

# 控制与决策

Control and Decision

## 基于事件触发的多四旋翼无人机编队双层串联博弈控制

蔡方玉, 黄宜庆, 邓雄峰, 许刚

引用本文:

蔡方玉, 黄宜庆, 邓雄峰, 等. 基于事件触发的多四旋翼无人机编队双层串联博弈控制[J]. *控制与决策*, 2026, 41(5): 1287-1298.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2025.0494>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### 大规模固定翼无人机集群编队控制方法

[Formation control of large-scale fixed-wing unmanned aerial vehicle swarms](#)

控制与决策. 2021, 36(9): 2063-2073 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0076>

#### 具有执行器故障的四旋翼无人机自适应预定性能控制

Adaptive prescribed performance control of quadrotor with unknown actuator fault

控制与决策. 2021, 36(9): 2103-2112 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0083>

#### 输出误差约束下四旋翼无人机预定性能反步控制

Prescribed performance backstepping control for quadrotor UAV with output error constraint

控制与决策. 2021, 36(5): 1059-1068 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1249>

#### 多无人机协同直播场景下自适应任务卸载决策

Adaptive task offloading decision of multi-UAVs cooperation in live broadcasting scenario

控制与决策. 2021, 36(4): 974-982 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1104>

#### 分布式无人机的时变编队非线性控制设计

Time-varying formation nonlinear control of distributed multiple UAVs

控制与决策. 2021, 36(10): 2490-2496 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0136>

# 基于事件触发的多四旋翼无人机编队双层串联博弈控制

蔡方玉, 黄宜庆<sup>†</sup>, 邓雄峰, 许刚

(安徽工程大学 电气工程学院, 安徽 芜湖 241000)

**摘要:** 针对多四旋翼无人机系统编队控制问题, 提出一种基于事件触发机制的双层串联博弈编队控制算法. 该算法对多四旋翼无人机编队任务进行解构, 以此设计多场对局并构建双层串联博弈控制框架. 首先, 在第1层博弈中, 具备通信能力的四旋翼无人机对通过在两场对局中的博弈交互, 求解出可使双方位置与速度达到纳什均衡状态的位置策略与速度策略. 其次, 每架四旋翼无人机对第1层博弈中与多架四旋翼无人机对局产生的两组策略进行加权处理, 生成作为第2层博弈参与变量的两个控制策略. 进一步, 围绕各四旋翼无人机的位置误差与速度误差构建第2层博弈中的对局模型, 通过博弈优化过程确定最佳增益系数, 进而获取使位置误差与速度误差达到纳什均衡的最优控制策略. 此外, 引入事件触发机制, 动态调整控制策略更新, 降低对四旋翼无人机有限机载资源的消耗. 最后, 通过仿真实验与实际平台测试, 验证所提算法在多四旋翼无人机编队控制中的有效性与可行性.

**关键词:** 四旋翼无人机; 编队控制; 双层串联博弈; 纳什均衡; 最优控制; 事件触发

中图分类号: TP273 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2025.0494

引用格式: 蔡方玉, 黄宜庆, 邓雄峰, 等. 基于事件触发的多四旋翼无人机编队双层串联博弈控制 [J]. 控制与决策, 2026, 41(5): 1287-1298.

## Event-triggered-based two-level tandem game-theoretic control for multi-QUAV formation

CAI Fang-yu, HUANG Yi-qing<sup>†</sup>, DENG Xiong-feng, XU Gang

(The School of Electrical Engineering, Anhui Polytechnic University, Wuhu 241000, China)

**Abstract:** A two-level tandem game formation control algorithm based on event triggering mechanism is proposed for the problem of formation control of multi-quadrotor unmanned aerial vehicles (QUAVs) system. This algorithm deconstructs the formation tasks of multiple QUAVs, thereby designing multiple games and constructing a two-level tandem game control framework. Firstly, the communication-capable QUAV pairs in the first-level game solve the position and velocity strategies that can bring the positions and velocities of both sides to a Nash equilibrium state by interacting with each other in the two games. Then, each QUAV weights the two sets of strategies generated from the first-level game with multiple QUAVs to generate the two control strategies that serve as the participation variables for the second-level game. The game model of the second-level game is further constructed around the position error and velocity error of each QUAV, and the optimal weight parameters are determined through the game optimization process, so as to obtain the optimal control strategy to make the position error and velocity error reach the Nash equilibrium. Furthermore, an event-triggered mechanism is introduced to dynamically adjust the control strategy, thereby conserving the limited onboard resources of the QUAVs. Finally, the effectiveness and feasibility of the proposed algorithm in multi-QUAV formation control are verified through simulation experiments and real platform tests.

**Keywords:** quadrotor unmanned aerial vehicles; formation control; two-level tandem game; Nash equilibrium; optimum control; event triggered

## 0 引言

随着无人机技术的不断发展, 无人机的身影出

现在越来越多的场景中, 诸如农业发展<sup>[1-2]</sup>、环境保护<sup>[3-4]</sup>、灾害预警<sup>[5-7]</sup>等. 四旋翼无人机作为无人机的

收稿日期: 2025-05-13; 录用日期: 2025-10-15.

基金项目: 国家自然科学基金区域创新发展联合基金项目 (U22A2079); 安徽工程大学引进人才科研基金项目 (2022YQQ050).

责任编辑: 林志赟.

<sup>†</sup>通信作者. E-mail: yiqhuang@ahpu.edu.cn.

本文附带电子附录文件, 可登录本刊官网该文“资源附件”区自行下载阅览.

一个分支,因其结构简单、功能强大,成为了众多研究人员的研究对象<sup>[8]</sup>.然而,单架四旋翼无人机本身的性能是有限的,在面对复杂任务时会存在一定的局限性<sup>[9-10]</sup>.为了克服单架四旋翼无人机在面对复杂任务时的局限性,多四旋翼无人机编队技术引起了研究人员的广泛重视<sup>[11-12]</sup>.

目前,相关研究人员已经针对多四旋翼无人机编队的控制问题进行了大量的研究<sup>[13-14]</sup>.其中,有限时间编队控制方法<sup>[15-16]</sup>、固定时间编队控制方法<sup>[17-18]</sup>、预定义时间编队控制方法<sup>[19-20]</sup>是进行四旋翼无人机系统编队控制的主要方法.例如,在文献<sup>[21]</sup>中,针对多四旋翼无人机系统编队问题提出了一种有限时间编队控制方法.采用该方法的多四旋翼无人机系统虽然能够在有限的时间内形成期望的队形,但是形成期望队形所需的时间过长.同时,有限时间编队控制的收敛时间依赖于多四旋翼无人机系统的初始状态.为解决以上问题,研究人员提出了固定时间编队控制方法.在文献<sup>[22]</sup>中,针对多四旋翼无人机的编队问题提出了一种固定时间分布式自适应编队控制算法.在该算法中,通过固定时间命令滤波器消除反步法中“复杂性爆炸”问题,并结合非光滑误差补偿机制抑制滤波误差,确保闭环系统固定时间稳定;同时结合模糊逻辑系统逼近未知非线性动态,设计自适应律处理模型不确定性,确保状态不违反预设约束.虽然固定时间编队控制方法的收敛时间与多四旋翼无人机系统的初始状态无关,但是依赖于控制参数的选取,不能独立设定.另外,相关控制参数与收敛时间的关系十分复杂,难以准确地获取与调整收敛时间.针对固定时间编队控制的不足之处,研究人员提出了预定义时间编队控制方法.在文献<sup>[23]</sup>中,基于滑模控制提出了一种针对多四旋翼无人机系统编队问题的预定义时间编队控制算法.在该算法中,预定义一个编队完成的时间,在控制过程中通过对该时间进行分段,在不同的时间段内控制器完成相应的控制内容;最终在该预定义的时间内完成多四旋翼无人机系统的编队任务.为了快速地形成期望的队形,预定义形成期望队形的时间需要设定的足够小,从而导致多四旋翼无人系统中的成员在编队初期加速度过大.

除上述以收敛时间为特点的多四旋翼无人机编队控制方法之外,还有诸如分布式模型预测控制、机器学习等控制方法.在文献<sup>[24]</sup>中,通过提出一种同步分布式模型预测编队控制算法来解决多四旋翼无人机的编队控制问题.在该方法中,系统中所有无人机在每个采样周期同时计算控制输入,因此仅需一

次通信交换状态,以此降低通信负担.在文献<sup>[25]</sup>中,将强化学习与零和博弈理论相结合,设计了一种混合前馈-反馈控制策略;采用回声状态网络逼近值函数,通过训练输出权重降低计算复杂度,同时提出新型补偿项消除持续激励条件的依赖.

在解决单架四旋翼无人机性能有限的不足后,研究人员进一步在多四旋翼无人机编队控制中引入事件触发机制,以降低编队控制对四旋翼无人机有限的机载资源的消耗.事件触发控制是指通过对依据系统性能设定的触发条件进行监控,只有当触发条件被满足时,控制器才会更新其控制策略<sup>[26]</sup>.在文献<sup>[27]</sup>中,通过采用动态事件触发机制,根据触发误差自动调整数据传输频率,降低网络负载.与传统固定阈值事件触发机制相比,该机制在保证性能的同时显著降低了通信负担.在文献<sup>[28]</sup>中,通过设计动态阈值事件触发策略,仅在跟踪误差或性能函数预设条件时更新控制信号,显著减少了对通信与四旋翼无人机算力资源的消耗.在多四旋翼无人机进行编队的过程中,通过获取最优的控制策略也是降低资源消耗的途径之一.博弈论是指在平等对局中,参与博弈的各方利用对方的策略变换自己的对抗策略,达到取胜的目的.在多四旋翼无人机编队控制中,通过引入博弈论可以实现队形的快速形成与资源消耗的减少.目前,该理论逐渐被运用在无人机领域,解决多无人机自主集群、目标分配等问题<sup>[29-30]</sup>.在文献<sup>[31]</sup>中,将非合作博弈与事件触发相结合,解决在多智能体编队控制时存在恶意智能体的问题,为非合作环境下多智能体系统的安全编队控制提供了解决方案.在文献<sup>[32]</sup>中,通过博弈论与自适应控制结合,解决了欧拉-拉格朗日系统在参数未知场景下的分布式最小距离编队问题.

