

控制与决策

Control and Decision

求解大规模稀疏优化问题的高维多目标萤火虫算法

赵嘉, 胡秋敏, 肖人彬, 潘正祥, 崔志华, 樊棠怀

引用本文:

赵嘉, 胡秋敏, 肖人彬, 等. 求解大规模稀疏优化问题的高维多目标萤火虫算法[J]. *控制与决策*, 2024, 39(12): 3989–3996.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2024.0062>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于弱关联的自适应高维多目标进化算法

A weak association-based adaptive evolutionary algorithm for many-objective optimization

控制与决策. 2021, 36(8): 1804–1814 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1723>

基于向量角分解的高维多目标进化算法

Many-objective evolutionary algorithm based on vector angle decomposition

控制与决策. 2021, 36(3): 761–768 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0925>

基于多种群分解预测的动态多目标引力搜索算法

Dynamic multi-objective gravitational searching algorithm based on multi-population decomposition prediction

控制与决策. 2021, 36(12): 2910–2918 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.1002>

基于改进萤火虫算法的区域交通信号配时优化

Timing optimization of regional traffic signals based on improved firefly algorithm

控制与决策. 2020, 35(12): 2829–2834 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1835>

基于树形结构无界存档的多目标粒子群算法

Multi-objective particle swarm optimization algorithm based on tree-structured unbounded archive

控制与决策. 2020, 35(11): 2675–2686 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0276>

求解大规模稀疏优化问题的高维多目标萤火虫算法

赵嘉^{1,2}, 胡秋敏^{1,2}, 肖人彬^{3†}, 潘正祥⁴, 崔志华⁵, 樊棠怀^{1,2}

- 南昌工程学院 信息工程学院, 南昌 330099;
- 南昌工程学院 南昌市智慧城市物联感知与协同计算重点实验室, 南昌 330099;
- 华中科技大学 人工智能与自动化学院, 武汉 430074;
- 山东科技大学 计算机科学与工程学院, 山东 青岛 266590;
- 太原科技大学 计算机科学与技术学院, 太原 030024)

摘要: 多目标萤火虫算法在处理大规模稀疏多目标优化问题时难以保证 Pareto 最优解的稀疏性, 当优化问题的目标维数过大时, 将导致 Pareto 支配失效和收敛速度变慢. 鉴于此, 提出一种基于动态评分和邻域搜索的高维多目标萤火虫算法 (SMaOFA). 首先, 所提出算法基于双编码混合集成的方式生成稀疏的初始种群, 并提出动态评分策略, 此策略在每轮迭代时动态更新决策变量得分, 为后续迭代提供先验知识, 以保证解集的稀疏性; 然后, 根据模糊支配概念以及萤火虫间的欧氏距离提出邻域搜索策略, 摒弃全吸引模型对算法收敛速度的影响, 同时避免目标维数过大导致的 Pareto 支配失效; 最后, 引入线性调整因子改进萤火虫的位置更新公式, 提升种群的搜索能力. 实验结果表明, 处理大规模稀疏多目标优化问题时, 所提出算法具备高效的性能.

关键词: 萤火虫算法; 高维多目标优化; 大规模稀疏优化; 稀疏性; 收敛速度; 动态评分

中图分类号: TP139 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2024.0062

引用格式: 赵嘉, 胡秋敏, 肖人彬, 等. 求解大规模稀疏优化问题的高维多目标萤火虫算法 [J]. 控制与决策, 2024, 39(12): 3989-3996.

Many-objective firefly algorithm for solving large-scale sparse optimization problems

ZHAO Jia^{1,2}, HU Qiu-min^{1,2}, XIAO Ren-bin^{3†}, PAN Zheng-xiang⁴, CUI Zhi-hua⁵, FAN Tang-huai^{1,2}

(1. School of Information Engineering, Nanchang Institute of Technology, Nanchang 330099, China; 2. Nanchang Key Laboratory of IoT Perception and Collaborative Computing for Smart City, Nanchang Institute of Technology, Nanchang 330099, China; 3. School of Artificial Intelligence and Automation, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China; 4. Institute of Computer Science and Engineering, Shandong University of Science and Technology, Qingdao 266590, China; 5. College of Computer Science and Technology, Taiyuan University of Technology, Taiyuan 030024, China)

Abstract: The multi-objective firefly algorithm is difficult to ensure the sparsity of the Pareto optimal solutions when dealing with large-scale sparse multi-objective optimization problems, and when the objective dimension of the optimization problem is too large, it will also lead to the failure of Pareto dominance and the slowdown of convergence. In view of this, this paper proposes a many-objective firefly algorithm based on dynamic scoring and neighborhood search (SMaOFA). The algorithm generates sparse initial population based on the dual-coding hybrid ensemble, and proposes a dynamic scoring strategy, which dynamically updates the decision variable score at each round of iteration to provide prior knowledge for subsequent iterations to ensure the sparsity of the solution set. According to the concept of fuzzy dominance and the Euclidean distance between fireflies, a neighborhood search strategy is proposed, which discards the influence of the full attraction model on the convergence speed of the algorithm, and avoids the failure of Pareto dominance caused by the large objective dimension. The linear adjustment factor is introduced to improve the position update formula of fireflies and improve the search ability of the population. Experimental results show that the proposed algorithm has efficient performance when dealing with large-scale sparse multi-objective optimization problems.

Keywords: firefly algorithm; many-objective optimization; large-scale sparse optimization; sparsity; convergence speed; dynamic scoring

收稿日期: 2024-01-13; 录用日期: 2024-04-24.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (52069014).

责任编辑: 孙宗耀.

† 通讯作者. E-mail: rbxiao@hust.edu.cn.

0 引言

大规模稀疏多目标优化问题 (large-scale sparse multi-objective optimization problems, LSMOPs)^[1] 作为优化领域中的一个独特而复杂的分支,以其高维性和稀疏性的特点在学术和工业界得到了广泛应用,如神经网络训练^[2]、特征选择^[3]和复杂网络关键点检测^[4]等.这类问题不仅包含多个互相竞争的优化目标,还拥有大量的决策变量,且其中大部分决策变量是稀疏的^[5],即大多数变量对于目标函数的贡献微乎其微.因此,有效求解此类问题具有重要的实际意义.

近20年,多目标进化算法的研究发展迅速,但是大多数现有的多目标进化算法在求解LSMOPs时,其算法性能通常迅速下降^[6].其中造成性能下降的主要原因如下:1) 维度灾难^[7],即搜索空间随决策变量的增加呈指数级增长;2) Pareto最优解的稀疏特性^[8].鉴于这两个挑战,研究人员从采用高效的搜索策略和强化算法的自适应能力等方面着手,提出了多种基于不同思想的多目标进化算法.

