

# 控制与决策

Control and Decision

## 基于空海协同误差消减的多平台最优观测配置

戴秋洋, 卢发兴, 许俊飞, 史浩然, 周煜翔

引用本文:

戴秋洋, 卢发兴, 许俊飞, 等. 基于空海协同误差消减的多平台最优观测配置[J]. *控制与决策*, 2025, 40(9): 2714–2726.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2025.0273>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### 基于动态观测器零极点优化的网络控制系统故障检测

Pole-zero optimization design of dynamic observer for fault detection of networked control systems

控制与决策. 2021, 36(6): 1351–1360 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1107>

#### 基于模糊-两阶段超效率SBM的电网应急能力动态综合评价

Dynamic comprehensive evaluation of power grid emergency capability based on fuzzy-two-stage super efficiency SBM

控制与决策. 2021, 36(6): 1333–1341 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1128>

#### 天临空协同对地观测任务规划模型与并行竞争模因算法

Planning model and parallel competing memetic algorithm for space-near space-air based cooperative earth observation missions

控制与决策. 2021, 36(3): 523–533 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0732>

#### 基于向量集逆区间滤波的故障观测器设计

Vector set inversion interval filtering based fault observer design

控制与决策. 2021, 36(12): 2973–2981 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0212>

#### 高超声速飞行器间歇故障改进自适应容错控制

Improved adaptive fault-tolerant control of intermittent faults in hypersonic flight vehicle

控制与决策. 2021, 36(11): 2627–2636 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0483>

# 基于空海协同误差消减的多平台最优观测配置

戴秋洋<sup>1</sup>, 卢发兴<sup>1†</sup>, 许俊飞<sup>1</sup>, 史浩然<sup>2</sup>, 周煜翔<sup>1</sup>

(1. 海军工程大学 兵器工程学院, 武汉 430033;

2. 海军工程大学 电磁能技术全国重点实验室, 武汉 430033)

**摘要:** 面向海洋资源开发和安全监控需求, 为进一步提高对海上平台的状态估计精度, 考虑空中观测平台的观测系统误差和姿态系统误差, 研究空中观测平台、海上合作平台和海上平台的最优观测配置. 采用空海协同误差消减方法对海上平台进行系统误差消减以及目标状态估计, 基于一阶泰勒展开计算系统误差造成的目标状态估计误差, 分别推导距离系统误差、方位角系统误差、俯仰角系统误差、偏航角系统误差、纵摇角系统误差、横滚角系统误差以及系统误差综合下的多平台最优观测配置, 得到平台间的最优观测配置为三者在同一条直线上且空中观测平台逐渐趋近目标. 在典型场景下通过仿真实验验证了理论推导的正确性.

**关键词:** 空海协同; 多平台; 误差消减; 目标状态估计; 最优观测配置; 系统误差

中图分类号: TJ301 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2025.0273

引用格式: 戴秋洋, 卢发兴, 许俊飞, 等. 基于空海协同误差消减的多平台最优观测配置 [J]. 控制与决策, 2025, 40(9): 2714-2726.

## Multi-platform optimal observation configuration based on air-sea collaborative error reduction

DAI Qiu-yang<sup>1</sup>, LU Fa-xing<sup>1†</sup>, XU Jun-fei<sup>1</sup>, SHI Hao-ran<sup>2</sup>, ZHOU Yu-xiang<sup>1</sup>

(1. College of Weaponry Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China; 2. National Key Laboratory of Electromagnetic Energy, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

**Abstract:** Oriented to the needs of marine resources development and safety monitoring, to further enhance the accuracy of state estimation for offshore platforms, considering the observation and attitude systematic errors of the airborne observation platform, the optimal observation configuration for the airborne observation platform, cooperative offshore platform, and offshore platform is investigated. The air-sea cooperative error reduction method is employed to reduce systematic error and estimate the target state for the offshore platform. The target state estimation error caused by systematic errors is calculated based on first-order Taylor expansion. The optimal observation configuration under various systematic errors is derived, including range, azimuth, elevation, yaw, pitch, and roll systematic errors, and the multi-platform optimal observation configuration under the combination of systematic errors. The comprehensive analysis of these errors leads to the conclusion that the optimal observation configuration among the platforms is achieved when they are aligned in a straight line, with the airborne observation platform gradually approaching the target. Simulation experiments in typical scenarios verify the correctness of the theoretical derivations.

**Keywords:** air-sea collaboration; multi-platform; error reduction; target state estimation; optimal observation configuration; systematic error

## 0 引言

随着信息通信、多智能体等新兴技术的快速发展, 目标状态估计技术在环境检测、态势感知、交通管理等领域有广泛需求<sup>[1-3]</sup>. 在复杂的海洋环境中, 对海上平台进行实时、精确地状态估计是保证决策准确性和效能最大化的关键. 传统的单平台系统受到

观测范围、环境干扰和平台误差等因素的限制, 难以满足现代多样化任务的需求. 因此, 需要采用多平台协同对目标进行状态估计<sup>[4]</sup>, 其中多平台协同间的最优观测配置作为关键因素对于目标状态估计具有重要影响以及较大的研究价值.

基于空海协同对海上平台进行状态估计, 采用

收稿日期: 2025-03-15; 录用日期: 2025-05-21.

基金项目: 基础加强计划技术领域基金项目 (2023-JCJQ-JJ-0388); 学校自主研发科研项目 (2025500140).

责任编辑: 关新平.

<sup>†</sup>通信作者. E-mail: lfx1974@163.com.

空中和海上平台协同能够克服单域平台的劣势, 结合空中观测平台高速机动性、大范围覆盖能力和海上平台持久存在性、大面积控制能力, 通过多域平台的互补性, 能够进一步提升误差消减效果, 提高目标状态估计的准确性和鲁棒性<sup>[5]</sup>.

在对海上平台进行状态估计时, 主要对随机误差和系统误差进行误差消减, 其中随机误差可通过滤波算法进行消减, 点估计器<sup>[6-8]</sup>或概率密度估计器<sup>[9-10]</sup>均可以实现对目标的状态估计, 降低随机误差对于目标跟踪的影响. 上述研究只考虑了观测随机误差的影响, 在对目标进行状态估计时, 空中观测平台的姿态误差影响不可忽视, Dai等<sup>[11]</sup>在低精度卫星导航信息条件下利用多无人机协同对海上平台跟踪时考虑了多无人机的姿态误差. 系统误差可通过系统误差消减方法进行消减, 常见算法有实时质量控制法<sup>[12]</sup>、最小二乘法<sup>[13]</sup>、广义最小二乘法<sup>[14]</sup>、精确极大似然法<sup>[15]</sup>以及扩维卡尔曼算法<sup>[16]</sup>等, 采用上述方法可对目标系统误差进行离线估计或在线估计, 进而对其消减实现精确状态估计. 上述方法均直接从数据处理的角度进行考虑, 在实际过程中, 多平台间的阵位关系决定了探测范围、观测角度以及数据质量, 快速形成多平台间的最优观测配置可有效提升误差消减效果, 提高目标状态估计精度.

从多平台最优观测配置的角度, 常用于目标状态估计精度的指标为费舍尔信息矩阵, 相应的最优观测配置可分为 A-优和 D-优两类: A-优致力于最小化 FIM 的逆迹, 而 D-优则寻求最大化 FIM 的行列式. Yoo等<sup>[17]</sup>基于 A-优准则给出了最优距离传感器配置的封闭形式公式, 利用该公式分析了目标的先验位置、速度估计以及跟踪滤波器参数对于传感器最优配置的影响. A-优准则考虑了所有参数的方差及其相关性, 但是, 由于其涉及非线性问题的计算, 难以在实际问题中直接应用. Shi等<sup>[18]</sup>利用 D-优

则, 将基于距离和角度测量无人机最优观测配置推广至三维空间. D-优准则通过简化优化问题易于计算和实现, 但是, 不适用于参数间相关性较强的情况. Nguyen<sup>[19]</sup>分析了二维平面上基于贝叶斯先验的目标定位问题的最优传感器-目标几何构型, 针对同构或异构传感器组成的网络, 建立了 A-优与 D-优准则间的等价性, 提出了一种统一的几何优化框架. 在一定条件下, A-优与 D-优准则间具有等价性. 上述研究基于状态方程和观测方程推导多平台最优观测配置时仅考虑了随机误差的影响, 实际情况下, 观测系统误差以及空中观测平台的姿态系统误差对于目标状态估计的影响不可忽视, 同样需要对其进行误差消减, 因此, 需要研究基于空海协同误差消减的多平台最优观测配置.

针对多平台最优观测配置中考虑观测系统误差以及空中观测平台的姿态系统误差影响研究较少的问题, 本文基于空海协同误差消减方法, 利用一阶泰勒展开计算观测系统误差和空中观测平台姿态系统误差造成的跟踪误差, 分别推导分析距离系统误差、方位角系统误差、俯仰角系统误差、偏航角系统误差、纵摇角系统误差、横滚角系统误差以及系统误差综合下的多平台最优观测配置, 在考虑观测系统误差和空中观测平台姿态系统误差的影响下, 优化多平台的观测配置, 提升误差消减效果, 从而提高目标状态估计精度.

## 1 问题描述

设空中观测平台同时观测海上合作平台和海上目标获取观测信息, 平台惯导输出自身姿态信息, 基于海上合作平台的高精度位置信息进行误差消减, 以降低系统误差对于目标状态估计的影响, 基于空海协同的误差消减方法示意图如图 1 所示.

为进一步降低系统误差对于目标状态估计的影响, 需要研究空中观测平台、海上合作平台与目标间

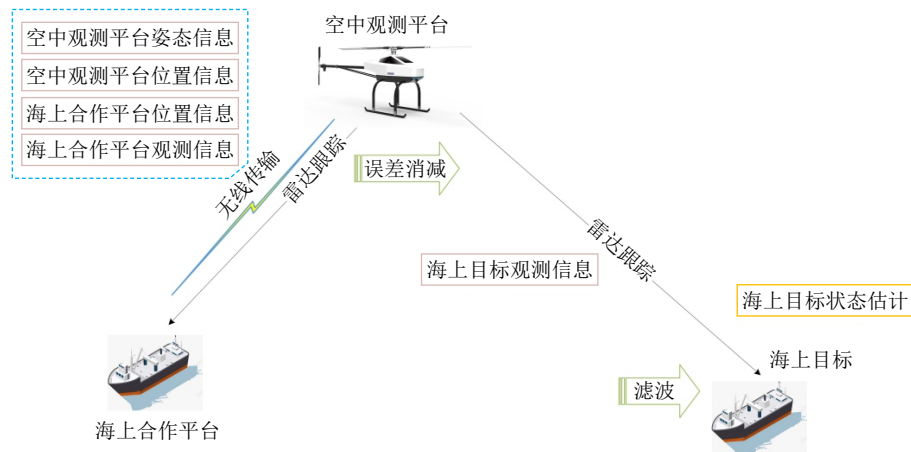


图1 基于空海协同的误差消减方法示意图

的阵位关系,得到多平台最优观测配置.

