

控制与决策

Control and Decision

无协作通信的多智能体系统预设时间时变编队跟踪控制

窦立亚, 王颖超

引用本文:

窦立亚, 王颖超. 无协作通信的多智能体系统预设时间时变编队跟踪控制[J]. *控制与决策*, 2026, 41(2): 373–381.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2025.0663>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于观测器的网络化多智能体预测控制

Observer-based networked multi-agent predictive control

控制与决策. 2021, 36(9): 2290–2296 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1801>

多航天器系统分布式固定时间输出反馈姿态协同跟踪控制

Distributed fixed-time output feedback attitude coordination tracking control for multiple rigid spacecraft

控制与决策. 2021, 36(5): 1049–1058 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0968>

脉冲控制下多智能体系统的保性能双向编队控制

Guaranteed cost bipartite formation problem of multi-agent systems with impulse control

控制与决策. 2021, 36(1): 180–186 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0854>

一类非线性大系统分散自适应预设性能有限时间跟踪控制

Decentralized adaptive prescribed performance finite-time tracking control for a class of large-scale nonlinear systems

控制与决策. 2020, 35(12): 3045–3052 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0623>

自适应事件触发的马尔科夫跳变多智能体系统一致性

Adaptive event-triggered consensus for Markovian jumping multi-agent systems

控制与决策. 2020, 35(11): 2780–2786 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.1507>

无协作通信的多智能体系统预设时间时变编队跟踪控制

窦立亚[†], 王颖超

(北京化工大学 信息科学与技术学院, 北京 100029)

摘要: 研究具有动态领导者的异构线性多智能体系统的预设时间编队跟踪控制问题. 鉴于此, 设计一类基于传感反馈的预设时间分布式观测器, 用于跟随者协同估计领导者的状态信息, 在此基础上, 提出一种预设时间控制器, 以实现跟随者对动态领导者的预设时间时变编队跟踪. 值得注意的是, 每个智能体的分布式观测器设计仅依赖于其相邻智能体的局部输出测量, 这消除了智能体间直接通信的必要性, 而适用于更广泛的实际应用场景, 同时, 也带来了技术挑战. 通过利用基于输出调节方法的坐标变换, 异构线性多智能体系统的输出编队跟踪控制被转换为同步稳定问题. 基于李雅普诺夫稳定性定理和预设时间稳定性理论, 验证异构多智能体系统的领导-跟随编队跟踪控制是在预设时间内实现的, 且收敛时间与初始状态无关, 多智能体系统的控制参数可以任意选择. 最后, 通过仿真结果表明所提出方法的有效性.

关键词: 分布式观测器; 传感反馈; 预设时间控制; 异构线性多智能体系统; 低增益法

中图分类号: TP273 **文献标志码:** A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2025.0663

引用格式: 窦立亚, 王颖超. 无协作通信的多智能体系统预设时间时变编队跟踪控制 [J]. 控制与决策, 2026, 41(2): 373-381.

Prescribed-time distributed formation tracking control of heterogeneous multi-agent systems through sensory feedback

DOU Li-ya[†], WANG Ying-chao

(College of Information Science and Technology, Beijing University of Chemical Technology, Beijing 100029, China)

Abstract: The paper investigates the prescribed-time formation tracking control problem of heterogeneous linear multi-agent systems with a dynamic leader. To achieve this, a class of sensory-feedback prescribed-time distributed observers is designed for followers to cooperatively estimate the state information of the leader, based on which a prescribed-time controller is further proposed to achieve the output formation tracking of the leader. Notably, the design of the distributed observer for each agent only relies on the local output measurements of its neighboring agents, which eliminates the necessity of direct communication among the agents and thus enhances the practical significance of the research problem while introduces technical challenges. By utilizing coordinate transformation based on output regulation method, the output formation tracking control of heterogeneous linear multi-agent systems is converted into an equivalent stabilization problem. Based on the Lyapunov and prescribed-time stability theory, it is shown that the leader-follower formation tracking control of the heterogeneous multi-agent systems is achieved in a prescribed time, which is independent of the initial states and the control parameters of the multi-agent system can be arbitrarily chosen. Finally, simulation results demonstrate the effectiveness of the proposed method.

Keywords: distributed observer; sensory feedback; prescribed-time control; heterogeneous multi-agent system; low gain approach

0 引言

近年来, 协同控制问题已成为多智能系统控制领域的热门研究课题. 一致性问题^[1]是系统控制的基础, 众多研究人员在此基础上探索了集群^[2]和蜂拥^[3]等现象. 此外, 由于其在群体智能和太空探索^[4]

等领域的广泛应用, 编队跟踪控制问题也引起了广泛关注.

在多智能体系统协同控制的实际应用中, 通常要求仅使用局部信息, 即每个智能体只能与其通信或传感拓扑中的邻居智能体进行信息交换. 满足这

收稿日期: 2025-06-23; 录用日期: 2025-10-26.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (62103031); 国家重点研发计划项目 (2024YFB4710701).

[†]通信作者. E-mail: liyadou@buct.edu.cn.

些约束条件的控制策略通常被称为分布式策略。目前,基于分布式观测器的领导-跟随控制策略已被广泛研究,这些策略通常需要每个跟随者通过局部通信信息,如通过状态或输出信息估计领导者的状态信息^[5-8]。目前,基于智能体间的局部通信以及领导者完整状态或输出信息的分布式观测器,已被成功应用于异构多输入多输出(MIMO)线性多智能体系统的一致性控制中^[5]。此外,文献[6]提出了一种用于估计连续时间系统状态的协同观测器网络,其中每个观测器仅能获取领导者的部分输出测量信息;同时,文献[7]提出了一种自适应分布式观测器,该观测器能够同时估计领导者的系统矩阵以及状态,在此基础上,设计了自适应状态反馈和自适应测量输出反馈控制器,以解决领导者系统矩阵对跟随者未知的协同输出调节问题;在此基础上,文献[8]进一步研究了具有不确定领导者的多个欧拉-拉格朗日系统的领导-跟随一致性问题,通过引入一类自适应分布式观测器,利用局部通信信息估计领导者的状态,从而在无需了解领导者系统矩阵的情况下实现了一致性控制;从实际应用角度来看,多智能体系统间的通信带宽通常受限,文献[9]研究了异构多智能体系统的协同量化输出调节问题,通过设计基于动态编码-解码策略的分布式控制协议解决了该问题,且所提出控制协议不需要依赖通信拓扑的全局信息。上述文献中所设计的分布式观测器通常需要跟随者间进行直接通信,然而,由于实际情况中并非所有智能体均能够配备通信设备,上述策略在实际应用中适应性较低。为消除这一限制,文献[1]针对异构线性不确定多智能体系统中的输出一致性问题进行了研究,提出了一种基于局部相对输出测量的参考生成器,无需依赖智能体间的直接通信;受文献[1]的启发,文献[10]进一步发展了一类基于局部输出测量的参考生成器,利用低增益方法在切换拓扑下解决了异构线性多智能体系统的输出一致性问题,且无需依赖智能体间的通信;在此基础上,文献[11]结合小增益和低增益方法,设计了基于传感反馈的分布式观测器和控制器,以解决异构离散时间线性多智能体系统的协同输出调节问题;此外,文献[12]提出了一种基于纯相对输出测量的状态观测器来观测含有未知输入的领导者的状态,并在此基础上设计了一种完全分布式自适应控制协议,用于解决一致性跟踪问题;进一步地,在文献[13]中,将相对输入和利普希茨非线性视为未知输入,设计了一种最小阶固定时间观测器,利用局部输出测量估计一致性误差,从而实现了在强连通图上利普希茨非线性多