针对维度灾难的思想主要划分为3类:1) 基于决策变量划分的思想,其采用分而治之的策略,根据不同的分配方式将决策变量分为若干组,进而单独优化^[9].此类算法虽然可以有效解决搜索空间过大的问题,但其性能受限于分组技术,在分组时需要更多的计算资源.2) 基于问题转换的思想,其目的是将复杂问题转换为子问题,并利用已有方法进行优化^[10].此类算法通过优化权重实现对决策变量的优化,同样减小了优化时的搜索空间,但其对权重的选择较为敏感,同时易陷入局部最优.3) 基于特殊子代生成思想,其主要是通过提出新的搜索策略直接对问题进行求解^[11].此类算法虽然无需考虑分组和权重选取的开销,但其算法所耗费的评价次数更多,在文献[11]中其评价次数设置为 $15\,000 \times D$,随着决策变量 D 的增加,其评价次数的开销将大幅增长.

与解决维度灾难的研究相比,处理Pareto最优解稀疏特性的研究起步较晚.其中采用的方法主要划分如下:1) 基于先验知识的方法^[5].使用该方法的算法通常在进化前获得决策变量的先验知识,并利用其对搜索空间进行优化,但是由于先验知识的静态性,有时在优化过程中可能会出现误指导现象.2) 基于决策空间降维的方法^[12].使用该方法的算法在进化过程中挖掘Pareto最优解的稀疏分布,将问题的搜索空间进行压缩,但是该方法的计算成本较高,且缺乏先验知识引导.

群智能算法 (swarm intelligence algorithm,

SIA)^[13]具有自组织、自适应以及自学习等特性,在求解LSMOPs时弱化了问题的具体场景,同时能够保证勘探与开发的平衡,具有很强的鲁棒性.萤火虫算法 (firefly algorithm, FA)^[14-16]作为SIA中的一员,最初由Yang^[14]通过模拟萤火虫的生物习性而提出,因其具有结构简单和易实现等优点得到了广泛应用.鉴于FA仅能求解单目标优化问题的局限性,后通过引入多目标优化的概念,将其扩展为多目标萤火虫算法 (multi-objective firefly algorithm, MOFA)^[17-18],用于求解多目标优化问题.

发展至今,MOFA已在处理多目标优化问题方面取得了显著的进展,但是在面对LSMOPs时,算法使用的学习策略仍然存在局限性,无法选择有助于种群进化的决策变量维度,这不利于算法在呈指数级增加的空间中搜索.综合以上分析,本文提出一种基于动态评分和邻域搜索的高维多目标萤火虫算法 (many-objective firefly algorithm based on dynamic scoring and neighborhood search, SMaOFA)用于求解LSMOPs,并将该问题的目标维数扩展至高维(目标维数大于3).所提出算法的主要特点包括:1) 采用双编码混合集成的方式生成稀疏的初始种群,该方式通过两种编码可分别记录当前最佳决策变量和待设置为0的决策变量,以实现解的稀疏性的控制,在此基础上提出动态评分策略,为后续每轮迭代提供新的决策变量得分,进一步保证解集的稀疏性;2) 根据模糊支配概念以及萤火虫间的欧氏距离提出邻域搜索策略,其中邻域范围随着距离的改变自动进行调整,以此适应不同范围内的萤火虫分布情况,利用模糊支配对萤火虫支配关系进行比较,避免目标维数过大时导致的Pareto支配失效;3) 引入线性调整因子,在改进萤火虫位置更新公式的同时调整模糊支配的松紧程度,以平衡不同时期算法的勘探和开发能力.实验结果表明,SMaOFA在基准测试函数和神经网络训练问题上均能够获得满意的结果.

1 相关理论知识

1.1 大规模稀疏多目标优化问题

以最小化问题为例,多目标优化问题的数学模型通常可描述为

$$\begin{cases} \min \mathbf{y} = F(\mathbf{x}) = [f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_m(\mathbf{x})], \\ \mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n] \in \mathbf{X} \subset \mathbf{R}^n, \\ \mathbf{y} = [y_1, y_2, \dots, y_m] \in \mathbf{Y} \subset \mathbf{R}^m. \end{cases} \quad (1)$$

其中: \mathbf{x} 为 n 维决策向量, \mathbf{X} 为 n 维决策空间, \mathbf{y} 为 m 维目标向量, \mathbf{Y} 为 m 维目标空间.当决策变量维数 n 超过100时,称之为大规模多目标优化问题 (large-

scale multi-objective optimization problems, LMOPs)^[19]; 当需要优化的目标维数 $m \geq 4$ 时, 称之为高维多目标优化问题 (many-objective optimization problems, MaOPs)^[20]. 大规模稀疏多目标优化问题中大部分决策变量为0, 只有少数决策变量有助于获得最优解, 即 Pareto 最优解中非0决策变量的个数远小于决策变量个数.

1.2 多目标萤火虫算法

萤火虫算法源于现实中萤火虫的自然行为, 其两个核心要素分别为亮度和吸引力. 亮度可分为萤火虫自身的荧光亮度和相对亮度. 荧光亮度与目标函数值有关, 表示一开始萤火虫所处位置的优劣; 而相对亮度决定了萤火虫的移动方向, 并随萤火虫的移动时刻进行自身亮度更新. 吸引力决定了萤火虫的移动距离, 其大小会随着两只萤火虫的距离增大而减小. 相对亮度和吸引力的公式分别定义为

$$I = I_0 e^{-\gamma r_{ij}^2}, \quad (2)$$

$$\beta_{ij} = \beta_0 e^{-\gamma r_{ij}^2}. \quad (3)$$

其中: γ 为光强吸收系数, 一般取 $\gamma \in [0.01, 100]$; I_0 和 β_0 分别为萤火虫自身的荧光亮度和最大吸引力; r_{ij} 为萤火虫 i 与萤火虫 j 间的欧氏距离.

根据多目标萤火虫算法的吸引机制, 萤火虫个体间的关系是通过 Pareto 支配概念确定的. 以萤火虫 i 作为研究对象, 若萤火虫 $j \prec i$, 表明萤火虫 i 的亮度较弱, 则此时萤火虫 i 需向萤火虫 j 方向进行移动, 以寻求更优的位置; 若萤火虫 $i \prec j$, 表明萤火虫 i 不受支配, 则使用当前最优解对其进行位置更新. 对应的更新公式如下所示:

$$x_i(t+1) = x_i(t) + \beta_{ij}(x_j(t) - x_i(t)) + \alpha \varepsilon_i, \quad (4)$$

$$x_i(t+1) = g^* + \alpha \varepsilon_i. \quad (5)$$

其中: $x_i(t)$ 和 $x_j(t)$ 分别为萤火虫 i 和萤火虫 j 在第 t 次迭代时的空间位置; α 为步长因子, 取值为 $[0, 1]$ 范围内的随机数; ε_i 为遵循高斯分布、均匀分布或其他分布的随机向量; g^* 是将多目标函数以随机加权和的方式转换为单目标函数而得到的最佳值.

