

控制与决策

Control and Decision

基于双滑模观测器的参数不确定系统抗扰与跟踪控制

孙传斌, 王树波

引用本文:

孙传斌, 王树波. 基于双滑模观测器的参数不确定系统抗扰与跟踪控制[J]. *控制与决策*, 2024, 39(12): 3973–3980.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2023.1770>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[磁悬浮开关磁阻电机的自适应终端滑模控制](#)

Adaptive terminal sliding mode control of bearingless switched reluctance motor
控制与决策. 2021, 36(6): 1449–1456 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1064>

[线控转向系统的自适应高阶滑模控制](#)

Adaptive higher-order sliding mode control for SbW system
控制与决策. 2021, 36(6): 1529–1536 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1526>

[输入饱和的充液航天器抗干扰有限时间滑模控制](#)

Anti-disturbance finite-time sliding mode control for liquid-filled spacecraft with input saturation
控制与决策. 2021, 36(5): 1078–1086 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0820>

[多航天器系统分布式固定时间输出反馈姿态协同跟踪控制](#)

Distributed fixed-time output feedback attitude coordination tracking control for multiple rigid spacecraft
控制与决策. 2021, 36(5): 1049–1058 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0968>

[四旋翼无人机抗干扰轨迹跟踪控制](#)

Anti-interference trajectory tracking control of quadrotor UAV
控制与决策. 2021, 36(2): 379–386 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0875>

基于双滑模观测器的参数不确定系统抗扰与跟踪控制

孙传斌^{1,2}, 王树波^{1,2†}

(1. 青岛大学 自动化学院, 山东 青岛 266071; 2. 山东省工业控制技术重点实验室, 山东 青岛 266071)

摘要: 针对机器人系统中含有的不确定参数和未知干扰等问题, 提出一种基于双滑模观测器和非奇异快速终端滑模控制的复合控制策略. 首先, 为了估计补偿模型中的不确定参数和外部干扰带来的未知动态, 基于机器人系统欧拉-拉格朗日模型构建滑模观测器, 以优化机器人系统轨迹跟踪控制性能; 然后, 针对滑模观测器中存在残差造成的抖振问题, 设计辅助滑模观测器, 通过将观测误差反馈补偿, 抑制观测器在观测扰动时的抖振现象, 进一步提高观测精度; 接着, 为了实现系统抗扰和轨迹跟踪问题, 提出有限时间滑模控制器, 通过调节滑模控制中的切换增益, 可有效地缩短收敛时间, 并提高系统的鲁棒性; 最后, 通过李雅普诺夫稳定性理论证明闭环系统的稳定性, 并通过 Simulink 仿真验证所提出方法的有效性.

关键词: 机器人系统; 机器人控制; 滑模观测器; 不确定参数; 非奇异快速终端滑模控制; 有限时间稳定

中图分类号: TP273 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2023.1770

引用格式: 孙传斌, 王树波. 基于双滑模观测器的参数不确定系统抗扰与跟踪控制 [J]. 控制与决策, 2024, 39(12): 3973-3980.

Dual sliding mode observers for disturbance rejection and tracking control of systems with parameter uncertainties

SUN Chuan-bin^{1,2}, WANG Shu-bo^{1,2†}

(1. School of Automation, Qingdao University, Qingdao 266071, China; 2. Shandong Key Laboratory of Industrial Control Technology, Qingdao 266071, China)

Abstract: To solve the problems of uncertain parameters and unknown disturbances in robotic systems, a composite control strategy based on dual sliding mode observers and non-singular fast terminal sliding mode control is proposed in this paper. First, to estimate and compensate the unknown dynamics caused by uncertain parameters and external disturbances in the model, a sliding mode observer is constructed based on the Euler-Lagrange model to optimize the trajectory tracking control performance of the robotic systems. Meanwhile, an auxiliary sliding mode observer is designed to solve the chattering problem in the observer. By compensating the observation error, the chattering phenomenon of the observer is suppressed and the observation accuracy is further improved. Then, to realize system immunity and trajectory tracking, a finite-time sliding mode controller is proposed. By adjusting the switching gain in sliding mode control, the convergence time can be shortened effectively and the robustness of the system can be improved. Finally, the stability of the closed-loop system is proved by the Lyapunov stability theory, and the effectiveness of the proposed method is verified by simulation results.

Keywords: robotic systems; robot control; sliding mode observer; uncertain parameters; non-singular fast terminal sliding mode control; finite-time stability

0 引言

随着机器人技术的发展, 机器人系统的应用范围从最初的工业装配到航空航天、手术医疗、救灾等领域不断发展, 具有广阔的应用前景. 然而, 作为典型的非线性系统, 机器人系统在控制过程中会受到系统模

型内未知动态(向心力、重力、摩擦力等)和外部干扰的影响, 且在建模过程中, 由于部分模型参数无法精准测量, 建立的模型存有误差. 为此, 国内外学者提出了很多控制策略, 目前常用的控制方法有传统的 PID 控制^[1]、自适应控制^[2-4]、神经网络控制^[5]、最优控制^[6]

收稿日期: 2023-12-21; 录用日期: 2024-03-26.

基金项目: 国家自然科学基金项目(62173194); 山东省优秀青年基金项目(ZR2021YQ41).

责任编委: 贾英民.

†通讯作者. E-mail: wangshubo1130@126.com.

和滑模控制^[7-13]等。

滑模控制因其对模型的依赖性低且对于干扰的鲁棒性强的优点,已在实际系统中被广泛应用,如起重机^[8]、四旋翼无人机^[9]、永磁同步电机^[10-11]等。然而,滑模控制的关键在于切换项的存在,可保证系统克服扰动沿着滑模面到达稳定状态。在实际应用中,高频率的切换不仅会造成系统的抖振,且可能会损坏机器人系统和控制器的硬件构造。为了削弱系统扰动带来的抖振,文献[11-12]提出了一种超螺旋终端滑模控制方案,通过引入超螺旋算法改进了变指数趋近律控制方案,削弱了抖振现象,但是增加了算法的复杂度,且超螺旋算法更适用于一阶系统;文献[13]针对滑模控制中的抖振问题提出了一种边界层技术,大边界层可通过减少切换项的振荡频率来抑制抖振,但是同时也会使得跟踪误差随之增大,降低了系统的控制性能。