智能体系统的协同控制。

值得注意的是,上述所有控制策略均保证了闭环多智能体系统的渐近收敛性,即当时间趋于无穷大时,关于多智能体状态或输出的控制误差趋近于0。然而,随着多智能体系统协同控制研究的深入发展,控制时间逐渐被视为协同控制方案的一个重要性能指标,因此,有限时间控制策略受到了越来越多的关注^[14]。文献[15]首次尝试解决在存在未知外部扰动的条件下,异构线性多智能体系统的有限时间输出调节问题;在此基础上,通过引入编队补偿项,有限时间一致性控制的相关结果被进一步扩展以解决编队跟踪控制问题^[16]。然而,需要注意的是,以上文献中所提出的有限时间控制方案的有效性依赖于系统的初始状态。为克服这一局限性,文献[17]研究了异构非线性领导-跟随多智能体系统的分布式固定时间一致性问题,通过设计分布式固定时间观测器和跟踪控制器,该类异构非线性多智能体系统可在固定时间内实现一致性,且不依赖于初始状态;进一步地,文献[18]研究了在存在执行器故障、参数不确定性以及扰动的情况下,由多个无人地面车辆和多个无人空中车辆组成的异构多智能体系统的固定时间时变编队控制问题。然而,固定时间控制方案仍然存在收敛时间界限依赖系统参数的局限性,此情形下,很难找到合适的系统参数来实现期望的最大稳定时间。因此,一种新的预设时间调节方法被提出,其中调节时间不再依赖于多智能体系统的初始条件和控制参数。如文献[19]研究了在有向通信图下,一类异构线性多智能体系统的预设时间协同输出调节问题,该方法随后被扩展应用于受外部扰动影响的线性多智能体系统预设时间输出调节问题^[20]。

截至目前,所知的研究工作鲜有专注于仅基于传感器输出测量,且无需智能体间通信的预设时间时变编队跟踪控制问题。受此启发,本文针对异构多智能体系统提出一种基于传感反馈的分布式观测器,在预设时间内实现对领导者状态的估计。并在此基础上进一步设计一类分布式预设时间编队跟踪控制律。本文的主要内容如下:

1) 针对仅能通过局部传感测量获得相对输出信息的异构多智能体系统,提出一种预设时间的分布式观测器和编队跟踪控制器设计方法,该控制方案无需依赖智能体间的协作通信。然而,现有文献中的分布式观测器大多需要多智能体进行协作通信以获得邻居智能体的内部观测器状态^[8,20]。相比之下,所提出基于传感输出反馈的编队跟踪控制方案适用于更广泛的应用场景,如通信拒止环境。

2) 由于所提出预设时间分布式观测器和编队跟踪控制器仅利用局部相对输出测量, 导致受控多智能体系统中观测误差与编队控制误差相互耦合, 且为保证观测误差和编队控制误差预设时间收敛, 在分布式观测器和编队跟踪控制器设计中引入非线性函数作用项, 因此, 受控多智能体系统存在强非线性, 为其稳定性分析带来显著挑战。

3) 基于输出调节方法的坐标变换, 依据 Lyapunov 稳定性理论和低增益方法, 验证在所提出预设时间分布式控制方案下, 具有有向传感拓扑结构的异构多智能体系统在预设时间内对动态领导者实现时变编队跟踪. 与现有的有限时间控制或固定时间控制策略^[16-17]不同, 所提出预设时间控制方案能够确保闭环异构多智能体系统的收敛时间与初始状态和控制参数无关, 可由用户自主设定。

在本文中, 用 M^T 和 N^H 分别表示实矩阵 M 的转置和复矩阵 N 的共轭转置. 对于一个 n 维的实列向量 x , 其 2-范数定义为 $\|x\|$. 符号 $(A \otimes B)$ 表示矩阵 A 与 B 的克罗内克积. 对于一系列列向量 x_1, x_2, \dots, x_n , $\text{col}(x_1, x_2, \dots, x_n) = [x_1^T, x_2^T, \dots, x_n^T]^T$ 表示将这些向量依次堆叠而成的列向量。

1 前言和问题描述

1.1 前言

定义传感器网络拓扑结构, 该拓扑结构由一个有向图 $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$ 描述, 其中 $\mathcal{V} = \{1, 2, \dots, N\}$. 节点 $i (i = 1, 2, \dots, N)$ 表示第 i 个跟随者. 此外, $\bar{\mathcal{G}} = (\bar{\mathcal{V}}, \bar{\mathcal{E}})$ 用于描述包含领导者的有向图. 若智能体 i 可以测量相对输出 $(y_j - y_i)$, 则存在边 $(j, i) \in \mathcal{E}$. 若 $(j, i) \in \mathcal{E} \Leftrightarrow (i, j) \in \mathcal{E}$, 则称该图为有向图. 令 $\mathcal{A} = [a_{ij}] \in R^{(N) \times (N)}$ 为有向图 \mathcal{G} 的加权邻接矩阵. 这里: $a_{ij} > 0, i = 1, 2, \dots, N, j = 1, 2, \dots, N$, 当且仅当 $(j, i) \in \mathcal{E}$. 令 \mathcal{L} 和 $\bar{\mathcal{L}}$ 分别为有向图 \mathcal{G} 和 $\bar{\mathcal{G}}$ 的拉普拉斯矩阵, 定义节点 i 的邻居集合为 $\mathcal{N}_i = \{j, (j, i) \in \mathcal{E}\}$.

以下引理将在后续的稳定性的分析中使用。

考虑如下系统的稳定性:

$$\dot{\mathcal{X}} = (I_n \otimes \mathcal{S} - \mathcal{A}_\sigma \otimes \mathcal{L}\mathcal{F})\mathcal{X}. \quad (1)$$

其中: $\mathcal{X} = \text{col}(\mathcal{X}_1, \mathcal{X}_2, \dots, \mathcal{X}_n)$, $\mathcal{S} \in R^{n \times n}$, $\mathcal{L} \in R^{n_i \times p}$, $\mathcal{F} \in R^{p \times n_i}$, \mathcal{A}_σ 为对应于由所有跟随者和领导者组成的拓扑图的拉普拉斯矩阵. \mathcal{A}_σ 的约当标准型表示为 $\mathcal{A}_\sigma = \mathcal{A}_{J_1} \oplus \mathcal{A}_{J_2} \oplus \dots \oplus \mathcal{A}_{J_q}$, 这里 \mathcal{A}_{J_i} 表示维度为 p_i 的第 i 个约当块, 其特征值为 $\lambda_i(\mathcal{A}_\sigma)$ 且 $\sum_{i=1}^q p_i = n$, 若 $(\mathcal{S}, \mathcal{F})$ 是可观测的, $\lambda_i(\mathcal{A}_\sigma) > 0$, 则可得到如下稳定性结果。

引理 1 考虑线性系统 (1). 假设矩阵 \mathcal{S} 的特征

值均在虚轴上, \mathcal{A}_σ 所有的特征值均有正实部. 令 $\mathcal{L} = P(\varepsilon)\mathcal{F}^T$, 其中 $P(\varepsilon) = P^T(\varepsilon) > 0$ 是以下黎卡提方程的唯一解:

$$\mathcal{S}P(\varepsilon) + P(\varepsilon)\mathcal{S}^T + \varepsilon P(\varepsilon) - \theta P(\varepsilon)\mathcal{F}^T\mathcal{F}P(\varepsilon) = 0. \quad (2)$$

这里: $\varepsilon > 0$, 且 $0 < \theta \leq \frac{2}{3} \min\{\text{Re}(\lambda_i(\mathcal{A}_\sigma)), \dots, n\}$.