为了在多四旋翼无人机系统编队过程中快速形成期望队形,并减少对四旋翼无人机有限机载资源的消耗,本文基于事件触发机制并结合纳什均衡提出一种双层串联博弈的编队控制算法.纳什均衡是指在包含两个或以上参与者的非合作博弈中,假设每个参与者都知晓其他参与者均衡策略的情况下,没有参与者可以通过改变自身策略使自身受益时的一个概念解<sup>[33-34]</sup>.首先,在第1层博弈中针对两架四旋翼无人机之间的队形误差设计第一场对局;接着,继续在第1层博弈中针对两架四旋翼无人机之间的速度误差设计第2场对局;然后,对第1层博弈的结果进行处理,并将处理结果作为第2层博弈中参与对局的玩家.在第2层博弈中以每架四旋翼无人机的位置误差与速度误差设计对局,参与博弈的玩家

获得其最佳的增益系数. 通过双层多次博弈后, 每架四旋翼无人机将会获得一个使其位置误差与速度误差均达到纳什均衡状态的最佳控制策略.

本文的主要贡献如下:

1) 针对多四旋翼无人机编队控制设计一种双层串联博弈编队控制算法. 该算法的第1层博弈由两场并联的对局组成, 并将其生成的控制策略作为第2层博弈对局中的玩家.

2) 在第1层博弈中, 参与对局的四旋翼无人机通过博弈获得其最优的位置策略与速度策略, 并在处理后传输至第2层博弈, 作为其对局的参与者. 在第2层博弈中, 对局的参与者通过博弈获得其最优的增益系数, 以此获得四旋翼无人机的最优策略.

3) 对每场对局中的重要参数设计自适应控制算法, 通过系统不断变化的状态去实时调节参数, 从而得到最优的控制策略.

在本文中,  $X \in \mathbb{R}^n$ ,  $\|X\| = (x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2)^{\frac{1}{2}}$  表示欧几里得范数,  $\mathbb{Q}_i$  表示系统中能够与第  $i$  架四旋翼无人机进行通信的四旋翼无人机集合.

## 1 四旋翼无人机模型建立

根据现有四旋翼无人机的研究, 多四旋翼无人机系统中第  $i$  架四旋翼无人机的运动学模型与动力学模型可以表示为

$$\begin{cases} \dot{P}_i = V_i, \\ \dot{V}_i = \dot{V}_i; \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \ddot{p}_{i,x} = -\frac{k_{i,x}}{m_i} \dot{p}_{i,x} + \frac{T_i}{m_i} (c(\phi_i)s(\theta_i)c(\psi_i) + s(\phi_i)s(\psi_i)), \\ \ddot{p}_{i,y} = -\frac{k_{i,y}}{m_i} \dot{p}_{i,y} + \frac{T_i}{m_i} (c(\phi_i)s(\theta_i)s(\psi_i) - s(\phi_i)c(\psi_i)), \\ \ddot{p}_{i,z} = -\frac{k_{i,z}}{m_i} \dot{p}_{i,z} + \frac{T_i}{m_i} c(\phi_i)c(\theta_i) - g. \end{cases} \quad (2)$$

其中:  $P_i = [p_{i,x}, p_{i,y}, p_{i,z}]^T$  与  $V_i = [v_{i,x}, v_{i,y}, v_{i,z}]^T$  分别为第  $i$  架四旋翼无人机的位置与速度;  $k_i = [k_{i,x}, k_{i,y}, k_{i,z}]^T$  为第  $i$  架四旋翼无人机的气动阻尼系数;  $m_i$  和  $T_i$  分别表示第  $i$  架四旋翼无人机的质量与其产生的总升力;  $c(\cdot) = \cos(\cdot)$ ,  $s(\cdot) = \sin(\cdot)$ ;  $\phi_i$ 、 $\theta_i$ 、 $\psi_i$  分别表示第  $i$  架四旋翼无人机的横滚角、俯仰角与航向角;  $g$  表示重力加速度.

令  $S_i = [s_{i,x}, s_{i,y}, s_{i,z}]^T$  表示第  $i$  架四旋翼无人机产生的总升力在  $x$  轴、 $y$  轴以及  $z$  轴上的分力. 因此,  $S_i$  可以表示为

$$\begin{cases} s_{i,x} = T_i(c(\phi_i)s(\theta_i)c(\psi_i) + s(\phi_i)s(\psi_i)), \\ s_{i,y} = T_i(c(\phi_i)s(\theta_i)s(\psi_i) - s(\phi_i)c(\psi_i)), \\ s_{i,z} = T_i c(\phi_i)c(\theta_i). \end{cases} \quad (3)$$

当第  $i$  架四旋翼无人机在一个较短的时间间隔内采用一个恒定的策略  $S_i$  运行时, 该架四旋翼无人机的运动信息可以描述为

$$V_i = e^{-\int \frac{\kappa_i}{m_i} dt} \left[ \int \frac{S_i}{m_i} e^{\int \frac{\kappa_i}{m_i} dt} dt + C_1 \right], \quad (4)$$

$$P_i = \int V_i dt + C_2, \quad (5)$$

其中  $C_1$ 、 $C_2$  为由第  $i$  架四旋翼无人机采取该策略进行运动时的状态决定的常数.

根据式 (1)、(2)、(4) 和 (5), 在采取一个固定的策略运行  $t_s$  秒后, 第  $i$  架四旋翼无人机的速度与位置可以描述为

$$V_{i(t_s)} = \kappa_i(S_i - m_i g e_3) + \lambda_i V_{i(t_0)}, \quad (6)$$

$$P_{i(t_s)} = P_{i(t_0)} + \mu_i(S_i - m_i g e_3) - \gamma_i V_{i(t_0)}. \quad (7)$$

其中:  $V_{i(t_s)}$  和  $P_{i(t_s)}$  分别表示第  $i$  架四旋翼无人机采取策略  $S_i$  运行  $t_s$  秒后的速度与位置;  $V_{i(t_0)}$  和  $P_{i(t_0)}$  分别表示第  $i$  架四旋翼无人机采取策略  $S_i$  进行运行时的初始位置与速度;  $e_3 = [0, 0, 1]^T$ ;  $\kappa_i$ 、 $\lambda_i$ 、 $\mu_i$ 、 $\gamma_i$  均为  $3 \times 3$  的对角矩阵, 有

$$\kappa_i = \text{diag}([\kappa_{i,x}, \kappa_{i,y}, \kappa_{i,z}]), \quad (8)$$

$$\lambda_i = \text{diag}([\lambda_{i,x}, \lambda_{i,y}, \lambda_{i,z}]), \quad (9)$$

$$\mu_i = \text{diag}([\mu_{i,x}, \mu_{i,y}, \mu_{i,z}]), \quad (10)$$

$$\gamma_i = \text{diag}([\gamma_{i,x}, \gamma_{i,y}, \gamma_{i,z}]). \quad (11)$$

这里:  $\kappa_{i,j} = \frac{1 - e^{-\frac{\kappa_{i,j}}{m_i} t_s}}{k_{i,j}}$ ,  $\lambda_{i,j} = e^{-\frac{\kappa_{i,j}}{m_i} t_s}$ ,  $\mu_{i,j} = \frac{t_s}{k_{i,j}} + \frac{m_i}{k_{i,j}^2} (e^{-\frac{\kappa_{i,j}}{m_i} t_s} - 1)$ ,  $\gamma_{i,j} = \frac{m_i}{k_{i,j}} (e^{-\frac{\kappa_{i,j}}{m_i} t_s} - 1)$ ,  $j = x, y, z$ .

## 2 基于事件触发的双层串联博弈控制

为了使多四旋翼无人机系统能够快速形成期望的队形并跟随虚拟领导者前进, 系统中的每架四旋翼无人机将会在多场对局中进行博弈. 通过这些对局后, 系统中的每架四旋翼无人机将会获得自身最佳的控制策略. 同时通过引入事件触发机制, 降低博弈触发频率, 减少对四旋翼无人机有限的机载资源的消耗.

**假设 1** 当前分别是系统中的第  $i$  架四旋翼无人机与第  $j$  架四旋翼无人机参与对局.

**假设 2** 地面站通过广播的方式, 系统中的四旋翼无人机都能够获得虚拟领导者的运动状态.

## 2.1 四旋翼无人机外部策略博弈设计

第1层博弈为四旋翼无人机外部策略博弈,参与博弈的玩家是两架可以相互通讯的四旋翼无人机.通过第1层博弈中的两场对局,参与对局的四旋翼无人机将会获得位置部分与速度部分的控制策略.

在一个多四旋翼无人机系统中,编队任务可以被分解成两个部分:1)系统中的 $n$ 架四旋翼无人机形成期望的队形;2)系统中的 $n$ 架四旋翼无人机跟随虚拟领导者前进.

当系统中的多架四旋翼无人机形成期望的队形时,第 $i$ 架四旋翼无人机与第 $j$ 架四旋翼无人机之间的位置关系为

$$P_i - P_j - P_{di} + P_{dj} = 0_3. \quad (12)$$

其中:  $P_{di} = [p_{di,x}, p_{di,y}, p_{di,z}]^T$ ,  $P_{dj} = [p_{dj,x}, p_{dj,y}, p_{dj,z}]^T$ , 分别表示第 $i$ 架四旋翼无人机与第 $j$ 架四旋翼无人机的期望位置;  $0_3 = [0, 0, 0]^T$ .

当多四旋翼无人机系统形成期望队形后,第 $i$ 架四旋翼无人机与虚拟领导者之间的位置关系为

$$P_i - P - P_{id} = 0_3, \quad (13)$$

其中  $P = [p_x, p_y, p_z]^T$  表示虚拟领导者的位置信息.