显然,扰动补偿是实现高精度伺服控制的关键。为了避免系统中的不确定参数以及外部干扰加剧滑模控制中的抖振现象,文献[14-16]通过自适应算法对机器人系统进行了线性参数化建模和参数辨识,在线对系统参数进行估计计算,可有效地提高系统的控制性能。然而,回归矩阵难以计算的问题不容忽视。为了兼顾算法的简单性和精准性,干扰观测器的设计被大量研究。文献[17]提出了一种非线性扰动观测器(nonlinear disturbance observer, NDO)可对有界误差和扰动进行估计并验证了估计误差的全局收敛性,但是收敛时间难以界定。针对观测误差收敛时间的问题,文献[18]提出了基于有限时间扩张状态观测器的控制方法,可保证观测误差在有限时间内收敛至零。然而,扩张状态观测器在机器人系统中构建复杂,且需要系统的加速度信号,这在实际应用中是难以实现的。文献[19]提出了一种仅通过滤波操作即可实现观测效果的未知状态估计器(unknown system dynamics estimator, USDE),但是鉴于滤波器的存在,该观测器对噪声信号较为敏感,当扰动中包含高阶信号时观测器效果有限。因此,设计一种针对机器人系统的有效观测器是有必要的。

为了满足闭环系统在有限时间内实现收敛的要求,系统的误差在滑模面上的滑动时间也必须是一个有限值,而传统的滑模面只能保证误差指数收敛至零。为了克服传统滑模控制的缺陷,文献[20-21]提出了一种终端滑模控制思想,通过引入非线性项可使得系统在有限时间内到达稳定状态。然而,由于控制器中含有负指数项,终端滑模控制方法在平衡点附近存

在奇点的问题。为了消除奇点,文献[19, 22-25]提出了一种非奇异终端滑模控制方案,这种控制策略不仅可以实现系统全局有限时间收敛,且对参数变化和外部扰动具有强鲁棒性。基于此,非奇异快速终端滑模已在无人机、轮式机器人、风机等系统被广泛应用。

基于上述分析,本文针对含有未知参数和扰动的机器人系统,提出一种基于双滑模观测器和非奇异快速终端滑模控制的复合控制策略。首先,为了解决模型中的不确定参数和外部扰动,构建可在有限时间内保证观测误差收敛至零的滑模观测器;然后,为了补偿观测器的估计残差,提高观测精度,设计辅助滑模观测器用以观测补偿观测误差;接着,提出可在有限时间内收敛的非奇异快速终端滑模面和趋近律,保证整个闭环系统可在有限时间内实现收敛;最后,通过李雅普诺夫函数证明闭环系统的稳定性,并在仿真环节验证所提出算法的有效性。

本文的主要内容如下:1)所设计双滑模观测器不仅能够克服观测误差全局收敛时间不确定的问题,并通过构建辅助滑模观测器进一步提高观测精度;2)针对传统滑模控制中收敛时间不确定的问题,提出一种有限时间非奇异快速终端滑模控制方案,保证系统可在有限时间内到达稳定状态的同时,提高系统的鲁棒性;3)本文设计基于双滑模观测器和非奇异快速终端滑模控制的复合控制器,双滑模观测器可精准观测到系统的内外总扰动并补偿到有限时间滑模控制器中,确保系统在有限时间内稳定的同时保证控制的精准性,有效地提高系统的稳态和动态性能。

1 二自由度串联机器人动力学建模

n 个自由度的机器人系统动力学模型为

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q}) + G(q) = \tau + d. \quad (1)$$

其中: $q, \dot{q}, \ddot{q} \in R^n$ 分别为关节位置、速度和加速度; $M(q) = M_0(q) + \Delta M(q) \in R^{n \times n}$ 为正定对称惯性矩阵, $M_0(q) > 0$ 为惯性矩阵的标称截面部分, $\Delta M(q)$ 为矩阵的未知部分; $C(q, \dot{q}) = C_0(q) + \Delta C(q) \in R^{n \times n}$ 为科氏力和离心力矩阵, $C_0(q)$ 为矩阵的已知部分, $\Delta C(q)$ 为未知部分; $G(q) \in R^n$ 为重力矢量; $\tau \in R^n$ 为控制系统所需要的 n 维关节力矩向量; $d \in R^n$ 为外部干扰。

性质1^[26-27] 系统中惯性矩阵 $M(q)$ 满足如下性质:

$$\lambda_{\min}\{M(q)\}I \leq M(q) \leq \lambda_{\max}\{M(q)\}I. \quad (2)$$

其中: $\lambda_{\min}\{M(q)\}$ 和 $\lambda_{\max}\{M(q)\}$ 分别为矩阵 $M(q)$ 的最小和最大特征值, I 为 $n \times n$ 维单位矩阵。

性质 2^[26-27] $\dot{M}_0(q) - 2C_0(q, \dot{q})$ 为斜对称矩阵, 且对于任意的 $x \in R^n$ 满足 $x^T[\dot{M}_0(q) - 2C_0(q, \dot{q})]x = 0$.

注 1 对于真实的机器人系统, 扰动由模型不确定项和外部扰动组成. 模型不确定项主要由关节摩擦、机械本体以及负载参数不确定性产生, 其中质量矩阵、科氏力/离心力矩阵重力项、关节摩擦的主要组成部分均有界可导.

2 双滑模观测器

2.1 有限时间滑模观测器

机器人系统作为一个典型的非线性系统, 系统的性能易被模型中的不确定参数和外部干扰 (如 $\Delta M(q)$ 、 $\Delta C(q)$ 和 d) 影响. 为了消除内外扰动的影响, 保证高性能控制, 本节将设计滑模观测器观测内外总扰动并补偿到控制器设计中. 为了方便设计观测器, 将系统(1)改写为

$$M_0(q)\ddot{q} + C_0(q, \dot{q})\dot{q} + D(q) = \tau, \quad (3)$$

其中 $D(q) = \Delta M(q)\ddot{q} + \Delta C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) - d$ 定义为总扰动. 由注 1 可得, $D(q)$ 是有界的, 即存在一个常数 ϵ 满足 $\|D(q)\| \leq \epsilon$ 恒成立.