## 2 空海协同误差消减方法

### 2.1 误差消减方法

本文采用基于空海协同的误差消减方法<sup>[20]</sup>进行目标状态估计.假设在地球坐标系中,海上合作平台的位置为 $\mathbf{X}_c$ ,空中观测平台对海上合作平台的观测值为 $(r + \Delta r, \alpha + \Delta \alpha, \beta + \Delta \beta)$ .其中: $r$ 、 $\alpha$ 、 $\beta$ 分别为空中观测平台观测的距离、方位角和俯仰角真值信息, $\Delta r$ 、 $\Delta \alpha$ 、 $\Delta \beta$ 分别为相对应的观测误差.海上合作平台在空中观测平台不稳定载体坐标系中的位置为

$$\mathbf{X}_{co,u} = \begin{bmatrix} (r + \Delta r) \cos(\alpha + \Delta \alpha) \cos(\beta + \Delta \beta) \\ (r + \Delta r) \sin(\alpha + \Delta \alpha) \cos(\beta + \Delta \beta) \\ (r + \Delta r) \sin(\beta + \Delta \beta) \end{bmatrix}. \quad (1)$$

在理想环境中,有

$$\mathbf{X}_c = \mathbf{X}_f + \mathbf{T}_{uts}(\mathbf{P})\mathbf{X}_{co,u}. \quad (2)$$

这里: $\mathbf{X}_f$ 为地球坐标系中空中观测平台的位置(包含误差), $\mathbf{T}_{uts}$ 为不稳定载体坐标系到稳定载体坐标系的变换矩阵, $\mathbf{P}$ 为空中观测平台带有误差的姿态角.然而,在现实环境中,由于姿态角误差、观测误差和空中观测平台位置误差的存在,式(2)难以成立,构建下式进行姿态校正:

$$f(\mathbf{P}) = |\mathbf{X}_f + \mathbf{T}_{uts}(\mathbf{P})\mathbf{X}_{co,u} - \mathbf{X}_c|, \quad (3)$$

其中 $f(\mathbf{P})$ 为空中观测平台观测海上合作平台的位置与海上合作平台真实位置间的误差.

求解 $\mathbf{P}_{min}$ 使得 $\min f(\mathbf{P}) = f(\mathbf{P}_{min})$ ,以 $\mathbf{P}_{min}$ 作为目标跟踪的姿态值,从而提高目标跟踪精度.

### 2.2 观测模型近似

在仅考虑系统误差时,空中观测平台观测海上合作平台,可得到

$$\mathbf{Z}_{c,m} = \mathbf{Z}_{c,t} + \mathbf{E}_{c,se}, \quad (4)$$

其中 $\mathbf{Z}_{c,m}$ 、 $\mathbf{Z}_{c,t}$ 、 $\mathbf{E}_{c,se}$ 分别为空中观测平台观测海上合作平台的观测值、真值、系统误差.将其转换为直角坐标,有

$$\mathbf{X}_{c,um} = \mathbf{h}_{str}(\mathbf{Z}_{c,t} + \mathbf{E}_{c,se}), \quad (5)$$

这里 $\mathbf{h}_{str}$ 为球坐标到直角坐标的坐标转换.观测系统误差相对于观测值是较小量,在真值处一阶泰勒展开,可得到

$$\mathbf{X}_{c,um} \approx \mathbf{h}_{str}(\mathbf{Z}_{c,t}) + \mathbf{H}_{str}(\mathbf{Z}_{c,t})\mathbf{E}_{c,se}, \quad (6)$$

其中 $\mathbf{H}_{str}$ 为 $\mathbf{h}_{str}$ 的雅克比矩阵.

在仅考虑系统误差时,空中观测平台的校正姿态为

$$\mathbf{P}_r = \mathbf{P}_t + \mathbf{P}_{rs}, \quad (7)$$

其中 $\mathbf{P}_r$ 、 $\mathbf{P}_t$ 、 $\mathbf{P}_{rs}$ 分别为空中观测平台姿态的校正真值、真值、校正量.根据不稳定坐标系到稳定坐标系的坐标变换,可得到

$$\mathbf{T}_{uts}(\mathbf{P}_r) = \mathbf{T}_{uts}(\mathbf{P}_t + \mathbf{P}_{rs}). \quad (8)$$

姿态校正量相对于姿态值是较小量,在真值处一阶泰勒展开,可得到

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{uts}(\mathbf{P}_r) &\approx \\ &\mathbf{T}_{uts}(\mathbf{P}_t) + \mathbf{dT}(\varphi)\mathbf{T}(\theta)\mathbf{T}(\gamma)\varphi_{rs} + \\ &\mathbf{T}(\varphi)\mathbf{dT}(\theta)\mathbf{T}(\gamma)\theta_{rs} + \mathbf{T}(\varphi)\mathbf{T}(\theta)\mathbf{dT}(\gamma)\gamma_{rs}. \end{aligned} \quad (9)$$

记

$$\begin{aligned} \mathbf{dT}_{uts}(\mathbf{P}_r) &= \\ &\mathbf{dT}(\varphi)\mathbf{T}(\theta)\mathbf{T}(\gamma)\varphi_{rs} + \mathbf{T}(\varphi)\mathbf{dT}(\theta)\mathbf{T}(\gamma)\theta_{rs} + \\ &\mathbf{T}(\varphi)\mathbf{T}(\theta)\mathbf{dT}(\gamma)\gamma_{rs}, \end{aligned} \quad (10)$$

这里 $\varphi_{rs}$ 、 $\theta_{rs}$ 、 $\gamma_{rs}$ 分别为空中观测平台姿态的偏航角、纵摇角、横滚角校正量.化简式(9),可得到

$$\mathbf{T}_{uts}(\mathbf{P}_r) \approx \mathbf{T}_{uts}(\mathbf{P}_t) + \mathbf{dT}_{uts}(\mathbf{P}_r). \quad (11)$$

在考虑空中观测平台摇摆的情况下,海上合作平台和目标在以空中观测平台为原点的稳定坐标系下的真实位置分别为

$$\mathbf{X}_{c,t} = \mathbf{T}_{uts}(\mathbf{P}_t)\mathbf{X}_{c,ut}, \quad (12)$$

$$\mathbf{X}_{t,t} = \mathbf{T}_{uts}(\mathbf{P}_t)\mathbf{X}_{t,ut}, \quad (13)$$

其中 $\mathbf{X}_{c,ut}$ 、 $\mathbf{X}_{t,ut}$ 分别为空中观测平台观测海上合作平台和目标的真值.

### 2.3 观测计算

得到校正后的姿态 $\mathbf{P}_r$ ,理论上,有

$$\mathbf{X}_{c,t} = \mathbf{T}_{uts}(\mathbf{P}_r)\mathbf{X}_{c,um}, \quad (14)$$

$$\mathbf{X}_{t,t} = \mathbf{T}_{uts}(\mathbf{P}_r)\mathbf{X}_{t,um}, \quad (15)$$

其中 $\mathbf{X}_{c,um}$ 、 $\mathbf{X}_{t,um}$ 分别为空中观测平台对海上合作平台和目标的观测值.综合式(12)~(15),有

$$\begin{aligned} &\mathbf{T}_{uts}(\mathbf{P}_t)\mathbf{X}_{c,ut} - \mathbf{T}_{uts}(\mathbf{P}_t)\mathbf{X}_{t,ut} = \\ &\mathbf{T}_{uts}(\mathbf{P}_r)\mathbf{X}_{c,um} - \mathbf{T}_{uts}(\mathbf{P}_r)\mathbf{X}_{t,um}. \end{aligned} \quad (16)$$

化简式(16),可得到

$$\mathbf{T}_{uts}(\mathbf{P}_t)(\mathbf{X}_{c,ut} - \mathbf{X}_{t,ut}) = \mathbf{T}_{uts}(\mathbf{P}_r)(\mathbf{X}_{c,um} - \mathbf{X}_{t,um}). \quad (17)$$

将式(17)一阶泰勒展开,有

$$\begin{aligned} &\mathbf{T}_{uts}(\mathbf{P}_t)(\mathbf{X}_{c,ut} - \mathbf{X}_{t,ut}) \approx \\ &(\mathbf{T}_{uts}(\mathbf{P}_t) + \mathbf{dT}_{uts}(\mathbf{P}_r))(\mathbf{X}_{c,ut} + \mathbf{H}_{str}(\mathbf{Z}_{c,t})\mathbf{E}_{c,se} - \\ &\mathbf{X}_{t,ut} - \mathbf{H}_{str}(\mathbf{Z}_{t,t})\mathbf{E}_{t,se}) = \\ &\mathbf{T}_{uts}(\mathbf{P}_t)(\mathbf{X}_{c,ut} - \mathbf{X}_{t,ut}) + \mathbf{T}_{uts}(\mathbf{P}_t)(\mathbf{H}_{str}(\mathbf{Z}_{c,t})\mathbf{E}_{c,se} - \\ &\mathbf{H}_{str}(\mathbf{Z}_{t,t})\mathbf{E}_{t,se}) + \mathbf{dT}_{uts}(\mathbf{P}_r)(\mathbf{X}_{c,ut} - \mathbf{X}_{t,ut}) + \\ &\mathbf{dT}_{uts}(\mathbf{P}_r)(\mathbf{H}_{str}(\mathbf{Z}_{c,t})\mathbf{E}_{c,se} - \mathbf{H}_{str}(\mathbf{Z}_{t,t})\mathbf{E}_{t,se}). \end{aligned} \quad (18)$$

记

$$\mathbf{e}_1 = \mathbf{T}_{\text{uts}}(\mathbf{P}_t)(\mathbf{H}_{\text{str}}(\mathbf{Z}_{c,t})\mathbf{E}_{c,se} - \mathbf{H}_{\text{str}}(\mathbf{Z}_{t,t})\mathbf{E}_{t,se}), \quad (19)$$

$$\mathbf{e}_2 = \mathbf{d}\mathbf{T}_{\text{uts}}(\mathbf{P}_r)(\mathbf{X}_{c,ut} - \mathbf{X}_{t,ut}), \quad (20)$$

$$\mathbf{e}_3 = \mathbf{d}\mathbf{T}_{\text{uts}}(\mathbf{P}_r)(\mathbf{H}_{\text{str}}(\mathbf{Z}_{c,t})\mathbf{E}_{c,se} - \mathbf{H}_{\text{str}}(\mathbf{Z}_{t,t})\mathbf{E}_{t,se}). \quad (21)$$