令 $C_{p_0} = \text{diag}(C_{p_1}, C_{p_2}, \dots, C_{p_q})$, 其中

$$C_{p_i} = \text{diag}\left(1, \frac{1}{\theta^2}, \dots, \frac{1}{\theta^{2(p_i-1)}}\right), \quad i = 1, 2, \dots, q.$$

定义 $V_p(\mathcal{X}) = \mathcal{X}^T(C_{p_0} \otimes P)\mathcal{X}$, 对于系统 (1), 可得到

$$\dot{V}_p(\mathcal{X}) \leq -\varepsilon V_p(\mathcal{X}), \quad (3)$$

即系统 (1) 稳定^[10].

为得到预设时间收敛的结果, 本研究引入如下时变函数:

$$\xi(t) = \begin{cases} \frac{T^\alpha}{(T+t_0-t)^\alpha}, & t \in [t_0, t_0+T]; \\ 1, & t \in [t_0+T, \infty). \end{cases} \quad (4)$$

其中: $\alpha > 2, T > 0$ 为可供用户自行选择的常数. 函数 (4) 的导数满足

$$\xi^{(\beta)} = \begin{cases} \frac{(\alpha+\beta-1)!}{T^\beta(\alpha-1)!} \xi^{1+\frac{\beta}{\alpha}}, & t \in [t_0, t_0+T]; \\ 0, & t \in [t_0+T, \infty). \end{cases} \quad (5)$$

则有以下引理。

引理 2 考虑一个连续可微函数 $V(t) \geq 0$ 满足

$$\dot{V}(t) \leq -xV(t) - 2\frac{\dot{\xi}}{\xi}V(t), \quad t \in [t_0, t_0+T];$$

$$\dot{V}(t) \leq -xV(t), \quad t \in [t_0+T, \infty). \quad (6)$$

其中: $x > 0, \xi$ 的定义如式 (4) 所示, 则 $V(t)$ 在预设时间 T 内收敛^[21], 且

$$\begin{aligned} V(t) &\leq \xi^{-2} \exp(-x(t-t_0))V(t_0), \quad t \in [t_0, t_0+T]; \\ V(t) &\equiv 0, \quad t \in [t_0+T, \infty). \end{aligned} \quad (7)$$

接下来可给出本文研究的异构线性多智能体系统的预设时间编队跟踪控制问题描述。

1.2 问题描述

本文的研究对象为由 N 个跟随者和单个领导者构成的主从式架构. 各跟随者的动力学模型形式为

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= A_i x_i + B_i u_i, \quad y_i = C_i x_i, \\ i &= 1, 2, \dots, N. \end{aligned} \quad (8)$$

其中: $x_i \in R^{n_i}, u_i \in R^{m_i}$ 和 $y_i \in R^p$ 分别为第 i 个智能体的状态、控制输入和测量输出; 矩阵 $A_i \in R^{n_i \times n_i}, B_i \in R^{n_i \times m_i}, C_i \in R^{p \times n_i}$ 描述了 i 个智能体系统. 值得注意的是, 每个智能体仅能测量其相邻智能体的输出信息, 并不涉及智能体间的通信. 此外,

多智能体系统的传感网络为有向图. 领导者的动力学模型描述如下所示:

$$\dot{v} = Sv, y_0 = Fv. \quad (9)$$

这里: $v \in R^{n_v}$, $y_0 \in R^p$ 分别为领导者的状态和输出; $S \in R^{n_v \times n_v}$, $F \in R^{p \times n_v}$ 为领导者的系统矩阵.

令 $f(t) = [f_1^T(t), f_2^T(t), \dots, f_N^T(t)]$ 表示期望编队. 其中: $f_i = C_i \delta_i$, $i = 1, 2, \dots, N$, $\delta_i \in R^{n_i}$. 则编队跟踪控制问题表示如下.

问题 1 给定由 N 个跟随者 (8) 和一个领导者 (9) 以及有向传感网络 $\bar{\mathcal{G}}$ 表示的多智能体系统, 基于传感反馈观测器设计如下形式的预设时间分布式控制律:

$$\begin{aligned} u_i &= k_i(x_i, \eta_i, \delta_i); \\ \eta_i &= g_i(\eta_i, y_j - y_i, y_0, f_j - f_i), j \in \mathcal{N}_i. \end{aligned} \quad (10)$$

其中: \mathcal{N}_i 为智能体 i 的邻居集, 使得对于任意的初始条件 $x_i(0)$, $\eta_i(0)$ ($i = 1, 2, \dots, N$) 以及 $v(0)$, 跟随者智能体能够实现对动态领导者的预设时间时变编队跟踪, 即有以下公式成立:

$$\lim_{t \rightarrow T_1} e_i(t) = \lim_{t \rightarrow T_1} \|y_i(t) - y_0(t) - f_i(t)\| = 0, \quad (11)$$

这里 T_1 为预设收敛时间.

以下是该问题存在和实现的必要假设条件.

假设 1 传感网络拓扑 $\bar{\mathcal{G}}$ 包含一个有向生成树.

注 1 传感网络拓扑 $\bar{\mathcal{G}}$ 所对应的拉普拉斯矩阵 $\bar{\mathcal{L}}$ 可分块为如下形式:

$$\bar{\mathcal{L}} = \begin{bmatrix} 0 & 0_{1 \times N} \\ -\Delta 1_N & \mathcal{H} \end{bmatrix}. \quad (12)$$

其中: $\mathcal{H} \in R^{N \times N}$ 是对称的, 且 $\Delta = \text{diag}\{a_{10}, a_{20}, \dots, a_{N0}\}$. 由文献 [22] 可知, \mathcal{H} 为非奇异对角 M -矩阵.

假设 2 系统矩阵 S 的特征值均在虚轴上.

假设 3 (S, F) 是可观的.

假设 4 输出调节方程如下所示:

$$\begin{aligned} X_i S &= A_i X_i + B_i U_i, \\ 0 &= C_i X_i - F, \end{aligned} \quad (13)$$

有解 (X_i, U_i) .

注 2 式 (13) 的可解性对于解决输出一致性问题而言是十分必要的, 将在第 2 节讨论. 另外, 在文献 [23] 中可以看到, 在假设 3 下, 若存在矩阵 K_{1_i} 使得 $A_i + B_i K_{1_i}$ 是赫尔维茨的, 则假设 4 成立.

假设 5 矩阵 B_i 列满秩, 即 $\text{rank}(B_i) = m_i$.

注 3 如文献 [24-26] 所示, 假设 5 意味着矩阵 B 的列彼此独立, 且不存在冗余的控制输入分量.

2 主要结果

本文针对具有动态领导者的异构多智能体系统, 提出一种基于动态传感反馈机制的预设时间编队跟

踪控制方法. 仅利用局部输出测量, 构建跟随者的分布式观测器架构, 实现领导者状态向量在规定时间内协同重构. 值得一提的是, 为每个跟随者设计的观测器并不需要智能体间的直接通信, 这使得所设计观测器能够在更多的实际场景中发挥作用.

