

控制与决策

Control and Decision

面向广义梯形模糊数的随机模拟聚合求解方法

宫诚举, 吴涵, 韩岳, 邬俊杰, 杜明月

引用本文:

宫诚举, 吴涵, 韩岳, 等. 面向广义梯形模糊数的随机模拟聚合求解方法[J]. *控制与决策*, 2026, 41(3): 801–808.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2025.0691>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

混合柯西变异和均匀分布的蝗虫优化算法

Hybrid Cauchy mutation and uniform distribution of grasshopper optimization algorithm

控制与决策. 2021, 36(7): 1558–1568 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1609>

乘型一致性毕达哥拉斯模糊偏好关系

Multiplicative consistent Pythagorean fuzzy preference relation

控制与决策. 2021, 36(4): 1010–1016 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0967>

基于随机系数回归模型的退化过程及维修策略

Degradation process and maintenance planning based on random coefficient regression model

控制与决策. 2021, 36(3): 754–760 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1087>

基于矩阵的双论域模糊概率粗糙集增量更新算法

Incremental updating of fuzzy probability rough sets over two universes based on matrix method

控制与决策. 2021, 36(3): 553–564 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0692>

测量数据丢失的随机不确定系统滚动时域估计

Moving horizon estimation for stochastic uncertain system with missing measurements

控制与决策. 2021, 36(2): 450–456 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0648>

面向广义梯形模糊数的随机模拟聚合求解方法

宫诚举, 吴涵, 韩岳, 邬俊杰, 杜明月[†]

(哈尔滨工程大学 经济管理学院, 哈尔滨 150001)

摘要: 在模糊综合评价问题中引入随机模拟技术能够获得带有概率信息的相对排序结果, 对于获取丰富的评价结论具有重要意义. 然而, 不同类型模糊数的随机模拟方式并不相同, 需要针对不同类型模糊数的随机模拟方式分别研究. 基于此, 针对广义梯形模糊数的随机模拟聚合问题展开研究. 首先, 利用广义梯形模糊数的隶属度函数确定其分布函数, 并基于反函数变换法将广义梯形模糊数的非均匀随机抽取问题转换为在其分布函数取值区间的均匀随机抽取问题; 然后, 通过在指标聚类过程中融入评价者偏好信息来确定指标权重系数, 并构建广义梯形模糊数的随机模拟密度中间 (SS-DM) 算子以求解随机聚合过程中的评价结果; 接着, 以在排序中体现被评价对象间的差异为原则, 通过引入强弱优胜法则确定优胜度概率矩阵并求解最终的排序结果; 最后, 通过算例验证所提出方法的有效性和特色之处.

关键词: 综合评价; 广义梯形模糊数; 随机模拟; 随机聚合求解; 优胜度概率矩阵; 相对排序

中图分类号: C934 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2025.0691

引用格式: 宫诚举, 吴涵, 韩岳, 等. 面向广义梯形模糊数的随机模拟聚合求解方法 [J]. 控制与决策, 2026, 41(3): 801-808.

Stochastic simulation aggregation solution method for generalized trapezoidal fuzzy numbers

GONG Cheng-ju, WU Han, HAN Yue, WU Jun-jie, DU Ming-yue[†]

(School of Economics and Management, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

Abstract: The integration of stochastic simulation techniques into fuzzy comprehensive evaluation systems enables the derivation of probabilistic relative ranking outcomes, which is crucial for obtaining robust assessment conclusions. However, distinct stochastic simulation approaches are required for different types of fuzzy numbers, necessitating specialized research. Building on this foundation, this study focuses on the stochastic simulation aggregation problem for generalized trapezoidal fuzzy numbers (GTrFN). Firstly, the stochastic simulation method of generalized trapezoidal fuzzy number is studied. The random extraction method is determined according to the distribution function which is deduced by the membership function of the GTrFN. Secondly, by integrating the preference information of evaluators into the index clustering process, the index weight coefficient is determined, and the stochastic simulation density middle (SS-DM) operator of generalized trapezoidal fuzzy number is constructed to solve the evaluation results in the random aggregation process. Then, based on the determination method of the superiority degree of probability matrix, the rule of strong and weak superiority is introduced in the process of obtaining the ranking to reflect the difference among the evaluated objects in the ranking. Finally, an example is given to illustrate the effectiveness and characteristics of the proposed method.