在第1层博弈第1场对局中为第 $i$ 架四旋翼无人机与第 $j$ 架四旋翼无人机分别设计一个目标函数

$$J_{ij}^P(S_i^P, S_j^P) = \alpha \|P_{i(t_s)} - P_{j(t_s)} - P_{di} + P_{dj}\|^2 + \beta \|P_{i(t_s)} - P_{j(t_s)} - P_{di}\|^2, \quad (14)$$

$$J_{ji}^P(S_j^P, S_i^P) = \alpha \|P_{j(t_s)} - P_{i(t_s)} - P_{dj} + P_{di}\|^2 + \beta \|P_{j(t_s)} - P_{i(t_s)} - P_{dj}\|^2. \quad (15)$$

其中:  $S_i^P = [s_{i,x}^p, s_{i,y}^p, s_{i,z}^p]^T$ ,  $S_j^P = [s_{j,x}^p, s_{j,y}^p, s_{j,z}^p]^T$ , 分别表示在第1层第1场博弈中两架四旋翼无人机的策略;  $\alpha, \beta$ 为两个小于1的正实数,表示编队任务两个部分在编队过程中的权重.因  $J_{ij}^P(S_i^P, S_j^P)$  与  $J_{ji}^P(S_j^P, S_i^P)$  表达式相似,后续均以  $J_{ij}^P(S_i^P, S_j^P)$  为例.将式(6)和(7)代入(14),式(14)可以改写为

$$J_{ij}^P(S_i^P, S_j^P) = \alpha \|P_{i(t_0)} + \mu_i(S_i^P - m_i g e_3) - \gamma_i V_{i(t_0)} - P_{j(t_0)} - \mu_j(S_j^P - m_j g e_3) + \gamma_j V_{j(t_0)} - P_{di} + P_{dj}\|^2 + \beta \|P_{i(t_0)} + \mu_i(S_i^P - m_i g e_3) - \gamma_i V_{i(t_0)} - P_{j(t_0)} - V_{j(t_0)} t_s - 1/2 A_{j(t_0)} t_s^2 - P_{di}\|^2. \quad (16)$$

其中:  $V = [v_x, v_y, v_z]^T$  表示虚拟领导者的速度,  $A = [a_x, a_y, a_z]^T$  表示虚拟领导者的加速度.

根据欧几里得范数的定义,  $J_{ij}^P(S_i^P, S_j^P)$  可以改写为

$$J_{ij}^P(S_i^P, S_j^P) = j_{ij,x}^p(s_{i,x}^p, s_{j,x}^p) + j_{ij,y}^p(s_{i,y}^p, s_{j,y}^p) + j_{ij,z}^p(s_{i,z}^p, s_{j,z}^p). \quad (17)$$

其中

$$j_{ij,x}^p(s_{i,x}^p, s_{j,x}^p) = \alpha (p_{i,x(t_0)} + \mu_{i,x} s_{i,x}^p - \gamma_{i,x} v_{i,x(t_0)} - p_{j,x(t_0)} - \mu_{j,x} s_{j,x}^p + \gamma_{j,x} v_{j,x(t_0)} - p_{di,x} + p_{dj,x})^2 + \beta (p_{i,x(t_0)} + \mu_{i,x} s_{i,x}^p - \gamma_{i,x} v_{i,x(t_0)} - p_{j,x(t_0)} - v_{j,x(t_0)} t_s - 1/2 a_{j,x(t_0)} t_s^2 - p_{di,x})^2. \quad (18)$$

其余两部分表达式与式(18)类似,因此不再单独描述,且后续讨论均以  $j_{ij,x}^p(s_{i,x}^p, s_{j,x}^p)$  为例.

$j_{ij,x}^p(s_{i,x}^p, s_{j,x}^p)$  对  $s_{i,x}^p$  的一阶偏导数为

$$\frac{\partial j_{ij,x}^p}{\partial s_{i,x}^p} = 2\alpha \mu_{i,x} (p_{i,x(t_0)} + \mu_{i,x} s_{i,x}^p - \gamma_{i,x} v_{i,x(t_0)} - p_{j,x(t_0)} - \mu_{j,x} s_{j,x}^p + \gamma_{j,x} v_{j,x(t_0)} - p_{di,x} + p_{dj,x}) + 2\beta \mu_{i,x} (p_{i,x(t_0)} + \mu_{i,x} s_{i,x}^p - \gamma_{i,x} v_{i,x(t_0)} - p_{j,x(t_0)} - v_{j,x(t_0)} t_s - 1/2 a_{j,x(t_0)} t_s^2 - p_{di,x}). \quad (19)$$

$j_{ij,x}^p(s_{i,x}^p, s_{j,x}^p)$  对  $s_{i,x}^p$  的二阶偏导数为

$$\frac{\partial^2 j_{ij,x}^p}{\partial s_{i,x}^p{}^2} = 2\alpha \mu_{i,x}^2 + 2\beta \mu_{i,x}^2 = 2\mu_{i,x}^2. \quad (20)$$

因此,使得

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial j_{ij,x}^p}{\partial s_{i,x}^p} \\ \frac{\partial j_{ji,x}^p}{\partial s_{j,x}^p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

成立的一组策略  $s_x^p = [s_{i,x}^p, s_{j,x}^p]^T$  便是使参与对局的两架四旋翼无人机的位置状态达到纳什均衡的解.式(21)可以进一步改写为

$$H_x^p s_x^p = C_x^p. \quad (22)$$

其中

$$H_x^p = \begin{bmatrix} 2\mu_{i,x}^2 & -2\alpha \mu_{i,x} \mu_{j,x} \\ -2\alpha \mu_{i,x} \mu_{j,x} & 2\mu_{j,x}^2 \end{bmatrix}. \quad (23)$$

$C_x^p = [c_{i,x}^p, c_{j,x}^p]^T$ ,  $c_{i,x}^p, c_{j,x}^p$  分别表示  $\frac{\partial j_{ij,x}^p}{\partial s_{i,x}^p}$ 、 $\frac{\partial j_{ji,x}^p}{\partial s_{j,x}^p}$  中不含  $s_{i,x}^p, s_{j,x}^p$  的常数项.又因为

$$|H_x^p| = 4\mu_{i,x}^2 \mu_{j,x}^2 - 4\alpha^2 \mu_{i,x}^2 \mu_{j,x}^2 = 4\beta(2\alpha + \beta) \mu_{i,x}^2 \mu_{j,x}^2 > 0, \quad (24)$$

故方程(22)有且唯一解,即存在唯一一组策略使参与对局的两架四旋翼无人机的位置状态达到纳什均衡状态.

另外,当多四旋翼无人机系统形成期望队形时,系统中第 $i$ 架四旋翼无人机与第 $j$ 架四旋翼无人机之间的速度关系为

$$V_i - V_j = 0_3; \quad (25)$$

系统中第*i*架四旋翼无人机与虚拟领导者之间的速度关系为

$$V_i - V = 0_3. \quad (26)$$

在第1层博弈中建立第2场对局, 对局中第*i*架四旋翼无人机与第*j*架四旋翼无人机的目标函数分别设计为

$$J_{ij}^V(S_i^V, S_j^V) = \alpha \|V_{i(t_s)} - V_{j(t_s)}\|^2 + \beta \|V_{i(t_s)} - V_{(t_s)}\|^2, \quad (27)$$

$$J_{ji}^V(S_j^V, S_i^V) = \alpha \|V_{j(t_s)} - V_{i(t_s)}\|^2 + \beta \|V_{j(t_s)} - V_{(t_s)}\|^2. \quad (28)$$

其中:  $S_i^V = [s_{i,x}^v, s_{i,y}^v, s_{i,z}^v]^T$ ,  $S_j^V = [s_{j,x}^v, s_{j,y}^v, s_{j,z}^v]^T$ , 分别表示在第1层第2场博弈中第*i*架四旋翼无人机与第*j*架四旋翼无人机的策略. 因 $J_{ij}^V(S_i^V, S_j^V)$ 与 $J_{ji}^V(S_j^V, S_i^V)$ 表达式相似, 后续均以 $J_{ij}^V(S_i^V, S_j^V)$ 为例. 结合式(6), 式(27)可以改写为

$$J_{ij}^V(S_i^V, S_j^V) = \alpha \|\kappa_i(S_i^V - m_i g e_3) + \lambda_i V_{i(t_0)} - \kappa_j(S_j^V - m_j g e_3) - \lambda_j V_{j(t_0)}\|^2 + \beta \|\kappa_i(S_i^V - m_i g e_3) + \lambda_i V_{i(t_0)} - V_{(t_0)} - A_{(t_0)} t_s\|^2. \quad (29)$$

根据欧几里得范数的定义,  $J_{ij}^V(S_i^V, S_j^V)$ 可以改写为

$$J_{ij}^V(S_i^V, S_j^V) = j_{ij,x}^v(s_{i,x}^v, s_{j,x}^v) + j_{ij,y}^v(s_{i,y}^v, s_{j,y}^v) + j_{ij,z}^v(s_{i,z}^v, s_{j,z}^v). \quad (30)$$

其中

$$j_{ij,x}^v(s_{i,x}^v, s_{j,x}^v) = \alpha(\kappa_{i,x} s_{i,x}^v + \lambda_{i,x} v_{i,x}(t_0) - \kappa_{j,x} s_{j,x}^v - \lambda_{j,x} v_{j,x}(t_0))^2 + \beta(\kappa_{i,x} s_{i,x}^v + \lambda_{i,x} v_{i,x}(t_0) - v_{x(t_0)} - a_{x(t_0)} t_s)^2. \quad (31)$$

其余两部分表达式与式(31)相似, 因此不再单独描述, 且后续讨论均以 $j_{ij,x}^v(s_{i,x}^v, s_{j,x}^v)$ 为例.