利用相邻智能体的局部输出信息, 为每个跟随者设计如下形式的分布式观测器, 以估计领导者的完整状态信息:

$$\begin{aligned} \dot{\eta}_i &= \\ S \eta_i &+ L_0 \sum_{j=0}^N a_{ij} (y_j - f_j - y_i + f_i) + \left(b + c \frac{\dot{\xi}_1}{\xi_1}\right) \times \\ &L_0 \sum_{j=0}^N a_{ij} (y_j - f_j - y_i + f_i), i = 1, 2, \dots, N. \end{aligned} \quad (14)$$

其中: $\eta_i \in R^{n_v}$, b , c 和 L_0 为待设计的参数以及增益矩阵. 对应于预设时间 T_1 的非线性函数 ξ_1 形式为

$$\xi_1 = \begin{cases} \frac{T_1^\alpha}{(T_1 - t)^\alpha}, t \in [0, T_1); \\ 1, t \in [T_1, \infty). \end{cases} \quad (15)$$

注 4 观测器 (14) 仅利用了每个智能体对其邻居智能体的相对输出测量 $(y_j - y_i)$ ($j \in \mathcal{N}_i$), 相比之下, 现有关于多智能体系统跟踪控制问题的研究通常采用如下形式的协同观测器^[6-8, 20]:

$$\eta_i = g_i(\eta_i, \eta_j - \eta_i), j \in \mathcal{N}_i.$$

需要特别指出的是, 上述观测器要求多智能体间进行通信以获得内部状态 $(\eta_j - \eta_i)$ ($j \in \mathcal{N}_i$). 而所提出分布式观测器依托传感网络中邻居智能体的局部输出测量信息, 无需传递内部状态, 提升了观测器的实用性. 此外, 为进一步保证异构多智能体系统对动态领导者的预设时间编队跟踪控制, 本文在分布式观测器设计中引入预设时间收敛作用项 (即观测器 (14) 中第 3 项). 因此, 所提出分布式观测器可用于通信受限或拒止的应用场景, 但是, 同时也为控制器设计和预设时间收敛性分析带来了新的挑战.

在分布式观测器 (14) 的基础上, 预设时间编队跟踪控制器设计如下所示:

$$\begin{aligned} u_i &= K_{1_i} (x_i - \delta_i) + K_{2_i} \eta_i - \left(b + c \frac{\dot{\xi}_1}{\xi_1}\right) \bar{K}_i \hat{x}_i - \\ &B_i^{-1} (A_i \delta_i - \dot{\delta}_i), i = 1, 2, \dots, N. \end{aligned} \quad (16)$$

其中: $K_{1_i} \in R^{m_i \times n_i}$, $K_{2_i} \in R^{m_i \times n_v}$, \bar{K}_i 为待设计的具有合适维度的增益矩阵. 令 $\hat{x}_i = x_i - \delta_i - X_i \eta_i$. 由假设 5 可知, 存在一个矩阵 \tilde{B}_i 使得 $B_i \tilde{B}_i = I_{m_i}$. 可以看到, 利用每个智能体自身的状态以及对领导者信息的估计, 基于一致性策略设计了控制器 (16) 中

的前两项, 其功能是实现异构多智能体对领导者的跟踪; 第4项的作用则是对动态领导者跟踪的同时实现多智能体形成时变编队的控制补偿; 第3项设计为关于领导者状态观测误差和编队跟踪误差的非线性函数项, 与分布式观测器(14)共同作用, 保证编队跟踪误差在预设时间内收敛。

注5 本文研究的预设时间分布式观测器(14)与编队跟踪控制律(16)仅依赖于邻居异构智能体间可通过传感器测量的相对输出信息, 而无需邻居智能体间的协作通信来获取内部观测器状态, 这导致受控多智能体系统中观测误差与编队控制误差相互耦合. 与部分已有预设时间协同控制工作^[19-20]类似, 本文通过引入一个随时间变化并趋向于无穷大的增益项(15), 设计了与时间相关的非线性函数项, 通过该时变函数对每个智能体对领导者的观测误差和编队跟踪误差进行缩放, 强行在预设时间点将系统状态“拉回”至原点, 以保证所有局部误差在预设时间 T_1 同时收敛至0. 综合以上设计, 使得受控多智能体系统具有强非线性, 为控制器设计和收敛性分析带来挑战。

为解决该问题, 首先, 引入坐标变换将预设时间编队跟踪控制问题转化为预设时间同步镇定问题; 然后, 根据Lyapunov稳定性理论, 分析推导保证受控多智能体系统预设时间同步镇定的条件, 采用低增益方法设计控制参数, 从而得到分布式观测器与控制器的具体形式; 最后, 实现异构多智能体系统对动态目标的预设时间编队跟踪控制。

2.1 问题转换

本节验证利用特定的坐标变换, 具有动态领导者的多智能体系统的预设时间编队跟踪控制问题可转换为一个同步稳定问题. 在此基础上, 多智能体系统中观测误差与编队跟踪误差间的耦合难题能够得到解决。

定理1 考虑一个线性多智能体系统(8)和(9), 在分布式观测器(14)以及控制器(16)下, 根据假设2、假设4和假设5, 选择控制器增益矩阵 K_{1_i} 使其满足 $A_i + B_i K_{1_i}$ 是赫尔维茨的, 且 $K_{2_i} = U_i - K_{1_i} X_i$ ($i = 1, 2, \dots, N$), 其中 (X_i, U_i) 为等式(13)的解, 则存在坐标变换可将预设时间编队跟踪控制问题转换为预设时间同步稳定问题。

证明 由文献[23]可知, 若假设2成立, 且 $A_i + B_i K_{1_i}$ 是赫尔维茨的, 则等式(13)存在唯一解 (X_i, U_i) 。

令 $\tilde{\eta}_i = \eta_i - v$, $\tilde{x}_i = x_i - \delta_i - X_i v$, $\hat{x}_i = x_i -$

$\delta_i - X_i \eta_i$, $i = 1, 2, \dots, N$, 其中 X_i 为式(13)的解, 且编队跟踪误差表示为 $e_i = y_i - y_0 - f_i = y_i - y_0 - C_i \delta_i$ 。

在假设4和假设5下, 闭环系统可被写为

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\eta}}_i &= \dot{\eta}_i - \dot{v} = \\ S\tilde{\eta}_i &+ L_0 \sum_{j=0}^N a_{ij} (C_j \hat{x}_j - C_i \hat{x}_i) + \\ L_0 F \sum_{j=0}^N a_{ij} (\tilde{\eta}_j - \tilde{\eta}_i) &+ \\ \left(b + c \frac{\dot{\xi}_1}{\xi_1}\right) L_0 \sum_{j=0}^N a_{ij} (C_j \hat{x}_j - C_i \hat{x}_i) &+ \\ \left(b + c \frac{\dot{\xi}_1}{\xi_1}\right) L_0 F \sum_{j=0}^N a_{ij} (\tilde{\eta}_j - \tilde{\eta}_i), & \\ \dot{\hat{x}}_i &= \dot{x}_i - \dot{\delta}_i - X_i \dot{v} = \\ (A_i + B_i K_{1_i}) \bar{x}_i + B_i K_{2_i} \tilde{\eta}_i - \left(b + c \frac{\dot{\xi}_1}{\xi_1}\right) B_i \bar{K}_i \hat{x}_i, & \\ \dot{\hat{x}}_i &= \dot{x}_i - \dot{\delta}_i - X_i \dot{\eta}_i = \\ (A_i + B_i K_{1_i}) \hat{x}_i - X_i L_0 \sum_{j=0}^N a_{ij} (C_j \bar{x}_j - C_i \bar{x}_i) - & \\ \left(b + c \frac{\dot{\xi}_1}{\xi_1}\right) \times X_i L_0 \sum_{j=0}^N a_{ij} (C_j \bar{x}_j - C_i \bar{x}_i) - & \\ \left(b + c \frac{\dot{\xi}_1}{\xi_1}\right) B_i \bar{K}_i \hat{x}_i. & \end{aligned} \quad (17)$$

令 $\tilde{\eta} = \text{col}(\tilde{\eta}_1, \tilde{\eta}_2, \dots, \tilde{\eta}_N)$, $\bar{x} = \text{col}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_N)$, $\hat{x} = \text{col}(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_N)$, 闭环系统(17)可写为

