*, 2017, 39(6): 933-944.)
- [20] Zhang L, Wei C Z, Wu R, et al. Fixed-time extended state observer based non-singular fast terminal sliding mode control for a VTVL reusable launch vehicle[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2018: 82-83.

作者简介

刘俊(1980—), 男, 教授, 博士, 主要研究方向为自抗扰控制、多智能体系统协调控制, E-mail: liujun@cuit.edu.cn;

谭锦浩(2000—), 男, 硕士生, 主要研究方向为自抗扰控制, E-mail: tanjinhaoxueshu@126.com;

蒲明(1981—), 男, 讲师, 博士, 主要研究方向为滑模控制、有限时间控制, E-mail: puming@cuit.edu.cn;

张葛祥(1974—), 男, 教授, 博士, 主要研究方向为模式识别与智能系统, E-mail: zhgx Dylan@126.com;

但志宏(1973—), 男, 研究员, 硕士, 主要研究方向为航空发动机高空模拟技术, E-mail: 406679678@qq.com;

郭戈(1972—), 男, 教授, 博士, 主要研究方向为信息物理融合系统、智能交通出行系统, E-mail: geguo@yeah.net.