

# 控制与决策

Control and Decision

## 考虑输入饱和的不确定机械臂系统固定时间阻抗控制

周玥欣, 于金鹏, 刘加朋, 宿俊浩, 于海生

引用本文:

周玥欣, 于金鹏, 刘加朋, 等. 考虑输入饱和的不确定机械臂系统固定时间阻抗控制[J]. 控制与决策, 2024, 39(12): 3919–3926.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2023.1146>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### 基于时间延时估计和自适应模糊滑模控制器的双机械臂协同阻抗控制

Coordinated impedance control for dual-arm robots based on time delay estimation and adaptive fuzzy sliding mode controller  
控制与决策. 2021, 36(6): 1311–1323 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1701>

#### 线控转向系统的自适应高阶滑模控制

Adaptive higher-order sliding mode control for SbW system  
控制与决策. 2021, 36(6): 1529–1536 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1526>

#### 多航天器系统分布式固定时间输出反馈姿态协同跟踪控制

Distributed fixed-time output feedback attitude coordination tracking control for multiple rigid spacecraft  
控制与决策. 2021, 36(5): 1049–1058 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0968>

#### 带输入饱和的不确定非线性系统自适应模糊触发式补偿控制

Adaptive fuzzy trigger compensation control for uncertain nonlinear system with input saturation  
控制与决策. 2021, 36(12): 3007–3014 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0907>

#### 基于反演算法的严格反馈非线性系统固定时间跟踪控制

Fixed-time tracking control for strict-feedback nonlinear systems based on backstepping algorithm  
控制与决策. 2021, 36(1): 173–179 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0658>

# 考虑输入饱和的不确定机械臂系统固定时间阻抗控制

周玥欣, 于金鹏<sup>†</sup>, 刘加朋, 宿俊浩, 于海生

(青岛大学 自动化学院, 山东 青岛 266071)

**摘要:** 针对机械臂系统力/位混合控制问题, 提出一种固定时间模糊自适应阻抗控制方法. 首先, 利用固定时间自适应模糊反步法处理机械臂系统的未建模动态; 其次, 构造固定时间命令滤波器实现对虚拟控制函数的有效逼近, 并引入误差补偿机制消除滤波误差; 同时, 设计固定时间抗饱和器消除饱和对系统性能的影响, 稳定性分析表明闭环系统所有信号都是固定时间有界的; 最后, 通过仿真实验验证了所提出的控制策略的有效性.

**关键词:** 输入饱和; 机械臂; 固定时间稳定; 阻抗控制; 模糊自适应控制

中图分类号: TP13 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2023.1146

引用格式: 周玥欣, 于金鹏, 刘加朋, 等. 考虑输入饱和的不确定机械臂系统固定时间阻抗控制 [J]. 控制与决策, 2024, 39(12): 3919-3926.

## Fixed time impedance control for uncertain manipulator systems with input saturation

ZHOU Yue-xin, YU Jin-peng<sup>†</sup>, LIU Jia-peng, SU Jun-hao, YU Hai-sheng

(School of Automation, Qingdao University, Qingdao 266071, China)

**Abstract:** A fixed-time fuzzy adaptive impedance control method is proposed to solve the problem of force/position hybrid control for manipulator systems. Firstly, the unmodeled dynamics of the manipulator system are processed by combining the adaptive fuzzy and fixed time backstepping method. Then, the virtual control function is approximated effectively by the fixed-time command filter, and the error compensation mechanism is introduced to eliminate the filtering error. At the same time, the fixed time anti-saturator is designed to eliminate the influence of saturation on the system performance. The stability analysis shows that all signals of the closed loop system are fixed time bounded. Finally, the effectiveness of the proposed control strategy is verified by simulation.

**Keywords:** input saturation; robotic manipulator; fixed-time stability; impedance control; fuzzy adaptive control

## 0 引言

随着工业生产的不断发展, 机械臂接触式工作任务得到越来越广泛的应用. 在复杂装配、抛光、打磨等任务中, 不仅需要控制机械臂的运动轨迹, 还需要考虑其对接触面的作用力. 因此, 机械臂末端的力/位混合控制成为了当前的研究热点.

阻抗控制<sup>[1]</sup>是一种常用的实现机械臂末端作用力与位置控制的方法. 该方法基本原理为建立阻抗控制模型, 通过设计阻抗控制模型参数, 获得跟踪误差与环境之间接触力的阻抗关系<sup>[2-3]</sup>. 文献[4]利用卡尔曼滤波算法优化传统阻抗控制器, 以达到期望的恒力控制效果. 文献[5]针对打磨机械臂, 设计了自适应阻抗控制算法, 提高了系统对未知环境的精度. 在模

型参数已知的情况下, 阻抗控制可以很好地实现机械臂系统的控制. 然而, 在实际系统中通常会存在不确定性, 这会导致传统反步控制方法性能下降.

文献[6]利用模糊逻辑系统处理机械臂系统中的不确定项, 提高系统的鲁棒性; 文献[7]使用模糊自适应技术解决了机械臂系统中未知模型参数的问题, 并设计了阻抗控制器, 但存在响应速度较慢等问题; 文献[8]提出了一种新的分散迭代学习协同阻抗控制; 文献[9]提出了机器人协同运输的自适应阻抗控制器, 实现平滑控制. 但是, 以上文献均未考虑系统收敛速度的问题. 为了提高系统的控制性能, 文献[10]提出了一种固定时间滑模阻抗控制器, 但出现了抖振问题, 同时也无法解决离心力和科里奥利力矩阵

收稿日期: 2023-08-13; 录用日期: 2024-02-14.

基金项目: 教育部“长江学者奖励计划”特聘教授项目(T2022265); 山东省重大专项项目(2022CXGC020901).

责任编辑: 方勇纯.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: yjp1109@126.com.

$C(q, \dot{q})$ 为未知的情况. 综上, 在目前现有的研究中, 关于不确定机械臂系统固定时间阻抗控制问题的研究还很少.

针对上述讨论, 本文提出一种抗饱和的不确定机械臂系统固定时间命令滤波阻抗控制方法. 本控制方法具有以下优点:

1) 采用自适应模糊逻辑系统及固定时间反步法, 解决了系统中的不确定性问题, 并实现了对系统的力/位混合控制. 与文献[11]相比, 系统有更快的收敛速度和更小的跟踪误差.

2) 与文献[10]相比, 本文采用命令滤波控制技术并结合误差补偿机制, 实现对虚拟控制函数的有效逼近, 消除了滤波误差, 提高了系统的跟踪效果.