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\eta}} &= (I_N \otimes S) \tilde{\eta} - (\mathcal{H} \otimes L_0 F) \tilde{\eta} - \\ (\mathcal{H} \otimes L_0) C \hat{x} - \left(b + c \frac{\dot{\xi}_1}{\xi_1}\right) (\mathcal{H} \otimes L_0) C \hat{x} - & \\ \left(b + c \frac{\dot{\xi}_1}{\xi_1}\right) (\mathcal{H} \otimes L_0 F) \tilde{\eta}, & \\ \dot{\hat{x}} &= \bar{A} \bar{x} + \bar{B} \tilde{\eta} - \left(b + c \frac{\dot{\xi}_1}{\xi_1}\right) \bar{B} \bar{K} \hat{x}, \\ \dot{\hat{x}} &= \bar{A} \hat{x} + X (\mathcal{H} \otimes L_0) C \bar{x} + \\ \left(b + c \frac{\dot{\xi}_1}{\xi_1}\right) X (\mathcal{H} \otimes L_0) C \bar{x} - \left(b + c \frac{\dot{\xi}_1}{\xi_1}\right) \bar{B} \bar{K} \hat{x}. & \end{aligned} \quad (18)$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{A} &= \text{blockdiag}\{A_1 + B_1 K_{1_1}, \dots, A_N + B_N K_{1_N}\}, \\ \bar{B} &= \text{blockdiag}\{B_1 K_{2_1}, B_2 K_{2_2}, \dots, B_N K_{2_N}\}, \\ \bar{K} &= \text{blockdiag}\{\bar{K}_1, \bar{K}_2, \dots, \bar{K}_N\}, \\ C &= \text{blockdiag}\{C_1, C_2, \dots, C_N\}, \\ B &= \text{blockdiag}\{B_1, B_2, \dots, B_N\}, \\ X &= \text{blockdiag}\{X_1, X_2, \dots, X_N\}. \end{aligned}$$

设 $x_c = \text{col}(\tilde{\eta}, \bar{x}, \hat{x})$, 由于 $\tilde{\eta}, \bar{x}, \hat{x}$ 的动力学如式 (18) 所示相互耦合, 则系统 x_c 的稳定问题涉及增益矩阵 L_0, \bar{K}_i 以及参数 b 和 c 的设计, 以确保 $\tilde{\eta}, \bar{x}, \hat{x}$ 系统同时预设时间稳定. 此外, 可以证明预设时间编队跟踪问题等价于 x_c 系统的预设时间稳定问题. 而 $\lim_{t \rightarrow T_1} x_c = 0$ 意味着 $\lim_{t \rightarrow T_1} (x_i - \delta_i - X_i v) = 0$. 因此, 编队跟踪控制误差满足

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow T_1} e &= \lim_{t \rightarrow T_1} (y_i - y_0 - f_i) = \\ \lim_{t \rightarrow T_1} (C_i x_i - C_i X_i v - C_i \delta_i) &= 0. \end{aligned} \quad (19)$$

定理 1 得证. \square

2.2 问题解决

本节将通过低增益法设计增益矩阵 L_0, \bar{K}_i 以及耦合参数 b, c , 以实现 x_c 系统的稳定. 接下来将给出同步稳定问题的解决方案, 以实现问题 1 中所描述的多智能体的协同编队跟踪控制.

定理 2 考虑异构多智能体系统 (8) 和 (9), 在分布式观测器 (14) 以及分布式控制器 (16) 下, 根据假设 1 ~ 假设 5, 控制器增益矩阵 K_{1_i} 和 K_{2_i} 的设计如定理 1 所示, 选取 \bar{K} , 使得 $\Gamma = \bar{K}^T B^T \bar{P} + \bar{P} B \bar{K} > 0$, 参数 b 和 c 满足 $b > 0, c > \frac{2}{(M_1 + M_2)}$, 其中 M_1 和 M_2 将在证明中进行定义. 观测器增益矩阵设计为 $L_0 = P(\varepsilon) F^T$, 这里 $P(\varepsilon) = P(\varepsilon)^T > 0$ 是如下黎卡提方程的唯一解:

$$SP(\varepsilon) + P(\varepsilon)S^T + \varepsilon P(\varepsilon) - \theta P(\varepsilon)F^T F P(\varepsilon) = 0. \quad (20)$$

其中: $\varepsilon > 0, 0 < \theta \leq \frac{2}{3} \min\{\text{Re}(\lambda_i(\mathcal{H})), \dots, n\}$. 则存在 $0 < \varepsilon_0 < 1$, 当 $0 < \varepsilon < \varepsilon_0$ 时, 多智能体系统 (8) 和 (9) 编队跟踪控制问题能够在预设时间内实现.

证明 考虑非自治系统

$$\dot{\tilde{\eta}} = (I_N \otimes S)\tilde{\eta} - (\mathcal{H} \otimes L_0 F)\tilde{\eta} \quad (21)$$

以及李雅普诺夫函数 $V(\tilde{\eta}) = \tilde{\eta}^T (C_{p0} \otimes P)\tilde{\eta}$. 其中: $C_{p0} = \text{diag}(C_{p1}, C_{p2}, \dots, C_{pq}), C_{pi} = \text{diag}(1, \frac{1}{\theta^2}, \dots, \frac{1}{\theta^{2(p_i-1)}}), i = 1, 2, \dots, q, q$ 为 \mathcal{H} 的约当标准型中约当块的数量; P 为黎卡提方程 (20) 的唯一解. 由引理 1, 可得到

$$\dot{V}(\tilde{\eta}) \leq -\varepsilon V(\tilde{\eta}). \quad (22)$$

考虑闭环系统 (18), 令 $V_{p1}(\tilde{\eta}) = \tilde{\eta}^T (C_{p0} \otimes P)\tilde{\eta}$, 由引理 1 和假设 1 可知

$$\begin{aligned} \dot{V}_{p1}(\tilde{\eta}) &\leq \\ -\varepsilon \tilde{\eta}^T (C_{p0} \otimes P)\tilde{\eta} - \\ 2\tilde{\eta}^T (C_{p0} \otimes P)(\mathcal{H} \otimes L_0)C\hat{x} - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &2\left(b + c\frac{\dot{\xi}_1}{\xi_1}\right)\tilde{\eta}^T (C_{p0} \otimes P)(\mathcal{H} \otimes L_0)C\hat{x} - \\ &2\left(b + c\frac{\dot{\xi}_1}{\xi_1}\right)\tilde{\eta}^T (C_{p0} \otimes P)(\mathcal{H} \otimes L_0 F)\tilde{\eta} \leq \\ &-b_{p0}\varepsilon^2\|\tilde{\eta}\|^2 + \varepsilon_1\bar{p}_0^2\varepsilon^2\|\tilde{\eta}\|^2\|C_{p0}\|^2\|\mathcal{H}\|^2\|C\|^2 + \\ &\frac{1}{\varepsilon_1}\bar{p}_0^2\varepsilon^2\|F\|^2\|\hat{x}\|^2 + \frac{1}{\varepsilon_2}\bar{p}_0^2\varepsilon^2\|F\|^2\|\hat{x}\|^2 + \\ &\varepsilon_2\bar{p}_0^2\varepsilon^2\left(b + c\frac{\dot{\xi}_1}{\xi_1}\right)^2\|\tilde{\eta}\|^2\|C_{p0}\|^2\|\mathcal{H}\|^2\|C\|^2 - \\ &2\left(b + c\frac{\dot{\xi}_1}{\xi_1}\right)\tilde{\eta}^T (C_{p0} \otimes P)(\mathcal{H} \otimes L_0 F)\tilde{\eta} = \\ &-\frac{1}{2}b_{p0}\varepsilon^2\|\tilde{\eta}\|^2 + \frac{1}{\varepsilon_1}\bar{p}_0^2\varepsilon^2\|F\|^2\|\hat{x}\|^2 + \\ &\frac{1}{\varepsilon_2}\bar{p}_0^2\varepsilon^2\|F\|^2 \times \|\hat{x}\|^2 - \\ &2\left(b + c\frac{\dot{\xi}_1}{\xi_1}\right)\tilde{\eta}^T (C_{p0} \otimes P)(\mathcal{H} \otimes L_0 F)\tilde{\eta}. \end{aligned} \quad (23)$$