Keywords: comprehensive evaluation; generalized trapezoidal fuzzy number; stochastic simulation; stochastic aggregation solution; superiority degree of probability matrix; relative rank

0 引言

随着评价问题复杂性的不断提升, 为提高评价信息表达的准确性和完整性, 越来越多的决策者采取模糊综合评价的相关方法开展评价活动, 通过将

一系列模糊数, 如区间数^[1]、三角模糊数^[2]、梯形模糊数^[3]、毕达哥拉斯模糊数^[4]等表征的评价信息进行聚合求解, 从而获取最终的评价结果.

目前, 关于模糊综合评价的研究已取得丰硕成

收稿日期: 2025-06-29; 录用日期: 2025-12-11.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (71901079, 72304075).

责任编委: 唐万生.

[†]通信作者. E-mail: dmysem@hrbeu.edu.cn.

果^[1-6]. 然而, 当前研究成果绝大部分得到的是固定的评价结果, 即得到的是被评价对象间的绝对排序链, 在对被评价对象排序结果中认为“非此即彼”. 尽管绝对排序链能够便于依据评价结果做出快速决策, 但是, 模糊评价信息是非精确的判断信息, 通过其包含的不确定信息获取绝对的排序结果会造成评价结果的不合理, 在排序结果中会丢失模糊评价问题隐含的非精确信息, 从而对做出准确决策产生影响. 如: 实力差距悬殊的球队, 也可能出现弱队赢强队的情况, 并在短期内可能会出现“循环克星”现象, 而绝对排序链难以对这种现象进行很好地解释; 又如: 在投资决策过程中, 方案 A 优于方案 B, 方案 A 以 0.55 的概率优于方案 B, 方案 A 以 0.85 的概率优于方案 B, 3 种结论在绝对排序链上均认为方案 A 优于方案 B, 但是, 显然 3 种结论所包含的信息对于决策者的价值是不同的, 绝对的排序结果难以帮助投资者识别更好的投资组合. 在实际问题中, 这种模糊评价环境下得到的绝对排序对于如资源分配、资源优化、投资决策、供应商选择、人才选拔等问题的解决均可能会产生负面影响.

针对上述问题, 有学者开始在模糊综合评价过程中通过引入随机模拟技术获取具有概率信息的相对排序链的方式加以解决. 相对排序链能够给出被评价对象间的优势程度, 对于现实中的“循环克星”问题能够给出更好的解释, 提升评价结果的可信度, 同时, 通过概率信息的变化可追踪被评价对象相对位置的波动情况, 为长期趋势分析提供依据. 具体地, 王露等^[7]提出了融合多源不确定信息的集成框架, 通过确定原始多源不确定信息的隶属度对其模拟仿真, 并通过回归树方法对该框架进行求解; 李伟伟等^[8]采用将混合数据转化为区间数的方式对混合数据进行随机模拟, 并基于密度中间算子获取了带有概率信息的评价结果; 易平涛等^[9]通过参数设置的方式将传统评价模式转化为随机模拟模式, 并提出了两种求解可能性排序结果的方法; 在此基础上, 易平涛等^[10]针对以区间数表示评价信息的动态综合评价问题, 在获取绝对评价排序结论的基础上, 进一步从随机模拟的视角获取其他形式的评价结论, 从而得到了更具实际指导价值且带有概率特征的富评价结论集; Li 等^[11]针对复杂程度更高的异构多属性群体评价问题, 通过随机化方法将异构数据转化为随机值, 并基于最大化相似性共识算法构建集体成对比较矩阵后, 通过随机模拟技术获取了带有概率的排序结果; 易平涛等^[12]针对指标数据不完整的动态评价问题, 面向指标数据的不同分布类型构建了残缺数据的补充方法, 并基于随机模拟获取了带有概率信息