3) 设计了固定时间抗饱和器, 解决了因输入饱和带来的控制器设计难题, 从而构造出真实控制律, 实现了系统固定时间稳定.

## 1 系统的数学模型

一个关节刚性机械臂系统动力学模型<sup>[12]</sup>为

$$D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = u - J^T(q)\tau_e. \quad (1)$$

其中:  $u \in R^{m \times 1}$  是关节输入力矩;  $D(q) \in R^{m \times m}$ 、 $C(q, \dot{q}) \in R^{m \times m}$ 、 $G(q) \in R^{m \times 1}$  的定义可参考文献[10], 这里  $C(q, \dot{q})$ 、 $G(q)$  为系统不确定项;  $J(q) \in R^{n \times m}$  是雅可比转换矩阵;  $\tau_e \in R^{n \times 1}$  是未知环境对机械臂末端施加的约束力向量, 当机械臂末端在自由空间移动时,  $\tau_e = 0$ ;  $n$  是机械臂的运动空间维数,  $m$  是机械臂的自由度.

机械臂末端位置与环境接触力的阻抗关系<sup>[13]</sup>为

$$M_d \ddot{E} + B_d \dot{E} + K_d E = \tau_e. \quad (2)$$

其中:  $E = x_d - x$ ,  $x_d = [x_{d1}, x_{d2}, \dots, x_{dn}]^T \in R^n$  是命令轨迹, 当  $x$  精确地跟踪上期望轨迹  $x_r$  时, 有  $x = x_r$ ;  $M_d$ 、 $B_d$ 、 $K_d \in R^{n \times n}$  分别表示机械臂期望的惯性矩阵、阻尼矩阵和刚性矩阵, 是由用户自定义的正对角矩阵,  $M_d$ 、 $B_d$ 、 $K_d$  的选取决定了机械臂末端接触力  $\tau_e$  与位置误差  $E$  之间的阻抗关系.

经过坐标变换  $\dot{q} = J^{-1}(q)\dot{x}$ , 并将  $\ddot{q} = J^{-1}(q)\ddot{x} - J^{-1}(q)\dot{J}(q)J^{-1}(q)\dot{x}$  代入式(1)中可得

$$D_x \ddot{x} + C(x, \dot{x})\dot{x} + G_x = \tau - \tau_e. \quad (3)$$

其中

$$D_x = J^{-T}(q)D(q)J^{-1}(q),$$

$$C(x, \dot{x}) =$$

$$J^{-T}(q)(C(q, \dot{q}) - D(q)J^{-1}(q)\dot{J}(q))J^{-1}(q),$$

$$G_x = J^{-T}(q)G(q), \quad \tau = J^{-T}(q)u.$$

定义  $x_1 = x = [x_{11}, \dots, x_{1n}]^T$ ,  $x_2 = \dot{x}_1 =$

$[x_{21}, \dots, x_{2n}]^T$ ,  $x, \dot{x} \in R^{n \times 1}$  分别表示机械臂末端在笛卡尔空间的位置和速度. 式(3)可以改写为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = D_x^{-1}[S(\tau) - \tau_e - C(x_1, x_2)x_2 - G_x]. \end{cases} \quad (4)$$

其中  $S(\tau) = [S(\tau_1), \dots, S(\tau_n)]^T$  是受到饱和和非线性影响的控制输入<sup>[14]</sup>, 可表示为

$$S(\tau_i) = \text{sat}(\tau_i) = \begin{cases} \tau_i \max, & \tau_i \geq \tau_i \max; \\ \tau_i, & \tau_i \min < \tau_i < \tau_i \max; \\ \tau_i \min, & \tau_i \leq \tau_i \min. \end{cases} \quad (5)$$

这里  $\tau_i \max > 0$  和  $\tau_i \min < 0$  分别表示控制输入信号  $\tau_i$  的最大值和最小值. 上述输入饱和和非线性是不光滑的, 存在两个尖端, 无法直接设计控制输入. 为了处理输入饱和和非线性, 可将  $S(\tau)$  写为  $S(\tau) = H(\tau) + Y(\tau)$ .  $Y(\tau)$  和  $H(\tau)$  的定义可参考文献[11].

本文提出带有固定时间抗饱和器的机械臂命令滤波阻抗控制方法, 以实现机械臂末端的力/位控制, 解决了当控制输入存在输入饱和时系统性能明显下降的问题, 且利用模糊逻辑系统处理了系统中的未建模动态. 控制目标为设计控制输入转矩  $\tau$  实现机械臂连杆位置  $x_1$  对命令轨迹  $x_d$  的跟踪控制.

**假设1** 命令轨迹  $x_d$  是连续有界的, 且其一阶、二阶导数连续有界.

**引理1** 考虑一个非线性系统  $\dot{x}(t) = f(x)$ , 给定一个有界初值  $x(0) = x_0$ , 若存在一个连续可微的正定函数  $W(x)$  满足不等式<sup>[15]</sup>

$$\dot{W}(x) \leq -\mu_1 W^p(x) - \mu_2 W^q(x) + \mu_3,$$

则该非线性系统是半全局固定时间一致最终有界的, 且收敛时间为

$$T_{fix} \leq \frac{1}{\mu_1 \iota (1-p)} + \frac{1}{\mu_2 \iota (q-1)}, \quad 0 < \iota < 1.$$

其中:  $\mu_1 > 0$ ,  $\mu_2 > 0$ ,  $0 < \mu_3 < \infty$ ,  $0 < p < 1$ ,  $q > 1$ .