$j_{ij,x}^v(s_{i,x}^v, s_{j,x}^v)$ 对 $s_{i,x}^v$ 的一阶偏导数为

$$\frac{\partial j_{ij,x}^v}{\partial s_{i,x}^v} = 2\alpha\kappa_{i,x}(\kappa_{i,x} s_{i,x}^v + \lambda_{i,x} v_{i,x}(t_0) - \kappa_{j,x} s_{j,x}^v - \lambda_{j,x} v_{j,x}(t_0)) + 2\beta\kappa_{i,x}(\kappa_{i,x} s_{i,x}^v + \lambda_{i,x} v_{i,x}(t_0) - v_{x(t_0)} - a_{x(t_0)} t_s), \quad (32)$$

$j_{ij,x}^v(s_{i,x}^v, s_{j,x}^v)$ 对 $s_{i,x}^v$ 的二阶偏导数为

$$\frac{\partial^2 j_{ij,x}^v}{\partial s_{i,x}^v{}^2} = 2\alpha\kappa_{i,x}^2 + 2\beta\kappa_{i,x}^2 = 2\kappa_{i,x}^2, \quad (33)$$

因此, 当存在唯一的策略 $s_x^v = [s_{i,x}^v, s_{j,x}^v]^T$ 使得

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial j_{ij,x}^v}{\partial s_{i,x}^v} \\ \frac{\partial j_{ji,x}^v}{\partial s_{j,x}^v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (34)$$

成立时,  $s_x^v = [s_{i,x}^v, s_{j,x}^v]^T$ 便是使参与博弈的两架四旋翼无人机的速度状态达到纳什均衡的解. 式(34)可以改写为

$$H_x^v s_x^v = C_x^v. \quad (35)$$

其中

$$H_x^v = \begin{bmatrix} 2\kappa_{i,x}^2 & -2\alpha\kappa_{i,x}\kappa_{j,x} \\ -2\alpha\kappa_{i,x}\kappa_{j,x} & 2\kappa_{j,x}^2 \end{bmatrix}; \quad (36)$$

$C_x^v = [c_{i,x}^v, c_{j,x}^v]^T$ ,  $c_{i,x}^v$ 、 $c_{j,x}^v$ 分别表示 $\frac{\partial j_{ij,x}^v}{\partial s_{i,x}^v}$ 、 $\frac{\partial j_{ji,x}^v}{\partial s_{j,x}^v}$ 中不含 $s_{i,x}^v$ 、 $s_{j,x}^v$ 的常数项. 又因为

$$|H_x^v| = 4\kappa_{i,x}^2\kappa_{j,x}^2 - 4\alpha^2\kappa_{i,x}^2\kappa_{j,x}^2 = 4(\alpha + \beta)\beta\kappa_{i,x}^2\kappa_{j,x}^2 > 0, \quad (37)$$

故方程(35)有且有一解, 即存在唯一一组策略使参与对局的两架四旋翼无人机的速度状态达到纳什均衡状态.

因 $Q_i$ 中的元素数量大于等于1, 故通过第1层博弈, 系统中第*i*架四旋翼无人机可以获得两组策略集合 $S_i^P = \{S_{i,1}^P, \dots, S_{i,n_i}^P\}$ 与 $S_i^V = \{S_{i,1}^V, \dots, S_{i,n_i}^V\}$ .  $S_{ik}^P$ 表示系统中第*i*架四旋翼无人机与集合 $Q_i$ 中第*k*架四旋翼无人机通过第1层博弈中第1场对局所获得的控制策略,  $S_{ik}^V$ 表示系统中第*i*架四旋翼无人机与集合 $Q_i$ 中第*k*架四旋翼无人机通过第1层博弈中第2场对局所获得的控制策略,  $n_i$ 表示集合 $Q_i$ 中四旋翼无人机的数量.

## 2.2 四旋翼无人机内部增益系数博弈设计

在进行第2层博弈之前, 对通过第1层博弈所得到的策略组合利用如下算法进行处理.

**算法1** 第1层权重更新算法.

- 1)  $n \leftarrow$  确定 $Q_i$ 中四旋翼无人机的数量
- 2)  $E_i^P \leftarrow 0_3, E_i^V \leftarrow 0_3, w_{ik}^P \leftarrow 0_3, w_{ik}^V \leftarrow 0_3$
- 3) for  $k = 1, 2, \dots, n$
- 4)  $E_i^P \leftarrow E_i^P + e_{ik}^P, E_i^V \leftarrow E_i^V + e_{ik}^V$
- 5) end for
- 6)  $\mathbb{W}_i^P \leftarrow \{\}, \mathbb{W}_i^V \leftarrow \{\}$
- 7) for  $k = 1, 2, \dots, n$
- 8) for  $j = 1, 2, 3$
- 9) if  $E_i^P(j) = 0$
- 10)  $w_{ik}^P(j) = 1/n$
- 11) else
- 12)  $w_{ik}^P(j) = e_{ik}^P(j)/E_i^P(j)$

- 13) end for
  - 14) for  $j = 1, 2, 3$
  - 15) if  $E_i^V(j) = 0$
  - 16)  $w_{ik}^v(j) = 1/n$
  - 17) else
  - 18)  $w_{ik}^v(j) = e_{ik}^v(j)/E_i^V(j)$
  - 19) end for
  - 20)  $\mathbb{W}_i^P \leftarrow \{\mathbb{W}_i^P, w_{ik}^P\}$ ,  $\mathbb{W}_i^V \leftarrow \{\mathbb{W}_i^V, w_{ik}^V\}$
  - 20) end for
  - 21) 输出  $\mathbb{W}_i^P$  与  $\mathbb{W}_i^V$
- 在算法 1 中:

$$e_{ik}^v = |V_i - V_{ik}|, \quad (38)$$

$$e_{ik}^p = |P_i - P_{ik} - P_{di} + P_{dik}|, \quad (39)$$

$V_{ik}$ 、 $P_{ik}$ 、 $P_{dik}$  分别表示  $\mathbb{Q}_i$  中第  $k$  架四旋翼无人机的速度、位置以及期望位置;  $w_{ik}^v$ 、 $w_{ik}^p$  分别表示集合  $\mathbb{S}_i^V$  与集合  $\mathbb{S}_i^P$  中第  $k$  个元素的权重;  $\mathbb{W}_i^V$ 、 $\mathbb{W}_i^P$  分别表示集合  $\mathbb{S}_i^V$  与集合  $\mathbb{S}_i^P$  中所有元素权重的集合;  $M(k)$  表示向量  $M$  中第  $k$  个元素.

通过算法 1 可以获得第 1 层博弈中所得到的两组策略集合中策略的权重组合. 因此, 参与第 2 层博弈的两个玩家分别为集合  $\mathbb{S}_i^V$  与集合  $\mathbb{S}_i^P$  中的策略通过集合  $\mathbb{W}_i^V$  与集合  $\mathbb{W}_i^P$  中元素加权求和后的结果.

$$\mathcal{S}_i^v = \text{diag}(w_{i1}^v)S_{i1}^V + \dots + \text{diag}(w_{in}^v)S_{in}^V = [s_{i,x}^v, s_{i,y}^v, s_{i,z}^v]^T, \quad (40)$$

$$\mathcal{S}_i^p = \text{diag}(w_{i1}^p)S_{i1}^P + \dots + \text{diag}(w_{in}^p)S_{in}^P = [s_{i,x}^p, s_{i,y}^p, s_{i,z}^p]^T. \quad (41)$$

玩家  $\mathcal{S}_i^v$  与玩家  $\mathcal{S}_i^p$  的策略分别为各自在第  $i$  架四旋翼无人机实际控制策略中的增益系数  $W_i^v = [w_{i,x}^v, w_{i,y}^v, w_{i,z}^v]^T$  与  $W_i^p = [w_{i,x}^p, w_{i,y}^p, w_{i,z}^p]^T$ . 因此, 第  $i$  架四旋翼无人机的实际控制策略为

$$S_i = \text{diag}(w_i^p)\mathcal{S}_i^p + \text{diag}(w_i^v)\mathcal{S}_i^v = [w_{i,x}^p s_{i,x}^p + w_{i,x}^v s_{i,x}^v, w_{i,y}^p s_{i,y}^p + w_{i,y}^v s_{i,y}^v, w_{i,z}^p s_{i,z}^p + w_{i,z}^v s_{i,z}^v]^T = [s_{i,x}, s_{i,y}, s_{i,z}]^T. \quad (42)$$

在第 2 层博弈对局中, 玩家  $\mathcal{S}_i^v$  与玩家  $\mathcal{S}_i^p$  的目标分别为第  $i$  架四旋翼无人机在运行  $t_s$  秒后速度误差与位置误差尽可能小, 且玩家  $\mathcal{S}_i^v$  与玩家  $\mathcal{S}_i^p$  均希望各自变化不大. 因此, 玩家  $\mathcal{S}_i^v$  的目标函数被设计为

$$J_i^v(W_i^v, W_i^p) = \|V_{i(t_s)} - V_{(t_s)}\|^2 + \|\text{diag}(W_i^v)\mathcal{S}_i^v - \mathcal{S}_i^v\|^2; \quad (43)$$

玩家  $\mathcal{S}_i^p$  的目标函数被设计为

$$J_i^p(W_i^p, W_i^v) = \|P_{i(t_s)} - P_{(t_s)} - P_{di}\|^2 + \|\text{diag}(W_i^p)\mathcal{S}_i^p - \mathcal{S}_i^p\|^2. \quad (44)$$

根据欧几里得范数的定义, 式 (43) 与 (44) 可以改写为

$$J_i^v(W_i^v, W_i^p) = j_{i,x}^v(w_{i,x}^v, w_{i,x}^p) + j_{i,y}^v(w_{i,y}^v, w_{i,y}^p) + j_{i,z}^v(w_{i,z}^v, w_{i,z}^p), \quad (45)$$

$$J_i^p(W_i^p, W_i^v) = j_{i,x}^p(w_{i,x}^p, w_{i,x}^v) + j_{i,y}^p(w_{i,y}^p, w_{i,y}^v) + j_{i,z}^p(w_{i,z}^p, w_{i,z}^v). \quad (46)$$

其中

$$j_{i,x}^v(w_{i,x}^v, w_{i,x}^p) = (v_{i,x(t_s)} - v_{x(t_s)})^2 + (w_{i,x}^v s_{i,x}^v - s_{i,x}^v)^2, \quad (47)$$

$$j_{i,x}^p(w_{i,x}^p, w_{i,x}^v) = (p_{i,x(t_s)} - p_{x(t_s)} - p_{di,x})^2 + (w_{i,x}^p s_{i,x}^p - s_{i,x}^p)^2. \quad (48)$$

因为式 (45) 和 (46) 中其余部分表达式与式 (47) 和 (48) 相似, 故不再单独描述. 后续讨论均以  $j_{i,x}^v(w_{i,x}^v, w_{i,x}^p)$  与  $j_{i,x}^p(w_{i,x}^p, w_{i,x}^v)$  为例.