其中:  $\mathbf{e}_1$  为空中平台观测误差造成的主要误差;  $\mathbf{e}_2$  为空中平台姿态误差造成的主要误差;  $\mathbf{e}_3$  为空中平台观测误差与姿态误差的耦合误差, 相比于前两项, 该项误差为小量, 可忽略不计. 最终的误差主要为

$$\mathbf{e} = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2, \quad (22)$$

$$\mathbf{e}_1 = [e_{11} \quad e_{12} \quad e_{13}]^T. \quad (23)$$

其中

$$e_{11} = (\cos \varphi_t \cos \gamma_t + \sin \varphi_t \sin \theta_t \sin \gamma_t)\sigma_1^{e1} + (\cos \varphi_t \sin \gamma_t + \sin \varphi_t \sin \theta_t \cos \gamma_t)\sigma_1^{e1} - \sin \varphi_t \cos \theta_t \sigma_3^{e1}, \quad (24)$$

$$e_{12} = (\sin \varphi_t \cos \gamma_t - \cos \varphi_t \sin \theta_t \sin \gamma_t)\sigma_1^{e1} + (\sin \varphi_t \sin \gamma_t - \cos \varphi_t \sin \theta_t \cos \gamma_t)\sigma_2^{e1} + \cos \varphi_t \cos \theta_t \sigma_3^{e1}, \quad (25)$$

$$e_{13} = \sin \theta_t \sigma_1^{e1} + \cos \theta_t \sin \gamma_t \sigma_2^{e1} + \cos \theta_t \cos \gamma_t \sigma_3^{e1}, \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \sigma_1^{e1} = & r_{c,se} \cos \alpha_{c,t} \cos \beta_{c,t} - r_{t,se} \cos \alpha_{t,t} \cos \beta_{t,t} - \\ & \alpha_{c,se} r_{c,t} \sin \alpha_{c,t} \cos \beta_{c,t} + \alpha_{t,se} r_{t,t} \sin \alpha_{t,t} \cos \beta_{t,t} - \\ & \beta_{c,se} r_{c,t} \cos \alpha_{c,t} \sin \beta_{c,t} + \beta_{t,se} r_{t,t} \cos \alpha_{t,t} \sin \beta_{t,t}, \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \sigma_2^{e1} = & r_{c,se} \sin \alpha_{c,t} \cos \beta_{c,t} - r_{t,se} \sin \alpha_{t,t} \cos \beta_{t,t} + \\ & \alpha_{c,se} r_{c,t} \cos \alpha_{c,t} \cos \beta_{c,t} - \alpha_{t,se} r_{t,t} \cos \alpha_{t,t} \cos \beta_{t,t} - \\ & \beta_{c,se} r_{c,t} \sin \alpha_{c,t} \sin \beta_{c,t} + \beta_{t,se} r_{t,t} \sin \alpha_{t,t} \sin \beta_{t,t}, \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \sigma_3^{e1} = & r_{c,se} \sin \beta_{c,t} - r_{t,se} \sin \beta_{t,t} + \\ & \beta_{c,se} r_{c,t} \cos \beta_{c,t} - \beta_{t,se} r_{t,t} \cos \beta_{t,t}. \end{aligned} \quad (29)$$

这里:  $r_{c,t}$ 、 $\alpha_{c,t}$ 、 $\beta_{c,t}$  分别为空中观测平台观测海上合作平台的距离、方位角、俯仰角真值,  $r_{t,t}$ 、 $\alpha_{t,t}$ 、 $\beta_{t,t}$  分别为空中观测平台观测海上目标的距离、方位角、俯仰角真值,  $\varphi_t$ 、 $\theta_t$ 、 $\gamma_t$  分别为空中观测平台姿态的偏航角、纵摇角、横滚角真值,  $r_{c,se}$ 、 $\alpha_{c,se}$ 、 $\beta_{c,se}$  分别为空中观测平台观测海上合作平台的距离、方位角、俯仰角系统误差,  $r_{t,se}$ 、 $\alpha_{t,se}$ 、 $\beta_{t,se}$  分别为空中观测平台观测海上目标的距离、方位角、俯仰角系统误差.

$$\mathbf{e}_2 = [e_{21} \quad e_{22} \quad e_{23}]^T. \quad (30)$$

其中

$$e_{21} = \sigma_3^{e2}(\gamma_{rs}(\sigma_{11}^{e2} - \sigma_4^{e2}) - \varphi_{rs}(\sigma_8^{e2} - \sigma_7^{e2}) + \theta_{rs} \cos \theta_t \cos \gamma_t \sin \varphi_t) - (\varphi_{rs} \cos \varphi_t \cos \theta_t - \theta_{rs} \sin \varphi_t \sin \theta_t)\sigma_1^{e2} - \sigma_2^{e2}(\varphi_{rs}(\sigma_9^{e2} - \sigma_6^{e2}) + \gamma_{rs}(\sigma_{10}^{e2} - \sigma_5^{e2}) - \theta_{rs} \cos \theta_t \sin \varphi_t \sin \gamma_t), \quad (31)$$

$$e_{22} = \sigma_3^{e2}(\varphi_{rs}(\sigma_{10}^{e2} + \sigma_5^{e2}) + \gamma_{rs}(\sigma_9^{e2} + \sigma_6^{e2}) - \theta_{rs} \cos \varphi_t \cos \theta_t \cos \gamma_t) - (\varphi_{rs} \cos \theta_t \sin \varphi_t + \theta_{rs} \cos \varphi_t \sin \theta_t)\sigma_1^{e2} - \sigma_2^{e2}(\gamma_{rs}(\sigma_8^{e2} + \sigma_7^{e2}) - \varphi_{rs}(\sigma_{11}^{e2} + \sigma_4^{e2}) + \theta_{rs} \cos \varphi_t \cos \theta_t \sin \gamma_t), \quad (32)$$

$$e_{23} = \sigma_2^{e2}(\gamma_{rs} \cos \theta_t \cos \gamma_t - \theta_{rs} \sin \theta_t \sin \gamma_t) - (\theta_{rs} \cos \gamma_t \sin \theta_t + \gamma_{rs} \cos \theta_t \sin \gamma_t)\sigma_3^{e2} + \theta_{rs} \cos \theta_t \sigma_1^{e2}, \quad (33)$$

$$\sigma_1^{e2} = r_{c,t} \cos \beta_{c,t} \sin \alpha_{c,t} - r_{t,t} \cos \beta_{t,t} \sin \alpha_{t,t}, \quad (34)$$

$$\sigma_2^{e2} = r_{c,t} \cos \beta_{c,t} \cos \alpha_{c,t} - r_{t,t} \cos \beta_{t,t} \cos \alpha_{t,t}, \quad (35)$$

$$\sigma_3^{e2} = r_{c,t} \sin \beta_{c,t} - r_{t,t} \sin \beta_{t,t}, \quad (36)$$

$$\sigma_4^{e2} = \sin \varphi_t \sin \theta_t \sin \gamma_t, \quad (37)$$

$$\sigma_5^{e2} = \sin \varphi_t \sin \theta_t \cos \gamma_t, \quad (38)$$

$$\sigma_6^{e2} = \cos \varphi_t \sin \theta_t \sin \gamma_t, \quad (39)$$

$$\sigma_7^{e2} = \cos \varphi_t \sin \theta_t \cos \gamma_t, \quad (40)$$

$$\sigma_8^{e2} = \sin \varphi_t \sin \gamma_t, \quad (41)$$

$$\sigma_9^{e2} = \sin \varphi_t \cos \gamma_t, \quad (42)$$

$$\sigma_{10}^{e2} = \cos \varphi_t \sin \gamma_t, \quad (43)$$

$$\sigma_{11}^{e2} = \cos \varphi_t \cos \gamma_t. \quad (44)$$

### 3 不同系统误差条件下的最优观测配置

#### 3.1 距离系统误差

为得到距离系统误差对于目标状态估计精度的影响, 将方位角系统误差、俯仰角系统误差、姿态角、姿态角系统误差设为 0, 基于式 (22), 可得到误差为

$$\mathbf{e}_r = \begin{cases} \begin{bmatrix} r_{c,se} \cos \alpha_{c,t} \cos \beta_{c,t} + r_{t,se} \cos \alpha_{t,t} \cos \beta_{t,t} \\ r_{c,se} \sin \alpha_{c,t} \cos \beta_{c,t} + r_{t,se} \sin \alpha_{t,t} \cos \beta_{t,t} \\ r_{c,se} \sin \beta_{c,t} - r_{t,se} \sin \beta_{t,t} \end{bmatrix}, \\ y_{c,t} y_{t,t} < 0; \\ \begin{bmatrix} r_{c,se} \cos \alpha_{c,t} \cos \beta_{c,t} - r_{t,se} \cos \alpha_{t,t} \cos \beta_{t,t} \\ r_{c,se} \sin \alpha_{c,t} \cos \beta_{c,t} - r_{t,se} \sin \alpha_{t,t} \cos \beta_{t,t} \\ r_{c,se} \sin \beta_{c,t} - r_{t,se} \sin \beta_{t,t} \end{bmatrix}, \\ y_{c,t} y_{t,t} \geq 0. \end{cases} \quad (45)$$

基于短时稳定性假设, 空中观测平台在一个周

期内观测目标与海上合作平台的距离系统误差相同,即使存在微小偏差与系统误差相比对于最优观测配置影响有限,可忽略不计<sup>[20]</sup>,因此,可近似为相同值 $r_{se}$ (后续近似同理),有

$$r_{se} = r_{t,se} = r_{c,se}. \quad (46)$$

求解最优观测配置问题可转化为目标位置误差最小化,构建目标函数 $G_r$ ,令方位差角 $\delta_\alpha = \alpha_{t,t} - \alpha_{c,t}$ ,有

$$G_r = \begin{cases} |r_{se}|(2 + 2 \cos \beta_{c,t} \cos \beta_{t,t} \cos \delta_\alpha - \\ 2 \sin \beta_{c,t} \sin \beta_{t,t})^{\frac{1}{2}}, y_{c,t}y_{t,t} < 0; \\ |r_{se}|(2 - 2 \cos \beta_{c,t} \cos \beta_{t,t} \cos \delta_\alpha - \\ 2 \sin \beta_{c,t} \sin \beta_{t,t})^{\frac{1}{2}}, y_{c,t}y_{t,t} \geq 0. \end{cases} \quad (47)$$

通过求解目标函数的最小值得到:当 $y_{c,t}y_{t,t} < 0$ 时, $\delta = \pi$ , $G_r$ 取得最小值;当 $y_{c,t}y_{t,t} \geq 0$ 时, $\delta = 0$ , $G_r$ 取得最小值,此时方位阵位构型确定,即空中观测平台、海上合作平台和目标三者在同一条直线上。

令 $\delta_\beta = \beta_{t,t} - \beta_{c,t}$ , $G_r$ 化简为

$$G_r = |r_{se}| \sqrt{2(1 - \cos \delta_\beta)}. \quad (48)$$

$\delta_\beta$ 越趋近于0, $G_r$ 越小,此时俯仰阵位构型确定,即空中观测平台向海上合作平台与目标的连线两侧运动。

当海上合作平台和目标在空中观测平台两侧时,由于空中观测平台的高度相比于海上合作平台与目标的距离为小量,俯仰差角变化较小,此时俯仰阵位构型影响较小;当海上合作平台和目标在空中观测平台同侧时,空中观测平台越远离海上合作平台和目标,俯仰差角越小,跟踪误差越小。