的评价结果; 李伟伟等^[13]针对多类型混合信息共存的评价问题, 根据不同类型信息的分布特征构建了将不同类型混合信息转换为随机数的方法, 并据此构建了随机转化聚合求解方法; 李伟伟等^[14]进一步在随机模拟聚合求解框架中融入了对影响力和共识度的考虑, 从而提升了评价过程中群体的共识度与被评价对象间的差异程度.

通过对现有研究成果的分析, 目前, 随机模拟评价方法大多针对评价信息为区间数的形式, 或将不同类型的模糊信息转换为区间数后应用随机模拟技术. 然而, 这种处理方式对于非区间数类型的评价信息, 会在随机模拟过程中大大降低原始数据包含的信息, 甚至扭曲原始评价信息. 因此, 若能够根据模糊信息的类型构建更具针对性的随机模拟方法和信息集结方法, 则将能够大幅提升随机模拟技术在模糊评价问题中的应用范畴和应用效果.

具体地, 面向广义梯形模糊数的评价问题, 本文对其随机模拟和聚合求解问题展开研究并构建解决方法, 从而获取带有概率信息的相对评价结果. 本文主要内容如下:

1) 基于概率论的相关理论和方法, 根据隶属度函数公式, 将广义梯形模糊数的随机模拟过程转化为对其概率分布函数值的随机模拟;

2) 在随机模拟过程中, 基于有序增量法, 给出数据聚类 and 权重确定方法, 实现对评价者偏好信息的考虑;

3) 针对广义梯形模糊数随机模拟过程中的信息集结问题, 结合密度中间算子提出广义梯形模糊数随机模拟密度中间 (SS-DM) 算子;

4) 针对优胜度概率矩阵的排序方法进行改进, 引入强弱优胜法则扩大近似区间, 使得聚合求解结果进一步扩大被评价对象间的差异.

1 广义梯形模糊数的随机模拟方法

假设任一广义梯形模糊数^[15-16]的一般形式为 $\tilde{A} = (a, b, c, d, \omega)$, 且 $0 \leq a \leq b \leq c \leq d$. 其中: d 和 a 分别为 \tilde{A} 的最大值、最小值, b 和 c 分别为最可能取值区间的上下界. 广义梯形模糊数的随机模拟方法如下:

step 1: 确定 \tilde{A} 的隶属度函数^[17] 为

$$\mu_{\tilde{A}(x)} = \begin{cases} \omega \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b; \\ \omega, & b \leq x \leq c; \\ \omega \frac{d-x}{d-c}, & c \leq x \leq d; \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (1)$$

当 $\omega = 1$ 时, 广义梯形模糊数退化为正规梯形模糊数. 假设 $\tilde{A}_s(x) = (a, b, c, d)$ 为正规梯形模糊数, 则其隶属度函数 $\mu_{\tilde{A}_s(x)}$ ^[18]表示为

$$\mu_{\tilde{A}_s(x)} = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b; \\ 1, & b \leq x \leq c; \\ \frac{d-x}{d-c}, & c \leq x \leq d; \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (2)$$

step 2: 确定 $\tilde{A}_s(x)$ 的概率密度函数. 根据概率密度函数定义, $\tilde{A}_s(x)$ 的概率密度函数 $f_{\tilde{A}_s(x)}$ 为

$$f_{\tilde{A}_s(x)} = \begin{cases} \frac{2(x-a)}{(b-a)(d+c-b-a)}, & a \leq x \leq b; \\ \frac{2}{d+c-b-a}, & b \leq x \leq c; \\ \frac{2(d-x)}{(d-c)(d+c-b-a)}, & c \leq x \leq d; \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (3)$$