1.3 模糊支配

依据 Pareto 支配的原则, 对于决策空间中任意两个不同的决策向量 \mathbf{x}_a 和 \mathbf{x}_b , 若经评估后解个体 a 无法支配 b , 且 b 无法支配 a , 则认定 a 与 b 这两个解个体相互构成非占优关系, 同时成为非支配解. 具体支配原则则定义为

$$\begin{cases} \forall i \in \{1, 2, \dots, m\} : f_i(\mathbf{x}_a) \leq f_i(\mathbf{x}_b), \\ \exists j \in \{1, 2, \dots, m\} : f_j(\mathbf{x}_a) < f_j(\mathbf{x}_b). \end{cases} \quad (6)$$

传统的 Pareto 支配广泛应用于现有的多目标进

化算法, 但其在应对 MaOPs 时展现的效果不佳^[21]. 2004年, Farina 等^[22] 在优化 MaOPs 时引入了模糊理论, 提出以个体目标优劣的数量来评估个体间的支配关系, 使得个体间是否存在占优关系不再受到目标函数数量纲和数值差异的影响, 但是该策略可能会造成种群个体陷入循环支配, 进而导致种群中不存在非支配解. 受此启发, 本文旨在将 MOFA 中的 Pareto 支配进行改进, 以应对处理 MaOPs 时可能失效的情况.

2 基于动态评分和邻域搜索的高维多目标萤火虫算法

根据前文的分析, MOFA 算法难以保证 Pareto 最优解的稀疏性, 当优化问题的目标维数过大时还将导致 Pareto 支配失效和收敛速度变慢的问题. 针对上述不足, SMOFA 从控制解的稀疏性和算法自身机制设计方面进行优化.

2.1 种群初始化策略

MOFA 采用随机初始化策略, 该策略虽然在实施过程中不需要额外的计算成本, 但是其未考虑求解问题本身的特征, 对于 Pareto 最优解的稀疏性帮助有限, 甚至某些位于搜索边缘的个体会导致算法的收敛速度变慢. 因此, 本文在结合 LSMOPs 问题本身特性的基础上, 采用 SparseEA 提出的双编码混合集成方式对萤火虫种群进行初始化.

种群初始化包含计算决策变量得分和生成初始种群两部分. 在计算决策变量得分部分: 通过 D 维决策变量构造 D 个解, 并对此进行非支配排序, 根据该解所处的非支配前沿层数作为该解的得分, 其中决策变量得分的高低表示其被设置为0的概率, 得分越低, 被设置为0的概率越小; 反之, 则越大. 在生成初始种群部分: 随机生成大小为 $N \times D$ 的实向量 \mathbf{dec} 和 $N \times D$ 的全0二进制掩码向量 \mathbf{mask} , 并在已知决策变量得分的基础上, 通过二元锦标赛^[23] 从 \mathbf{mask} 中选择 $\text{rand}() \times D$ 个元素翻转为1, 其中 $\text{rand}()$ 为 $[0, 1]$ 中的随机数. 最终决策变量定义为

$$(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots) = (\mathbf{dec}_1 \times \mathbf{mask}_1, \mathbf{dec}_2 \times \mathbf{mask}_2, \dots). \quad (7)$$

这里: 每个解的 \mathbf{dec} 记录当前最佳的决策变量; \mathbf{mask} 记录应设置为0的决策变量, 进而控制解的稀疏性. 值得注意的是, SparseEA 在环境选择方面与 NSGA-II 相似, 通过拥挤距离淘汰多余的解, 而由于本文涉及高维多目标优化问题, 在环境选择中采用 NSGA-III 的精英保留操作, 以维护种群的多样性.

2.2 动态评分策略

上述种群初始化中计算的决策变量得分可影响其被设置为0的概率, 但是该得分仅在种群进化前获

得,且其值是静态的,难以覆盖全局信息.因此本文提出一种动态评分策略,旨在使得种群在每轮迭代时能够动态地更新其决策变量得分,为后续提供先验知识,更好地保证解的稀疏性.

动态评分策略中:首先,基于上一代决策变量的得分,对二进制掩码向量进行交叉变异操作,保证更新完的二进制掩码向量具有不同数量的0和1;然后,对子代种群个体进行非支配排序,并根据个体所处前沿层数进行初次评分;最后,将二进制掩码向量与初次得分进行逐元素相乘并求和,得到最新决策变量的得分.

为了验证动态评分策略的有效性,将所提出算法 SMOFA 与 SparseEA 进行比较.这两种算法在初始化阶段均计算了决策变量得分,不同的是 SparseEA 的决策变量得分是静态的,即在后续进化过程中未进行更新,而 SMOFA 则采用了动态评分策略,能够为种群进化提供新的决策变量得分,以覆盖更多的全局信息.图1为在8个测试问题下,SMOFA 与 SparseEA 所获得解集中非0决策变量的比率.图1中:蓝色柱为 SMOFA,橙色柱为 SparseEA,横坐标为8个不同的测试问题,纵坐标为非0决策变量的占比.由图1可见,8个测试问题下,SMOFA 获得解集的非0决策变量比率均低于 SparseEA,表明了动态评分策略的有效性.

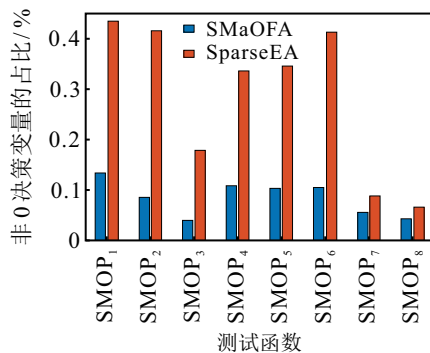


图1 两种算法获得解集的非0决策变量所占比率

2.3 基于模糊支配的邻域搜索策略

由前文分析可知,MOFA中判断一个解个体是否是非支配解,需使用 Pareto 支配进行评估,但是随着目标维数的增加,目标函数间的相关性增强,非支配解的数量呈指数级增长^[24],最终导致 Pareto 支配失效.此外,由于 MOFA 使用的是全吸引模型,即在每轮迭代中选定萤火虫均需要与种群中其他萤火虫进行 Pareto 支配比较并发生多次移动,这种机制虽然使得萤火虫在进化过程中增加了寻优的概率,但是同时也增加了算法的计算复杂度,导致种群收敛速度变慢.

综上分析,本文摒弃传统多目标萤火虫算法使用的全吸引模型,提出了基于模糊支配的邻域搜索策

略.在每轮迭代中,通过计算当前参与进化的萤火虫与种群内所有其他萤火虫的欧氏距离平均值,以获得新的邻域范围.这样设计邻域搜索的优势在于:一方面,降低了对比学习的计算开销,并根据迭代轮次和参与进化的萤火虫不同而自动调整邻域范围,以更好地适应不同范围内萤火虫的分布情况;另一方面,通过模糊支配关系进行判断,避免了算法因支配关系失效而无法选择合适的进化方式,进而导致出现种群聚集的现象.邻域范围的计算公式如下所示:

$$R = \frac{1}{N-1} \sum_{j=1}^{N-1} d(q_i, p_j). \quad (8)$$

其中: R 为邻域范围, N 为种群规模, d 为空间中选定萤火虫点 q 到其他萤火虫点集 p 的欧氏距离.