**引理2** 当  $p > 0$ ,  $q > 0$ , 且  $\kappa(\mu, v) > 0$  是一个实值函数时, 以下不等式<sup>[15]</sup>成立:

$$|\mu|^p |v|^q \leq \frac{p\kappa(\mu, v)|\mu|^{p+q}}{p+q} + \frac{q\kappa(\mu, v)|v|^{p+q}}{p+q}.$$

**引理3** 对于任意  $c > 0$ ,  $s \leq c$ ,  $p \geq 0$ ,  $q > 0$ ,  $k > 0$ , 以下不等式<sup>[16]</sup>成立:

$$s^{1+k} - c^{1+k} \leq (c-s)^{1+k},$$

$$p^k (q-p) \leq \frac{1}{1+k} (q^{1+k} - p^{1+k}).$$

**引理4** 对于任意的  $v_i \in R$ ,  $i = 1, \dots, n$ , 有<sup>[16]</sup>

$$\left( \sum_{i=1}^n |v_i| \right)^m \leq \sum_{i=1}^n |v_i|^m, \quad 0 < m \leq 1;$$

$$n^{1-k} \left( \sum_{i=1}^n |v_i| \right)^k \leq \sum_{i=1}^n |v_i|^k, \quad k > 1.$$

**引理5** 本文采用固定时间命令滤波器,定义<sup>[17]</sup>如下:

$$\begin{cases} \dot{z}_{i,1} = z_{i,2} - R_{i,1}(\text{sig}(\sigma_{i,0})^{\frac{1}{2}} + u_i \text{sig}(\sigma_{i,0})^{\frac{3}{2}}), \\ \dot{z}_{i,2} = \\ -R_{i,2} \left( \frac{1}{2} \text{sign}(\sigma_{i,0}) + 2u_i \sigma_{i,0} + \frac{3}{2} u_i^2 \text{sig}(\sigma_{i,0})^2 \right). \end{cases}$$

其中:  $x_{i,c} = z_{i,1}$  为滤波器的输出;  $\alpha_i$  为滤波器的输入;  $\sigma_{i,0} = z_{i,1} - \alpha_i$ ;  $R_{i,1}$ 、 $R_{i,2}$ 、 $u_i$  为滤波器参数;  $\text{sig}(\sigma_{i,0})^\beta = |\sigma_{i,0}|^\beta \text{sign}(\sigma_{i,0})$ ,  $\beta = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, 2$ .

## 2 控制器设计

带有输入饱和的机械臂固定时间命令滤波反步阻抗控制系统如图1所示.

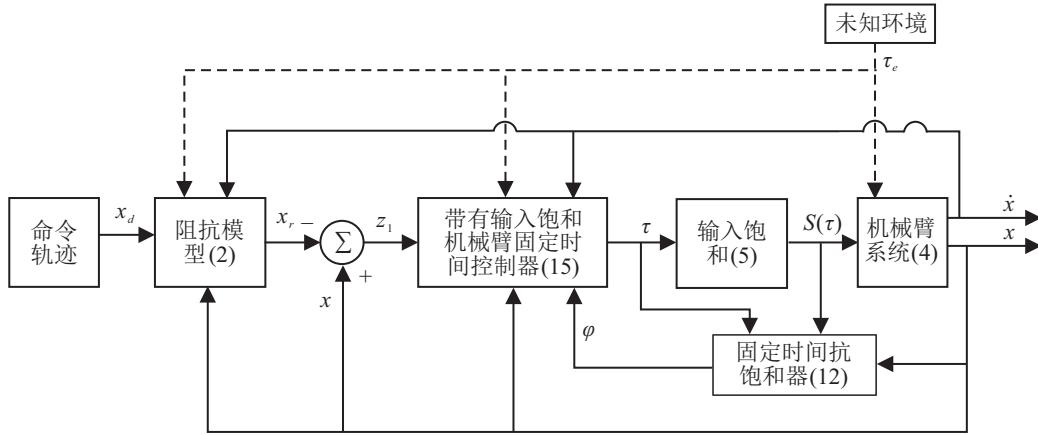


图1 控制系统

定义误差变量

$$\begin{cases} z_1 = x_1 - x_r, \\ z_2 = x_2 - x_{1,c}. \end{cases} \quad (6)$$

其中:  $x_r$  为给定的期望信号,  $x_{1,c}$  为滤波器输出信号. 定义补偿后的误差

$$\begin{cases} v_1 = z_1 - \xi_1, \\ v_2 = z_2 - \xi_2 - \varphi. \end{cases} \quad (7)$$

其中  $\varphi$  是为处理输入饱和和效应而设计的固定时间抗饱和器信号. 虚拟控制律和滤波误差补偿信号的具体形式都将在以下设计过程中给出.

**step 1:** 根据反步法基本原理, 将 Lyapunov 函数的选取与控制器的设计相结合, 通过设计虚拟控制律, 最终递归设计出真正的控制输入. 因此, 选取 Lyapunov 函数为  $V_1 = \frac{1}{2} v_1^T v_1$ , 求得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= v_1^T \dot{v}_1 = v_1^T (\dot{x}_1 - \dot{x}_r - \dot{\xi}_1) = \\ &v_1^T (x_2 - x_{1,c} + x_{1,c} - \alpha_1 + \alpha_1 - \dot{x}_d - \dot{\xi}_1). \end{aligned} \quad (8)$$

设计虚拟控制律和误差补偿信号为

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \dot{x}_r - c_{11} v_1^p - c_{12} v_1^q, \\ \dot{\xi}_1 &= -\alpha_1 + x_{1,c} - g_{11} \xi_1^p - g_{12} \xi_1^q + \xi_2 + \varphi. \end{aligned} \quad (9)$$

**注1** 与文献[14]相比, 在滤波误差补偿信号中引入抗饱和信号  $\varphi$ , 解决了因输入饱和带来的控制器设计难题. 其中:  $c_{11}, c_{12}, g_{11}, g_{12} > 0$  为系统控制增益;  $0 < p < 1, q > 1$  为正常数.

将式(9)代入(8)得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= -v_1^T c_{11} v_1^p - v_1^T c_{12} v_1^q + \\ &v_1^T g_{11} \xi_1^p + v_1^T g_{12} \xi_1^q + v_1^T v_2. \end{aligned} \quad (10)$$

**step 2:** 选取 Lyapunov 函数  $V_2 = V_1 + \frac{1}{2} v_2^T v_2 + \frac{1}{2\eta} \tilde{\theta}^2$ , 求得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= v_2^T [D_x^{-1}(S(\tau) - \tau_e - C_x x_2 - G_x) - \\ &\dot{x}_{1,c} - \dot{\xi}_2 - \dot{\varphi}] + \dot{V}_1 - \frac{1}{\eta} \tilde{\theta} \dot{\tilde{\theta}}, \end{aligned} \quad (11)$$

其中  $S(\tau) = H(\tau) + Y(\tau)$  是一个带有饱和的非线性函数. 传统的控制方法会导致系统的性能下降, 甚至会出现跟踪不上期望信号的情况. 为了解决其影响, 设计如下的固定时间抗饱和器:

$$\dot{\varphi} = D_x^{-1}(-k_\varphi \varphi^p - k_\varphi \varphi^q + H(\tau) - \tau), \quad (12)$$