### 3.2 方位角系统误差

为得到方位角系统误差对于目标状态估计精度的影响,将距离系统误差、俯仰角系统误差、姿态角、姿态角系统误差设为0,基于式(22),可得到误差为

$$e_\alpha = \begin{cases} \begin{bmatrix} \alpha_{c,se} r_{c,t} \cos \beta_{c,t} \sin \alpha_{c,t} + \alpha_{t,se} r_{t,t} \cos \beta_{t,t} \sin \alpha_{t,t} \\ \alpha_{t,se} r_{t,t} \cos \beta_{t,t} \cos \alpha_{t,t} + \alpha_{c,se} r_{c,t} \cos \beta_{c,t} \cos \alpha_{c,t} \\ 0 \end{bmatrix}, \\ y_{c,t}y_{t,t} < 0; \\ \begin{bmatrix} \alpha_{c,se} r_{c,t} \cos \beta_{c,t} \sin \alpha_{c,t} - \alpha_{t,se} r_{t,t} \cos \beta_{t,t} \sin \alpha_{t,t} \\ \alpha_{t,se} r_{t,t} \cos \beta_{t,t} \cos \alpha_{t,t} - \alpha_{c,se} r_{c,t} \cos \beta_{c,t} \cos \alpha_{c,t} \\ 0 \end{bmatrix}, \\ y_{c,t}y_{t,t} \geq 0. \end{cases} \quad (49)$$

空中观测平台在一个周期内观测目标与海上合

作平台的方位角系统误差变化小,可近似为相同值 $\alpha_{se}$ ,即

$$\alpha_{se} = \alpha_{c,se} = \alpha_{t,se}. \quad (50)$$

求解最优观测配置问题可转化为目标位置误差最小化,构建目标函数 $G_\alpha$ ,令方位差角 $\delta_\alpha = \alpha_{t,t} - \alpha_{c,t}$ , $r_{c,xyt} = r_{c,t} \cos \beta_{c,t}$ , $r_{t,xyt} = r_{t,t} \cos \beta_{t,t}$ , $r_{c,xyt} = c_r r_{t,xyt}$ ,为保证空中观测平台的安全, $c_r < p$ ( $0 < p < 1$ ),即空中观测平台始终更靠近海上合作平台,有

$$G_\alpha = \begin{cases} \sqrt{\alpha_{se}^2 r_{t,xyt}^2 (c_r^2 + 2 \cos \delta_\alpha c_r + 1)}, \\ y_{c,t}y_{t,t} < 0; \\ \sqrt{\alpha_{se}^2 r_{t,xyt}^2 (c_r^2 - 2 \cos \delta_\alpha c_r + 1)}, \\ y_{c,t}y_{t,t} \geq 0. \end{cases} \quad (51)$$

由式(51)可以得出影响观测阵位的因素有两个: $c_r$ 和 $\delta_\alpha$ , $c_r$ 为空中观测平台与海上合作平台和目标的距离阵位关系, $\delta_\alpha$ 为空中观测平台与海上合作平台的阵位关系。

第1阶段分析 $c_r$ ,通过求解目标函数的最小值得到当 $c_r = -\cos \delta$ 或 $\cos \delta$ 时, $G_\alpha$ 取得最小值 $G_{\alpha \min}^{c_r}$ ,即

$$G_{\alpha \min}^{c_r} = \sqrt{\alpha_{se}^2 r_{t,xyt}^2 (1 - \cos^2 \delta_\alpha)}. \quad (52)$$

第2阶段分析 $\delta_\alpha$ ,求解式(52)的最小值,当 $\cos \delta_\alpha = 1$ 或 $-1$ 时, $G_{\alpha \min}^{c_r}$ 取得最小值 $G_{\alpha \min}^\delta$ 。

当 $\cos \delta_\alpha = 1$ 时, $\delta_\alpha = 0$ , $y_{c,t}y_{t,t} \geq 0$ ,角度阵位关系为海上合作平台、目标在空中观测平台同侧且三者在同一条直线上,此时 $c_r$ 越接近1,跟踪误差越小,距离阵位关系要求空中观测平台尽可能远离海上合作平台;当 $\cos \delta_\alpha = -1$ 时, $\delta_\alpha = \pi$ , $y_{c,t}y_{t,t} < 0$ ,角度阵位关系为海上合作平台、目标在空中观测平台异侧且三者在同一条直线上,此时 $c_r$ 越接近 $-1$ ,跟踪误差越小,距离阵位关系要求空中观测平台尽可能远离海上合作平台接近目标。但是,为了保证空中观测平台的安全,空中观测平台不能无限趋近目标,难以满足距离阵位的要求,因此,在以上阵位关系中,首先满足角度阵位关系,而距离阵位关系则应根据实际观测环境进行考虑。

### 3.3 俯仰角系统误差

为得到俯仰角系统误差对于目标状态估计精度的影响,将距离系统误差、方位角系统误差、姿态角、姿态角系统误差设为0,基于式(22),可得到误差为

$e_\beta =$

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \beta_{t,se} r_{t,t} \cos \alpha_{t,t} \sin \beta_{t,t} - \beta_{c,se} r_{c,t} \cos \alpha_{c,t} \sin \beta_{c,t} \\ \beta_{t,se} r_{t,t} \sin \alpha_{t,t} \sin \beta_{t,t} - \beta_{c,se} r_{c,t} \sin \alpha_{c,t} \sin \beta_{c,t} \\ \beta_{t,se} r_{t,t} \cos \beta_{t,t} - \beta_{c,se} r_{c,t} \cos \beta_{c,t} \end{bmatrix}, \\ y_{c,t} y_{t,t} < 0; \\ \begin{bmatrix} \beta_{t,se} r_{t,t} \cos \alpha_{t,t} \sin \beta_{t,t} - \beta_{c,se} r_{c,t} \cos \alpha_{c,t} \sin \beta_{c,t} \\ \beta_{t,se} r_{t,t} \sin \alpha_{t,t} \sin \beta_{t,t} - \beta_{c,se} r_{c,t} \sin \alpha_{c,t} \sin \beta_{c,t} \\ \beta_{c,se} r_{c,t} \cos \beta_{c,t} - \beta_{t,se} r_{t,t} \cos \beta_{t,t} \end{bmatrix}, \\ y_{c,t} y_{t,t} \geq 0. \end{cases} \quad (53)$$

其中:  $y_{c,t}$  为海上合作平台真实位置在观测平台局部地理坐标系上  $y$  方向的投影,  $y_{t,t}$  为目标真实位置在观测平台局部地理坐标系上  $y$  方向的投影。

空中观测平台在一个周期内观测目标与海上合作平台的俯仰角系统误差变化小, 可近似为相同值  $\beta_{se}$ , 有

$$\beta_{se} = \beta_{t,se} = \beta_{c,se}. \quad (54)$$

由空中观测平台定高飞行, 可得到

$$h = r_{t,t} \sin \beta_{t,t} = r_{c,t} \sin \beta_{c,t}. \quad (55)$$

求解最优观测配置问题可转化为目标位置误差最小化, 构建目标函数  $G_\beta$ , 令方位差角  $\delta_\alpha = \alpha_{t,t} - \alpha_{c,t}$ ,  $r_{c,xyt} = r_{c,t} \cos \beta_{c,t}$ ,  $r_{t,xyt} = r_{t,t} \cos \beta_{t,t}$ ,  $r_{c,xyt} = c_r r_{t,xyt}$ , 为保证空中观测平台的安全,  $c_r < p$  ( $0 < p < 1$ ), 有

$$G_\beta = |\beta_{se}| \sqrt{2h^2(1 - \cos \delta_\alpha) + [(c_r - 1)r_{t,xyt}]^2}. \quad (56)$$

由式 (56) 可知影响目标状态估计误差的因素包括 3 方面: 1) 空中观测平台与海上合作平台和目标的距离阵位关系, 由  $r_{t,xyt}$  决定; 2) 空中观测平台与海上合作平台的角度阵位关系, 由  $\delta_\alpha$  决定; 3) 空中观测平台的定高飞行高度, 由  $h$  决定。

第 1 阶段分析  $c_r$ ,  $c_r$  越接近 1, 跟踪误差越小, 距离阵位关系要求空中观测平台尽可能远离海上合作平台, 接近海上平台; 第 2 阶段分析  $\delta_\alpha$ , 当  $\cos \delta_\alpha = 1$  时,  $\delta_\alpha = 0$ ,  $G_\beta$  取得最小值, 阵位关系为海上合作平台、目标在空中观测平台同侧且三者一条直线上, 跟踪误差最小; 第 3 阶段分析  $h$ , 由于  $1 - \cos \delta_\alpha > 0$ ,  $h$  越小, 跟踪误差越小, 即在保证能够观测到海上平台和海上合作平台的同时尽可能降低空中观测平台的飞行高度。

### 3.4 偏航角系统误差

为得到偏航角系统误差对于目标状态估计精度的影响, 将距离系统误差、方位角系统误差、俯仰角系统误差、姿态角、纵摇角系统误差、横滚角系统误

差设为 0, 基于式 (22), 可得到误差为

$$e_\varphi = \begin{cases} \begin{bmatrix} \varphi_{t,se} r_{t,t} \sin \alpha_{t,t} \cos \beta_{t,t} + \\ \varphi_{c,se} r_{c,t} \sin \alpha_{c,t} \cos \beta_{c,t} - \\ -\varphi_{c,se} r_{c,t} \cos \alpha_{c,t} \cos \beta_{c,t} - \\ \varphi_{t,se} r_{t,t} \cos \alpha_{t,t} \cos \beta_{t,t} \\ 0 \end{bmatrix}, \\ y_{c,t} y_{t,t} < 0; \\ \begin{bmatrix} \varphi_{t,se} r_{t,t} \sin \alpha_{t,t} \cos \beta_{t,t} - \\ \varphi_{c,se} r_{c,t} \sin \alpha_{c,t} \cos \beta_{c,t} - \\ \varphi_{c,se} r_{c,t} \cos \alpha_{c,t} \cos \beta_{c,t} - \\ \varphi_{t,se} r_{t,t} \cos \alpha_{t,t} \cos \beta_{t,t} \\ 0 \end{bmatrix}, \\ y_{c,t} y_{t,t} \geq 0. \end{cases} \quad (57)$$

空中观测平台在一个周期内观测目标与海上合作平台的偏航角系统误差变化小, 可近似为相同值  $\varphi_{se}$ , 即

$$\varphi_{se} = \varphi_{c,se} = \varphi_{t,se}. \quad (58)$$

求解最优观测配置问题可转化为目标位置误差最小化, 构建目标函数  $G_\varphi$ , 令方位差角  $\delta_\alpha = \alpha_{t,t} - \alpha_{c,t}$ ,  $r_{c,xyt} = r_{c,t} \cos \beta_{c,t}$ ,  $r_{t,xyt} = r_{t,t} \cos \beta_{t,t}$ ,  $r_{c,xyt} = c_r r_{t,xyt}$ , 为保证空中观测平台的安全,  $c_r < p$  ( $0 < p < 1$ ), 有

$$G_\varphi = \begin{cases} \sqrt{\varphi_{se}^2 r_{t,xyt}^2 (c_r^2 + 2 \cos \delta_\alpha c_r + 1)}, \\ y_{c,t} y_{t,t} < 0; \\ \sqrt{\varphi_{se}^2 r_{t,xyt}^2 (c_r^2 - 2 \cos \delta_\alpha c_r + 1)}, \\ y_{c,t} y_{t,t} \geq 0. \end{cases} \quad (59)$$