结合式 (6) 与 (7), 式 (47) 和 (48) 可以改写为

$$j_{i,x}^v(w_{i,x}^v, w_{i,x}^p) = (\kappa_{i,x} s_{i,x} + \gamma_{i,x} v_{i,x(t_0)} - v_{x(t_0)} - a_{x(t_0)} t_s)^2 + (w_{i,x}^v s_{i,x}^v - s_{i,x}^v)^2, \quad (49)$$

$$j_{i,x}^p(w_{i,x}^p, w_{i,x}^v) = (p_{i,x(t_0)} + \mu_{i,x} s_{i,x} - \gamma_{i,x} v_{i,x(t_0)} - p_{x(t_0)} - v_{x(t_0)} t_s - a_{x(t_0)} t_s^2 / 2 - p_{di,x})^2 + (w_{i,x}^p s_{i,x}^p - s_{i,x}^p)^2. \quad (50)$$

$j_{i,x}^v(w_{i,x}^v, w_{i,x}^p)$  对  $w_{i,x}^v$  的一阶偏导数为

$$\frac{\partial J_{i,x}^v}{\partial w_{i,x}^v} = 2\kappa_{i,x} s_{i,x}^v [\kappa_{i,x} (w_{i,x}^p s_{i,x}^p + w_{i,x}^v s_{i,x}^v) + \gamma_{i,x} v_{i,x(t_0)} - v_{x(t_0)} - a_{x(t_0)} t_s] + 2s_{i,x}^v (w_{i,x}^v s_{i,x}^v - s_{i,x}^v); \quad (51)$$

$j_{i,x}^v(w_{i,x}^v, w_{i,x}^p)$  对  $w_{i,x}^v$  的二阶偏导数为

$$\frac{\partial^2 J_{i,x}^v}{\partial w_{i,x}^v{}^2} = 2\kappa_{i,x}^2 (s_{i,x}^v)^2 + 2(s_{i,x}^v)^2; \quad (52)$$

$j_{i,x}^p(w_{i,x}^p, w_{i,x}^v)$  对  $w_{i,x}^p$  的一阶偏导数为

$$\frac{\partial J_{i,x}^p}{\partial w_{i,x}^p} = 2\mu_{i,x} s_{i,x}^p [p_{i,x(t_0)} + \mu_{i,x} (w_{i,x}^p s_{i,x}^p + w_{i,x}^v s_{i,x}^v) - \gamma_{i,x} v_{i,x(t_0)} - p_{x(t_0)} - v_{x(t_0)} t_s - a_{x(t_0)} t_s^2 / 2 - p_{di,x}] + 2s_{i,x}^p (w_{i,x}^p s_{i,x}^p - s_{i,x}^p); \quad (53)$$

$j_{i,x}^p(w_{i,x}^p, w_{i,x}^v)$  对  $w_{i,x}^p$  的二阶偏导数为

$$\frac{\partial^2 J_{i,x}^p}{\partial w_{i,x}^p{}^2} = 2\mu_{i,x}^2 (s_{i,x}^p)^2 + 2(s_{i,x}^p)^2. \quad (54)$$

由式 (52) 与 (54) 可知, 当存在一组策略  $w_{i,x} = [w_{i,x}^v, w_{i,x}^p]^T$  使得

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial J_{i,x}^v}{\partial w_{i,x}^v} \\ \frac{\partial J_{i,x}^p}{\partial w_{i,x}^p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (55)$$

恒成立时, 该组策略  $w_{i,x}$  便是使第  $i$  架四旋翼无人机的位置误差与速度误差达到纳什均衡的一组策略. 方程 (55) 可以改写为

$$H_{i,x}^w w_{i,x} = C_x^w. \quad (56)$$

其中

$$H_{i,x}^w = \begin{bmatrix} 2(\kappa_{i,x}^2 + 1)(s_{i,x}^v)^2 & 2\kappa_{i,x}^2 s_{i,x}^p s_{i,x}^v \\ 2\mu_{i,x}^2 s_{i,x}^p s_{i,x}^v & 2(\mu_{i,x}^2 + 1)(s_{i,x}^p)^2 \end{bmatrix}; \quad (57)$$

$C_x^w = [c_{x,v}^w, c_{x,p}^w]^T$ ,  $c_{x,v}^w$ 、 $c_{x,p}^w$  分别表示  $\frac{\partial J_{i,x}^v}{\partial w_{i,x}^v}$  与  $\frac{\partial J_{i,x}^p}{\partial w_{i,x}^p}$  中不含  $w_{i,x}^v$  与  $w_{i,x}^p$  的常数项.

因为

$$\begin{aligned} |H_{i,x}^w| &= 4(\mu_{i,x}^2 + 1)(\kappa_{i,x}^2 + 1)(s_{i,x}^p)^2 (s_{i,x}^v)^2 - \\ & 4\mu_{i,x}^2 \kappa_{i,x}^2 (s_{i,x}^p)^2 (s_{i,x}^v)^2 = \\ & 4(\mu_{i,x}^2 + \kappa_{i,x}^2 + 1)(s_{i,x}^p)^2 (s_{i,x}^v)^2 > 0, \end{aligned} \quad (58)$$

所以存在一组策略  $w_{i,x} = [w_{i,x}^v, w_{i,x}^p]^T$  使得方程 (55) 有唯一解.

综上, 系统中的每架四旋翼无人机可以通过双层博弈获得自身最佳的控制策略.

### 2.3 博弈参数自适应调节算法

多四旋翼无人机系统中的每架四旋翼无人机能够通过双层博弈获得自身最佳的控制策略, 但是在每场博弈中都存在一个重要参数  $t_s$ . 该参数表示在每场博弈中, 按照博弈所获得的控制策略进行运行  $t_s$  后, 参与博弈的每个玩家的目标函数均能够达到最小, 即达到纳什均衡的状态. 因此, 设计一个自适应算法, 根据当前系统的状态自动更新该参数. 两架能够相互通信的四旋翼无人机之间的位置误差为

$$e_{ij}^p = \|P_i - P_j - P_{di} + P_{dj}\| + \|P_i - P - P_{di}\|. \quad (59)$$

在多四旋翼无人机系统还未运行时, 在所有由两架能够相互通信的四旋翼无人机组成的四旋翼无人机对中最大的位置误差为  $e_0^p$ .

**算法 2** 博弈参数自适应调节算法.

- 1) 确定多四旋翼无人机系统中四旋翼无人机的数量  $n$
- 2) for  $i = 1, 2, \dots, n$
- 3) for  $k = 1, 2, \dots, n_i$
- 4)  $j \leftarrow \mathbb{Q}_i$  中第  $k$  架四旋翼无人机的下标
- 5) 计算  $e_{ij}^p$
- 6) end for

7) end for

8)  $e_{\max}^p = \max \{e_{ij}^p\}$

9)  $t_s = e^{(e_{\max}^p - e_0^p)} / e_0^p$

10) 输出  $t_s$

算法 2 中  $n_i$  表示  $\mathbb{Q}_i$  中四旋翼无人机的数量.

### 2.4 基于事件触发的双层串联博弈算法

为了减少第  $i$  架四旋翼无人机与第  $j$  架四旋翼无人机之间博弈触发的次数, 降低对系统中四旋翼无人机有限机载资源的消耗, 在多四旋翼无人机系统编队控制中引入事件触发机制. 首先第  $i$  架四旋翼无人机与第  $j$  架四旋翼无人机之间的速度误差与总误差分别定义为

$$e_{ij}^v = \|V_i - V_j\| + \|V_i - V\|, \quad (60)$$

$$e_{ij} = e_{ij}^p + e_{ij}^v. \quad (61)$$

在第  $i$  架四旋翼无人机与第  $j$  架四旋翼无人机之间设定一个误差阈值  $E$ . 当系统中第  $i$  架四旋翼无人机与第  $j$  架四旋翼无人机的总误差  $e_{ij}$  小于误差阈值  $E$ , 或总误差  $e_{ij}$  在减小时, 第  $i$  架四旋翼无人机与第  $j$  架四旋翼无人机将保持当前的控制策略. 否则, 将在第  $i$  架四旋翼无人机与第  $j$  架四旋翼无人机之间进行第 1 层博弈, 更新策略  $S_i^p$ 、 $S_j^p$ 、 $S_i^v$  以及  $S_j^v$ . 之后, 第  $i$  架四旋翼无人机与第  $j$  架四旋翼无人机将在各自内部进行第 2 层博弈, 并更新各自的控制策略.

将事件触发机制引入双层博弈控制算法后, 整体算法如下所示.

**算法 3** 基于事件触发的双层串联博弈算法.

1)  $n_i \leftarrow \mathbb{Q}_i$  中成员的数量

2) for  $k = 1, 2, \dots, n_i$

3)  $j \leftarrow \mathbb{Q}_i$  第  $k$  架四旋翼无人机的下标

4)  $e_{ij} = e_{ij}^v + e_{ij}^p$

5) if  $e_{ij} < E$  或者  $e_{ij}$  在减小

6)  $S_{ij}^v$ 、 $S_{ij}^p$  保持不变

7)  $S_{ji}^v$ 、 $S_{ji}^p$  保持不变

8) else

9) 触发第 1 层博弈

10) 更新  $S_i$  中的  $S_{ij}^v$ 、 $S_{ij}^p$

11) 更新  $S_j$  中的  $S_{ji}^v$ 、 $S_{ji}^p$

12) end if

13) end for

14) 调用算法 1, 更新  $W_i^v$ 、 $W_i^p$

15) 调用算法 1, 更新  $W_j^v$ 、 $W_j^p$

16) 更新  $S_i^v$ 、 $S_i^p$ 、 $S_j^v$ 、 $S_j^p$

17) 触发第 2 层博弈

18) 更新  $W_i^v$ 、 $W_i^p$ 、 $W_j^v$ 、 $W_j^p$

19) 更新  $S_i, S_j$

### 3 实验与分析

本节利用仿真实验以及实验平台对本文针对多四旋翼无人机系统编队问题所提出的基于事件触发的双层串联博弈编队控制算法可行性进行验证。

#### 3.1 仿真实验

在仿真实验中选取 6 架具有相同规格的四旋翼无人机组成一个多四旋翼无人机系统. 该系统中每架四旋翼无人机的初始状态以及与虚拟领导者之间相对位置的期望值如表 1 所示, 系统中各个参数值如表 2 所示.