即 $\mu_{\tilde{A}_s(x)}$ 除以 \tilde{A} 与 x 轴围成面积的比值.

step 3: 将确定的概率密度函数 $f_{\tilde{A}_s(x)}$ 转化为分布函数 $F_{\tilde{A}_s(x)}$. 根据分布函数的定义和计算方法, 有

$$F_{\tilde{A}_s(x)} = \begin{cases} 0, & x < a; \\ \frac{(x-a)^2}{(b-a)(d+c-b-a)}, & a \leq x \leq b; \\ \frac{2x-a-b}{d+c-b-a}, & b \leq x \leq c; \\ 1 - \frac{(d-x)^2}{(d-c)(d+c-b-a)}, & c \leq x \leq d; \\ 1, & x > d. \end{cases} \quad (4)$$

step 4: 利用反函数变换法确定单次随机模拟生成的数值 x , 即由式(4), 可得到

$$x = \begin{cases} a + \sqrt{u(b-a)S}, & 0 \leq u \leq \frac{b-a}{S}; \\ \frac{a+b+uS}{2}, & \frac{b-a}{S} \leq u \leq \frac{2c-a-b}{S}; \\ d - \sqrt{(1-u)(d-c)S}, & \frac{2c-a-b}{S} \leq u \leq 1. \end{cases} \quad (5)$$

其中: $S = d + c - b - a$, $u \in [0, 1]$ 为 $F_{\tilde{A}_s(x)}$ 的随机生成值.

可见, 上述过程并非在广义梯形模糊数的取值区间内进行均匀随机模拟, 而是将其转化为对其分布函数取值的随机模拟. 根据概率积分变换定理和反函数变换法, 由于梯形模糊数可看作连续型随机变量, 其分布函数 $F_{\tilde{A}_s(x)}$ 是严格递增且连续的, 上述过程是将广义梯形模糊数的随机模拟转化为对分布

函数值在 $[0, 1]$ 之间的均匀随机模拟. 当确定单次模拟后的分布函数值 u 时, 即可通过式(5)确定在广义梯形模糊数中对应随机抽取的点值.

所提出方法将对广义梯形模糊数无法均匀随机模拟的问题转化为对其分布概率均匀随机模拟的问题, 避免了将其转化为区间数的处理过程, 从而大幅度保证了评价数据包含的原始信息, 减少了评价过程中的信息扭曲或失真.

2 随机模拟过程中的聚类及权重确定

在对广义梯形模糊数随机模拟聚合求解的过程中, 为融入对决策者偏好的考虑, 本文给出一种随机模拟过程中的数值聚类 and 权重确定方法.

2.1 随机模拟数值的聚类

假设 $F = \{\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \dots, \tilde{A}_n\}$ 为广义梯形模糊数的集合, 记 $N = \{1, 2, \dots, n\}$, 其中 $\tilde{A}_i = (a_i, b_i, c_i, d_i; \omega_i) (i \in N)$, 则应用有序增量法对单次随机模拟的 n 个值聚类过程如下:

step 1: 由式(5), 对集合 F 中的每个 \tilde{A}_i 进行随机模拟, 得到单次模拟后的数值集合, 记为 $F = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$;

step 2: 对集合 F 中的数值进行由小到大排序, 记单次随机模拟仿真的数值排序后的集合为 $F' = \{s'_1, s'_2, \dots, s'_n\}$;

step 3: 计算 F' 的有序增量集合 $\{\Delta_j\} (j = 1, 2, \dots, n-1)$, 且 $\Delta_j = s'_{i+1} - s'_i$;

step 4: 假设聚类数量为 k 个, 则按照 $\{\Delta_j\}$ 中最大的 $k-1$ 个数值位置对 s'_1, s'_2, \dots, s'_n 进行分割, 即可将 s'_1, s'_2, \dots, s'_n 分为 k 个组.