其中

$$\begin{aligned} b_{p0} &= p_0\|C_{p0}\|, \\ \varepsilon_1 &= b_{p0}/(4\bar{p}_0^2\|C_{p0}\|^2\|\mathcal{H}\|^2\|C\|^2), \\ \varepsilon_2 &= b_{p0}/\left(4\left(b + c\frac{\dot{\xi}_1}{\xi_1}\right)^2\bar{p}_0^2\|C_{p0}\|^2\|\mathcal{H}\|^2\|C\|^2\right), \\ p_0\varepsilon &\leq \lambda(P(\varepsilon)) \leq \bar{p}_0\varepsilon. \end{aligned}$$

令 $V_{p2}(\bar{x}) = \bar{x}^T \bar{P}\bar{x}$. 其中: $\bar{P} = \text{diag}\{P, \dots, P\}$, P 为黎卡提方程 (20) 的唯一解. 由于 $A_i + B_i K_{1_i}$ 是赫尔维兹的, 存在 $k_1 > 0$, 使得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{p2}(\bar{x}) &= \\ -k_1\|\bar{x}\|^2 + 2\|\tilde{\eta}\|\|\bar{B}\|\|\bar{P}\|\|\bar{x}\| + \\ 2\left(b + c\frac{\dot{\xi}_1}{\xi_1}\right)\|\bar{x}\|\|\bar{P}\|\|\bar{B}\|\|\bar{K}\|\|\hat{x}\| \leq \\ -\frac{3k_1}{4}\|\bar{x}\|^2 + \frac{4}{k_1}\|\bar{B}\|^2\|\bar{P}\|^2\|\tilde{\eta}\|^2 + \\ \varepsilon_3\left(b + c\frac{\dot{\xi}_1}{\xi_1}\right)^2\|\bar{x}\|^2\|B\|^2\|\bar{K}\|^2 + \frac{1}{\varepsilon_3}\bar{p}_0^2\varepsilon^2\|\hat{x}\|^2 = \\ -\frac{k_1}{2}\|\bar{x}\|^2 + \frac{4}{k_1}\bar{p}_0^2\varepsilon^2\|\bar{B}\|^2\|\tilde{\eta}\|^2 + \frac{1}{\varepsilon_3}\bar{p}_0^2\varepsilon^2\|\hat{x}\|^2, \end{aligned} \quad (24)$$

这里 $\varepsilon_3 = k_1/4\left(b + c\frac{\dot{\xi}_1}{\xi_1}\right)^2\|B\|^2\|\bar{K}\|^2$.

定义 $V_{p3}(\hat{x}) = \hat{x}^T \bar{P}\hat{x}$. 类似地, 由于 $A_i + B_i K_{1_i}$ 是赫尔维兹的, 则存在 $k_2 > 0$, 使得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{p3}(\hat{x}) &\leq \\ -k_2\|\hat{x}\|^2 + 2\bar{p}_0^2\varepsilon^2\|\bar{x}\|\|C\|\|F\|\|\mathcal{H}\|\|X\|\|\hat{x}\| + \\ 2\left(b + c\frac{\dot{\xi}_1}{\xi_1}\right)\bar{p}_0^2\varepsilon^2\|X\|\|\mathcal{H}\|\|C\|\|F\|\|\bar{x}\|\|\hat{x}\| - \\ \left(b + c\frac{\dot{\xi}_1}{\xi_1}\right)\hat{x}^T (\bar{K}^T B^T \bar{P} + \bar{P} B \bar{K})\hat{x} \leq \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -k_2\|\hat{x}\|^2 + \epsilon_4\bar{p}_0^4\epsilon^2\|C\|^2\|\mathcal{H}\|^2\|X\|^2\|\hat{x}\|^2 + \\
 & \frac{1}{\epsilon_4}\epsilon^2 \times \|F\|^2\|\bar{x}\|^2 + \\
 & \epsilon_5\bar{p}_0^4\epsilon^2\left(b + c\frac{\dot{\xi}_1}{\xi_1}\right)^2\|X\|^2\|\mathcal{H}\|^2\|C\|^2\|\hat{x}\|^2 + \\
 & \frac{1}{\epsilon_5}\epsilon^2\|F\|^2\|\bar{x}\|^2 - \\
 & \left(b + c\frac{\dot{\xi}_1}{\xi_1}\right)\hat{x}^T(\bar{K}^TB^T\bar{P} + \bar{P}B\bar{K})\hat{x} = \\
 & -\frac{k_2}{2}\|\hat{x}\|^2 + \frac{1}{\epsilon_4}\epsilon^2\|F\|^2\|\bar{x}\|^2 + \\
 & \frac{1}{\epsilon_5}\epsilon^2\|F\|^2\|\bar{x}\|^2 - \\
 & \left(b + c\frac{\dot{\xi}_1}{\xi_1}\right)\hat{x}^T(\bar{K}^TB^T\bar{P} + \bar{P}B\bar{K})\hat{x} = \\
 & -\frac{k_2}{2}\|\hat{x}\|^2 + \frac{1}{\epsilon_4}\epsilon^2\|F\|^2\|\bar{x}\|^2 + \\
 & \frac{1}{\epsilon_5}\epsilon^2\|F\|^2\|\bar{x}\|^2 - \left(b + c\frac{\dot{\xi}_1}{\xi_1}\right)\hat{x}^T\Gamma\hat{x}. \quad (25)
 \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned}
 \Gamma &= \bar{K}^TB^T\bar{P} + \bar{P}B\bar{K} > 0, \\
 \epsilon_4 &= k_2/(4\bar{p}_0^4\epsilon^2\|C\|^2\|\mathcal{H}\|^2\|X\|^2), \\
 \epsilon_5 &= k_2/\left(4\bar{p}_0^4\epsilon^2\left(b + c\frac{\dot{\xi}_1}{\xi_1}\right)^2\|X\|^2\|\mathcal{H}\|^2\|C\|^2\right).
 \end{aligned}$$

令

$$\begin{aligned}
 V_p(x_c) &= \\
 V_{p1}(\tilde{\eta}) + m_0V_{p2}(\bar{x}) + m_1V_{p3}(\hat{x}) &= \\
 \tilde{\eta}^T(C_{p0} \otimes P)\tilde{\eta} + m_0\bar{x}^T\bar{P}\bar{x} + m_1\hat{x}^T\bar{P}\hat{x}.
 \end{aligned}$$

其中: $m_0 \leq \frac{b_{p0}k_1}{8\bar{p}_0^2\|\bar{B}\|^2}$, $m_1 \geq \frac{2\epsilon^2}{k_2} \left[\frac{1}{\epsilon_1}\bar{p}_0^2\|F\|^2 + \frac{1}{\epsilon_2}\bar{p}_0^2\|F\|^2 + \frac{m_0}{\epsilon_3}\bar{p}_0^2 \right]$. $V_p(x_c)$ 的导数满足