其中  $k_\varphi > 0$  为控制增益. 将式(12)代入(11)中可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= v_2^T [D_x^{-1}(\tau + Y(\tau) + k_\varphi \varphi^p + k_\varphi \varphi^q - \\ &\tau_e) - f(Z) - \dot{x}_{1,c} - \dot{\xi}_2] + \dot{V}_1 - \frac{1}{\eta} \tilde{\theta} \dot{\tilde{\theta}}, \end{aligned} \quad (13)$$

其中  $f(Z) = D_x^{-1}(C_x x_2 + G_x)$ . 系统中存在未建模动态  $C_x, G_x$ , 即  $f(Z)$  是未知的, 采用传统阻抗控制很难抑制其对系统的影响. 因此, 采用模糊逻辑系统来处理. 定义非线性函数  $f(Z) = [f_1(Z), \dots, f_n(Z)]^T$ . 根据万能逼近定理, 对于任意小的常数  $\varepsilon_i > 0$ , 存在模糊逻辑函数  $W_i^T S(Z)$ , 使得  $f_i(Z) = W_i^T S(Z) + \delta_i$ . 其中:  $\delta_i \leq \varepsilon_i, i = 1, \dots, n, n \in N^+, \delta_i$  为逼近误差. 由

杨氏不等式及  $v_2 = [v_{21}, \dots, v_{2n}]^T$  可得

$$v_2^T f(Z) = v_{21} f_1(Z) + \dots + v_{2n} f_n(Z) \leq \sum_{i=1}^n \left[ \frac{1}{2l^2} v_{2i}^2 \|W_i\|^2 S^T(Z) S(Z) + \frac{1}{2} \varepsilon_i^2 \right] + \frac{n}{2} l^2 + \frac{1}{2} v_2^T v_2, \quad (14)$$

其中  $l$  为常数, 且  $l > 0$ .

定义

$$\theta = \max\{\|W_1\|^2, \|W_2\|^2, \dots, \|W_n\|^2\},$$

估计误差  $\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta}$ ,  $\hat{\theta}$  是  $\theta$  的估计.

设计真实控制律  $\tau$ 、补偿信号  $\dot{\xi}_2$  和自适应律  $\dot{\hat{\theta}}$ :

$$\tau = \tau_e - k_\varphi \varphi^p - k_\varphi \varphi^q + D_x \left( \dot{x}_{1,c} - \frac{1}{2l^2} v_2 \hat{\theta} S^T(Z) S(Z) - c_{21} v_2^p - c_{22} v_2^q - \frac{1}{2} v_2 - z_1 \right), \quad (15)$$

$$\dot{\xi}_2 = -\xi_1 - g_{21} \xi_2^p - g_{22} \xi_2^q, \quad (16)$$

$$\dot{\hat{\theta}} = -m_{11} \hat{\theta}^p - m_{12} \hat{\theta}^q + \frac{\eta}{2l^2} v_2^T v_2 S^T(Z) S(Z). \quad (17)$$

其中:  $c_{21}, c_{22}, g_{21}, g_{22} > 0$  为控制增益,  $m_{11}, m_{12} > 0$  为修正参数,  $\eta > 0$  为正常数.

**注2** 与文献[7]和文献[11]相比, 本文设计的控制律  $\tau$ 、补偿信号  $\dot{\xi}_2$  和自适应律  $\dot{\hat{\theta}}$  中引入了次幂项, 实现了固定时间稳定, 提高了系统的收敛速度. 与文献[10]相比, 本文采用命令滤波反步法, 设计了补偿信号  $\dot{\xi}_2$ , 消除了滤波误差的影响. 本文只设计一个自适应律并采用命令滤波器, 简化了控制器的计算, 降低了计算负担.

将式(14)~(17)代入(13)可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & v_1^T (-c_{11} v_1^p - c_{12} v_1^q + g_{11} \xi_1^p + g_{12} \xi_1^q) + \\ & v_2^T (-c_{21} v_2^p - c_{22} v_2^q + g_{21} \xi_2^p + g_{22} \xi_2^q) + \frac{\eta}{2} l^2 + \\ & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 + \frac{m_{11}}{\eta} \tilde{\theta} \hat{\theta}^p + \frac{m_{12}}{\eta} \tilde{\theta} \hat{\theta}^q + v_2^T D_x^{-1} Y(\tau). \end{aligned} \quad (18)$$

**注3** 如何在系统不确定下构造出抗饱和器, 实现所有信号固定时间稳定是困难的. 因此, 通过构造抗饱和器  $\dot{\varphi}$ , 进而设计控制输入  $\tau$  和自适应律  $\dot{\hat{\theta}}$ , 能有效消除系统不确定项对其影响, 从而实现系统固定时间稳定.

### 3 稳定性分析

根据引理2, 可得如下不等式:

$$v_i^T \xi_i^m \leq \sum_{j=1}^n |v_{ij}| |\xi_{ij}|^m \leq$$

$$\frac{1}{1+m} \sum_{j=1}^n v_{ij}^{1+m} + \frac{m}{1+m} \sum_{j=1}^n \xi_{ij}^{1+m}. \quad (19)$$

其中:  $i = 1, 2, m = p, q$ .

根据引理3,  $\tilde{\theta} \hat{\theta}^m (m = p, q)$  可被计算为

$$\begin{aligned} \tilde{\theta} \hat{\theta}^m &= \hat{\theta}^m (\theta - \hat{\theta}) \leq \\ & \frac{1}{1+m} (\theta^{1+m} - \hat{\theta}^{1+m}) \leq \\ & \frac{1}{1+m} (\theta^{1+m} - (\theta - \tilde{\theta})^{1+m}) \leq \\ & -\frac{1}{1+m} \tilde{\theta}^{1+m} + \frac{2}{1+m} \theta^{1+m}. \end{aligned} \quad (20)$$