定义 $M_0(q)\dot{q} = Q(q, \dot{q})$, 可得到如下关系式:

$$\dot{Q}(q, \dot{q}) = \tau - D(q) - B(q, \dot{q}), \quad (4)$$

其中 $B(q, \dot{q}) = -\frac{1}{2}\dot{q}^T \frac{\partial M_0}{\partial t} \cdot \frac{\partial t}{\partial q} \dot{q}$ 为由性质 2 变换后的变量.

定义中间变量 $E(t)$ 为

$$E(t) = c_1 \int_0^t [\tau - B - E(t)] dt - c_1 Q(q, \dot{q}), \quad (5)$$

其中 $c_1 \in R^n$ 是一个元素皆为正的标量, 其导数可推导为

$$\dot{E}(t) = -c_1 E(t) + c_1 D(q). \quad (6)$$

由式(6)可知, 估计 $D(q)$ 的问题可表示为估计由 $E(t)$ 和未知输入驱动的线性增广系统的状态问题. 为了进一步设计滑模观测器, 重新定义 $l_1 = E(t)$, $l_2 = D(q)$, 结合式(5)和(6), 可得到如下矩阵:

$$\begin{cases} \dot{l}_1 = -c_1 l_1 + c_1 l_2, \\ \dot{l}_2 = \dot{D}(q). \end{cases} \quad (7)$$

假设 1^[28] 集总扰动 $\dot{D}(q)$ 有上界, 即 $\|\dot{D}(q)\| \leq \bar{h} (\bar{h} \in R^n)$.

构造滑模观测器为

$$\begin{cases} \dot{\hat{l}}_1 = -c_1 \hat{l}_1 + c_1 \hat{l}_2 - c_2 \text{sgn}(\tilde{l}_1) - c_3 \tilde{l}_1, \\ \dot{\hat{l}}_2 = -c_4 \tilde{l}_1 - c_5 [\ell_r]_r^{\frac{p}{q}} - c_6 \text{sgn}(\ell_r). \end{cases} \quad (8)$$

其中: \hat{l}_1 和 \hat{l}_2 分别为 l_1 和 l_2 的观测值; $\tilde{l}_i = \hat{l}_i - l_i, i = 1, 2$; c_2, c_3, c_4, c_5 和 $c_6 \in R^n$ 为观测器增益; p 和 q 为正奇整数且满足 $p < q$.

引理 1^[29] 由式(8)设计的滑模观测器, 当选择的参数满足 $c_1 c_6 - \bar{h} > 0$ 且

$$c_2 = \max \begin{cases} \left(\frac{\sqrt{3}c_1 c_5 + \sqrt{3}c_6 + \bar{h}}{\lambda_{\min}(M_0)} \right)^{q/(q-p)}, \\ \left(\frac{c_1(\sqrt{3}c_6 + \bar{h}) + c_7 \lambda_{\min}(H)}{\sqrt{3}c_6 + \bar{h} + c_7 \lambda_{\min}(H)} \right)^{q/p}. \end{cases} \quad (9)$$

其中: $c_7 \in R^n$ 是一个元素皆为正的任意标量, 矩阵 H 定义为

$$H = \begin{bmatrix} (c_1 + c_3)I_n & -c_1 I_n \\ c_4 I_n & 0 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

则系统(3)中存在的总扰动会在有限时间内被逼近, 所设计滑模观测器的观测误差将会在有限时间收敛至 0, 并通过计算可求出收敛时间的上限为

$$t_1 \geq T_{\text{fin1}} = \frac{qV_1(t_0)^{\frac{q-p}{2q}}}{(q-p)c_5 c_1^{p/q}} + t_0. \quad (11)$$

这里: $V_1(t_0)$ 被定义为 $V_1(t_0) = \|\hat{l}_2(t_0) - l_2(t_0)\|^2, t_0 = \|\ell_1(0)\|/c_7$.

注 2 本节将变结构控制的思想引入至观测器设计中, 通过定义中间变量设计一种滑模观测器. 相比于传统的非线性干扰观测器, 引理 1 验证了该滑模观测器可在有限时间内使得误差收敛至 0, 并给出了相应的参数调节方法. 然而, 所设计滑模观测器在对集总扰动进行估计时仍然存在微小的观测误差, 且由于切换项的存在产生了抖振问题. 为了克服这个问题, 将设计一种辅助滑模观测器来帮助削弱抖振现象的发生.

2.2 辅助滑模观测器

虽然滑模观测器(8)可在有限时间内逼近集总扰动 $D(q)$ 的真实值, 但是在逼近的动态过程中存在抖振的问题, 导致了观测值与实际值间存在误差. 为了消除误差, 进一步提高观测精度, 本节将构建一个辅助滑模观测器以补偿在第 2.1 节设计的观测器中存在的误差问题.

辅助子系统构建如下所示:

$$M_0(q)\ddot{\alpha} + C_0(q, \dot{q})\dot{\alpha} + \hat{D}(q) = \tau + \tau_c, \quad (12)$$

其中 α 为系统中引入滑模观测器(8)后的关节位置, 也是原关节位置 q 的估计值.

定义中间变量 z 为

$$z = q - \alpha. \quad (13)$$

由式(13)可知, 当 $z = 0$ 时, $\tau_c = \hat{D} - D$ 是恒成立的. 由此, 设计出补偿项 τ_c 在控制器中对观测误差进行反馈即可保证更高的观测精度.

设计辅助滑模观测器的滑模面如下所示:

$$s_o(t) = \int M_0^{-1} C_0 \dot{z}(t) dt + \dot{z}(t). \quad (14)$$

根据滑模面可设计出如下补偿项:

$$\tau_c = M_0\{k_1 s_0(t) + k_2 \text{sgn}(s_0) + k_3 |s|^\nu \text{sgn}(s_0)\}. \quad (15)$$

其中: k_1, k_2 和 $k_3 \in R^n$ 皆为正实数组成的标量, $0 < \nu < 1$ 为一个正常数.

定理1 考虑式(15)中的补偿项, 利用辅助滑模技术可有效地对残留干扰进行估计和抑制.