2.2 随机模拟过程中的权重求解

假设单次随机模拟后的 n 个数值被分为 m 组, 记为 F'_1, F'_2, \dots, F'_m , 且组内数值的个数为 $k_j (1 \leq k_j \leq n-1)$, 有 $k_1 + k_2 + \dots + k_m = n$, 将 F'_1, F'_2, \dots, F'_m 按照组内包含数值数量由大到小排序后的集合记为 A_1, A_2, \dots, A_m .

设 $\xi = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_m)^T$ 为密度权向量, 则

$$\xi_j = \frac{\beta_j \cdot \frac{k_j}{n}}{\sum_{j=1}^m (\beta_j \cdot \frac{k_j}{n})}, \quad j = 1, 2, \dots, m. \quad (6)$$

其中 β_j 为密度影响因子, $\beta_j \in (0, 1)$, 且

$$\beta_j = \left(\frac{k_j}{n}\right)^\alpha, \quad j = 1, 2, \dots, m. \quad (7)$$

这里 α 为密度影响指数, $\alpha \in (-\infty, +\infty)$.

在决策过程中, 密度权向量可看作是决策者对数值分布偏好的体现, 选择不同的 α 值在表现上具有

趋同性、趋中性和趋极性的差别. 若决策者越看重“群体”信息, 则可选择趋同性密度权向量; 若决策者越看重“个体”信息, 则可选择趋极性密度权向量.

进一步地, A_1, A_2, \dots, A_m 的组间“同性”程度可定义为

$$Ts(\xi) = \frac{1}{m-1} \sum_{j=1}^m \frac{(m-j)\xi_j}{\binom{k_j}{n} \sum_{j=1}^m \xi_j \binom{n}{k_j}}. \quad (8)$$

A_1, A_2, \dots, A_m 的组间“极性”程度为

$$Te(\xi) = 1 - Ts(\xi), \quad (9)$$

其中 $Ts(\xi), Te(\xi) \in [0, 1]$. 当决策者注重“群体信息”时, $Ts(\xi) \in (0.5, 1]$; 当决策者注重“个体信息”时, $Ts(\xi) \in [0, 0.5)$; 若决策者无偏好, 则 $Ts(\xi) = 0.5$.

对于式 (8) 和 (9), 当 $\alpha > 0$ 时, $Ts(\xi) \in (0.5, 1)$, $Te(\xi) \in (0, 0.5)$; 当 $\alpha < 0$ 时, $Ts(\xi) \in (0, 0.5)$, $Te(\xi) \in (0.5, 1)$; 当 $\alpha = 0$ 时, $Ts(\xi) = Te(\xi) = 0.5$.

联立式 (6) ~ (8), 有

$$Ts[\xi(\alpha)] = \frac{1}{m-1} \sum_{j=1}^m \frac{(m-j) \left(\frac{k_j}{n}\right)^\alpha}{\sum_{j=1}^m \left(\frac{k_j}{n}\right)^\alpha}. \quad (10)$$

在实际应用中, 决策者可通过直接给定 α 值确定密度权向量, 若决策者无法直接给出 α 值, 则也可通过给出 $Ts[\xi(\alpha)]$ 的判断值反推得到 α 值, 进而求得密度权向量.

3 随机模拟过程中的信息集结方法

本节将进一步构建面向广义梯形模糊数的随机密度中间 (SS-DM) 算子, 用于广义梯形模糊数随机模拟过程中的信息集结. 假设广义梯形模糊数的集合为 $\{\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \dots, \tilde{A}_n\}$, 有

定义 1 若 $SS-DWA: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, 则

$$SS-DWA_{\xi, \theta}(\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \dots, \tilde{A}_n) = \sum_{j=1}^m \xi_j \theta A_j^{ss}. \quad (11)$$

称 $SS-DWA$ 算子为加权平均 $SS-DM$ 算子. 其中: $A_1^{ss}, A_2^{ss}, \dots, A_m^{ss}$ 为 $\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \dots, \tilde{A}_n$ 单次随机模拟后的聚类; $\xi = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_m)^T$ 为确定的密度权向量, $\xi_j \in (0, 1)$, 且 $\sum_{j=1}^m \xi_j = 1$; θ 为一集结算子.