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_p(x_c) &\leq \\
 -2\left(b + c\frac{\dot{\xi}_1}{\xi_1}\right)\tilde{\eta}^T(C_{p0} \otimes P)(\mathcal{H} \otimes L_0F)\tilde{\eta} - \\
 m_1\left(b + c\frac{\dot{\xi}_1}{\xi_1}\right)\hat{x}^T\Gamma\hat{x} &= \\
 V_p(x_c) \left[-2\left(b + c\frac{\dot{\xi}_1}{\xi_1}\right) \frac{\tilde{\eta}^T(C_{p0} \otimes P)(\mathcal{H} \otimes L_0F)\tilde{\eta}}{V_p(x_c)} - \right. \\
 m_1\left(b + c\frac{\dot{\xi}_1}{\xi_1}\right) \frac{\lambda_m(\Gamma)\hat{x}^T\bar{P}\hat{x}}{\lambda_M(P)V_p(x_c)} &\leq \\
 -\left(b + c\frac{\dot{\xi}_1}{\xi_1}\right)V_p(x_c) \times \\
 \left[2\lambda_m(\mathcal{H})\lambda_m^2(P)\lambda_m^2(F)\lambda_m(C_{p0})\|\tilde{\eta}\|^2 / \right. \\
 (\lambda_M(C_{p0})\lambda_M(P)\|\tilde{\eta}\|^2 + m_0\lambda_M(P)\|\bar{x}\|^2 + \\
 m_1\lambda_M(P)\|\hat{x}\|^2) &+
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & m_1\frac{\lambda_m(\Gamma)}{\lambda_M(P)}\lambda_m(P)\|\hat{x}\|^2 / (\lambda_M(C_{p0})\lambda_M(P)\|\tilde{\eta}\|^2 + \\
 & m_0\lambda_M(P)\|\bar{x}\|^2 + m_1\lambda_M(P)\|\hat{x}\|^2) \Big].
 \end{aligned}$$

令

$$\begin{aligned}
 M_1 &= 2\lambda_m(\mathcal{H})\lambda_m^2(P)\lambda_m^2(F)\lambda_m(C_{p0})\|\tilde{\eta}\|^2 / \\
 & (\lambda_M(C_{p0})\lambda_M(P)\|\tilde{\eta}\|^2 + m_0\lambda_M(P)\|\bar{x}\|^2 + \\
 & m_1\lambda_M(P)\|\hat{x}\|^2), \\
 M_2 &=
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & m_1\frac{\lambda_m(\Gamma)}{\lambda_M(P)}\lambda_m(P)\|\hat{x}\|^2 / (\lambda_M(C_{p0})\lambda_M(P)\|\tilde{\eta}\|^2 + \\
 & m_0\lambda_M(P)\|\bar{x}\|^2 + m_1\lambda_M(P)\|\hat{x}\|^2).
 \end{aligned}$$

若 $0 < \epsilon < \epsilon_0$, 其中

$$\epsilon_0 = \min\{1, \epsilon_{p0}\},$$

$$\epsilon_{p0} = \sqrt{m_0k_1/2\left(\frac{m_1}{\epsilon_4}\|F\|^2 + \frac{m_1}{\epsilon_5}\|F\|^2\right)},$$

$$b > 0, \quad c > \frac{2}{M_1 + M_2}.$$

则 $\dot{V}_p(x_c)$ 的导数满足

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_p(x_c) &\leq \\
 -\left(b + c\frac{\dot{\xi}_1}{\xi_1}\right)(M_1 + M_2)V_p(x_c) &= \\
 -b(M_1 + M_2)V_p(x_c) - c\frac{\dot{\xi}_1}{\xi_1}(M_1 + M_2)V_p(x_c) &\leq \\
 -b(M_1 + M_2)V_p(x_c) - 2\frac{\dot{\xi}_1}{\xi_1}V_p(x_c). \quad (26)
 \end{aligned}$$

因此, 在定理 2 给定的条件下, 可以证明 $\dot{V}_p(x_c)$ 的形式满足引理 2, 从而保证了变换后系统 $x_c = \text{col}(\tilde{\eta}, \bar{x}, \hat{x})$ 可以在预设时间内稳定. 等价地, 可以证明在所提出控制器下, 具有动态领导者的多智能体系统的编队跟踪可在预设时间 T_1 内渐近实现. \square

3 仿真研究

本节将给出一个研究示例来验证前文所提出的理论结果, 该示例中的研究对象为异构线性多智能体系统. 其中: 跟随者数量为 $N = 4$, 领导者数量为 1. 多智能体系统中跟随者的传感拓扑图如图 1 所示.

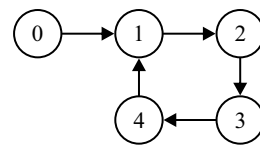


图1 多智能体及领导者 0 间的传感测量拓扑图

领导者和跟随者的系统矩阵分别为

$$S = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$A_1 = A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, A_2 = A_4 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = B_3 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}, B_2 = B_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix},$$

$$C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

期望编队队形设计为 $f(t) = [f_1^T(t), f_2^T(t), \dots, f_N^T(t)]$. 其中

$$f_1(t) = [-0.5 \sin(t), 0.5 \cos(t), -0.5 \sin(t), 0.5 \cos(t)]^T,$$

$$f_2(t) = [0.5 \cos(t + \pi/2), -0.5 \sin(t + \pi/2), 0.5 \cos(t + \pi/2), -0.5 \sin(t + \pi/2)]^T,$$

$$f_3(t) = [-0.5 \sin(t + \pi), 0.5 \cos(t + \pi), -0.5 \sin(t + \pi), 0.5 \cos(t + \pi)]^T,$$

$$f_4(t) = [0.5 \cos(t + 3\pi/2), -0.5 \sin(t + 3\pi/2), 0.5 \cos(t + 3\pi/2), -0.5 \sin(t + 3\pi/2)]^T.$$

此外, 经计算可得到, 线性矩阵等式 (13) 的解为

$$X_1 = X_2 = X_3 = X_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$U_1 = U_3 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, U_2 = U_4 = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}.$$

选取参数 $\varepsilon = 0.2, \theta = 1$, 求解黎卡提方程 (20)

可得到观测器增益矩阵 $L_0 = \begin{bmatrix} 0.2 & 0 \\ 0 & 0.2 \end{bmatrix}$.

根据定理 2 中的条件, 动态输出反馈控制器的参数选取为 $b = 2, c = 8$, 增益矩阵为

$$K_{1_1} = K_{1_3} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix},$$

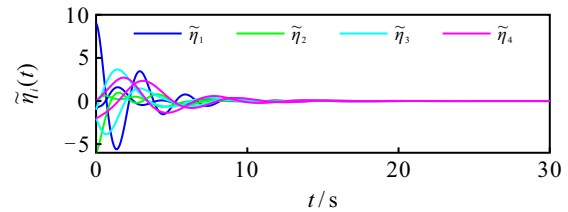
$$K_{2_2} = K_{2_4} = \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix},$$

$$\bar{K}_1 = \bar{K}_3 = -0.5, \bar{K}_2 = 1.5, \bar{K}_4 = 2.6.$$

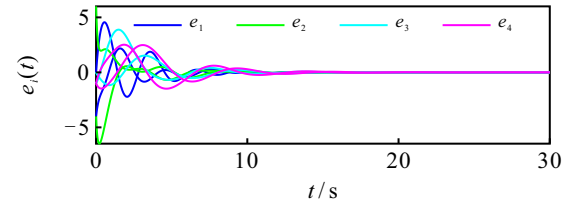
本示例将跟随者的初始状态选取为 $x_1(0) = [-1; -1], x_2(0) = [-5; 5], x_3(0) = [3; -2], x_4(0) = [-1; 1]$, 领导者的初始状态设定为 $v(0) = [1; 1]$. 领导者状态的观测误差以及系统编队跟踪控制误差分别如图 2(a) 和图 2(b) 所示, 二者均在预设时间 $T = 25$ s 内收敛至 0. 图 3 为在分布式控制器作用下, 异构多智能体系统中跟随者以及领导者的轨迹. 由图 2 和图 3 可见, 在基于分布式观测器的控制方案下, 异构线性多智能体系统能够在预设时间 $T = 25$ s 内实现对动态领导者的编队跟踪.