2.4 线性调整因子

第2.3节中对算法的搜索机制进行了改进,改进后的算法虽然在一定程度上提升了收敛速度,但是 MOFA 位置更新公式的固有缺陷依然存在.因此,本文在 MOFA 的萤火虫位置更新公式的基础上加入线性调整因子 k ,保证种群在迭代初期具备良好的全局探索能力,并在迭代后期保证种群收敛.此外,线性调整因子 k 可同时调整模糊支配的松紧程度,不断放松支配条件,降低非支配解的数量.线性调整因子的定义如下所示:

$$k = 0.5 + 0.5 \exp(-2t/\text{Maxit}), \quad (9)$$

其中 t 和 Maxit 分别为当前迭代次数和最大迭代次数.迭代初期当 k 接近 1 时,支配条件中 x_a 的大部分目标个数不劣于 x_b ,此时模糊支配接近 Pareto 支配.随着迭代次数的增加, k 的取值逐渐减小,此时模糊支配也随之放宽支配条件,以达到减少非支配解的目的.

改进后的位置更新公式如下所示:

$$x_i(t+1) = x_i(t) + k \cdot \beta_{ij}(x_j(t) - x_i(t)) + \alpha \varepsilon_i, \quad (10)$$

$$x_i(t+1) = g^* + k \cdot \alpha \varepsilon_i. \quad (11)$$

2.5 算法步骤

SMOFA 首先采用双编码混合集成的方式生成初始种群;然后,基于欧氏距离设定邻域范围,使得萤火虫在当前范围内进行迭代进化,并动态更新决策变量得分;最后,采用精英保留操作对合并种群进行淘汰选择.具体算法流程如下.

输入: 决策变量 D , 决策变量区间范围 $[a, b]$, 目标维数 M , 种群规模 N , 最大迭代次数 Maxit , 光吸收系数 γ , 最大吸引力 β_0 , 步长因子 α ;

输出: Pareto 最优解集.

step 1: 根据 D 维决策变量构建 D 个解, 并对其进行非支配排序, 根据所处非支配前沿层计算决策变量得分.

step 2: 通过二元锦标赛选择对掩码向量进行 $\text{rand}() \times D$ 轮翻转, 生成规模大小为 N 的初始种群, 设置迭代次数 $t=0$.

step 3: 当 $t < \text{Maxit}$ 时, 重复 step 4 ~ step 11.

step 4: 根据决策变量得分对掩码向量进行交叉变异操作, 生成子代掩码向量.

step 5: 计算种群内选定萤火虫与其他萤火虫的欧氏距离.

step 6: 按照式(9)生成线性调整因子.

step 7: 根据距离设定邻域, 并对邻域范围内的萤火虫进行遍历. 若萤火虫 i 受萤火虫 j 支配, 则按照式(10)进行位置更新; 若萤火虫 i 不受任何支配, 则按照式(11)进行位置更新.

step 8: 更新子代种群的决策变量.

step 9: 动态更新决策变量得分.

step 10: 合并父代和子代种群, 利用一组均匀分布的参考点并结合 NSGA-III 的精英保留操作进行淘汰选择.

step 11: $t=t+1$, 直至满足算法终止条件.

3 实验仿真和分析

为了验证 SMOFA 在处理大规模稀疏 MaOPs 时的优化性能, 本节将 SMOFA 与 5 种先进多目标进化算法进行对比分析, 其中包括用于处理高维多目标优化问题的进化算法 NSGA-III^[25]、MaOEA-IT^[26] 以及专门用于求解大规模稀疏多目标的进化算法 SparseEA^[5]、SECSO^[27] 和 MSKEA^[28].

3.1 实验设置

1) 算法参数: 本节对 NSGA-III、MaOEA-IT、SparseEA、MSKEA 和 SMOFA 中使用模拟二进制交叉与多项式变异的参数进行统一配置, 其他实验参数按照对应算法的原文献推荐值进行设置. 其中: 交叉和变异的分布指数均设置为 20, 交叉和突变的概率分别设置为 1.0 和 $1/D$. 在所提出算法 SMOFA 中: 初

始步长因子设置为 0.25, 最大吸引力和光强吸收系数均设置为 1.

2) 测试问题: 本节选取具有不同 Pareto 前沿以及适应度景观性质的 8 个基准测试问题 $\text{SMOP}_1 \sim \text{SMOP}_8$ 进行算法测试. 其中: 变量维数分别设置为 100、500 和 1000, 目标维数分别设置为 3、5 和 10. 此外, 将算法应用于实际的神经网络训练问题 $\text{NN}_1 \sim \text{NN}_4$. 该问题的核心目标是在维持最低分类错误率的前提下, 最小化神经网络的结构以及输入特征的复杂度, 其中变量维数分别设置为 321、401、521 和 1241.

3) 停止条件以及种群规模: 为了维持实验的公平性, 本节所有算法均在 PlatEMO^[29] 平台上运行, 并对算法在基准测试问题和神经网络训练问题上的函数评估次数以及种群规模进行统一设置. 其中: 函数评估次数分别设置为 $100 \times D$ 和 25 000, 种群规模分别设置为 100 和 50.

4) 性能指标: 针对基准测试问题, 选用反转世代距离 (inverted generational distance, IGD)^[30] 来检验 6 种算法获得的解集; 对于神经网络训练问题, Pareto 前沿是未知的, 因此采用超体积 (hyper volume, HV)^[31] 作为衡量算法性能的评价指标, 其中 IGD 和 HV 均为综合性能指标. 当 IGD 指标值越小, HV 指标值越大时, 算法的收敛性和多样性越好. 此外, 采用显著性水平为 5% 的 Wilcoxon 秩和检验^[32] 对测试的 6 种算法进行统计分析, 其中符号 “+” “-” 和 “ \approx ” 分别表示参与对比的 5 种算法在统计意义上优于、劣于和无明显劣于所提出算法 SMOFA.