由式 (59) 可见, 式 (59) 与 (51) 相似, 二者结论相同, 不再赘述。

### 3.5 纵摇角系统误差

为得到纵摇角系统误差对于目标状态估计精度的影响, 将距离系统误差、方位角系统误差、俯仰角系统误差、姿态角、偏航角系统误差、横滚角系统误差设为 0, 基于式 (22), 可得到误差为

$$e_\theta = \begin{cases} \begin{bmatrix} 0 \\ \theta_{t,se} r_{t,t} \sin \beta_{t,t} - \theta_{c,se} r_{c,t} \sin \beta_{c,t} \\ -\theta_{c,se} r_{c,t} \sin \alpha_{c,t} \cos \beta_{c,t} - \\ \theta_{t,se} r_{t,t} \sin \alpha_{t,t} \cos \beta_{t,t} \end{bmatrix}, \\ y_{c,t} y_{t,t} < 0; \\ \begin{bmatrix} 0 \\ \theta_{t,se} r_{t,t} \sin \beta_{t,t} - \theta_{c,se} r_{c,t} \sin \beta_{c,t} \\ \theta_{c,se} r_{c,t} \sin \alpha_{c,t} \cos \beta_{c,t} - \\ \theta_{t,se} r_{t,t} \sin \alpha_{t,t} \cos \beta_{t,t} \end{bmatrix}, \\ y_{c,t} y_{t,t} \geq 0. \end{cases} \quad (60)$$

空中观测平台在一个周期内观测目标与海上合

作平台的纵摇角系统误差变化小,可近似为相同值 $\theta_{se}$ ,有

$$\theta_{se} = \theta_{t,se} = \theta_{c,se}. \quad (61)$$

求解最优观测配置问题可转化为目标位置误差最小化,构建目标函数 $G_\theta$ ,即

$$G_\theta = \begin{cases} |\theta_{se}(y_c - y_t)|, & y_{c,t}y_{t,t} < 0; \\ |\theta_{se}(y_c + y_t)|, & y_{c,t}y_{t,t} \geq 0. \end{cases} \quad (62)$$

其中: $y_c$ 为海上合作平台在观测平台局部地理坐标系上 $y$ 方向的投影, $y_t$ 为目标在观测平台局部地理坐标系上 $y$ 方向的投影.根据坐标变换,可得到

$$G_\theta \approx \begin{cases} |\theta_{se} \cos \theta_{se}(y_c - y_t)|, & y_{c,t}y_{t,t} < 0; \\ |\theta_{se} \cos \theta_{se}(y_c + y_t)|, & y_{c,t}y_{t,t} \geq 0. \end{cases} \quad (63)$$

由式(63)可知,空中观测平台向海上合作平台两侧运动时,跟踪误差会呈现下降趋势.

### 3.6 横滚角系统误差

为得到横滚角系统误差对于目标状态估计精度的影响,将距离系统误差、方位角系统误差、俯仰角系统误差、姿态角、偏航角系统误差、纵摇角系统误差设为0,基于式(22),可得到误差为

$$e_\gamma = \begin{cases} \begin{bmatrix} \gamma_{c,se}r_{c,t} \sin \beta_{c,t} - \gamma_{t,se}r_{t,t} \sin \beta_{t,t} \\ 0 \\ -\gamma_{c,se}r_{c,t} \cos \alpha_{c,t} \cos \beta_{c,t} - \gamma_{t,se}r_{t,t} \cos \alpha_{t,t} \cos \beta_{t,t} \end{bmatrix}, & y_{c,t}y_{t,t} < 0; \\ \begin{bmatrix} \gamma_{c,se}r_{c,t} \sin \beta_{c,t} - \gamma_{t,se}r_{t,t} \sin \beta_{t,t} \\ 0 \\ \gamma_{c,se}r_{c,t} \cos \alpha_{c,t} \cos \beta_{c,t} - \gamma_{t,se}r_{t,t} \cos \alpha_{t,t} \cos \beta_{t,t} \end{bmatrix}, & y_{c,t}y_{t,t} \geq 0. \end{cases} \quad (64)$$

空中观测平台在一个周期内观测目标与海上合作平台的横滚角系统误差变化小,可近似为相同值 $\gamma_{se}$ ,即

$$\gamma_{se} = \gamma_{t,se} = \gamma_{c,se}. \quad (65)$$

求解最优观测配置问题可转化为目标位置误差最小化,构建目标函数 $G_\gamma$ ,有

$$G_\gamma = \begin{cases} |\gamma_{se}(x_c - x_t)|, & y_{c,t}y_{t,t} < 0; \\ |\gamma_{se}(x_c + x_t)|, & y_{c,t}y_{t,t} \geq 0. \end{cases} \quad (66)$$

其中: $x_c$ 为海上合作平台在观测平台局部地理坐标系上 $x$ 方向的投影, $x_t$ 为目标在观测平台局部地理坐标系上 $x$ 方向的投影.根据坐标变换,可得到

$$G_\gamma = \begin{cases} |\gamma_{se} \cos \gamma_{se}(x_c - x_t)|, & y_{c,t}y_{t,t} < 0; \\ |\gamma_{se} \cos \gamma_{se}(x_c + x_t)|, & y_{c,t}y_{t,t} \geq 0. \end{cases} \quad (67)$$

此时,最优观测配置应保证海上合作平台与目标在

空中观测平台局部地理坐标系中的 $x$ 方向投影相等.

### 3.7 6种系统误差综合

综合考虑上述6种误差,基于式(22),可得到误差为

$$e_{\text{sum}} = \begin{bmatrix} r_{se}(\cos \alpha_{c,t} \cos \beta_{c,t} - \cos \alpha_{t,t} \cos \beta_{t,t}) - \alpha_{se}\sigma_1 - \beta_{se}h(\cos \alpha_{c,t} - \cos \alpha_{t,t}) - \varphi_{se}\sigma_1 \\ r_{se}(\sin \alpha_{c,t} \cos \beta_{c,t} - \sin \alpha_{t,t} \cos \beta_{t,t}) + \alpha_{se}\sigma_2 - \beta_{se}h(\sin \alpha_{c,t} - \sin \alpha_{t,t}) - \varphi_{se}\sigma_2 \\ r_{se}(\sin \beta_{c,t} - \sin \beta_{t,t}) + \beta_{se}(r_{c,t} \cos \beta_{c,t} - r_{t,t} \cos \beta_{t,t}) + \theta_{se}\sigma_1 + \gamma_{se}\sigma_2 \end{bmatrix}. \quad (68)$$

其中

$$\sigma_1 = r_{c,t} \sin \alpha_{c,t} \cos \beta_{c,t} - r_{t,t} \sin \alpha_{t,t} \cos \beta_{t,t}, \quad (69)$$

$$\sigma_2 = r_{c,t} \cos \alpha_{c,t} \cos \beta_{c,t} - r_{t,t} \cos \alpha_{t,t} \cos \beta_{t,t}, \quad (70)$$

$$\sigma_3 = r_{c,t} \sin \beta_{c,t} - r_{t,t} \sin \beta_{t,t}. \quad (71)$$

忽略二阶小误差,可得到目标误差函数为

$$G_{\text{sum}} = [2r_{se}^2(1 - \sin \beta_{c,t} \sin \beta_{t,t} - \cos \beta_{c,t} \cos \beta_{t,t} \cos \delta) + (\alpha_{se}^2 + \varphi_{se}^2)r_{t,xyt}^2(c_r^2 - 2 \cos \delta |c_r| + 1) + 2\beta_{se}^2 h^2(1 - \cos \delta) + \theta_{se}^2 \sigma_1^2 + \gamma_{se}^2 \sigma_2^2]^{\frac{1}{2}}, \quad (72)$$

$$\sigma_1^2 = (r_{c,t} \sin \alpha_{c,t} \cos \beta_{c,t} - r_{t,t} \sin \alpha_{t,t} \cos \beta_{t,t})^2 = r_{c,t}^2 \sin^2 \alpha_{c,t} \cos^2 \beta_{c,t} + r_{t,t}^2 \sin^2 \alpha_{t,t} \cos^2 \beta_{t,t} - 2r_{c,t}r_{t,t} \sin \alpha_{c,t} \cos \beta_{c,t} \sin \alpha_{t,t} \cos \beta_{t,t}, \quad (73)$$

$$\sigma_2^2 = (r_{c,t} \cos \alpha_{c,t} \cos \beta_{c,t} - r_{t,t} \cos \alpha_{t,t} \cos \beta_{t,t})^2 = r_{c,t}^2 \cos^2 \alpha_{c,t} \cos^2 \beta_{c,t} + r_{t,t}^2 \cos^2 \alpha_{t,t} \cos^2 \beta_{t,t} - 2r_{c,t}r_{t,t} \cos \alpha_{c,t} \cos \beta_{c,t} \cos \alpha_{t,t} \cos \beta_{t,t}, \quad (74)$$

$$\sigma_3^2 = (r_{c,t} \sin \beta_{c,t} - r_{t,t} \sin \beta_{t,t})^2 = r_{c,t}^2 \sin^2 \beta_{c,t} + r_{t,t}^2 \sin^2 \beta_{t,t} - 2r_{c,t}r_{t,t} \sin \beta_{c,t} \sin \beta_{t,t}. \quad (75)$$

当 $\cos \delta = 1$ 或 $-1$ 时, $\delta = 0$ 或 $\pi$ , $G_{\text{sum}}$ 取得最小值.此时最优观测配置为空中观测平台、海上合作平台和海上目标在一条直线上.

## 4 仿真实验

### 4.1 目标状态估计误差的空间分布

为进一步验证理论推导分析的正确性,在典型应用场景远程目标状态估计下进行仿真验证,采用的状态估计方法为扩展卡尔曼滤波<sup>[1]</sup>,具体实验参数如表1和表2所示.分别计算在距离系统误差、方位角系统误差、俯仰角系统误差、偏航角系统误差、纵摇角系统误差、横滚角系统误差以及系统误差综合影响下目标状态估计误差在二维空间和三维空间

表1 平台位置参数

平台类型	位置/m
海上合作平台	[0 0 0]
海上平台	[0 198 000 0]
空中观测平台	$\begin{bmatrix} -50\,000 \sim 50\,000 \\ -50\,000 \sim 50\,000 \\ 3\,500 \end{bmatrix}^T$

表2 误差参数

类型	数值
距离系统误差/m	5
方位角系统误差/(°)	0.02
俯仰角系统误差/(°)	0.02
偏航角系统误差/(°)	0.01
纵摇角系统误差/(°)	0.01
横滚角系统误差/(°)	0.01

内的分布.