证明 由式(14), 得到辅助滑模面的导数为

$$\begin{aligned} \dot{s}_0(t) &= M_0^{-1} C_0 \dot{z}(t) + \ddot{z}(t) = \\ &M_0^{-1} C_0 [C_0^{-1}(\tilde{\ell} - M_0 \ddot{z} - \tau_c)] + \ddot{z}(t) = \\ &M_0^{-1}(\tilde{\ell} - \tau_c). \end{aligned} \quad (16)$$

选取李雅普诺夫函数为 $V_2 = s_0^T \cdot s_0/2$, 由式(16), 可求出李雅普诺夫函数的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= s_0 \cdot \dot{s}_0 = s_0 \cdot M_0^{-1}(\tilde{\ell} - \tau_c) = \\ &M_0^{-1} s_0 \tilde{\ell} - k_1 s_0^2 - k_2 |s_0| - k_3 |s_0|^{\nu+1} \leq \\ &- k_1 s_0^2 - k_2 |s_0| + M_0^{-1} |\tilde{\ell}| |s_0| - k_3 |s_0|^{\nu+1} \leq \\ &- k_1 s_0^2 - (k_2 - M_0^{-1} |\tilde{\ell}|) |s_0| - k_3 |s_0|^{\nu+1}. \end{aligned} \quad (17)$$

由式(17), 当 k_2 满足 $k_2 > \lambda_{\max}\{M_0^{-1}\} |\tilde{\ell}|$ 时, 有

$$\dot{V}_2 \leq -k_1 s_0^2 - k_3 |s_0|^{\nu+1}. \quad (18)$$

根据文献[30]中的有限时间引理, 观测器的观测误差在有限时间内会被辅助滑模观测器的 τ_c 补偿, 有

$$\dot{V}_2(t) + 2k_1 V_2(t) + 2k_3 V_2(t)^{\frac{\nu+1}{2}} \leq 0. \quad (19)$$

因此, 对于任意 $t \geq t_2$ 均满足 $V(t) \equiv 0$. 其中: t_2 可表示为

$$\dot{V}_2(t) + \xi_1 V_2(t) + \xi_2 V_2(t)^{\xi_3} \leq 0, \quad (20)$$

$$t_2 = \frac{1}{\xi_1(1-\xi_3)} \ln \frac{\xi_1 V_2^{1-\xi_3}(t_0) + \xi_2}{\xi_2}. \quad (21)$$

定理1得证. \square

注3 针对第2.1节设计的滑模观测器中存在的残差和抖振问题, 本节将观测误差引入一个新的滑模面并建立一个辅助观测器, 并将观测结果在滑模观测器中进行反馈补偿, 通过定理1的验证, 证明观测误差可有效地在有限时间内被补偿.

3 控制器设计

定义 $x_1(t) = q(t), x_2(t) = \dot{q}(t)$, 基于滑模观测器(8)和辅助滑模观测器(15), 系统(3)状态方程可写为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = M_0^{-1}(\tau - C_0(q, \dot{q})\dot{q} - D(q) + \tau_c). \end{cases} \quad (22)$$

其中: $x_1 = [x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n}]^T, x_2 = [x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2n}]^T$.

定义 q_d 为输入系统的期望位置信号, \dot{q}_d 为输入

系统的期望速度信号, 则基于状态方程(18), 机器人系统的动力学跟踪误差可表示为

$$\begin{cases} e_1 = x_1 - x_d, \\ e_2 = x_2 - \dot{x}_d. \end{cases} \quad (23)$$

其中: $e_1 = [e_{11}, e_{12}, \dots, e_{1n}]^T, e_2 = [e_{21}, e_{22}, \dots, e_{2n}]^T$.

由式(18)和(19), 系统误差的导数可计算为

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2, \\ \dot{e}_2 = M_0^{-1}(\tau - C_0(q, \dot{q})\dot{q} - \hat{D}(q) + \tau_c) - \ddot{x}_d. \end{cases} \quad (24)$$

3.1 滑模面设计

基于上文, 滑模面设计如下所示:

$$s = e_1 + \beta_1 |e_1|^{\gamma_1} \text{sgn}(e_1) + \beta_2 |e_2|^{\gamma_2} \text{sgn}(e_2). \quad (25)$$

其中: $\beta_1 > 0, \beta_2 > 0, \gamma_1 > \gamma_2, 1 < \gamma_2 < 2$ 皆为正的常数增益, 且 $\gamma_2 = q_2/p_2, q_2$ 和 p_2 均为正的奇数.

定理2 当系统从初始位置到达滑模面时, 系统将沿滑模曲面在有限时间内收敛至0, 且收敛时间计算为

$$\begin{aligned} t_3 &= \frac{\gamma_2 |e_1(0)|^{1-1/\gamma_2}}{\beta_1(\gamma_2 - 1)} \cdot F\left(\frac{1}{\gamma_2}, \frac{\gamma_2 - 1}{\gamma_2(\gamma_1 - 1)}; \right. \\ &\left. 1 + \frac{\gamma_2 - 1}{\gamma_2(\gamma_1 - 1)}; -\beta_1 |e_1(0)|^{\gamma_1 - 1}\right). \end{aligned} \quad (26)$$

证明 由文献[31]可知, 当收敛至滑模面上时 $s = 0$, 得到

$$e_1 + \beta_1 |e_1|^{\gamma_1} \text{sgn}(e_1) + \beta_2 |e_2|^{\gamma_2} \text{sgn}(e_2) = 0. \quad (27)$$

由此可计算出收敛时间为

$$\begin{aligned} t_3 &= \int_0^{|e_1(0)|} \frac{\beta_2^{1/\gamma_2}}{(e_1 + \beta_1 e_1^{\gamma_1})^{1/\gamma_2}} de_1 = \\ &\frac{\gamma_2 |e_1(0)|^{1-1/\gamma_2}}{\beta_1(\gamma_2 - 1)} \cdot F\left(\frac{1}{\gamma_2}, \frac{\gamma_2 - 1}{\gamma_2(\gamma_1 - 1)}; \right. \\ &\left. 1 + \frac{\gamma_2 - 1}{\gamma_2(\gamma_1 - 1)}; -\beta_1 |e_1(0)|^{\gamma_1 - 1}\right). \end{aligned} \quad (28)$$

由式(28)可知, 通过调整滑模面中的参数, 可缩短系统误差在滑模面上的滑动时间. \square

3.2 整体控制器设计

基于第3.1节中设计的有限时间非奇异终端滑模面, 控制器设计为

$$\tau = \frac{M_0 \cdot |e_2|^{1-\gamma_2}}{\beta_2 \gamma_2} u_{\text{eq}} + D(q) + C_0 \dot{q} + M_0 \ddot{q}_d, \quad (29)$$

其中 u_{eq} 定义为

$$u_{\text{eq}} = (-e_2 - \beta_1 \gamma_1 |e_1|^{\gamma_1 - 1} e_2 - k_4 s - k_5 |s|^{\nu_1} \text{sgn}(s)). \quad (30)$$

这里: $k_3 > 0$ 和 $k_4 > 0$ 皆为正的控制增益系数, $0 < \nu_1 < 1$ 是一个正常数.