3.2 基准测试问题分析

表 1 给出了 SMOFA 与 5 种对比算法在基准测试问题上运行 30 次获得 IGD 指标的均值和方差, 其中不同算法在相同测试条件下表现最优的结果加粗表示. 由表 1 可见: 所提出算法 SMOFA 在基准测试问题 $\text{SMOP}_1 \sim \text{SMOP}_8$ 上的综合性能优于其他对比算法, 在 72 个不同的测试实例中获得了 60 个最佳 IGD 值, 其次为 MSKEA 和 SECSO, 分别获得了 9 个

表 1 SMOFA 与 5 种算法在基准测试问题上获得的 IGD 值

problem	M	D	NSGA-III	MaOEA-IT	SparseEA	SECSO	MSKEA	SMOFA
	3	100	0.275 9(1.29e-2)	0.367 9(2.28e-2)	0.077 7(4.20e-3)	0.073 7(2.54e-3)	0.052 8(7.06e-3)	\approx 0.047 0(1.95e-3)
		500	0.199 0(6.59e-3)	0.893 1(3.65e-2)	0.077 9(3.82e-3)	0.073 3(1.54e-3)	0.058 0(4.81e-3)	0.044 2(8.75e-4)
		1000	0.195 3(5.28e-3)	1.476 7(2.72e-1)	0.072 1(3.87e-3)	0.073 8(4.44e-4)	0.058 1(2.23e-3)	0.045 2(1.54e-3)
SMOP_1	5	100	0.499 8(2.34e-2)	0.766 0(8.93e-2)	0.406 9(8.20e-2)	0.243 1(4.77e-2)	0.258 3(8.87e-2)	0.142 4(1.74e-3)
		500	0.330 3(9.71e-3)	1.202 3(2.03e-1)	0.397 2(4.77e-2)	0.152 3(7.94e-3)	0.175 8(1.56e-2)	0.135 9(4.97e-4)
		1000	0.319 9(2.96e-3)	1.435 9(2.51e-1)	0.373 5(7.65e-2)	0.150 0(4.48e-3)	0.217 1(2.54e-2)	0.136 1(9.93e-4)
	10	100	0.801 3(2.31e-2)	1.085 6(1.13e-1)	0.826 6(5.89e-2)	0.531 2(1.49e-1)	1.726 7(2.60e-1)	0.299 7(1.99e-2)
		500	0.754 3(1.23e-2)	1.276 0(1.78e-1)	0.549 8(8.62e-2)	0.385 8(1.02e-1)	1.432 3(2.65e-1)	0.301 9(7.23e-3)
		1000	0.751 2(2.93e-2)	1.098 1(1.86e-1)	0.508 6(8.35e-2)	0.448 0(6.73e-2)	1.245 8(1.69e-1)	0.296 0(4.06e-3)

表1(续)