定义 2 若 $SS-DWGA: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, 则

$$SS-DWGA_{\xi, \theta}(\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \dots, \tilde{A}_n) = \prod_{j=1}^m \theta(A_j^{ss})^{\xi_j}. \quad (12)$$

称 $SS-DWGA$ 算子为密度加权几何平均 $SS-DM$ 算子. 各符号含义与定义 1 相同.

定义 3 若 $SS-DWA_{WAA}: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, 则

$$SS-DWA_{WAA, \xi, \theta}(\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \dots, \tilde{A}_n) = \sum_{j=1}^m \xi_j \left[\sum_{k=1}^{r_j} \omega_k^{(j)} s_k^{(j)} \right]. \quad (13)$$

称 $SS-DWA_{WAA}$ 算子为密度加权平均 $SS-DM$ 算子.

其中: $A_1^{ss}, A_2^{ss}, \dots, A_m^{ss}$ 为 $\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \dots, \tilde{A}_n$ 单次随机模拟数值的聚类. 这里: $A_j^{ss} = \{s_1^{(j)}, s_2^{(j)}, \dots, s_{r_j}^{(j)}\}$,

$\sum_{j=1}^m r_j = n$. $\omega_j = (\omega_1^{(j)}, \omega_2^{(j)}, \dots, \omega_{r_j}^{(j)})^T$ 为组内权重,

且有 $\sum_{k=1}^{r_j} \omega_k^{(j)} = 1 (0 \leq \omega_k^{(j)} \leq 1)$.

定义 4 若 $SS-DWGA_{WAA}: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, 则

$$SS-DWGA_{WAA, \xi, \theta}(\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \dots, \tilde{A}_n) = \prod_{j=1}^m \left[\sum_{k=1}^{r_j} \omega_k^{(j)} s_k^{(j)} \right]^{\xi_j}. \quad (14)$$

称 $SS-DWGA_{WAA}$ 为密度加权几何平均 $SS-DM$ 算子.

各符号含义与定义 3 相同.

定义 5 若 $SS-DWA_{OWA}: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, 则

$$SS-DWA_{OWA, \xi, \theta}(\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \dots, \tilde{A}_n) = \sum_{j=1}^m \xi_j \left[\sum_{k=1}^{r_j} \varpi_k^{(j)} s_k^{(j)} \right]. \quad (15)$$

称 $SS-DWA_{OWA}$ 算子为有序加权平均 $SS-DM$ 算子.

其中: 对 A_j^{ss} 中的元素 $s_k^{(j)}$ 按照 OWA 算子进行集结, $\varpi_j = (\varpi_1^{(j)}, \varpi_2^{(j)}, \dots, \varpi_{r_j}^{(j)})^T$ 为聚类组内每个随机模拟值的权重, ϖ_j 只与元素 $s_k^{(j)}$ 所在的位置存在联系, 且有 $\sum_{k=1}^{r_j} \varpi_k^{(j)} = 1 (0 \leq \varpi_k^{(j)} \leq 1)$.

定义 6 若 $SS-DWGA_{OWA}: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, 则

$$SS-DWGA_{OWA, \xi, \theta}(\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \dots, \tilde{A}_n) = \prod_{j=1}^m \left[\sum_{k=1}^{r_j} \varpi_k^{(j)} s_k^{(j)} \right]^{\xi_j}. \quad (16)$$

称 $SS-DWGA_{OWA}$ 为有序加权几何平均 $SS-DM$ 算子.

各符号含义与定义 5 相同.