图2为距离系统误差影响下的误差分布. 由图2可见, 当空中观测平台在海上合作平台与目标的连线上且向两侧运动时, 由于方位差角为0°或180°, 误差呈现下降趋势, 与理论推导结果一致. 当空中观测平台在海上合作平台水平线附近时, 方位差角接近90°, 跟踪误差较大.

图3为方位角系统误差影响下的误差分布.

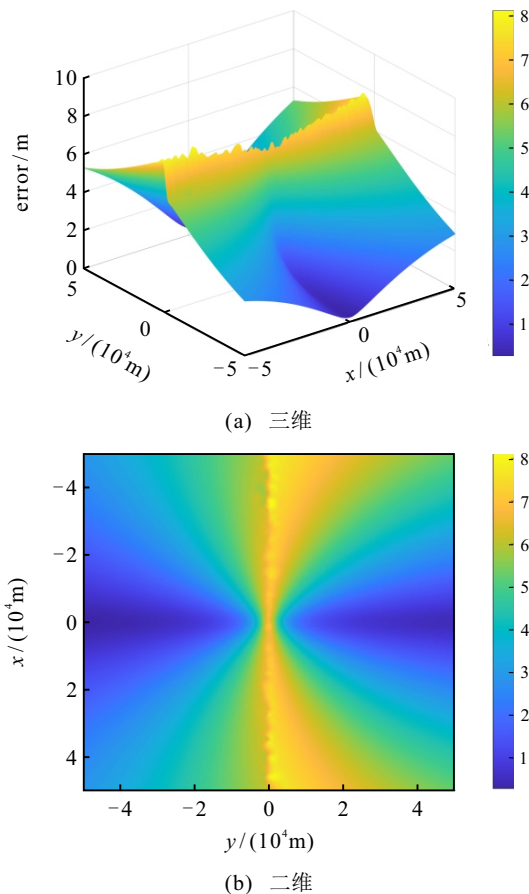


图2 距离系统误差影响下的误差分布

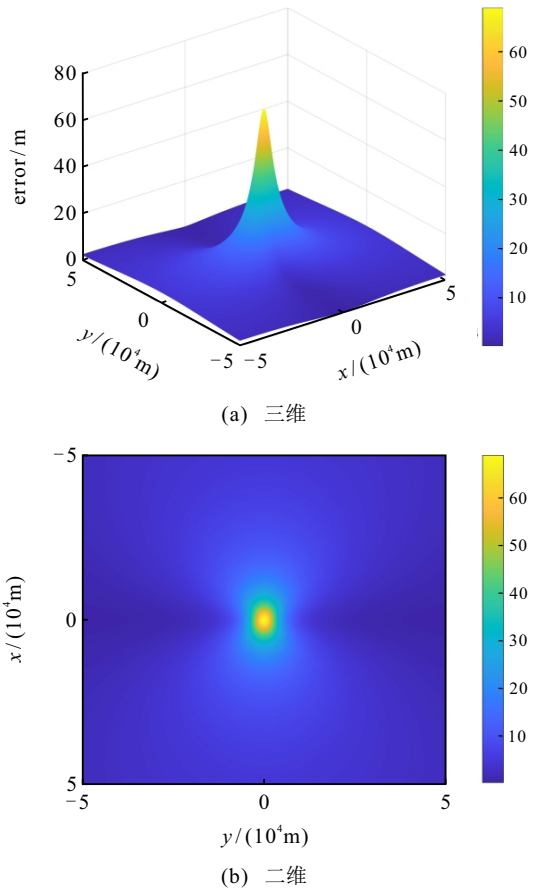
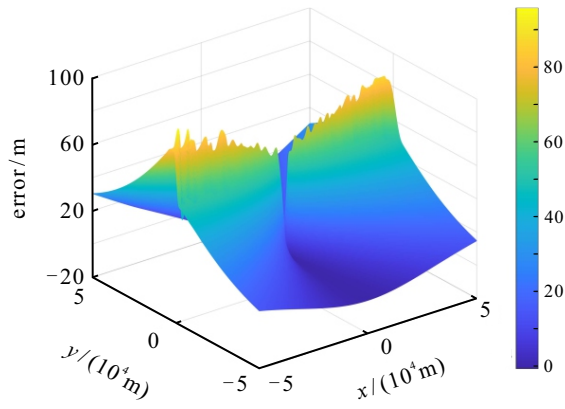


图3 方位角系统误差影响下的误差分布

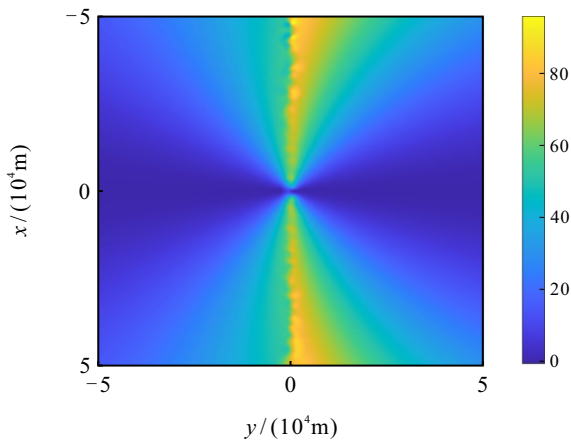
由图3可见, 当空中观测平台在海上合作平台与目标的连线上且向两侧运动时, 由于方位差角为0°或180°且向距离阵位最优趋近, 误差呈现下降趋势, 与理论推导结果一致. 当空中观测平台在海上合作平台附近时, 方位差角接近90°且 $c_r$ 接近0, 角度阵位关系和距离阵位关系均处于全局最差附近, 跟踪误差较大.

图4为俯仰角系统误差影响下的误差分布, 图5为同一俯仰角系统误差影响下不同高度的跟踪误差. 由图4可见, 跟踪误差较小的位置主要分布于空中观测平台在海上合作平台与目标的连线以及接近目标的区域, 与理论推导结果一致. 当空中观测平台在海上合作平台水平线附近时, 方位差角接近90°且 $c_r$ 接近0, 角度阵位关系和距离阵位关系均处于全局最差附近, 跟踪误差较大. 由图5可见, 当空中观测平台的高度从3500 m上升至10000 m时, 跟踪误差略有上升, 验证了理论推导结论, 但是, 误差变化较小, 表明空中观测平台的高度是影响跟踪误差的次要因素.

图6为偏航角系统误差影响下的误差分布. 由图6可见, 当空中观测平台在海上合作平台与目标的连线上且向两侧运动时, 由于方位差角为0°或180°且向距离阵位最优趋近, 误差呈现下降趋势, 与

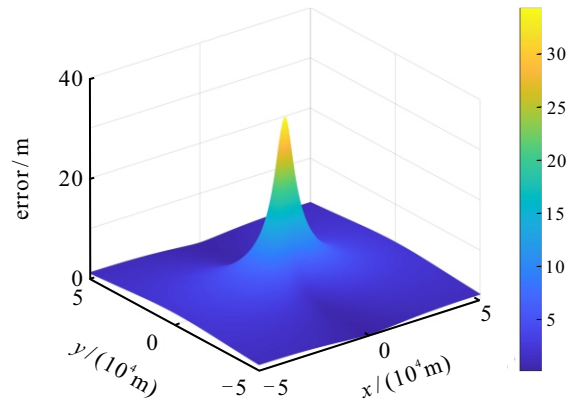


(a) 三维

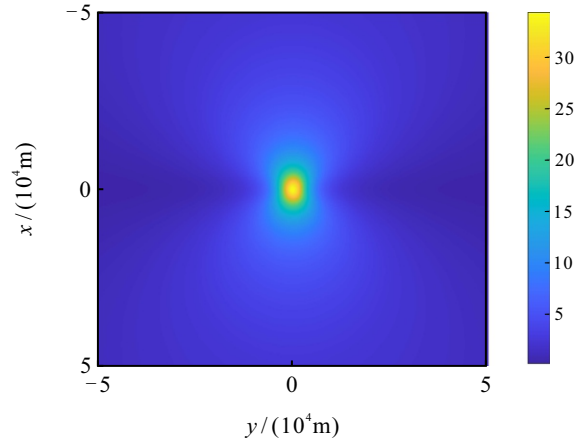


(b) 二维

图4 俯仰角系统误差影响下的误差分布



(a) 三维



(b) 二维

图6 偏航角系统误差影响下的误差分布

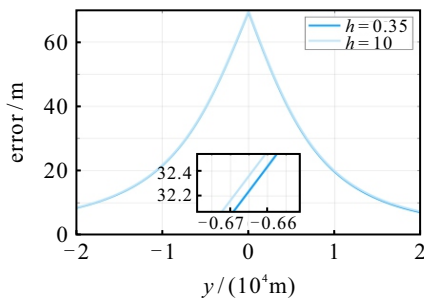


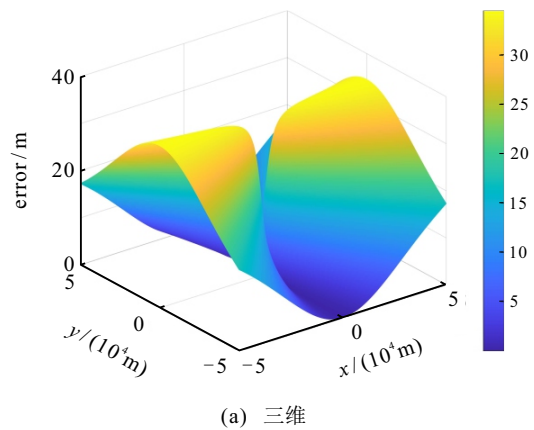
图5 不同高度下的跟踪误差

理论推导结果一致. 当空中观测平台在海上合作平台附近时, 方位差角接近  $90^\circ$  且  $c_r$  接近 0, 角度阵位关系和距离阵位关系均处于全局最差附近, 跟踪误差较大.

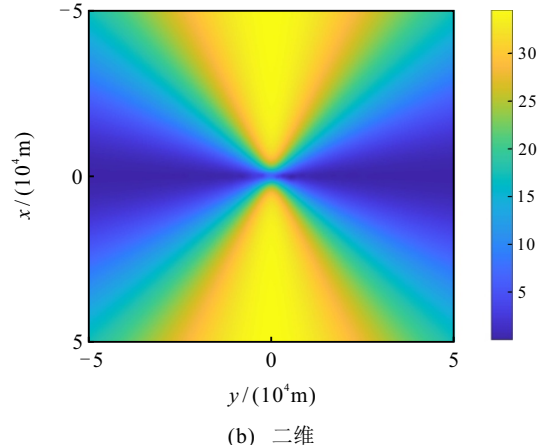
图7为纵摇角系统误差影响下的误差分布. 由图7可见, 空中观测平台向海上合作平台两侧运动时, 跟踪误差变小, 与理论推导一致.

图8为横滚角系统误差影响下的误差分布. 由图8可见, 空中观测平台向海上合作平台两侧运动时, 跟踪误差变小, 与理论推导一致.