根据式(19)和(20), 可得  $\dot{V}_2$  为

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & -\left(c_{11} - \frac{g_{11}}{1+p}\right) \sum_{j=1}^n v_{1j}^{1+p} - \\ & \left(c_{12} - \frac{g_{12}}{1+q}\right) \sum_{j=1}^n v_{1j}^{1+q} + \\ & \frac{g_{11}p}{1+p} \sum_{j=1}^n \xi_{1j}^{1+p} + \frac{g_{12}q}{1+q} \sum_{j=1}^n \xi_{1j}^{1+q} - \\ & \left(c_{21} - \frac{g_{21}}{1+p}\right) \sum_{j=1}^n v_{2j}^{1+p} - \\ & \left(c_{22} - \frac{g_{22}}{1+q}\right) \sum_{j=1}^n v_{2j}^{1+q} + \\ & \frac{g_{21}p}{1+p} \sum_{j=1}^n \xi_{2j}^{1+p} + \frac{g_{22}q}{1+q} \sum_{j=1}^n \xi_{2j}^{1+q} - \\ & \frac{m_{11}}{\eta(1+p)} \tilde{\theta}^{1+p} - \frac{m_{12}}{\eta(1+q)} \tilde{\theta}^{1+q} + \\ & \frac{2m_{11}}{\eta(1+p)} \theta^{1+p} + \frac{2m_{12}}{\eta(1+q)} \theta^{1+q} + \\ & \frac{\eta}{2} l^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 + v_2^T D_x^{-1} Y(\tau). \end{aligned} \quad (21)$$

考虑补偿和抗饱和器信号的 Lyapunov 函数

$$V_3 = \frac{1}{2} \xi_1^T \xi_1 + \frac{1}{2} \xi_2^T \xi_2 + \frac{1}{2} \varphi^T \varphi, \quad (22)$$

对其求导, 并将式(9)、(16)、(17)代入(22)可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &= \xi_1^T (-\alpha_1 + x_{1,c}) - \xi_1^T g_{11} \xi_1^p - \xi_1^T g_{12} \xi_1^q + \\ & \xi_1^T \varphi - \xi_2^T g_{21} \xi_2^p - \xi_2^T g_{22} \xi_2^q - \varphi^T D_x^{-1} k_\varphi \varphi^p - \\ & \varphi^T D_x^{-1} k_\varphi \varphi^q + \varphi^T D_x^{-1} (H(\tau) - \tau). \end{aligned} \quad (23)$$

根据引理5可以得出

$$|x_{1,c} - \alpha_1| \leq \beta = [\beta_1, \dots, \beta_n]^T.$$

根据引理4和杨氏不等式可得

$$\begin{aligned} \xi_1^T (-\alpha_1 + x_{1,c}) &\leq \frac{1}{2} \xi_1^T \xi_1 + \frac{1}{2} \beta^T \beta \leq \\ & \frac{1}{2} (\xi_1^{1+q} + \xi_1^{1+p}) + \frac{1}{2} \beta^T \beta, \\ \xi_1^T \varphi &\leq \frac{1}{2} \xi_1^T \xi_1 + \frac{1}{2} \varphi^T \varphi \leq \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2}(\xi_1^{1+q} + \xi_1^{1+p}) + \frac{1}{2}(\varphi^{1+q} + \varphi^{1+p}), \\ & \varphi^T D_x^{-1}(H(\tau) - \tau) = \\ & \varphi^T D_x^{-1}(S(\tau) - Y(\tau) - \tau) = \\ & \varphi^T D_x^{-1}\Delta\tau - \varphi^T D_x^{-1}Y(\tau) \leq \\ & \frac{1}{2}\varphi^T\varphi + \frac{1}{2}\|D_x^{-1}\Delta\tau\|^2 + \frac{1}{2}\varphi^T\varphi + \frac{1}{2}\|D_x^{-1}Y(\tau)\|^2 \leq \\ & \varphi^{1+q} + \varphi^{1+p} + \frac{1}{2}\|D_x^{-1}\Delta\tau\|^2 + \frac{1}{2}\|D_x^{-1}Y(\tau)\|^2, \\ & v_2^T D_x^{-1}Y(\tau) \leq \frac{1}{2}v_2^T v_2 + \frac{1}{2}\|D_x^{-1}Y(\tau)\|^2 \leq \\ & \frac{1}{2}(v_2^{1+p} + v_2^{1+q}) + \frac{1}{2}\|D_x^{-1}Y(\tau)\|^2. \end{aligned} \tag{24}$$

选取 Lyapunov 函数

$$V = V_2 + V_3, \tag{25}$$

对其求导, 并将式(21)、(23)、(24)代入可得

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -\left(c_{11} - \frac{g_{11}}{1+p}\right) \sum_{j=1}^n v_{1j}^{1+p} - \\ & \left(c_{12} - \frac{g_{12}}{1+q}\right) \sum_{j=1}^n v_{1j}^{1+q} - \\ & \left(c_{21} - \frac{g_{21}}{1+p} - \frac{1}{2}\right) \sum_{j=1}^n v_{2j}^{1+p} - \\ & \left(c_{22} - \frac{g_{22}}{1+q} - \frac{1}{2}\right) \sum_{j=1}^n v_{2j}^{1+q} - \\ & \left(\frac{g_{11}}{1+p} - 1\right) \sum_{j=1}^n \xi_{1j}^{1+p} - \left(\frac{g_{12}}{1+q} - 1\right) \sum_{j=1}^n \xi_{1j}^{1+q} - \\ & \frac{g_{21}}{1+p} \sum_{j=1}^n \xi_{2j}^{1+p} - \frac{g_{22}}{1+q} \sum_{j=1}^n \xi_{2j}^{1+q} - \\ & \frac{m_{11}}{\eta(1+p)} \tilde{\theta}^{1+p} - \frac{m_{12}}{\eta(1+q)} \tilde{\theta}^{1+q} - \\ & \left(D_x^{-1}k_\varphi - \frac{3}{2}\right) \varphi^{1+p} - \left(D_x^{-1}k_\varphi - \frac{3}{2}\right) \varphi^{1+q} + \\ & \frac{2m_{11}}{\eta(1+p)} \theta^{1+p} + \frac{2m_{12}}{\eta(1+q)} \theta^{1+q} + \\ & \frac{1}{2}\beta^T\beta + \frac{1}{2}\|D_x^{-1}\Delta\tau\|^2 + \|D_x^{-1}Y(\tau)\|^2 \leq \\ & -\mu_1 V^{\frac{1+p}{2}} - \mu_2 V^{\frac{1+q}{2}} + \mu_3. \end{aligned} \tag{26}$$