4 优胜度概率矩阵及优胜方法的改进

4.1 优胜度概率矩阵的确定

优胜度概率矩阵^[10]是在大样本空间内被评价对象间比较后, 得到被评价对象两两比较后优劣概率的一种信息统计方式. 其一般表示形式为

$$S = [s_{ij}]_{n \times n} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & \dots & s_{1n} \\ s_{21} & s_{22} & \dots & s_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{n1} & s_{n2} & \dots & s_{nn} \end{bmatrix}, \quad i, j \in N. \quad (17)$$

其中: s_{ij} 为被评价对象 o_i 优于被评价对象 o_j 的概率, 有 $s_{ij} \in [0, 1]$, 且满足 $s_{ii} = 0.5, s_{ij} + s_{ji} = 1 (i \neq j)$.

基于上述所提出方法, 求解优胜度概率矩阵的方法如下:

step 1: 令总仿真次数为 sum, 计数变量为 count, 且 count = 0.

step 2: 根据第 1 节提出的随机模拟方法, 确定单次随机模拟后各评价指标的指标值.

step 3: 根据第 2 节的方法, 对随机生成的指标值进行聚类并确定密度权向量.

step 4: 选择 SS-DM 算子, 计算各被评价对象的评价结果.

step 5: 令 w_{ij} 和 $e_{ij} (i, j = 1, 2, \dots, n)$ 为计数变量且初始值为 0, 按照 step 4 计算的评价值, 若 $o_i \succ o_j$, 则令 $w_{ij} = w_{ij} + 1$; 若 $o_i \sim o_j$, 则令 $e_{ij} = e_{ij} + 1$.

step 6: 令 count = count + 1, 若 count = sum, 则进入 step 7; 否则, 返回至 step 2.

step 7: 令 $s_{ij} = (w_{ij} + 0.5e_{ij})/\text{sum}$, 保存 s_{ij} 的值, 中止程序.

4.2 优胜方法的改进

优胜度概率矩阵 S 中的 s_{ij} 表示评价对象 o_i 优于评价对象 o_j 的概率, $s_{ij} \in [0, 1]$ 且 $s_{ij} + s_{ji} = 1 (i \neq j)$, 故传统算法认为若 $s_{ij} > 0.5$, 则 $o_i \succ o_j$. 但是, 在现实生活中, 若被评价对象甲以略高于 50% 的概率优于乙, 则这种“优于”会显得微乎其微, 且概率越接近 50%, 在评价者眼里这种“优于”的可信度越低. 因此, 在现实大多情况中, 并不是只有 $s_{ij} = 0.5$ 时, o_i 才近似于 o_j . 换言之, 在不同学科领域以及不同决策者的决策中, 当两个被评价对象近似时, 其优胜概率不只是 0.5 这一定值, 而是 0.5 的邻域. 而当其优胜度概率隶属于这个区间时, 决策者会认为这两个被评价对象近似.

基于此, 本文对优胜方法进行改进, 引入强弱优胜法则, 提出一种更符合实际情况的优胜方法. 其中: 称 λ_1 为优胜近似因子, λ_2 为弱优胜因子. 具体如下.

定义 7 称 $\tilde{s}_a = [0.5 - \lambda_1, 0.5 + \lambda_1]$ 为优胜近似区间. 当 $s_{ij} \in [0.5 - \lambda_1, 0.5 + \lambda_1]$ 时, $i \neq j$, 认为 $o_i \sim o_j$, 即被评价对象 o_i 近似于被评价对象 o_j . λ_1 值可由决策者来决定, 以体现决策者对近似区间大小的偏好.

定义 8 称 $g_s(o_i)$ 为被评价对象 $o_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 的强优胜数, $g_s(o_i) = \text{count}(s_{ij} \geq 0.5 + \lambda_1 + \lambda_2) (i \neq j)$. 其中: $\text{count}(\cdot)$ 为计数函数, 表示满足条件

“.” 元素的个数.

对 $g_s(o_i)$ 降序排序即为被评价对象 $o_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 的强优胜排序, 此方法称为强优胜方法.