图9为综合距离系统误差、方位角系统误差、俯仰角系统误差、偏航角系统误差、纵摇角和横滚角系统误差影响下的误差分布. 当同时考虑6种误差时,



(a) 三维



(b) 二维

图7 纵摇角系统误差影响下的误差分布

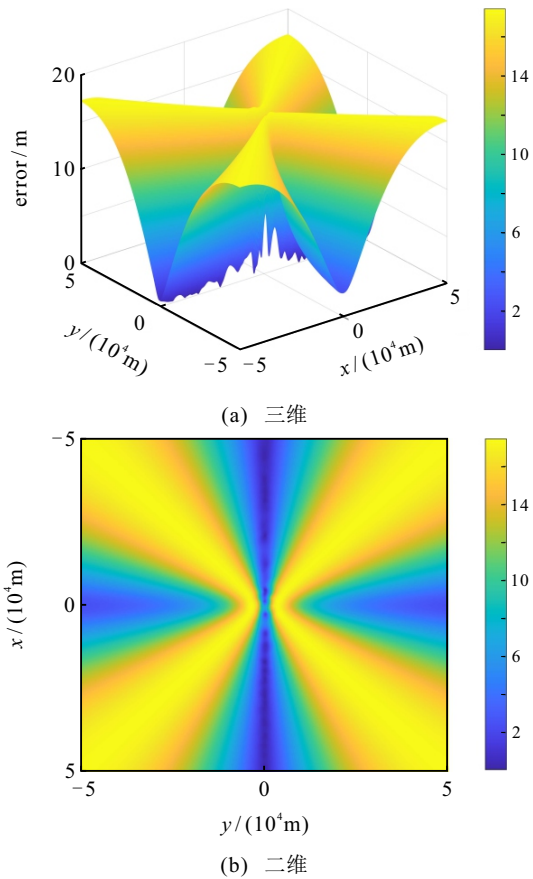


图8 横滚角系统误差影响下的误差分布

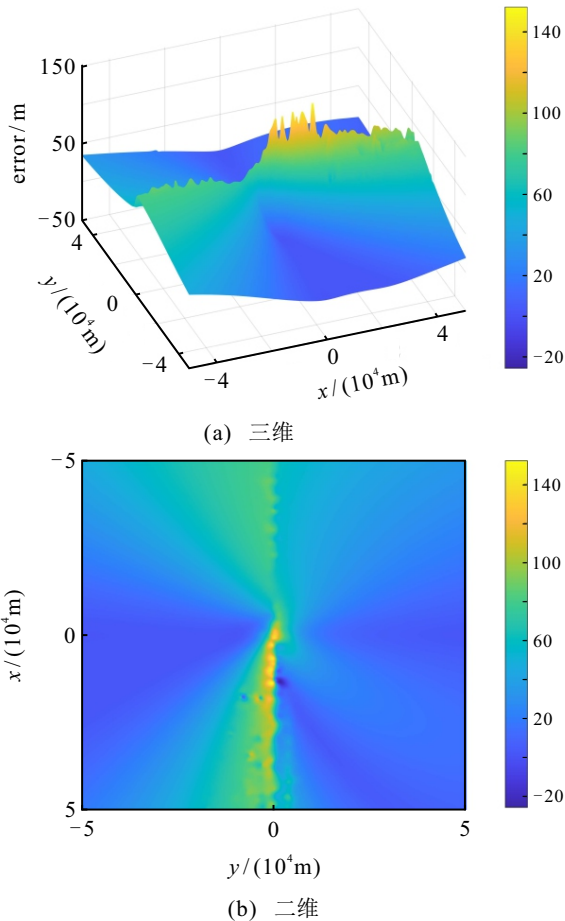


图9 综合6种系统误差影响下的误差分布

由于误差间的耦合影响, 实验最优阵位与推导最优阵位略有偏差, 但是, 总体上仍然位于海上合作平台与目标的连线上, 且越远离目标, 跟踪误差越小. 由图9可见, 最优阵位仍然为空中观测平台、海上合作平台和海上目标平台在一条直线上.

综合文献 [21], 考虑随机误差时的多平台最优观测配置可得到: 在综合考虑误差影响时, 首先应考虑角度阵位影响, 将空中观测平台飞行至海上平台与目标的连线上; 然后考虑距离阵位的影响, 尽量减小空中观测平台与目标的距离.

### 4.2 多平台观测配置对比

为进一步验证所得到多平台最优观测配置的正确性, 在典型态势下选取不同的观测平台阵位, 计算不同多平台观测配置下的目标状态估计精度, 其中表3和表4分别为误差大小和平台位置分布.

表3 误差设置

	系统误差	随机误差
距离/m	10	5
方位角/(°)	0.2	0.1
俯仰角/(°)	0.1	0.05
偏航角/(°)	0.05	0.01
纵摇角/(°)	0.05	0.01
横滚角/(°)	0.05	0.01

表4 平台位置分布

	x/m	y/m	z/m
海上合作平台	0	0	0
海上目标平台	0	200000	0
空中观测平台1	0	10000	3500
空中观测平台2	0	-10000	3500
空中观测平台3	10000	10000	3500
空中观测平台4	10000	-10000	3500

通过改变观测平台的位置形成4种不同的观测配置, 如图10所示.

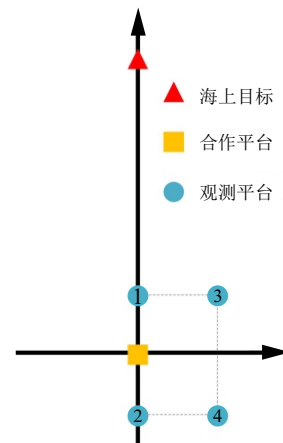


图10 平台位置分布示意图

在表3的误差设置下进行单误差源敏感性实验以及误差综合实验,得到在不同观测配置下的目标状态估计效果如图11所示.表5为不同观测配置下的目标状态估计误差.由图11和表5可见,观测配

置1和观测配置2的目标状态估计误差较小,此时观测配置为空中观测平台、海上合作平台和海上目标平台在一条直线上,表明所得到的最优观测配置能够有效提高目标状态估计精度.

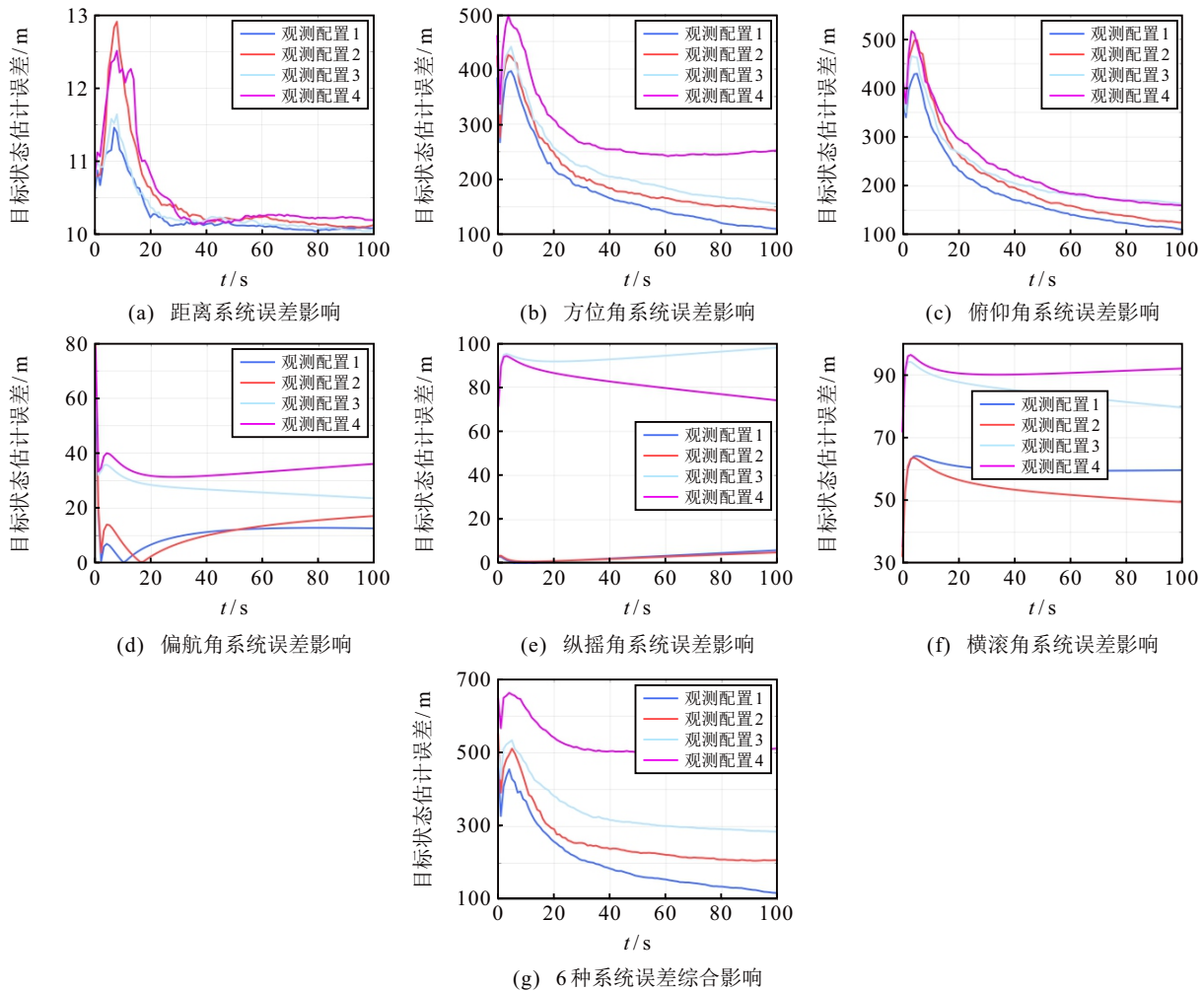


图11 不同观测配置下目标状态估计效果

表5 不同观测配置下目标状态估计误差

观测配置	1	2	3	4
距离误差	10.27	10.48	10.32	10.55
方位角误差	180.90	205.58	222.27	284.41
俯仰角误差	61.67	67.60	114.82	108.96
偏航角误差	10.93	12.08	27.26	34.11
纵摇角误差	3.08	2.82	93.98	81.68
横滚角误差	59.99	53.51	84.60	90.96
综合误差	202.87	264.35	339.87	528.04

从单误差源敏感性实验发现所提出方法适用于不同误差,具有一定的鲁棒性.其中:方位角误差是观测配置优化的首要因素,俯仰角误差和横滚角误差次之,距离误差、偏航角误差和纵摇角误差影响相对较小.

进一步地,在观测配置1下,得到不考虑系统误差和考虑姿态误差时目标的状态估计,如图12所

示,误差设置仍然如表3所示.