考虑到控制器(29)中的集总扰动 $D(q)$ 是未知的,故将滑模观测器(8)中的观测值替换为真实的扰动. 另外,考虑到所设计观测器存在误差,为了提高观测精度,进一步提升系统性能,将式(15)中计算的残差补偿项补偿至控制器设计中. 综上,所设计控制器如下所示:

$$\tau = \frac{M_0 \cdot |e_2|^{1-\gamma_2}}{\beta_2 \gamma_2} u_{eq} + \hat{D}(q) + C_0 \dot{q} + M_0 \ddot{q}_d - \tau_c. \tag{31}$$

4 稳定性分析

本节利用李雅普诺夫稳定性理论和有限时间收敛引理证明所设计控制算法的有效性.

定理3 考虑机器人系统(1)、滑模观测器(8)、辅助滑模观测器和控制器(24),系统可克服未知动态和外部干扰的影响,在有限时间内到达稳定状态.

证明 选取李雅普诺夫函数为

$$V_3 = \frac{1}{2} s^T \cdot s + \frac{1}{2} s_0^T \cdot s_0. \tag{32}$$

对 V_3 求导,得到

$$\dot{V}_3 = s^T \cdot \dot{s} + s_0^T \cdot \dot{s}_0. \tag{33}$$

由式(21)可知,滑模面的导数为

$$\dot{s} = e_2 + \beta_1 \gamma_1 |e_1|^{\gamma_1-1} e_2 + \beta_2 \gamma_2 |e_2|^{\gamma_2-1} \dot{e}_2. \tag{34}$$

由式(25)、(30)和(31),得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 = & s^T \cdot [e_2 + \beta_1 \gamma_1 |e_1|^{\gamma_1-1} e_2 + \\ & \beta_2 \gamma_2 |e_2|^{\gamma_2-1} (\ddot{q} - \ddot{q}_d)] + s_0^T \cdot \dot{s}_0 = \\ & s_0^T \cdot \dot{s}_0 + s^T \cdot [-k_4 s - k_5 |s|^{\nu_1} \text{sgn}(s) + \\ & M_0^{-1} \beta_2 \gamma_2 |e_2|^{\gamma_2-1} (\hat{D} - D - \tau_c)]. \end{aligned} \tag{35}$$

其中:当满足 $\tau_c = \hat{D} - D$ 时,得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 = & s_0^T \cdot \dot{s}_0 + s^T \cdot [-k_4 s - k_5 |s|^{\nu_1} \text{sgn}(s)] \leq \\ & -k_1 s_0^2 - k_3 |s_0|^{\nu_1+1} - k_4 s^2 - k_5 |s|^{\nu_1+1} \leq \\ & -\xi_4 V_3(t) - \xi_5 V_3(t)^{\xi_6}. \end{aligned} \tag{36}$$

这里: $\xi_4 = \min\{2k_1, 2k_4\}$, $\xi_5 = \min\{2k_3, 2k_5\}$, $\xi_6 = \min\left\{\frac{\nu_1+1}{2}, \frac{\nu_1+1}{2}\right\}$. 由式(36)可得,闭环系统的收敛时间为 $t_4 = \frac{1}{\xi_4(1-\xi_6)} \ln \frac{\xi_4 V_2^{1-\xi_6}(t_0) + \xi_5}{\xi_5}$. 但是在证明定理3时需要满足 $\tau_c = \hat{D} - D$ 恒成立,故系统稳定时总收敛时间的上界可表示为 $t \leq t_2 + t_4$. \square

注4 通过将第3节所设计双滑模观测器与滑模控制器相结合,本文提出了一种复合控制策略. 在本节中,利用李雅普诺夫稳定性理论证明了该控制策略的有限时间收敛性. 由定理3可知,所设计复合控制器有效地解决了机器人系统运动控制中不确定参数和外部干扰带来的影响,可在有限时间内实现高精度

的轨迹跟踪控制.

注5 所设计复合控制策略含有多个参数可以调节,这在一定程度上增加了算法对不同实验环境的适应性. 由定理2可知,增大 β_1 和 β_2 的值可增加滑模面的斜率,从而增加滑模面上的收敛速度, k_4 和 k_5 作为滑模切换项的增益在调参时需要注意收敛时间与抖振问题间的取舍.

5 数值仿真结果

为了验证所提出控制方案的可行性和有效性,本节基于二自由度串联机器人系统设计了仿真实验. 通过 Matlab/Simulink 软件分别对 PID 控制、传统线性滑模控制 (linear sliding mode control, LSMC)、非奇异终端滑模控制 (nonsingular terminal sliding mode control, NTSMC)、所提出新型滑模控制 (novel sliding mode control, NSMC) 与复合控制策略 (composite sliding mode control, CSMC) 进行仿真对比. 机器人参数设计如下: $l_1 = l_2 = 0.25 \text{ m}$, $m_1 = 3.9 \text{ kg}$, $m_2 = 5 \text{ kg}$, $m_3 = 2.7 \text{ kg}$, $m_4 = 1.5 \text{ kg}$. 系统矩阵 $M(q)$ 、 $C(q, \dot{q})$ 、 $G(q)$ 定义如下所示:

$$M = \begin{bmatrix} \alpha l_1^2 + \beta l_2^2 + 2\gamma l_1 l_2 c_2 & \beta l_2^2 + \gamma l_1 l_2 c_2 \\ \beta l_2^2 + \gamma l_1 l_2 c_2 & \beta l_2^2 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} -2\gamma l_1 l_2 \dot{q}_2 s_2 & -\gamma l_1 l_2 \dot{q}_2 s_2 \\ \gamma l_1 l_2 \dot{q}_1 s_2 & 0 \end{bmatrix}, G = 0.$$

其中的未知部分 $\Delta M(q)$ 、 $\Delta C(q, \dot{q})$ 和 $\Delta G(q)$ 分别定义为 $\Delta M(q) = -0.2M_0(q)$ 、 $\Delta C(q, \dot{q}) = -0.2C_0(q, \dot{q})$ 、 $\Delta G(q) = -0.2G_0(q)$. 期望信号设计为 $q_{d1} = 0.5 \sin(2t) + 0.3 \sin(t)$, $q_{d2} = \cos(t) + \sin(2t) - 1$. 持续干扰信号为 $d_1 = d_2 = \sin(2t)$.