表1 系统成员的初始状态与期望

序号	初始位置	初始速度	期望值
1	$[1, 2, 0]^T$	$[0, 0, 0]^T$	$[1, \sqrt{3}, 0]^T$
2	$[4, 3, 0]^T$	$[0, 0, 0]^T$	$[2, 0, 0]^T$
3	$[4, -1, 0]^T$	$[0, 0, 0]^T$	$[1, -\sqrt{3}, 0]^T$
4	$[2, -3, 0]^T$	$[0, 0, 0]^T$	$[-1, -\sqrt{3}, 0]^T$
5	$[-5, -2, 0]^T$	$[0, 0, 0]^T$	$[-2, 0, 0]^T$
6	$[-2, 5, 0]^T$	$[0, 0, 0]^T$	$[-1, \sqrt{3}, 0]^T$

表2 系仿真参数

参数	参数值
$\alpha$	0.8
$\beta$	0.2
$E$	0.05
$m_i (i = 1, 2, \dots, 6)$	1.121
$k_{i,j} (i = 1, 2, \dots, 6; j = 1, 2, 3)$	0.01

该多四旋翼无人机系统中各架四旋翼无人机之间的通讯关系如图 1 所示. 虚拟领导者的运动轨迹为

$$P = [10 \sin(0.1t), 10 \cos(0.1t) - 10, 0.5t]^T. \quad (62)$$

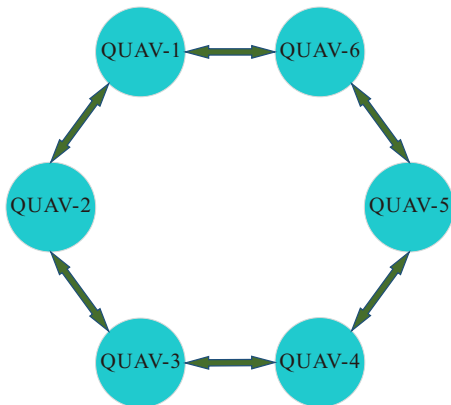


图1 四旋翼无人机之间的通讯关系

将该多四旋翼无人机系统运行 40 s, 系统中各架四旋翼无人机在三维度空间中的轨迹如图 2 所示. 图 3 展示了系统中各架四旋翼无人机在  $x-y$  平面内

的轨迹. 由图 2 和图 3 可知, 系统中各架四旋翼无人机的队形在 5 s 时已经极度接近所设定的期望队形, 且当该多四旋翼无人机系统形成期望队形后, 能够一直保持该队形跟随虚拟领导者前进.

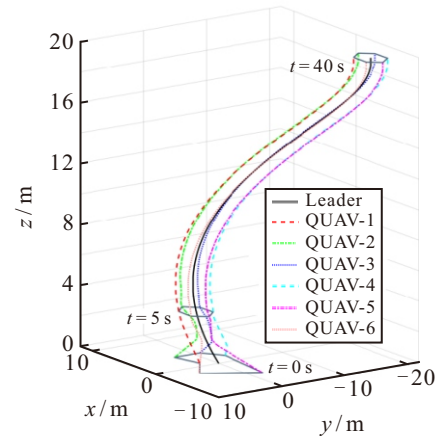


图2 四旋翼无人机编队运行轨迹

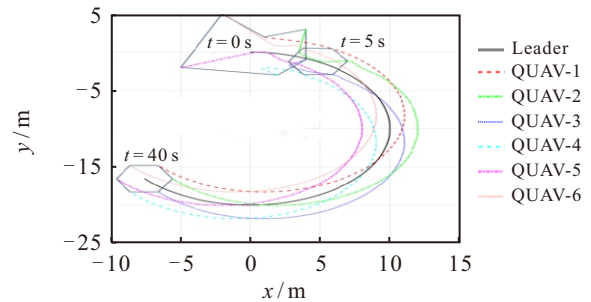


图3 编队运行轨迹俯视图

在系统的整个运行过程中, 每架四旋翼无人机的控制策略如图 4 所示, 系统中每架四旋翼无人机触发博弈的次数与采样次数的比率如表 3 所示.

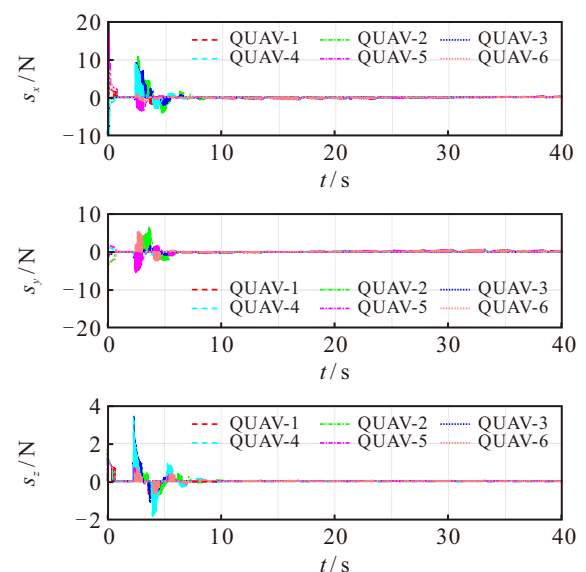


图4 四旋翼无人机的控制策略

表3 系统成员的触发频率 %

QUAV-1	QUAV-2	QUAV-3	QUAV-4	QUAV-5	QUAV-6
36.18	33.58	34.49	32.78	34.25	33.88

图5中展示的为在系统运行的整个过程中每架四旋翼无人机的位置误差, 系统中各架四旋翼无人机在运行过程中的速度误差如图6所示. 由图5可知, 当系统运行5s时, 系统中的每架四旋翼无人机在x轴与y轴上的误差已经接近于零, 即系统中的各架四旋翼无人机的队形已经接近于期望队形. 由图6可知, 在系统运行10s之前, 系统中每架四旋翼无人机于虚拟领导者之间的速度误差已经接近于零, 即系统中的各架四旋翼无人机已经形成了期望队形并跟随虚拟领导者前进.

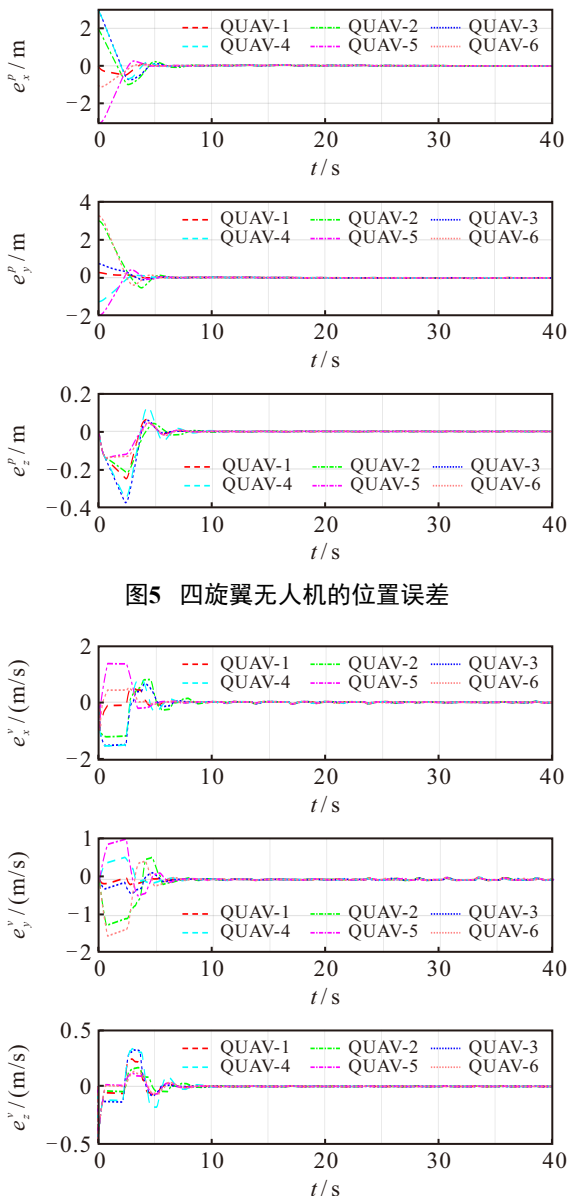


图5 四旋翼无人机的位置误差

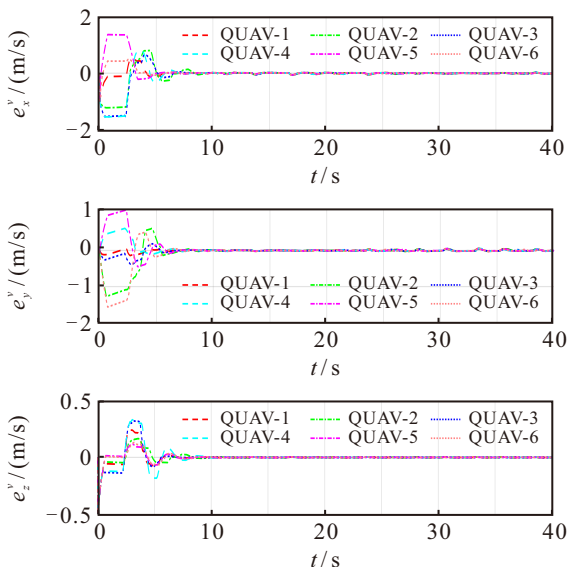


图6 四旋翼无人机的速度误差

### 3.2 对比实验

为直观反映本文所提方法的性能, 将传统的有限时间编队控制方法<sup>[21]</sup>与本文所提方法进行对比. 在对比实验中, 组成系统的多架四旋翼无人机之间的通信拓扑如图7所示. 虚拟领导者的运动轨迹为

$$P = [5 \sin(0.2t), 5 \cos(0.2t), 0.5t]^T. \quad (63)$$

每架四旋翼无人机的初始状态以及期望位置如表4所示.