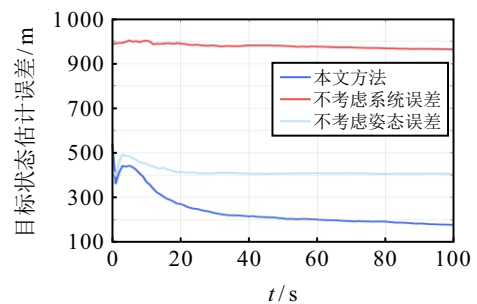


图12 观测配置1不同条件下的目标状态估计效果

不考虑系统误差和考虑姿态误差的目标状态估计精度分别为978.43 m和414.87 m,均大于所提出方法.由图12可见,所提出方法的目标状态估计精度优于不考虑系统误差与不考虑姿态误差的目标状态估计精度,体现了所提出方法综合处理系统误差和姿态误差的独特优势.

现有文献鲜有系统误差下的最优观测配置研究, 文献 [17] 和文献 [19] 研究了随机误差影响下的最优观测配置. 文献 [17] 讨论了两个传感器的最优观测配置, 观测夹角  $90^\circ$  为最优观测配置, 以观测夹角  $90^\circ$  选取对比观测配置 1; 文献 [19] 中讨论了仅方位观测下的最优配置, 认为观测方位角为  $0^\circ$  或  $180^\circ$  为最优观测配置, 以观测方位角  $0^\circ$  选取对比观测配置 2; 基于本文结论选取所提出观测配置与上述对比观测配置在表 3 的误差设置下, 在相同观测距离下基于综合误差影响进行对比.

表 6 为对比观测配置下平台位置分布, 图 13 为对比观测配置下目标状态估计效果.

表6 对比观测配置下平台位置分布

	$x/m$	$y/m$	$z/m$
海上合作平台	0	0	0
海上目标平台	0	200000	0
对比观测配置1	-100000	100000	3500
对比观测配置2	-200000	200000	3500
本文观测配置	0	-10000	3500

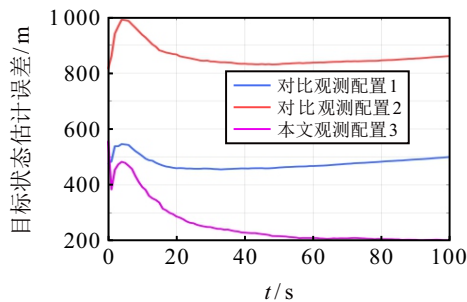


图13 对比观测配置下目标状态估计效果

对比观测配置 1、观测配置 2 与所提出观测配置在相同观测距离下的目标状态估计误差分别为 477.63 m、858.00 m、256.08 m. 由图 13 可见, 所提出观测配置下的目标状态估计精度优于对比观测配置 1 与观测配置 2, 表明基于随机误差影响下的观测配置难以直接用于系统误差影响下的观测配置, 本文基于系统误差影响得到的最优观测配置能够有效提高目标状态估计精度.

上述研究是基于空中观测平台的信息, 未涉及异构平台协同. 在不同的信息输入条件和环境下, 往往需要异构平台协同观测目标, 主要涉及两类问题: 1) 非合作平台下的异构平台协同观测问题, 同样可采用上述方法分析不同系统误差对于异构平台最优观测配置的影响; 2) 拒止环境下基于合作平台互观测的异构平台协同观测问题, 首先需要对空海协同误差消减方法进行改进, 然后采用相同方法进行分析该观测模式下的最优观测配置. 以上两个问题均

引入了海上合作平台的观测信息, 表明了异构平台协同观测的可行性以及研究价值.

## 5 结论

本文基于空海协同误差算法, 研究了在系统误差影响下的多平台最优观测配置, 进一步提高了对目标的状态估计精度. 在综合误差影响下, 最优观测配置为空中观测平台、海上合作平台和目标三者者在一条直线上, 空中观测平台逐渐趋近目标且尽可能降低飞行高度; 最差观测阵位为海上合作平台与目标连线的垂线上且靠近海上合作平台. 在实际部署中, 应优先考虑角度阵位, 即保证空中观测平台、海上合作平台和海上目标在一条直线上, 然后考虑距离阵位, 在保证空中观测平台安全的前提下尽量靠近目标. 无论是在静态环境还是在动态环境下, 三者的最优观测配置关系是确定的, 因此, 得到的结论同样适用于动态场景.

本文的研究结果为空海协同目标状态估计平台阵位设置提供了理论支撑, 具有重要的实际应用价值, 为相关领域的实际应用提供了参考方向. 同时, 为工程应用提供了指导原则: 1) 核心配置原则: 先满足角度阵位后完成距离阵位; 2) 距离与高度原则: 在搜索初期, 空中观测平台保持在较高阵位扩展观测范围, 实现了对目标的稳定跟踪后逐渐降低高度; 3) 利用合作平台实现了对综合系统误差的校正.

下一步工作展望: 1) 针对目标的不同运动特性, 基于势场导引法设计导引律控制不同平台运动至最优观测配置阵位, 实现实时最优观测配置; 2) 利用深度学习挖掘系统误差的时空关联性, 实现动态误差预测与补偿; 3) 探索多约束条件、异构平台协同观测下的最优观测配置策略.

## 参考文献 (References)

- [1] 费博雯, 包卫东, 刘大千, 等. 面向动态目标搜索与打击的空地协同自主任务分配方法[J]. 系统工程与电子技术, 2024, 46(7): 2346-2358.  
(Fei B W, Bao W D, Liu D Q, et al. Air-ground cooperative autonomous task allocation method for dynamic target search and strike[J]. Systems Engineering and Electronics, 2024, 46(7): 2346-2358.)
- [2] 史浩然, 卢发兴, 王航宇, 等. 基于观测优化的双机协同控制与避障[J]. 控制与决策, 2022, 37(3): 593-604.  
(Shi H R, Lu F X, Wang H Y, et al. Cooperative control and collision avoidance for two UAVs based on optimization of observation[J]. Control and Decision, 2022, 37(3): 593-604.)
- [3] Hu Z J, Gao X G, Wan K F, et al. Imaginary filtered hindsight experience replay for UAV tracking dynamic targets in large-scale unknown environments[J]. Chinese

- Journal of Aeronautics*, 2023, 36(5): 377-391.
- [4] 乔成林, 单甘霖, 段修生, 等. 多平台主动与被动传感器协同跟踪的长时调度方法[J]. *兵工学报*, 2019, 40(1): 115-123.  
(Qiao C L, Shan G L, Duan X S, et al. Non-myopic scheduling algorithm of multi-platform active/passive sensors for collaboration tracking[J]. *Acta Armamentarii*, 2019, 40(1): 115-123.)
- [5] 刘钦, 潘浩, 孙建军, 等. 基于博弈论的空海协同打击策略生成方法[C]. 第十一届中国指挥控制大会. 北京, 2023: 403-409.  
(Liu Q, Pan H, Sun J J, et al. Generation of air-sea cooperative strike strategy based on game theory[C]. *Proceedings of the 11th China Command and Control Conference*. Beijing, 2023: 403-409.)
- [6] Julier S J, Uhlmann J K, Durrant-Whyte H F. A new approach for filtering nonlinear systems[C]. *Proceedings of the American Control Conference*. Seattle, 1995: 1628-1632.
- [7] Chen B, Zhao X Z, Zhang W, et al. Optimal linear multilateration combined with the Kalman filter for range-only tracking[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2023, 23(9): 9755-9769.
- [8] Wan W K, Feng J G, Song B, et al. Vehicle state estimation using interacting multiple model based on square root cubature Kalman filter[J]. *Applied Sciences*, 2021, 11(22): 10772.
- [9] Yang C Q, Cao X H, He L D, et al. Distributed multiple attacks detection via consensus AA-GMPHD filter[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2023, 53(12): 7526-7536.
- [10] Wang J, Geng L, Zhou J L, et al. The gain-scheduled filter with probability density function compensator for stochastic system with missing measurements and Gaussian mixture noise[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2023, 53(8): 5127-5138.
- [11] Dai Q Y, Lu F X, Xu J F. A novel sea target tracking algorithm for multiple unmanned aerial vehicles considering attitude error in low-precision geodetic coordinate environments[J]. *Aerospace*, 2024, 11(2): 162.
- [12] Leung H, Blanchette M, Gault K. Comparison of registration error correction techniques for air surveillance radar network[J]. *Proceedings of SPIE — The International Society for Optical Engineering*, 1995, 2(2): 211-214.
- [13] Kong X Y, Zhang X P, Lu N, et al. Online smart meter measurement error estimation based on EKF and LMRLS method[J]. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 2021, 12(5): 4269-4279.
- [14] Che F, Niu Y F, Li J, et al. Cooperative standoff tracking of moving targets using modified Lyapunov vector field guidance[J]. *Applied Sciences*, 2020, 10(11): 3709.
- [15] Fortunati S, Gini F, Greco M S, et al. An EM-based approach to the relative sensor registration in multi-target scenarios[C]. *IEEE Radar Conference*. Atlanta, 2012: 602-607.
- [16] 李洋, 张靖. 基于 SINGER 模型的实时误差配准算法及分析[J]. *系统工程与电子技术*, 2015, 37(6): 1255-1258.  
(Li Y, Zhang J. Real-time error registration algorithm and analysis based on the SINGER model [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2015, 37(6): 1255-1258.)
- [17] Yoo K, Chun J. Analysis of optimal range sensor placement for tracking a moving target[J]. *IEEE Communications Letters*, 2020, 24(8): 1700-1704.
- [18] Shi H R, Lu F X, Wang H Y, et al. Optimal observation configuration of UAVs based on angle and range measurements and cooperative target tracking in three-dimensional space[J]. *Journal of Systems Engineering and Electronics*, 2020, 31(5): 996-1008.
- [19] Nguyen N H. Optimal geometry analysis for target localization with Bayesian priors[J]. *IEEE Access*, 2021, 9: 33419-33437.
- [20] 史浩然, 卢发兴, 祁江鑫, 等. 基于辅助信标的无人机协同目标跟踪[J]. *系统工程与电子技术*, 2022, 44(7): 2302-2310.  
(Shi H R, Lu F X, Qi J X, et al. Cooperative target tracking of UAVs based on aided beacon[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2022, 44(7): 2302-2310.)
- [21] Shi H R, Lu F X, Wu L. Cooperative trajectory optimization of UAVs in approaching stage using feedback guidance methods[J]. *Defence Technology*, 2023, 24: 361-381.

## 作者简介

戴秋洋 (1999-), 男, 博士生, 主要研究方向为协同控制、目标跟踪, E-mail: [z21182605@nue.edu.cn](mailto:z21182605@nue.edu.cn);

卢发兴 (1974-), 男, 教授, 博士, 主要研究方向为协同控制、区域射击, E-mail: [lfx1974@163.com](mailto:lfx1974@163.com);

许俊飞 (1990-), 男, 讲师, 博士, 主要研究方向为效能评估、智能优化, E-mail: [1920191174@nue.edu.cn](mailto:1920191174@nue.edu.cn);

史浩然 (1992-), 男, 助理研究员, 博士, 主要研究方向为轨迹优化、协同控制, E-mail: [shihaoran\\_1992@163.com](mailto:shihaoran_1992@163.com);

周煜翔 (2000-), 男, 博士生, 主要研究方向为任务规划、目标跟踪, E-mail: [zyx19531@yeah.net](mailto:zyx19531@yeah.net).