1) PID: 控制器设置为 $\tau = k_p e(t) + k_i \int e(t) dt + k_D \frac{de(t)}{dt}$. 控制器参数选取 $k_p = \text{diag}\{40, 40\}$, $k_i = \text{diag}\{5, 50\}$, $k_D = \text{diag}\{100, 10\}$.

2) DSMO+LSMC: 在所提出双滑模观测器的基础上,采用线性滑模控制方法,控制律设计如下所示:

$$\tau_l = M_0 u_{eq} + \hat{D}(q) + C_0 \dot{q} - k_4 s - k_5 |s|^{\nu_1} \text{sgn}(s),$$

其中 $u_{eq} = -\alpha e_2 + \ddot{x}_d$, 控制参数选取为 $\alpha = [180 \ 180]^T$.

3) DSMO+NTSMC: 在所提出双滑模观测器的基础上,采用非奇异终端滑模控制方法,控制律设计如下所示:

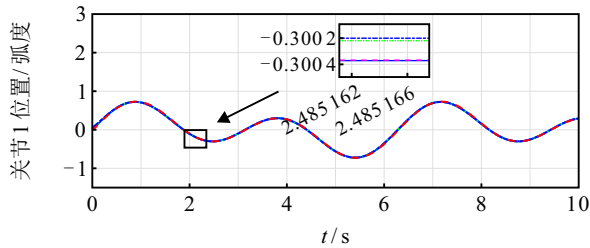
$$\tau_l = M_0 u_{eq} + \hat{D}(q) + C_0 \dot{q} - k_4 s - k_5 |s|^{\nu_1} \text{sgn}(s),$$

其中 $u_{eq} = -\alpha \frac{q}{p} e_2^{2-p/q} + \ddot{x}_d$, 参数选取为 $\alpha = [500 \ 500]^T$, $p = [5 \ 5]^T$, $q = [3 \ 3]^T$. 通过对比可进一步验证所提出滑模面的优越性.

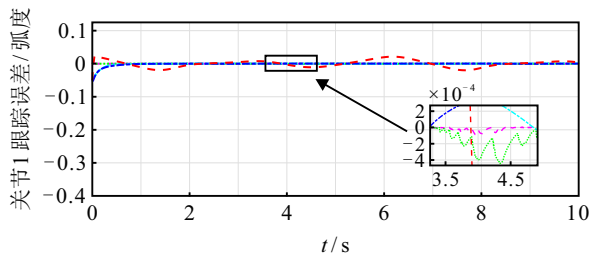
4) NSMC: 为了验证双滑模观测器在本文中发挥的作用,在不改变趋近律的前提下,仅采用所提出滑模控制器进行仿真,通过对比所提出方法来验证观测器在系统控制中发挥的作用。

5) CSMC: 采用所提出控制方法,控制参数选取如下: $\gamma_1 = [2 \ 2]^T, \gamma_2 = [\frac{5}{3}, \frac{5}{3}]^T, \beta_1 = [10 \ 10]^T, \beta_2 = [0.1 \ 0.1]^T, k_4 = [600 \ 600]^T, k_5 = [0.01 \ 0.01]^T$ 。

图1和图2分别为关节1、关节2位置跟踪和误差。由图1和图2可知:PID控制器由于干扰的影响以及自身的缺陷,控制性能较差,且存在稳态误差。与LSMC和NTSMC相比,CSMC可以实现更好的轨迹



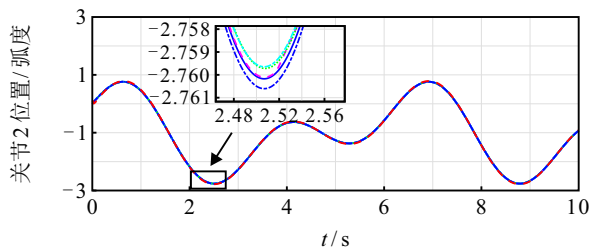
(a) 轨迹跟踪结果



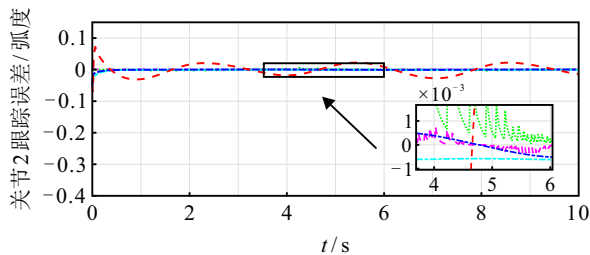
(b) 轨迹跟踪误差



图1 关节1位置跟踪和误差



(a) 轨迹跟踪结果



(b) 轨迹跟踪误差

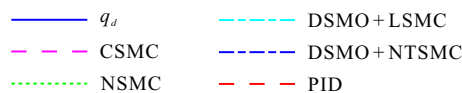
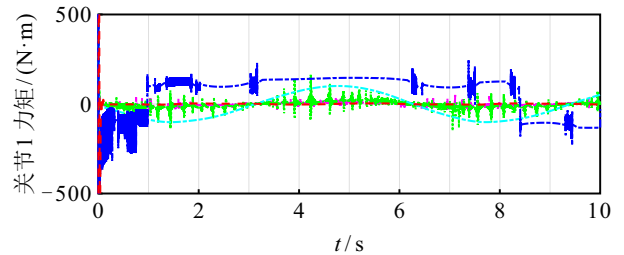
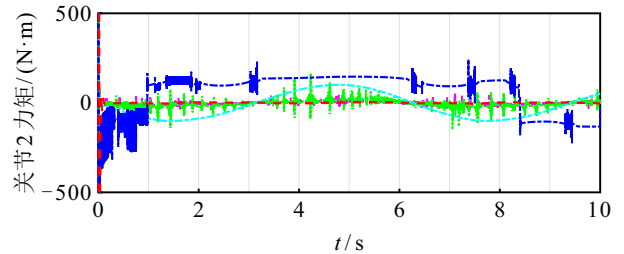