4 结论

本文针对无协作通信下具有动态领导者的异构线性多智能体系统, 提出了一种新颖的基于动态输出反馈的预设时间编队跟踪控制策略. 该框架通过构建分布式动态输出反馈控制架构, 而无需依赖协



(a) 观测误差



(b) 编队跟踪控制误差的范数

图2 观测误差以及编队跟踪控制误差的范数

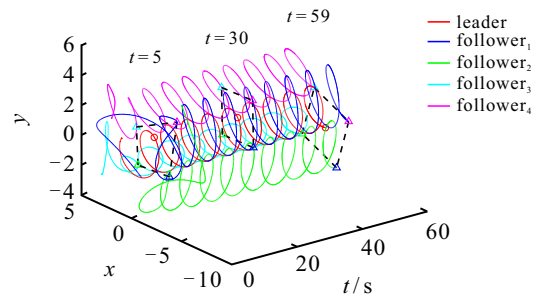


图3 跟踪效果

作通信网络和全维状态信息, 实现了仅利用相邻智能体传感测量的相对输出的领导者状态分布式观测和编队跟踪控制目标. 在此控制律下, 通过基于输出调节方法的坐标变换, 本研究将该问题转化为同步稳定问题. 利用李雅普诺夫分析法, 通过设计低增益参数解决了同步稳定问题. 值得注意的是, 该控制策略克服了现有有限时间和固定时间策略的局限性, 使得观测时间和控制时间与系统的初始条件和控制参数无关. 最后, 通过仿真验证了所提出方法的有效性.

参考文献 (References)

- [1] Kim H, Shim H, Seo J H. Output consensus of heterogeneous uncertain linear multi-agent systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2011, 56(1): 200-206.
- [2] 王祥科, 陈浩, 赵述龙. 大规模固定翼无人机集群编队控制方法[J]. *控制与决策*, 2021, 36(9): 2063-2073. (Wang X K, Chen H, Zhao S L. Formation control of large-scale fixed-wing unmanned aerial vehicle swarms[J]. *Control and Decision*, 2021, 36(9): 2063-2073.)
- [3] 王希铭, 孙金生, 吴梓杏, 等. 基于自适应滑模的不确定 Euler-Lagrange 多智能体系统抗扰动蜂拥控制[J]. *控制与决策*, 2022, 37(9): 2418-2424. (Wang X M, Sun J S, Wu Z X, et al. Adaptive sliding mode control based flocking control of uncertain

- EulerLagrange multi-agent systems subject to unknown external disturbances[J]. *Control and Decision*, 2022, 37(9): 2418-2424.)
- [4] Sakurama K. Clique-based distributed PI control for multiagent coordination with heterogeneous, uncertain, time-varying orientations[J]. *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, 2020, 7(4): 1712-1722.
- [5] Wieland P, Sepulchre R, Allgöwer F. An internal model principle is necessary and sufficient for linear output synchronization[J]. *Automatica*, 2011, 47(5): 1068-1074.
- [6] Zhu H H, Liu K X, Lü J H, et al. On the cooperative observability of a continuous-time linear system on an undirected network[C]. *International Joint Conference on Neural Networks*. Beijing, 2014: 2940-2944.
- [7] Cai H, Lewis F L, Hu G Q, et al. The adaptive distributed observer approach to the cooperative output regulation of linear multi-agent systems[J]. *Automatica*, 2017, 75: 299-305.
- [8] Wang S M, Huang J. Adaptive leader-following consensus for multiple Euler-Lagrange systems with an uncertain leader system[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2019, 30(7): 2188-2196.
- [9] Ma J, Yu X, Liu L, et al. Global cooperative output regulation of linear multiagent systems with limited bandwidth[J]. *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, 2022, 9(2): 1017-1028.
- [10] Lu M B, Liu L. A low gain approach to output consensus of networked heterogeneous linear multi-agent systems[J]. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 2021, 59(6): 4295-4313.
- [11] Lu M B. A sensory feedback based discrete distributed observer to cooperative output regulation[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2022, 67(9): 4762-4769.
- [12] Lv Y Z, Wen G H, Huang T W, et al. Adaptive attack-free protocol for consensus tracking with pure relative output information[J]. *Automatica*, 2020, 117: 108998.
- [13] Liu T Q, Zhang M S, Wen G H, et al. On appointed-time reduced-order observer-based consensus protocol design for lipschitz nonlinear multi-agent systems[C]. *Proceedings of the 4th IEEE International Conference on Industrial Cyber-Physical Systems*. Victoria, 2021: 858-863.
- [14] 李璐珂, 甘勤涛, 孙海涛. 切换拓扑下多智能体系统的固定/预定时间优化一致性[J]. *控制与决策*, 2025, 40(5): 1485-1493.
(Li L K, Gan Q T, Sun H T. Distributed fixed/predefined-time optimal consensus for multi-agent systems under switching topologies[J]. *Control and Decision*, 2025, 40(5): 1485-1493.)
- [15] Wu Y Z, Hu J P, Xiang L Y, et al. Finite-time output regulation of linear heterogeneous multi-agent systems[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2022, 69(3): 1248-1252.
- [16] Wang Q, Hua Y Z, Dong X W, et al. Finite-time time-varying formation tracking for heterogeneous nonlinear multiagent systems using adaptive output regulation[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2024, 54(4): 2460-2471.
- [17] Du H B, Wen G H, Wu D, et al. Distributed fixed-time consensus for nonlinear heterogeneous multi-agent systems[J]. *Automatica*, 2020, 113: 108797.
- [18] Cheng W L, Zhang K, Jiang B, et al. Fixed-time fault-tolerant formation control for heterogeneous multi-agent systems with parameter uncertainties and disturbances[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2021, 68(5): 2121-2133.
- [19] Zuo G W, Zhu L J, Wang Y J, et al. Prescribed-time cooperative output regulation of linear heterogeneous multi-agent systems[J/OL]. 2024, arXiv: 2407.11408.
- [20] Chen C Y, Han Y Y, Zhu S, et al. Prescribed-time cooperative output regulation of heterogeneous multiagent systems[J]. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2024, 20(2): 2432-2443.
- [21] Wang Y J, Song Y D, Hill D J, et al. Prescribed-time consensus and containment control of networked multiagent systems[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2019, 49(4): 1138-1147.
- [22] Meng Z Y, Ren W, You Z. Distributed finite-time attitude containment control for multiple rigid bodies[J]. *Automatica*, 2010, 46(12): 2092-2099.
- [23] Huang J. *Nonlinear output regulation: Theory and applications*[M]. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2004.
- [24] Li Z K, Ren W, Liu X D, et al. Distributed containment control of multi-agent systems with general linear dynamics in the presence of multiple leaders[J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2013, 23(5): 534-547.
- [25] Yang F W, Wang Z D, Hung Y S, et al. H_∞ control for networked systems with random communication delays[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2006, 51(3): 511-518.
- [26] Zhang C Z, Feng G, Qiu J B, et al. Control synthesis for a class of linear network-based systems with communication constraints[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2013, 60(8): 3339-3348.

作者简介

窦立亚 (1988-), 女, 副教授, 博士, 主要研究方向为多智能体协同控制及应用、非线性控制, E-mail: liyadou@buct.edu.cn;

王颖超 (1999-), 女, 硕士生, 主要研究方向为多智能体系统预设性能协同控制, E-mail: yingchaowang202209@163.com.