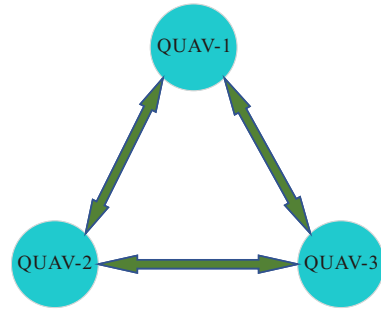


图7 对比实验与实验平台中的通讯关系

表4 对比实验中系统成员的初始状态与期望

序号	初始位置	初始速度	期望值
1	$[5, -2, -5]^T$	$[0, 0, 0]^T$	$[0.75, 0, 0]^T$
2	$[-3, 5, 0]^T$	$[0, 0, 0]^T$	$[-0.75, -0.75, 0]^T$
3	$[-5, -3, 5]^T$	$[0, 0, 0]^T$	$[-0.75, 0.75, 0]^T$

在两种方法下, 系统中每架四旋翼无人机的位置误差如图8所示, 控制方法性能对比如表5所示. 系统在采用本文所提出的方法进行编队时, 在编队过程中每架四旋翼无人机的触发频率如表6所示.

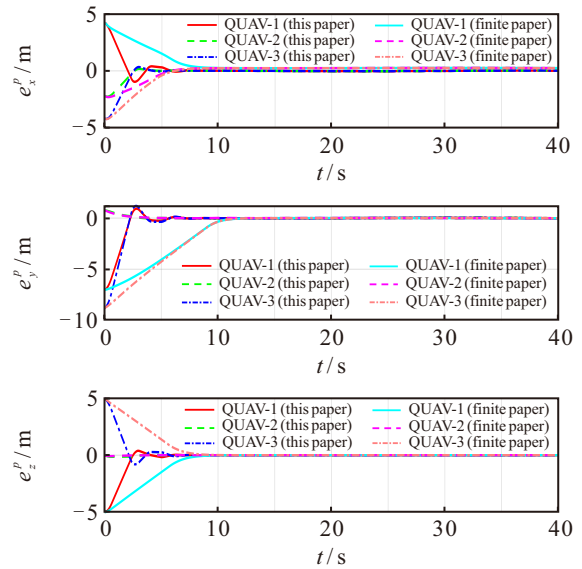


图8 对比实验中系统成员的误差

表5 与有限时间编队控制方法性能对比

控制方法	收敛时间/s	稳态误差/m
本文方法	6.77	0.0191
有限时间	10.35	0.0521

表6 对比实验中系统成员的触发频率 %

QUAV-1	QUAV-2	QUAV-3
43.49	42.86	42.11

通过图8以及表5所展示内容可知,在同一初始条件下,相较于传统的有限时间编队控制方法,本文所提出的双层串联博弈控制方法能够更快、更精确地形成期望队形,所需时间缩短了34.59%,队形精度提高了63.34%.同时,由表6可知在整个编队过程中,触发频率均不超过45%,对有限的机载资源占用更低.

### 3.3 实验平台验证

在进行仿真实验后,利用实验平台对本文所提出的基于事件触发的双层串联博弈编队控制算法进行验证.该实验平台由3架规格相同的四旋翼无人机组成,并通过局域网实现四旋翼无人机之间以及四旋翼无人机与地面站之间的通信.各架四旋翼无人机的运动信息由动作捕捉系统配合四旋翼无人机内部的陀螺仪共同确定.实验平台验证中各项参数与仿真实验时相同.3架四旋翼无人机之间的通讯关系如图7所示.虚拟领导者的位置信息为

$$P = [\sin(0.1t), \cos(0.1t), 0.05t]^T. \quad (64)$$

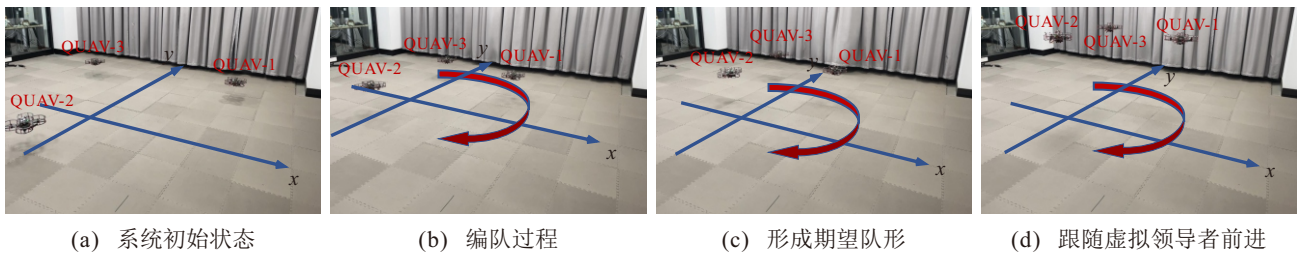


图9 实验平台验证过程

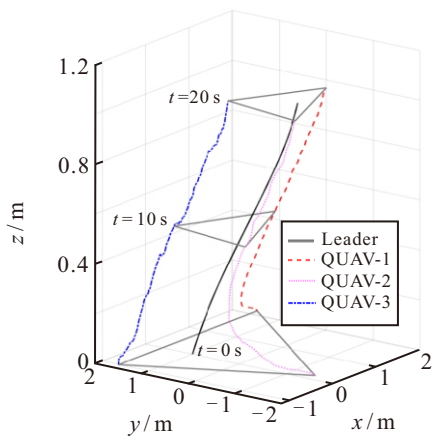


图10 实验平台验证中四旋翼无人机与虚拟领导者轨迹

图11与图12分别展示了该系统在进行整个编队任务过程中,各架四旋翼无人机的位置误差与速度误差.通过图11和图12可知,该多四旋翼无人机系统在 $t = 10\text{s}$ 之前便已经形成了期望的四旋翼无人机队形,并且能够跟随虚拟领导者的轨迹前进,同时每架四旋翼无人机的速度误差与位置误差都保持

系统中各架四旋翼无人机的初始位置、初始速度与期望位置如表7所示.

表7 实验平台中系统成员的初始状态与期望

序号	初始位置	初始速度	期望值
1	$[2, 1.5, 0]^T$	$[0, 0, 0]^T$	$[0.75, 0, 0]^T$
2	$[0, -1.5, 0]^T$	$[0, 0, 0]^T$	$[-0.75, -0.75, 0]^T$
3	$[-1.2, 1.5, 0]^T$	$[0, 0, 0]^T$	$[-0.75, 0.75, 0]^T$

使用实验平台进行验证的整个过程如图9所示.图9(a)为该多四旋翼无人机系统的初始状态,3架四旋翼无人机处于悬停状态,并将此时四旋翼无人机所处的高度设定为 $z = 0\text{m}$ ;图9(b)为该多四旋翼无人机系统开始进行编队任务,3架四旋翼无人机开始形成期望的队形,并跟随虚拟领导者的轨迹前进;图9(c)为该四旋翼无人机系统初步形成了期望队形;图9(d)为该四旋翼无人机系统已经形成了期望的编队队形,并跟随虚拟领导者前进.在整个编队任务执行的过程中,该系统中各架四旋翼无人机与虚拟领导者的轨迹如图10所示.

在一个极小的范围内.

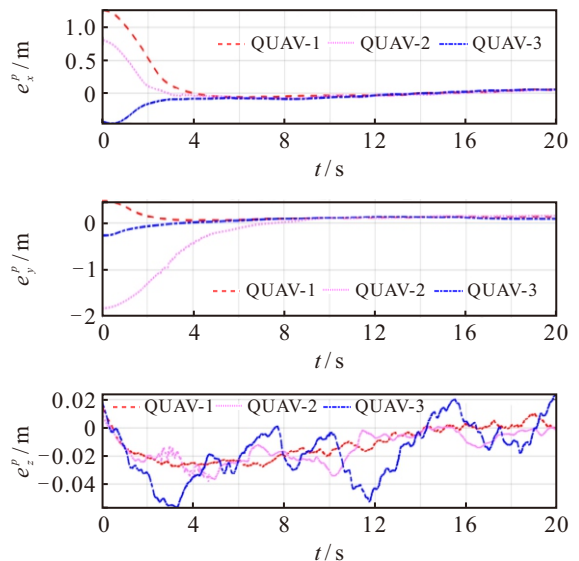


图11 实验平台验证中四旋翼无人的位置误差

在整个过程中,系统中各架四旋翼无人机博弈的触发次数与采样次数的比率如表8所示.通过上

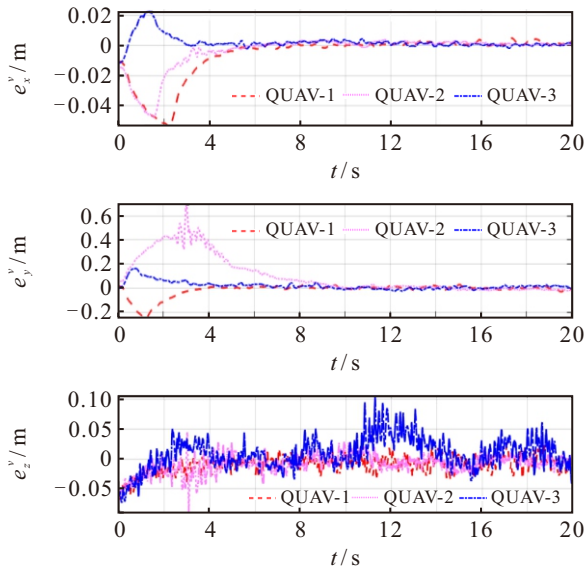


图12 实验平台验证中四旋翼无人机的速度误差

述的仿真实验与实际平台测试证实了本文所提出算法的有效性与可行性。

表8 实验平台验证中系统成员的触发频率 %

QUAV-1	QUAV-2	QUAV-3
24.37	23.42	22.22

### 4 结论

本文提出了一种基于事件触发的双层串联博弈编队控制算法, 实现了多四旋翼无人机系统在编队过程中快速形成期望队形, 并减少了对四旋翼无人机有限机载资源的消耗. 首先, 具有相互通信能力的四旋翼无人机相互博弈, 获得其最优的位置策略与速度策略, 并在处理后作为下一层博弈中对局的参与者. 然后, 第2层博弈的对局中, 每个参与者获得其在实际控制策略中的最优增益系数, 以此得到每架四旋翼无人机的最优控制策略. 同时, 对每场对局中的重要参数设计自适应控制算法, 通过系统不断变化的状态去实时调节. 最后, 通过仿真实验与实际平台测试表明了所提出方法的有效性与可行性。

### 参考文献 (References)

[1] Barreto A, Lottes P, Ispizua Yamati F R, et al. Automatic UAV-based counting of seedlings in sugarbeet field and extension to maize and strawberry[J]. *Computers and Electronics in Agriculture*, 2021, 191: 106493.