图2 关节2位置跟踪和误差



(a) 关节1



(b) 关节2

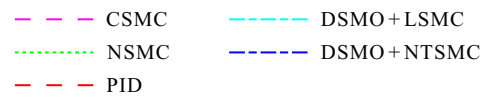
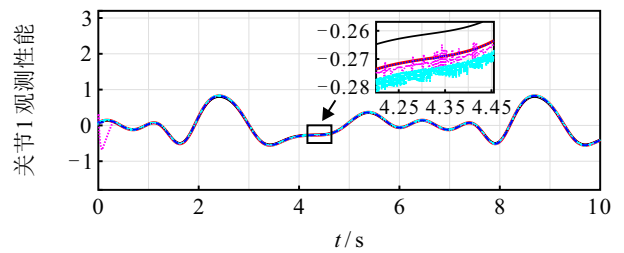


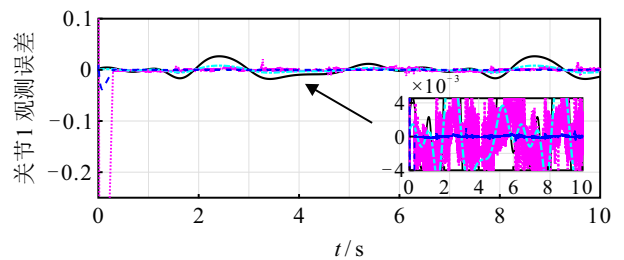
图3 关节1和关节2扭矩

跟踪性能,这表明了有限时间滑模面(25)的优越性。受益于观测器的前馈补偿,CSMC比NSMC有更快的收敛速度和更小的跟踪误差。图3为关节1和关节2扭矩。由图3可见,与所提出控制方法相比,线性滑模控制和非奇异终端滑模控制输入力矩大,且抖振现象严重。

为了进一步验证所设计滑模观测器以及辅助观测器的作用,在图4和图5中加入了关于不同观测器的观测效果对比。由图4和图5可见:滑模观测器的观测误差要比非线性扰动观测器小得多,但是存在抖振



(a) 观测器观测结果



(b) 观测器观测误差



图4 关节1观测器性能

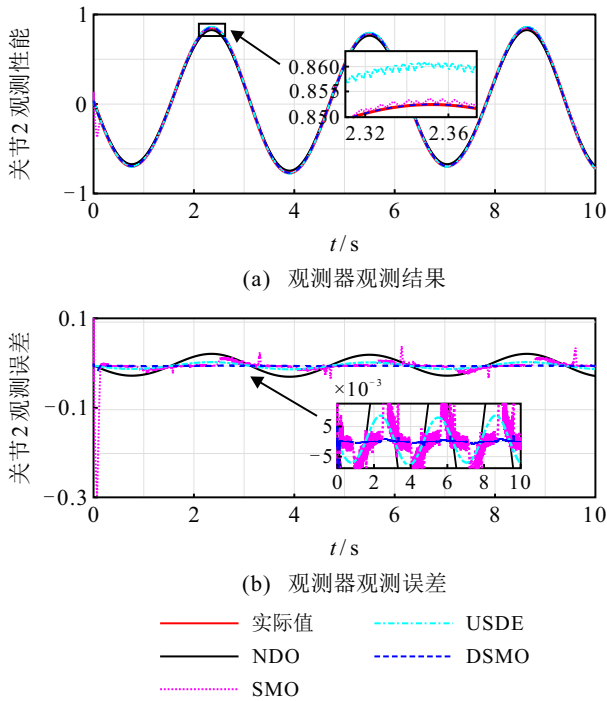


图5 关节2观测器性能

频繁、抖振幅度大等问题。受限于估计器中含有的滤波操作,由于扰动信号中含有加速度信号,未知系统状态估计器在观测时也存在一些抖振现象,这与噪声干扰有关。相比于未知系统状态估计器与单一的滑模观测器,双滑模观测器可有效地减小振幅,实现更好的观测效果。

6 结论

本文针对具有模型不确定性和外部扰动的机器人系统,设计了一种新型的基于双滑模观测器的非奇异快速终端滑模控制器。所提出方法利用滑模观测器估计补偿未知部分的系统模型参数和外部扰动,避免了控制器对系统精确模型的依赖的同时还增强了系统的鲁棒性。此外,基于观测器设计了系统的观测误差补偿器,以求得更加精准的控制性能,并在此基础上提出了闭环系统的有限时间滑模控制器,利用李雅普诺夫函数和有限时间稳定性引理证明了跟踪误差的有限时间收敛性。最后,通过仿真结果验证了所提出的设计方法可有效地克服系统总扰动,实现更好的控制性能。所提出双滑模观测器亦可应用于其他伺服系统运动控制中,后续将针对多关节机器人伺服系统,研究固定时间控制理论方法。

参考文献(References)

[1] Ren Z X, Zhang T, Liu X X, et al. A novel neuro PID controller of remotely operated robotic manipulators[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2023, 70(6): 2131-2135.
 [2] 陈强, 丁科新, 南余荣. 带有输出约束的柔性关节机械

臂预设性能自适应控制[J]. 控制与决策, 2021, 36(2): 387-394.

(Chen Q, Ding K X, Nan Y R. Prescribed performance adaptive control of flexible-joint manipulators with output constraints[J]. Control and Decision, 2021, 36(2): 387-394.)

[3] 陈思宇, 那靖, 黄英博. 基于随机牛顿算法的离散系统自适应参数估计[J]. 控制与决策, 2024, 39(6): 1959-1966.

(Chen S Y, Na J, Huang Y B. Adaptive parameter estimation of discrete-time systems based on stochastic Newton algorithm[J]. Control and Decision, 2024, 39(6): 1959-1966.)

[4] 李亚倩, 陈强, 施卉辉, 等. 机械臂预定时间重复学习控制[J]. 控制与决策, 2024, 39(11): 3719-3726.