problem	M	D	NSGA-III	MaOEA-IT	SparseEA	SECSO	MSKEA	SMAOFA
SMOP ₂	3	100	0.903 5(3.03e-2)	1.155 7(6.61e-2)	0.132 4(1.33e-2)	0.147 8(1.47e-2)	0.070 2(1.15e-2)	≈ 0.067 3(4.75e-3)
		500	0.753 6(2.34e-2)	1.775 9(4.12e-3)	0.128 1(5.97e-3)	0.130 2(2.47e-3)	0.090 7(9.19e-3)	0.084 5(1.02e-2)
		1000	0.747 8(1.39e-2)	2.351 9(4.66e-1)	0.124 4(8.85e-3)	0.129 6(2.61e-3)	0.095 2(4.97e-3)	0.083 5(1.74e-2)
	5	100	1.191 7(4.15e-2)	1.436 3(1.41e-1)	0.498 2(6.07e-2)	0.400 3(3.44e-2)	0.292 8(2.57e-2)	0.163 6(5.14e-3)
		500	0.923 8(1.04e-2)	1.621 3(1.05e-1)	0.436 2(1.30e-1)	0.386 3(1.56e-1)	0.231 1(2.81e-2)	0.157 2(8.09e-3)
		1000	0.859 4(6.05e-3)	1.939 0(2.08e-1)	0.469 9(9.80e-2)	0.255 7(1.20e-1)	0.220 8(2.39e-2)	0.152 4(1.13e-2)
	10	100	1.673 2(8.32e-2)	1.618 2(1.47e-1)	0.923 6(1.19e-1)	0.823 3(2.33e-1)	1.547 2(3.53e-1)	0.339 2(1.54e-2)
		500	1.472 7(1.96e-2)	1.828 9(4.19e-1)	0.731 5(7.69e-2)	0.891 4(3.69e-1)	1.552 4(1.42e-1)	0.372 5(1.34e-1)
		1000	1.392 6(3.32e-2)	1.674 1(2.60e-1)	0.627 9(1.03e-1)	0.947 3(3.07e-1)	1.240 1(4.90e-1)	0.393 5(1.57e-1)
SMOP ₃	3	100	1.065 1(3.96e-2)	1.448 2(6.91e-2)	0.081 9(4.03e-3)	0.408 4(7.09e-2)	0.042 5(9.38e-4)	+ 0.065 3(5.98e-3)
		500	0.911 9(2.74e-2)	2.205 1(5.32e-2)	0.090 4(4.02e-3)	0.099 4(3.06e-2)	0.048 9(3.48e-3)	+ 0.067 1(9.63e-3)
		1000	0.929 4(2.15e-2)	3.070 6(5.14e-1)	0.087 4(1.40e-3)	0.077 7(7.25e-3)	0.051 9(1.64e-3)	+ 0.062 7(1.04e-3)
	5	100	1.438 2(1.83e-2)	1.763 1(1.38e-1)	0.259 9(1.05e-1)	≈ 0.713 2(4.62e-2)	0.164 7(1.33e-2)	+ 0.237 5(1.51e-1)
		500	1.078 0(1.80e-2)	1.904 2(8.21e-2)	0.370 1(2.04e-1)	0.649 6(5.27e-2)	0.167 8(1.07e-2)	≈ 0.155 3(1.58e-2)
		1000	1.054 7(2.60e-2)	2.139 0(2.91e-1)	0.579 0(2.94e-1)	0.600 6(6.06e-2)	0.168 8(2.47e-3)	+ 0.249 8(2.27e-1)
	10	100	2.218 9(8.00e-2)	1.988 5(1.92e-1)	0.905 4(9.44e-2)	0.981 1(1.83e-1)	0.649 8(2.83e-1)	+ 0.765 5(2.47e-1)
		500	1.842 1(2.12e-2)	1.879 1(2.24e-1)	0.944 8(6.39e-2)	1.046 3(9.78e-2)	0.981 0(1.03e+0)	0.675 7(9.04e-2)
		1000	1.770 6(1.39e-2)	2.232 1(5.89e-1)	1.023 1(2.73e-2)	1.094 4(2.02e-2)	2.114 8(9.98e-1)	0.680 6(5.73e-2)
SMOP ₄	3	100	0.326 0(8.67e-3)	0.442 9(4.31e-2)	0.058 7(1.06e-2)	0.031 0(9.41e-4)	≈ 0.030 5(5.92e-4)	≈ 0.028 6(4.46e-4)
		500	0.274 8(8.34e-3)	0.771 0(1.35e-1)	0.073 6(1.19e-2)	0.031 4(3.65e-4)	≈ 0.0318 0(1.33e-4)	≈ 0.028 1(2.29e-4)
		1000	0.246 0(6.98e-3)	1.329 4(3.63e-1)	0.067 0(3.42e-3)	0.030 7(3.90e-4)	≈ 0.032 4(2.83e-4)	0.028 4(1.64e-4)
	5	100	0.314 3(1.50e-2)	0.541 6(1.32e-1)	0.345 2(1.49e-1)	0.092 5(1.36e-2)	0.192 2(8.27e-2)	0.062 1(5.15e-4)
		500	0.283 6(5.42e-3)	0.467 8(4.73e-2)	0.238 0(2.41e-2)	0.100 7(3.25e-2)	0.099 4(1.48e-2)	0.061 9(1.50e-3)
		1000	0.261 4(4.57e-3)	0.681 0(3.54e-1)	0.212 2(7.27e-2)	0.078 3(9.50e-4)	0.099 4(2.47e-2)	0.062 0(5.83e-4)
	10	100	0.190 9(3.53e-2)	0.546 5(1.12e-1)	0.964 6(4.89e-2)	0.208 1(4.07e-2)	0.865 3(9.70e-1)	0.124 0(2.21e-2)
		500	0.242 7(6.03e-2)	0.456 9(6.02e-2)	0.707 1(3.83e-1)	0.301 8(1.26e-1)	0.422 6(1.43e-1)	0.139 0(5.11e-2)
		1000	0.232 4(4.16e-2)	1.072 1(6.61e-1)	0.986 3(3.16e-4)	0.450 1(7.65e-2)	1.101 0(4.76e-1)	0.133 8(3.46e-2)
SMOP ₅	3	100	0.254 1(4.09e-3)	0.296 5(1.22e-2)	0.062 7(1.01e-2)	0.036 3(1.00e-3)	0.033 9(1.84e-3)	0.028 8(4.48e-4)
		500	0.234 3(1.86e-3)	0.560 8(8.47e-3)	0.068 2(7.32e-3)	0.039 8(1.23e-3)	0.033 0(1.08e-3)	0.028 3(1.85e-4)
		1000	0.230 0(1.41e-3)	1.162 3(9.64e-2)	0.071 9(1.83e-2)	0.039 6(6.29e-4)	0.032 9(5.54e-4)	0.028 2(2.64e-4)
	5	100	0.223 0(5.03e-2)	0.417 9(1.26e-1)	0.289 6(4.14e-2)	0.082 9(7.13e-3)	0.161 2(3.45e-2)	0.066 5(2.33e-3)
		500	0.186 5(1.84e-3)	0.571 9(2.37e-1)	0.510 5(3.96e-1)	0.091 0(3.73e-3)	0.145 0(2.98e-2)	0.062 5(1.16e-3)
		1000	0.177 0(1.18e-3)	0.658 8(2.60e-1)	0.364 3(3.26e-1)	0.093 9(1.07e-3)	0.144 5(4.74e-2)	0.062 1(9.05e-4)
	10	100	0.183 7(2.64e-2)	0.488 1(9.52e-2)	0.878 0(8.11e-2)	0.146 0(2.23e-2)	+ 0.463 1(3.07e-1)	0.154 4(6.78e-2)
		500	0.212 6(2.14e-2)	0.634 2(2.86e-1)	0.978 4(8.29e-3)	0.161 1(2.75e-2)	≈ 0.325 4(3.85e-2)	0.152 6(8.72e-2)
		1000	0.199 7(2.04e-2)	≈ 0.881 6(4.88e-1)	0.986 0(2.59e-4)	0.193 4(4.16e-2)	≈ 0.400 9(3.37e-1)	0.162 3(7.58e-2)
SMOP ₆	3	100	0.079 8(1.33e-3)	0.125 4(9.27e-3)	0.063 7(2.58e-3)	0.039 5(7.09e-4)	0.034 0(1.46e-3)	0.028 8(2.30e-4)
		500	0.061 0(1.25e-3)	0.286 2(2.59e-2)	0.076 4(1.03e-2)	0.041 2(1.20e-3)	0.034 7(1.69e-3)	0.028 2(9.34e-5)
		1000	0.054 5(1.24e-3)	0.609 9(1.83e-1)	0.075 5(9.12e-3)	0.042 2(2.24e-3)	0.033 5(9.66e-4)	0.028 3(2.25e-4)
	5	100	0.105 2(3.70e-3)	0.183 0(3.49e-2)	0.327 8(3.02e-1)	0.097 7(7.96e-3)	0.135 6(4.77e-2)	0.065 2(6.18e-3)
		500	0.093 6(1.17e-3)	0.324 2(1.40e-1)	0.632 9(3.99e-1)	0.110 1(8.42e-3)	0.278 9(3.76e-1)	0.062 9(3.22e-4)
		1000	0.090 6(9.62e-4)	0.396 2(1.11e-1)	0.480 4(4.02e-1)	0.124 2(1.56e-2)	0.117 0(1.40e-2)	0.062 9(5.51e-4)
	10	100	0.140 5(2.42e-2)	≈ 0.254 4(6.16e-2)	0.897 6(1.79e-2)	0.129 4(1.04e-2)	≈ 0.208 9(3.27e-2)	≈ 0.170 1(6.86e-2)
		500	0.141 0(1.30e-2)	+ 0.356 9(1.88e-1)	0.954 4(4.59e-2)	0.223 6(4.33e-2)	≈ 0.399 2(2.99e-1)	0.220 6(1.50e-1)
		1000	0.145 4(6.24e-3)	≈ 0.396 3(1.95e-1)	0.954 1(3.08e-2)	0.242 0(2.93e-2)	0.545 6(4.38e-1)	0.122 1(4.23e-2)
SMOP ₇	3	100	0.612 4(5.26e-2)	0.666 1(4.42e-2)	0.128 3(1.86e-2)	0.220 6(1.27e-2)	0.084 9(2.04e-2)	0.074 5(3.77e-3)
		500	0.511 8(1.28e-2)	1.453 2(1.21e-1)	0.155 1(6.11e-3)	≈ 0.214 8(9.77e-3)	0.131 9(1.45e-2)	≈ 0.110 3(1.22e-2)
		1000	0.506 8(1.71e-2)	1.967 1(2.14e-1)	0.173 2(6.48e-3)	≈ 0.218 2(4.18e-3)	0.142 2(1.18e-2)	≈ 0.127 4(1.52e-2)
	5	100	1.138 1(5.66e-2)	1.516 5(7.55e-2)	0.379 9(1.20e-2)	0.357 2(2.00e-2)	0.334 5(1.12e-2)	0.281 4(1.09e-2)
		500	0.892 3(4.03e-2)	2.647 6(2.20e-1)	0.374 3(4.25e-3)	0.377 7(1.97e-2)	0.317 9(5.11e-3)	≈ 0.271 6(4.43e-3)
		1000	0.790 0(2.44e-2)	2.982 4(5.00e-2)	0.383 5(2.07e-2)	0.400 5(1.74e-2)	0.345 8(4.47e-2)	0.270 6(4.68e-3)
	10	100	1.567 5(1.46e-1)	2.552 0(8.07e-2)	1.070 0(5.07e-2)	0.758 7(1.72e-2)	1.461 2(8.50e-2)	0.582 9(1.01e-2)
		500	1.488 4(1.47e-1)	3.048 3(8.87e-2)	1.020 0(7.02e-2)	0.923 6(9.44e-2)	2.482 8(1.46e+0)	0.574 8(4.90e-3)
		1000	1.617 2(2.34e-1)	3.036 5(1.29e-1)	1.096 4(7.17e-2)	1.066 5(9.70e-2)	2.698 5(1.21e+0)	0.572 6(8.05e-3)
SMOP ₈	3	100	2.857 5(1.37e-1)	2.906 4(1.80e-1)	0.285 7(1.48e-2)	0.475 0(2.48e-2)	0.181 8(2.64e-2)	≈ 0.190 7(1.41e-2)
		500	2.525 4(1.88e-1)	3.735 0(4.97e-2)	0.336 8(9.95e-3)	0.462 4(1.17e-2)	0.220 7(2.14e-2)	+ 0.288 2(7.72e-3)
		1000	2.241 0(5.92e-2)	4.066 1(6.27e-2)	0.373 5(2.11e-2)	0.460 6(1.38e-2)	0.269 2(1.25e-2)	+ 0.321 4(1.61e-2)
	5	100	3.278 1(2.99e-2)	3.506 2(6.45e-2)	0.582 9(1.66e-2)	0.611 0(2.00e-2)	0.579 6(2.02e-2)	0.478 7(2.40e-2)
		500	3.163 1(7.08e-2)	3.801 0(2.94e-2)	0.575 9(1.59e-2)	0.601 0(1.96e-2)	0.538 7(2.34e-2)	0.456 5(1.11e-2)
		1000	2.867 2(7.53e-2)	4.047 2(8.45e-2)	0.568 1(1.83e-2)	0.625 2(5.23e-2)	0.536 7(2.55e-2)	0.447 8(7.57e-2)
	10	100	3.577 7(7.52e-2)	3.949 0(8.49e-2)	1.191 1(1.12e-1)	0.975 9(2.45e-2)	1.954 9(9.66e-1)	0.724 9(9.48e-3)
		500	3.308 6(8.02e-2)	4.040 8(7.10e-2)	1.279 7(1.50e-1)	1.276 1(1.85e-1)	2.358 7(1.09e+0)	0.698 9(1.80e-2)
		1000	3.285 7(1.66e-1)	4.215 4(5.97e-2)	1.256 6(1.12e-1)	1.287 0(1.28e-1)	3.220 3(9.23e-1)	0.707 4(1.22e-2)