其中

$$\begin{aligned} \mu_1 = & 2^{\frac{1+p}{2}} \min \left\{ c_{11} - \frac{g_{11}}{1+p}, c_{21} - \frac{g_{21}}{1+p} - \frac{1}{2}, \right. \\ & \left. \frac{g_{11}}{1+p} - 1, \frac{g_{21}}{1+p}, \eta^{\frac{p-1}{2}} \frac{m_{11}}{1+p}, D_x^{-1}k_\varphi - \frac{3}{2} \right\}, \\ \mu_2 = & 2^{\frac{1+q}{2}} \cdot 30^{\frac{1-q}{2}} \min \left\{ c_{12} - \frac{g_{12}}{1+q}, \right. \\ & \left. c_{22} - \frac{g_{22}}{1+q} - \frac{1}{2}, \frac{g_{12}}{1+q} - 1, \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left. \frac{g_{22}}{1+q}, \eta^{\frac{q-1}{2}} \frac{m_{12}}{1+q}, D_x^{-1}k_\varphi - \frac{3}{2} \right\}, \\ \mu_3 = & \frac{2m_{11}}{\eta(1+p)} \theta^{1+p} + \frac{2m_{12}}{\eta(1+q)} \theta^{1+q} + \\ & \frac{1}{2}\beta^T\beta + \frac{1}{2}\|D_x^{-1}\Delta\tau\|^2 + \|D_x^{-1}Y(\tau)\|^2. \end{aligned}$$

综上, 由引理1得知存在一个常数  $0 < \omega < 1$ , 使得  $v_{i,j}, \xi_{i,j}, \tilde{\theta}_i$  和  $\varphi$  收敛到紧集

$$\begin{aligned} & (v_{i,j}, \xi_{i,j}, \tilde{\theta}_i, \varphi) \in \\ & \left\{ V \leq \min \left\{ \left( \frac{\mu_3}{(1-\omega)\mu_1} \right)^{\frac{2}{1+p}}, \left( \frac{\mu_3}{(1-\omega)\mu_2} \right)^{\frac{2}{1+q}} \right\} \right\}. \end{aligned} \tag{27}$$

式(27)表明, 机械臂系统的  $v_{i,j}, \xi_{i,j}, \tilde{\theta}_i$  和  $\varphi$  是固定时间有界的, 且收敛时间为

$$T_r \leq T_{\max} = \frac{2}{\mu_1\omega(1-p)} + \frac{2}{\mu_2\omega(q-1)}.$$

注4 因为  $z_1 = v_1 + \xi_1, v_1$  和  $\xi_1$  有界, 所以跟踪误差  $z_1$  有界, 且通过选取合适的参数, 可以使得  $z_1$  在固定时间内收敛到原点附近的充分小领域内。

### 4 仿真实验

本文仿真实验使用二关节机械臂, 模型见图2. 机械臂的系统参数值<sup>[11]</sup>如表1所示.

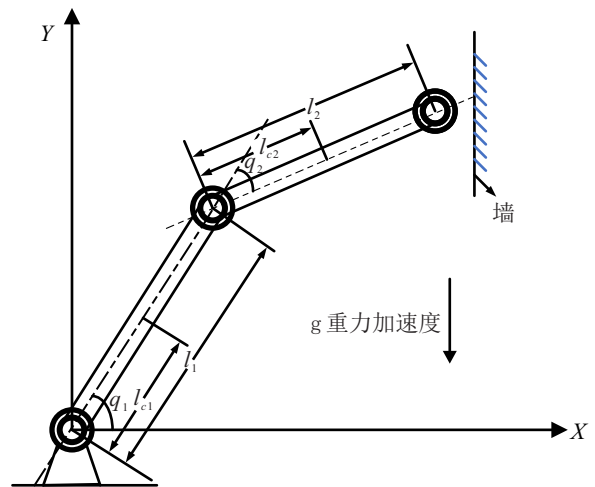


图2 二连杆机械臂模型

表1 二关节机械臂模型参数

参数及单位	参数值	
	第1关节	第2关节
$l_i / \text{m}$	2	0.850
$l_{ci} / \text{m}$	1	0.425
$m_i / \text{kg}$	1	0.800
$I_i / (\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	$\frac{1}{4}m_1l_1^2$	$\frac{1}{4}m_2l_2^2$

由式(1)可知系统的动力学模型, 系统矩阵  $D(q), C(q, \dot{q}), G(q)$  及雅可比矩阵  $J(q)$  的定义可参考文献[11].

该机械臂系统期望阻抗参数选取为:  $M = \text{diag}[1, 1], B = \text{diag}[15, 15], K = [60, 60]$ , 命令轨迹为  $x_d = [0.7 - 0.2 \cos t, 0.7 + 0.2 \sin t]^T$ , 在  $x = 0.8 \text{ m}$  处存在一个垂直于  $X$  轴的障碍物. 机械臂末端沿着命令轨迹运动, 当遇到墙面时, 沿着墙面运动, 直到离开墙面继续跟踪期望的轨迹.

在输入饱和的影响下, 为了验证本文所提出的固定时间抗饱和阻抗控制器的优越性, 与有限时间阻抗控制器<sup>[11]</sup>相对比. 为了体现在跟踪轨迹和响应速度上存在优势, 与滑模控制器<sup>[10]</sup>和自适应控制器<sup>[7]</sup>作对比.

在相同系统模型参数情况下, 选择固定时间控制器参数  $c_{11} = c_{21} = \text{diag}[18, 35], c_{12} = c_{22} = \text{diag}[8, 20], g_{11} = g_{21} = 4.8, g_{12} = g_{22} = 3$ ; 固定时间滤波器参数为  $R_1 = 25, R_2 = 10, u = 1$ . 通过设计固定时间抗饱和器来处理输入饱和的影响, 其参数为  $k_\varphi = \text{diag}[10, 10]$ , 初始状态选取为  $\varphi(0) = [0, 0]^T$ , 初值选取为  $x_1(0) = [0.502, 0.702]^T, x_2(0) = [0, 0.2]^T$ . 收敛速度对比的控制参数与本文控制参数选取一样. 滑模控制器的控制增益选取为  $c_{11} = c_{21} = \text{diag}[10, 30], c_{12} = \text{diag}[8, 20], c_{22} = \text{diag}[40, 100]$ .

有限时间控制器参数为  $K_1 = \text{diag}[100, 100], K_2 = \text{diag}[65, 65], h_1 = h_2 = 1$ ; 有限时间滤波器参数为  $R_1 = 25, R_2 = 10$ . 两种控制器的自适应参数均为  $l = 2$ , 误差补偿信号初始值选择为  $\xi_1(0) = \xi_2(0) = [0, 0]^T$ .