(Li Y Q, Chen Q, Shi H H, et al. Predefined-time repetitive learning control of robotic manipulators[J]. Control and Decision, 2024, 39(11): 3719-3726.)

[5] 那靖, 郑昂, 黄英博. 非线性严格反馈系统自适应非反步输出反馈控制[J]. 控制与决策, 2022, 37(9): 2425-2432.

(Na J, Zheng A, Huang Y B. Adaptive non-backstepping output-feedback control of nonlinear strict-feedback systems[J]. Control and Decision, 2022, 37(9): 2425-2432.)

[6] 黄英博, 吕永峰, 赵刚, 等. 非线性主动悬架系统自适应最优控制[J]. 控制与决策, 2022, 37(12): 3197-3206.

(Huang Y B, Lv Y F, Zhao G, et al. Adaptive optimal control for nonlinear active suspension systems[J]. Control and Decision, 2022, 37(12): 3197-3206.)

[7] 贾龙飞, 乔尚岭, 陶云飞, 等. 冗余机械臂逆运动学求解方法研究进展[J]. 控制与决策, 2023, 38(12): 3297-3316.

(Jia L F, Qiao S L, Tao Y F, et al. Research progress on inverse kinematics solution methods of redundant manipulators[J]. Control and Decision, 2023, 38(12): 3297-3316.)

[8] 梁慧慧, 吴炜, 楼旭阳, 等. 二维桥式起重机的滑模控制[J]. 控制与决策, 2022, 37(8): 2163-2169.

(Liang H H, Wu W, Lou X Y, et al. Sliding mode control of two-dimensional overhead crane[J]. Control and Decision, 2022, 37(8): 2163-2169.)

[9] Tao M L, Chen Q, He X X, et al. Fixed-time filtered adaptive parameter estimation and attitude control for quadrotor UAVs[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2022, 58: 4135-4146.

[10] Ma Y X, Li D, Li Y H, et al. A novel discrete compound integral terminal sliding mode control with disturbance compensation for PMSM speed system[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2022, 27(1): 549-560.

[11] Dong H L, Yang X B, Basin M V. Practical tracking of permanent magnet linear motor via logarithmic sliding mode control[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2022, 27(5): 4112-4121.

[12] Makrini I E, Rodriguez-Guerrero C, Lefeber D, et al. The variable boundary layer sliding mode control: A safe and

- performant control for compliant joint manipulators[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2017, 2(1): 187-192.
- [13] Zhai J Y, Li Z Y. Fast-exponential sliding mode control of robotic manipulator with super-twisting method[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2022, 69(2): 489-493.
- [14] Yang C G, Jiang Y M, He W, et al. Adaptive parameter estimation and control design for robot manipulators with finite-time convergence[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2018, 65(10): 8112-8123.
- [15] Guo K, Pan Y P, Zheng D D, et al. Composite learning control of robotic systems: A least squares modulated approach[J]. Automatica, 2020, 111: 108612.
- [16] Chen W H, Ballance D J, Gawthrop P J, et al. A nonlinear disturbance observer for robotic manipulators[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2000, 47(4): 932-938.
- [17] Zhang Y, Hua C C. Composite learning finite-time control of robotic systems with output constraints[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2023, 70(2): 1687-1695.
- [18] 沙磊, 王树波, 刘逸坚. 基于扩张状态观测器的二质量系统非奇异快速终端滑模控制[J]. 控制与决策, 2023, 38(3): 850-856.
(Sha L, Wang S B, Liu Y J. Nonsingular fast terminal sliding mode control based on extended state observer for two mass systems[J]. Control and Decision, 2023, 38(3): 850-856.)
- [19] Sun C B, Wang S B, Yu H S. Finite-time sliding mode control based on unknown system dynamics estimator for nonlinear robotic systems[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2023, 70(7): 2535-2539.
- [20] Zhang L, Fei J T. Intelligent complementary terminal sliding mode using multiloop neural network for active power filter[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2023, 38(8): 9367-9383.
- [21] Li S H, Du H B, Yu X H. Discrete-time terminal sliding mode control systems based on Euler's discretization[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2014, 59(2): 546-552.
- [22] Lin C K. Nonsingular terminal sliding mode control of robot manipulators using fuzzy wavelet networks[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2006, 14(6): 849-859.
- [23] Xu S S D, Chen C C, Wu Z L. Study of nonsingular fast terminal sliding-mode fault-tolerant control[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2015, 62(6): 3906-3913.
- [24] Nguyen N P, Oh H, Moon J. Continuous nonsingular terminal sliding-mode control with integral-type sliding surface for disturbed systems: Application to attitude control for quadrotor UAVs under external disturbances[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2022, 58(6): 5635-5660.
- [25] Zhang Z, Guo Y N, Gong D W, et al. Global integral sliding-mode control with improved nonlinear extended state observer for rotary tracking of a hydraulic roofbolter[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2023, 28(1): 483-494.
- [26] Na J, Jing B R, Huang Y B, et al. Unknown system dynamics estimator for motion control of nonlinear robotic systems[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2020, 67(5): 3850-3859.
- [27] Sun W W, Wu Y, Lv X Y. Adaptive neural network control for full-state constrained robotic manipulator with actuator saturation and time-varying delays[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2022, 33(8): 3331-3342.
- [28] Xiao B, Yin S, Kaynak O. Tracking control of robotic manipulators with uncertain kinematics and dynamics[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2016, 63(10): 6439-6449.
- [29] Xiao B, Hu Q L, Singhose W, et al. Reaction wheel fault compensation and disturbance rejection for spacecraft attitude tracking[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2013, 36(6): 1565-1575.
- [30] Chen Q, Ren X M, Na J, et al. Adaptive robust finite-time neural control of uncertain PMSM servo system with nonlinear dead zone[J]. Neural Computing and Applications, 2017, 28(12): 3725-3736.
- [31] Yang L, Yang J Y. Nonsingular fast terminal sliding-mode control for nonlinear dynamical systems[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2011, 21(16): 1865-1879.

作者简介

孙传斌(1999—), 男, 硕士生, 主要研究方向为机器人系统抗扰控制, E-mail: schb1999@163.com;

王树波(1983—), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为伺服系统智能控制、机器人控制, E-mail: wangshubo1130@126.com.