[2] Caras T, Lati R N, Holland D, et al. Monitoring the effects of weed management strategies on tree canopy structure and growth using UAV-LiDAR in a young almond orchard[J]. *Computers and Electronics in Agriculture*, 2024, 216: 108467.

[3] Zhai H Y, Zhou J C, Zhao W X, et al. Development of a UAV-borne sorbent tube sampler and its application on the vertical profile measurement of volatile organic

compounds[J]. *Journal of Environmental Sciences*, 2025, 152: 276-286.

[4] Sankey J B, Sankey T T, Li J R, et al. Quantifying plant-soil-nutrient dynamics in rangelands: Fusion of UAV hyperspectral-LiDAR, UAV multispectral-photogrammetry, and ground-based LiDAR-digital photography in a shrub-encroached desert grassland[J]. *Remote Sensing of Environment*, 2021, 253: 112223.

[5] Wang X G, Demartino C, Narazaki Y, et al. Rapid seismic risk assessment of bridges using UAV aerial photogrammetry[J]. *Engineering Structures*, 2023, 279: 115589.

[6] Wang J J, Zhu S, Luo X G, et al. Refined micro-scale geological disaster susceptibility evaluation based on UAV tilt photography data and weighted certainty factor method in mountainous area[J]. *Ecotoxicology and Environmental Safety*, 2020, 189: 110005.

[7] Zhang M, Li W, Wang M M, et al. Helicopter-UAVs search and rescue task allocation considering UAVs operating environment and performance[J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2022, 167: 107994.

[8] Hu Y, Miao Z Q, Wang Y N, et al.  $L_1$  adaptive control-based formation tracking of multiple quadrotors without linear velocity feedback under unknown disturbances[J]. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2025, 22: 5804-5815.

[9] Xu L X, Wang Y L, Wang X F, et al. Distributed active disturbance rejection formation tracking control for quadrotor UAVs[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2024, 54(8): 4678-4689.

[10] Wang Y Z, Yue Y F, Shan M, et al. Formation reconstruction and trajectory replanning for multi-UAV patrol[J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2021, 26(2): 719-729.

[11] 陈谋, 刘伟, 张鹏. 性能约束下的四旋翼无人机协同吊挂系统分布式避碰跟踪控制[J]. *自动化学报*, 2024, 50(12): 2392-2406.  
(Chen M, Liu W, Zhang P. Distributed collision avoidance tracking control for quadrotor cooperative suspension system under performance constraints[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2024, 50(12): 2392-2406.)

[12] 蔡运颂, 许璟, 牛玉刚. 基于自适应多尺度超螺旋算法的无人机集群姿态同步控制[J]. *自动化学报*, 2023, 49(8): 1656-1666.  
(Cai Y S, Xu J, Niu Y G. Attitude consensus control of UAV swarm based on adaptive multi-scale super-twisting algorithm[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2023, 49(8): 1656-1666.)

[13] 刘书柳, 过榴晓, 张建成. 基于新型观测器下的线性 UAVs 系统预设时间编队容错控制[J]. *控制与决策*, 2025, 40(6): 1892-1902.  
(Liu S L, Guo L X, Zhang J C. Prescribed-time formation fault-tolerant control of linear UAVs system based on novel observers[J]. *Control and Decision*, 2025, 40(6): 1892-1902.)

[14] 王加朋, 杨家宁, 罗家祥. 切换拓扑下二阶多智能体混合事件触发固定时间一致性[J]. *控制与决策*, 2025, 40(3): 775-784.

- (Wang J P, Yang J N, Luo J X. Hybrid event-triggered fixed-time consensus for second-order multi-agent systems under switching topologies[J]. *Control and Decision*, 2025, 40(3): 775-784.)
- [15] Hua Y Z, Dong X W, Han L, et al. Finite-time time-varying formation tracking for high-order multiagent systems with mismatched disturbances[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2020, 50(10): 3795-3803.
- [16] Sun Y S, Ji Z J, Shi Y, et al. Event-based finite time stabilizability and formation control of multi-agent systems[J]. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2025, 22: 7887-7896.
- [17] Xu H, Cui G Z, Ma Q, et al. Fixed-time disturbance observer-based distributed formation control for multiple QUAVs[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2023, 70(6): 2181-2185.
- [18] Xu H, Cui G Z, Ma Q, et al. Event-triggered distributed adaptive fixed-time formation control of QUAVs with input constraints[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2024, 73(5): 6357-6367.
- [19] Pan J, Han T, Xiao B, et al. Predefined-time bipartite time-varying formation tracking control of networked autonomous surface vehicles via hierarchical control approach[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2024, 73(7): 9536-9545.
- [20] Ren D J, Liu Y J, Lan J. Event-based predefined-time fuzzy formation control for nonlinear multiagent systems with unknown disturbances[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2024, 32(6): 3497-3507.
- [21] Du H B, Zhu W W, Wen G H, et al. Finite-time formation control for a group of quadrotor aircraft[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2017, 69: 609-616.
- [22] Cui G Z, Xu H, Chen X K, et al. Fixed-time distributed adaptive formation control for multiple QUAVs with full-state constraints[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2023, 59(4): 4192-4206.
- [23] Li Q P, Chen Y, Liang K. Predefined-time formation control of the quadrotor-UAV cluster' position system[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2023, 116: 45-64.
- [24] 何云凤, 史贤俊, 卢建华, 等. 基于同步 DMPC 的无人机编队跟踪与避障控制[J]. *控制与决策*, 2024, 39(11): 3557-3566.  
(He Y F, Shi X J, Lu J H, et al. UAV formation tracking and obstacle avoidance control based on synchronous DMPC[J]. *Control and Decision*, 2024, 39(11): 3557-3566.)
- [25] Zhang B Y, Lv M L, Cui S H, et al. Learning-based optimal cooperative formation tracking control for multiple UAVs: A feedforward-feedback design framework[J]. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2025, 22: 11-23.
- [26] 孙琛, 林岩, 王雪松, 等. 复杂非线性和输出约束下一类非线性系统的自适应输出反馈事件触发跟踪控制[J]. *控制与决策*, 2025, 40(7): 2117-2124.  
(Sun C, Lin Y, Wang X S, et al. Adaptive output feedback event-triggered tracking control for a class of nonlinear systems with severe nonlinearities and output constraints[J]. *Control and Decision*, 2025, 40(7): 2117-2124.)
- [27] Wei L L, Chen M, Shi S. Dynamic event-triggered consensus cost-based switching control for UAV formation with disturbances[J]. *IEEE Transactions on Intelligent Vehicles*, 2024, 9(2): 3531-3543.
- [28] Wang C H, Li W C, Liang M. Event-triggered finite-time adaptive neural network control for quadrotor UAV with input saturation and tracking error constraints[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2024, 155: 109658.
- [29] 姜斌, 马亚杰, 薛舒心. 无人飞行器集群自主控制: 基于联盟形成博弈的任务分配[J]. *自动化学报*, 2025, 51(5): 942-959.  
(Jiang B, Ma Y J, Xue S X. Autonomous control of unmanned aerial vehicle swarms: Task allocation based on coalition formation game[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2025, 51(5): 942-959.)
- [30] 王浩丞, 罗贺, 马滢滢, 等. 基于纳什均衡博弈的多无人机对地攻击目标分配方法[J]. *控制与决策*, 2024, 39(4): 1361-1369.  
(Wang H C, Luo H, Ma Y Y, et al. A target assignment method based on Nash equilibrium game for multi UAV ground attack[J]. *Control and Decision*, 2024, 39(4): 1361-1369.)
- [31] Chen Z, Nian X H, Meng Q. Noncooperative formation control in the presence of malicious agents: A game-based strategy[J]. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2024, 20(3): 4972-4981.
- [32] Shi J, Ye M J, Ding L, et al. Distributed least-distance formation control for Euler-Lagrange systems: A game-based approach[J]. *Control Engineering Practice*, 2024, 142: 105743.
- [33] Nash J. Equilibrium points in  $n$ -person games[J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 1950, 36(1): 48-49.
- [34] Nash J. Non-cooperative games[J]. *The Annals of Mathematics*, 1951, 54(2): 286-295.

## 作者简介

蔡方玉 (1998-), 男, 硕士生, 主要研究方向为多智能体协同控制, E-mail: [caifangyu@stu.ahpu.edu.cn](mailto:caifangyu@stu.ahpu.edu.cn);

黄宜庆 (1983-), 男, 教授, 博士, 主要研究方向为多智能体协同控制、线性变参数控制、切换控制, E-mail: [yiquang@ahpu.edu.cn](mailto:yiquang@ahpu.edu.cn);

邓雄峰 (1986-), 男, 讲师, 博士, 主要研究方向为复杂非线性系统控制方法设计与应用、多智能体系统协同控制, E-mail: [fate2015zero@163.com](mailto:fate2015zero@163.com);

许刚 (1993-), 男, 讲师, 博士, 主要研究方向为无人机控制、预设性能控制, E-mail: [xu\\_gang@ahpu.edu.cn](mailto:xu_gang@ahpu.edu.cn).