+ / - / ≈

1/68/3

0/72/0

0/69/3

2/64/7

9/54/10

和2个最佳IGD值;在Wilcoxon秩和检验方面,SMaOFA分别在68、72、69、64和54个测试实例上优于NSGA-III、MaOEA-IT、SparseEA、SECSO与MSKEA。

3.3 神经网络训练问题分析

表2给出了SMaOFA与4种对比算法在神经网络训练问题上运行30次获得HV指标的均值和方差,

其中不同算法在相同测试条件下表现最优的结果加粗表示。由表2可见,所提出SMaOFA在4个神经网络训练测试实例中均取得了最佳HV值。值得一提的是,本节并未在神经网络训练测试中与MaOEA-IT算法进行对比,因为在设定的25000次评估中, MaOEA-IT未能有效地实现种群收敛,进而在解的质量上难以与其他算法进行对比。

表2 SMaOFA与4种算法在神经网络训练问题上获得的HV值

problem	D	NSGA-III	SparseEA	SECSO	MSKEA	SMaOFA
NN ₁	321	0.354 5(1.48e-2)–	0.894 2(4.28e-3)–	0.886 6(1.44e-3)–	0.892 6(1.44e-3)–	0.903 9(6.45e-3)
NN ₂	401	0.366 4(9.77e-3)–	0.974 1(8.93e-4)–	0.921 6(2.15e-3)–	0.969 1(3.38e-3)–	0.979 9(2.92e-3)
NN ₃	521	0.310 8(1.07e-2)–	0.809 3(2.20e-3)–	0.798 2(4.49e-3)–	0.805 9(1.58e-3)–	0.816 4(3.29e-3)
NN ₄	1 241	0.324 3(1.08e-2)–	0.871 1(1.18e-2)–	0.861 8(4.25e-2)–	0.853 8(1.12e-2)–	0.886 9(2.78e-2)
+ / - / ≈		0/4/0	0/4/0	0/4/0		

4 结论与展望

本文针对大规模稀疏多目标优化问题,分析了MOFA在求解时存在难以保证Pareto最优解的稀疏性、Pareto支配失效和收敛速度慢的问题。在充分考虑求解问题和MOFA自身特性的基础上,首先,提出了一种基于动态评分和邻域搜索的高维多目标萤火虫算法。所提出算法通过采用双编码混合表示法来保证求解时的稀疏性,并提出了动态评分策略,以覆盖后续迭代中的全局信息。然后,采用改进算法的搜索机制来提升算法的收敛速度,在此基础上引入模糊支配,有效避免了当目标维数过大时Pareto支配失效的问题。最后,加入了线性调整因子,在调节模糊支配松紧程度的同时有效提升了种群的搜索能力。由72个基准测试实例和4个神经网络测试实例的结果表明,SMaOFA相较于对比算法表现出了较好的收敛性和多样性,同时也具备良好的稀疏性。在未来的工作中,将进一步研究稀疏优化问题在现实中的应用,并进一步提升算法性能。

参考文献(References)

[1] Tian Y, Lu C, Zhang X Y, et al. Solving large-scale multiobjective optimization problems with sparse optimal solutions via unsupervised neural networks[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2021, 51(6): 3115-3128.

[2] Srivastava N, Hinton G, Krizhevsky A, et al. Dropout: A simple way to prevent neural networks from overfitting[J]. The Journal of Machine Learning Research, 2014, 15(1): 1929-1958.

[3] Chu S C, Zhuang Z J, Pan J S, et al. Enhanced SparseEA for large-scale multi-objective feature selection problems[J]. Complex & Intelligent Systems, 2024, 10(1): 485-507.

[4] Lalou M, Tahraoui M A, Kheddouci H. The critical node detection problem in networks: A survey[J]. Computer Science Review, 2018, 28: 92-117.

[5] Tian Y, Zhang X Y, Wang C, et al. An evolutionary algorithm for large-scale sparse multiobjective optimization problems[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2020, 24(2): 380-393.

[6] Tian Y, Feng Y D, Zhang X Y, et al. A fast clustering based evolutionary algorithm for super-large-scale sparse multi-objective optimization[J]. IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica, 2023, 10(4): 1048-1063.