为了体现固定时间收敛不受系统初值的影响, 选取3组不同的系统初始值:  $x_1(0) = [0.54, 0.72]^T, x_1(0) = [0.46, 0.66]^T, x_1(0) = [0.57, 0.64]^T; x_2(0)$  均选取为  $x_2(0) = [0, 0.2]^T$ .

仿真结果如图3~图8所示. 其中: 图3为设计的处理输入饱和影响的固定时间抗饱和阻抗控制器的控制输入, 图4为其跟踪误差, 图5为3组不同初值固定时间控制器的跟踪效果, 图6为3组不同初值有限时间控制器的跟踪效果, 图7为不同控制器的收敛速度, 图8为本文控制器与滑模控制器的对比.

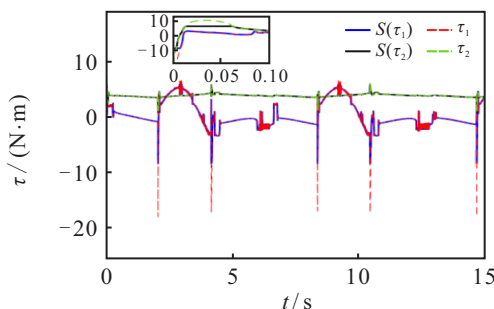


图3 控制输入

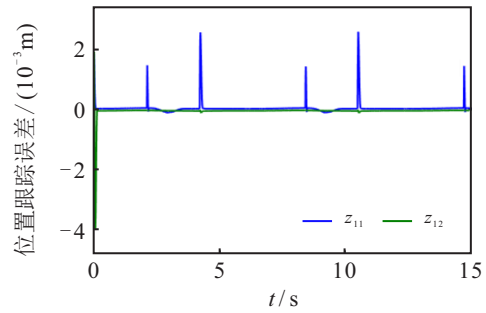
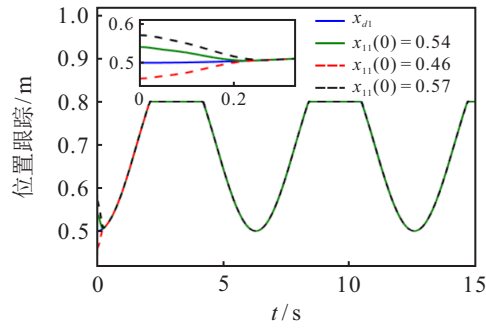
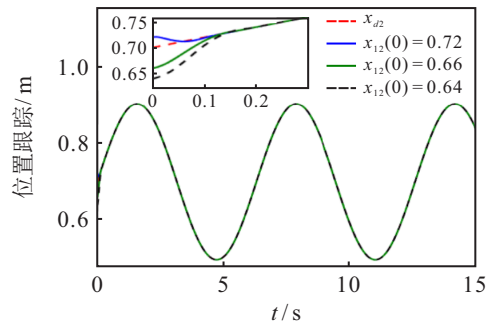


图4 跟踪误差  $x_1 - x_d$

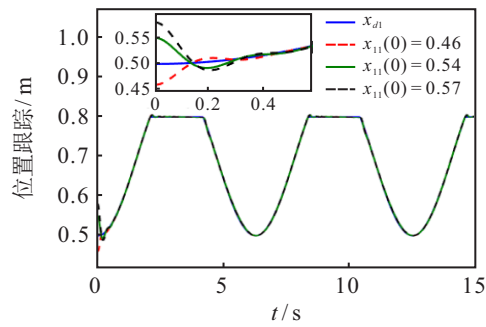


(a) x轴

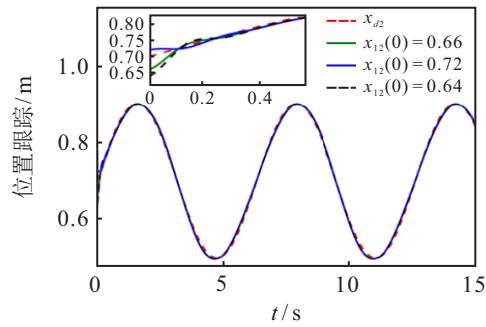


(b) y轴

图5 跟踪曲线 (固定时间)



(a) x轴



(b) y轴

图6 跟踪曲线 (有限时间)

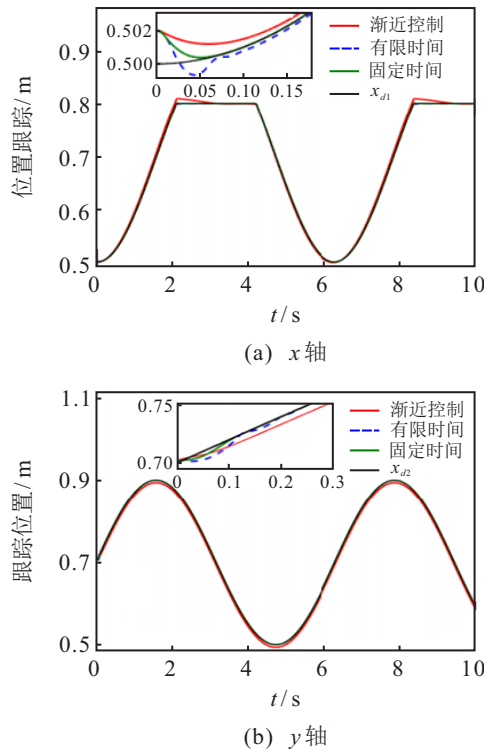


图7 跟踪曲线(收敛速度对比)

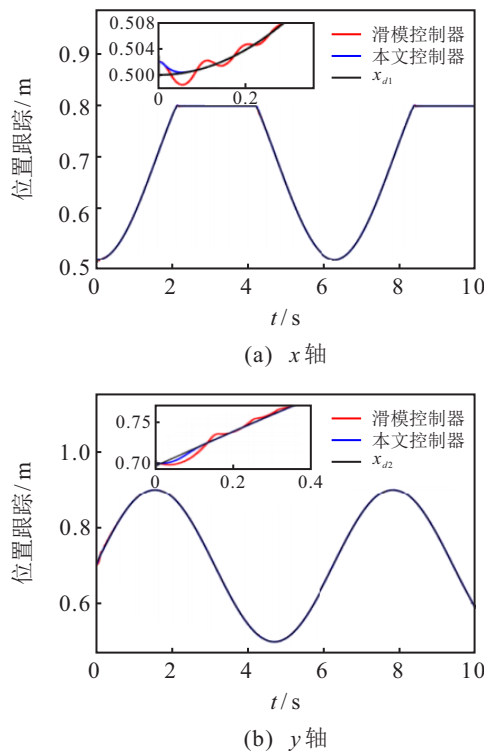


图8 跟踪曲线(与文献[10]对比)

由图3和图4可见,本文设计的固定时间抗饱和器能够处理饱和带来的影响,且跟踪误差在较小的范围内;由图5和图6可见,在相同的系统模型选取3组不同初始值,分别对比在 $x$ 轴和 $y$ 轴的位置跟踪效果,固定时间控制器比有限时间控制器能更快速地跟踪上期望的信号;由图7可见,在选取相同的控制增益时,所设计的控制器能够更好地实现轨迹跟踪,且响

应速度快;由图8可见,本文控制器在轨迹跟踪和响应速度上存在优势.