[7] Su Y S, Jin Z X, Tian Y, et al. Comparing the performance of evolutionary algorithms for sparse multi-objective optimization via a comprehensive indicator[research frontier][J]. IEEE Computational Intelligence Magazine, 2022, 17(3): 34-53.

[8] Zhang Y J, Tian Y, Zhang X Y. Improved SparseEA for sparse large-scale multi-objective optimization problems[J]. Complex & Intelligent Systems, 2023, 9: 1127-1142.

[9] Zhang X Y, Tian Y, Cheng R, et al. A decision variable clustering-based evolutionary algorithm for large-scale many-objective optimization[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2018, 22(1): 97-112.

[10] Zille H, Ishibuchi H, Mostaghim S, et al. A framework for large-scale multiobjective optimization based on problem transformation[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2018, 22(2): 260-275.

[11] Tian Y, Zheng X T, Zhang X Y, et al. Efficient large-scale multiobjective optimization based on a competitive swarm optimizer[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2020, 50(8): 3696-3708.

[12] Tian Y, Lu C, Zhang X Y, et al. A pattern mining-based evolutionary algorithm for large-scale sparse multiobjective optimization problems[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2022, 52(7): 6784-6797.

[13] Tang J, Liu G, Pan Q T. A review on representative

- swarm intelligence algorithms for solving optimization problems: Applications and trends[J]. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2021, 8(10): 1627-1643.
- [14] Yang X S. Nature-inspired metaheuristic algorithms[M]. Frome: Luniver Press, 2008: 81-89.
- [15] Zhao J, Chen W P, Xiao R B, et al. Firefly algorithm with division of roles for complex optimal scheduling[J]. *Frontiers of Information Technology & Electronic Engineering*, 2021, 22(10): 1311-1333.
- [16] 赵嘉, 谢智峰, 吕莉, 等. 深度学习萤火虫算法[J]. *电子学报*, 2018, 46(11): 2633-2641.
(Zhao J, Xie Z F, Lv L, et al. Firefly algorithm with deep learning[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2018, 46(11): 2633-2641.)
- [17] 赖智臻, 吴润秀, 李强, 等. 分组学习的多目标萤火虫算法[J]. *南昌工程学院学报*, 2023, 42(3): 73-81.
(Lai Z Z, Wu R X, Li Q, et al. Multi-objective firefly algorithm for group learning[J]. *Journal of Nanchang Institute of Technology*, 2023, 42(3): 73-81.)
- [18] Zhao J, Chen D D, Xiao R B, et al. Multi-objective firefly algorithm with adaptive region division[J]. *Applied Soft Computing*, 2023, 147: 110796.
- [19] 葛媛媛, 陈得宝, 邹锋. 多群多策略差分大规模多目标优化算法[J]. *控制与决策*, 2024, 39(2): 429-439.
(Ge Y Y, Chen D B, Zou F. A large-scale multi-objective optimization based on multi-population and multi-strategy differential algorithm[J]. *Control and Decision*, 2024, 39(2): 429-439.)
- [20] 覃灏, 李军华, 黎明, 等. 基于自适应参考向量和参考点的高维多目标进化算法[J]. *控制与决策*, 2024, 39(3): 759-767.
(Qin H, Li J H, Li M, et al. An adaptive reference vector and reference point based many-objective evolutionary algorithm[J]. *Control and Decision*, 2024, 39(3): 759-767.)
- [21] 毕晓君, 张永建, 陈春雨. 基于模糊支配的高维多目标进化算法MFEA[J]. *电子学报*, 2014, 42(8): 1653-1659.
(Bi X J, Zhang Y J, Chen C Y. A many-objective evolutionary algorithm based on fuzzy dominance: MFEA[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2014, 42(8): 1653-1659.)
- [22] Farina M, Amato P. A fuzzy definition of “optimality” for many-criteria optimization problems[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics—Part A: Systems and Humans*, 2004, 34(3): 315-326.
- [23] Kumar N, Manna A K, Shaikh A A, et al. Application of hybrid binary tournament-based quantum-behaved particle swarm optimization on an imperfect production inventory problem[J]. *Soft Computing*, 2021, 25(16): 11245-11267.
- [24] 肖人彬, 李贵, 陈峙臻. 进化超多目标优化研究进展及展望[J]. *控制与决策*, 2023, 38(7): 1761-1788.
(Xiao R B, Li G, Chen Z Z. Research progress and prospect of evolutionary many-objective optimization[J]. *Control and Decision*, 2023, 38(7): 1761-1788.)
- [25] Deb K, Jain H. An evolutionary many-objective optimization algorithm using reference-point-based nondominated sorting approach—Part I: Solving problems with box constraints[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2014, 18(4): 577-601.
- [26] Sun Y N, Xue B, Zhang M J, et al. A new two-stage evolutionary algorithm for many-objective optimization[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2019, 23(5): 748-761.
- [27] Wang X Y, Zhang K, Wang J, et al. An enhanced competitive swarm optimizer with strongly convex sparse operator for large-scale multiobjective optimization[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2022, 26(5): 859-871.
- [28] Ding Z L, Chen L, Sun D D, et al. A multi-stage knowledge-guided evolutionary algorithm for large-scale sparse multi-objective optimization problems[J]. *Swarm and Evolutionary Computation*, 2022, 73: 101119.
- [29] Tian Y, Cheng R, Zhang X Y, et al. PlatEMO: A Matlab platform for evolutionary multi-objective optimization[J]. *IEEE Computational Intelligence Magazine*, 2017, 12(4): 73-87.
- [30] Charles A, Jean B, Dominique C, et al. Performance indicators in multiobjective optimization[J]. *European Journal of Operational Research*, 2020, 292(2): 397-422.
- [31] Li M Q, Yao X. Quality evaluation of solution sets in multiobjective optimisation: A survey[J]. *ACM Computing Surveys*, 2019, 52(2): 1-38.
- [32] Rosner B, Glynn R J, Lee M L T. Incorporation of clustering effects for the wilcoxon rank sum test: A large-sample approach[J]. *Biometrics*, 2003, 59(4): 1089-1098.

作者简介

赵嘉(1981—), 男, 教授, 博士, 主要研究方向为智能计算、模式识别、大数据分析, E-mail: zhaojia925@163.com;

胡秋敏(1998—), 男, 硕士生, 主要研究方向为智能计算, E-mail: huqiumin2023@163.com;

肖人彬(1965—), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为群集智能、复杂系统建模与分析, E-mail: rbxiao@hust.edu.cn;

潘正祥(1961—), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为人工智能、无线传感器网络、数字水印及信息隐藏, E-mail: jengshyangpan@gmail.com;

崔志华(1976—), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为大数据建模与优化、云计算、网络安全、区块链, E-mail: cuizhijhua@tyust.edu.cn;

樊棠怀(1962—), 男, 教授, 博士, 主要研究方向为仿生信息处理、多传感器信号融合, E-mail: fantanghuai@163.com.