### 5 结论

针对考虑输入饱和的机械臂固定时间力/位混合控制问题,提出了带有固定时间抗饱和器的命令滤波反步控制方法;利用模糊自适应技术处理系统模型的不确定项,并引入了固定时间抗饱和器来处理输入饱和的问题;设计了固定时间命令滤波技术,并引入误差补偿机制,消除了滤波误差,提高了系统的跟踪效果;通过稳定性分析和仿真对比,验证了所提控制方案的有效性.由于机械臂欠驱动系统是一个研究热点,未来会将本文的控制方法运用于欠驱动系统.

### 参考文献(References)

- [1] Hogan N. Impedance control: An approach to manipulation: Part II—Implementation[J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 1985, 107(1): 8-16.
- [2] Song P, Yu Y Q, Zhang X P. A tutorial survey and comparison of impedance control on robotic manipulation[J]. Robotica, 2019, 37(5): 801-836.
- [3] 李德昀, 徐德刚, 桂卫华. 基于时间延时估计和自适应模糊滑模控制器的双机械臂协同阻抗控制[J]. 控制与决策, 2021, 36(6): 1311-1323.  
(Li D Y, Xu D G, Gui W H. Coordinated impedance control for dual-arm robots based on time delay estimation and adaptive fuzzy sliding mode controller[J]. Control and Decision, 2021, 36(6): 1311-1323.)
- [4] 刘胜遂, 李利娜, 熊晓燕, 等. 基于卡尔曼滤波的机器人自适应控制方法研究[J]. 机电工程, 2023, 40(6): 936-944.  
(Liu S S, Li L N, Xiong X Y, et al. Kalman filter-based adaptive control method for robots[J]. Journal of Mechanical & Electrical Engineering, 2023, 40(6): 936-944.)
- [5] 沈孝龙, 王吉芳, 张月涛, 等. 面向打磨机械臂的自适应阻抗控制算法[J]. 机床与液压, 2023, 51(9): 16-21.  
(Shen X L, Wang J F, Zhang Y T, et al. Research on adaptive impedance control algorithm for grinding manipulator[J]. Machine Tool & Hydraulics, 2023, 51(9): 16-21.)
- [6] 王红旗, 王庆林. 移动机械手鲁棒自适应模糊控制[J]. 控制与决策, 2010, 25(3): 461-465.  
(Wang H Q, Wang Q L. Robust and adaptive fuzzy control for mobile manipulator[J]. Control and Decision, 2010, 25(3): 461-465.)
- [7] Li P, Ge S S, Wang C. Impedance control for human-robot interaction with an adaptive fuzzy

- approach[C]. The 29th Chinese Control and Decision Conference. Chongqing, 2017: 5889-5894.
- [8] Jin X. Formation-based decentralized iterative learning cooperative impedance control for a team of robot manipulators[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2023, 53(2): 872-881.
- [9] Yu X B, Li B, He W, et al. Adaptive-constrained impedance control for human-robot co-transportation[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2022, 52(12): 13237-13249.
- [10] Wu Y X, Fang H R, Xu T, et al. Adaptive fixed-time minimal learning force/position control of uncertain manipulators subject to input saturation[J]. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 2023, 37(3): 790-810.
- [11] Li G, Chen X K, Yu J P, et al. Adaptive neural network-based finite-time impedance control of constrained robotic manipulators with disturbance observer[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2022, 69(3): 1412-1416.
- [12] Ge S S, Lee T H, Harris C J. Adaptive Neural Network Control of Robotic Manipulators[M]. Singapore: World Scientific, 1998.
- [13] 甘亚辉, 段晋军, 戴先中. 非结构环境下的机器人自适应变阻抗力跟踪控制方法[J]. 控制与决策, 2019, 34(10): 2134-2142.  
(Gan Y H, Duan J J, Dai X Z. Adaptive variable impedance control for robot force tracking in unstructured environment[J]. Control and Decision, 2019, 34(10): 2134-2142.)
- [14] Yu J P, Shi P, Dong W J, et al. Command filtering-based fuzzy control for nonlinear systems with saturation input[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2017, 47(9): 2472-2479.
- [15] 刘宜成, 熊宇航, 杨海鑫. 基于RBF神经网络的多关节机器人固定时间滑模控制[J]. 控制与决策, 2022, 37(11): 2790-2798.  
(Liu Y C, Xiong Y H, Yang H X. Fixed-time sliding mode control of multi-joint robot based on RBF neural network[J]. Control and Decision, 2022, 37(11): 2790-2798.)
- [16] 王芳, 吕紫青, 单锐, 等. 输出受限的不确定非线性系统的自适应固定时间控制[J]. 控制与决策, 2022, 37(9): 2265-2273.  
(Wang F, Lv Z Q, Shan R, et al. Adaptive fixed-time control for uncertain nonlinear systems with output constraints[J]. Control and Decision, 2022, 37(9): 2265-2273.)
- [17] Cruz-Zavala E, Moreno J A, Fridman L M. Uniform robust exact differentiator[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2011, 56(11): 2727-2733.

#### 作者简介

周玥欣(2000—), 女, 硕士生, 主要研究方向为机械臂控制, E-mail: 978752314@qq.com;

于金鹏(1978—), 男, 教授, 博士, 主要研究方向为电机控制和非线性控制, E-mail: yjp1109@126.com;

刘加朋(1990—), 男, 副教授, 博士, 主要研究方向为无人系统控制, E-mail: 876042121@qq.com;

宿俊浩(1999—), 男, 硕士生, 主要研究方向为机械臂控制, E-mail: 1942152183@qq.com;

于海生(1967—), 男, 教授, 博士, 主要研究方向为复杂工业过程控制, E-mail: yu.hs@163.com.