定义 9 当 $g_s(o_i) = g_s(o_j)$, 且 $s_{ij} < 0.5 + \lambda_1 + \lambda_2$ 时, $i \neq j$, 根据以下方法对评价对象进行排序:

1) 若 $s_{ij} < 0.5 - \lambda_2$, 则称被评价对象 o_i 劣于被评价对象 o_j , 记作 $o_i \prec o_j$;

2) 若 $0.5 - \lambda_2 \leq s_{ij} < 0.5 - \lambda_1$, 则称被评价对象 o_i 弱劣于被评价对象 o_j , 记作 $o_i \prec\sim o_j$;

3) 若 $0.5 - \lambda_1 \leq s_{ij} < 0.5 + \lambda_1$, 则称被评价对象 o_i 近似于被评价对象 o_j , 记作 $o_i \sim o_j$;

4) 若 $0.5 + \lambda_1 \leq s_{ij} < 0.5 + \lambda_2$, 则称被评价对象 o_i 弱优于被评价对象 o_j , 记作 $o_i \succ\sim o_j$.

当不同被评价对象的强优胜数相等时, 强优胜方法无法判断这些被评价对象的强弱关系, 而利用上述方法则可以判断, 此方法称为弱优胜方法. λ_2 值可由决策者来决定, 可以体现出决策者对于弱优胜方法区间大小的偏好. 需要注意的是, 决策者应给出的 λ_1 和 λ_2 值需要满足 $0 < \lambda_1 < \lambda_2 < 0.5$.

图 1 为所提出方法的整体框架和流程.

5 算例

投资决策过程中对备选方案进行评价具有至关重要的意义, 贯穿于项目从构思到实施的全生命周期, 直接影响资源分配效率、风险控制能力以及企业战略目标的实现. 根据文献 [19] 的数据和算例背景, 某风险投资公司从 6 个评价指标 $f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6$ 对 6 个备选投资方案 $o_1, o_2, o_3, o_4, o_5, o_6$ 进行评价, 以支持最终投资方案的选择. 应用所提出方法, 具体过程如下.

1) 利用所提出广义梯形模糊数的随机模拟方法, 对各评价指标值进行随机模拟, 记某次随机模拟的结果为

	o_1	o_2	o_3	o_4	o_5	o_6
f_1	0.6546	0.4850	0.4564	0.4605	0.1462	0.3552
f_2	0.1011	0.6542	0.6350	0.4044	0.2251	0.4316
f_3	0.6980	0.1772	0.1485	0.2216	0.2584	0.3740
f_4	0.1201	0.3854	0.2488	0.2543	0.3955	0.3240
f_5	0.1205	0.3604	0.1975	0.6605	0.4914	0.3132
f_6	0.5487	0.5144	0.4919	0.3944	0.6058	0.6656

2) 利用有序增量法对各被评价对象的指标值进行聚类, 本算例将指标值分类 3 组, 则聚类结果如下:
 方案 o_1 : $F_1 = \{f_2, f_4, f_5\}, F_2 = \{f_1, f_3\}, F_3 = \{f_6\}$;
 方案 o_2 : $F_1 = \{f_1, f_4, f_5, f_6\}, F_2 = \{f_2\}, F_3 = \{f_3\}$;
 方案 o_3 : $F_1 = \{f_3, f_4, f_5\}, F_2 = \{f_1, f_6\}, F_3 = \{f_2\}$;
 方案 o_4 : $F_1 = \{f_1, f_2, f_6\}, F_2 = \{f_3, f_4\}, F_3 = \{f_5\}$;
 方案 o_5 : $F_1 = \{f_1, f_3\}, F_2 = \{f_4, f_5\}, F_3 = \{f_2, f_6\}$;
 方案 o_6 : $F_1 = \{f_1, f_3, f_4, f_5\}, F_2 = \{f_2\}, F_3 = \{f_6\}$.

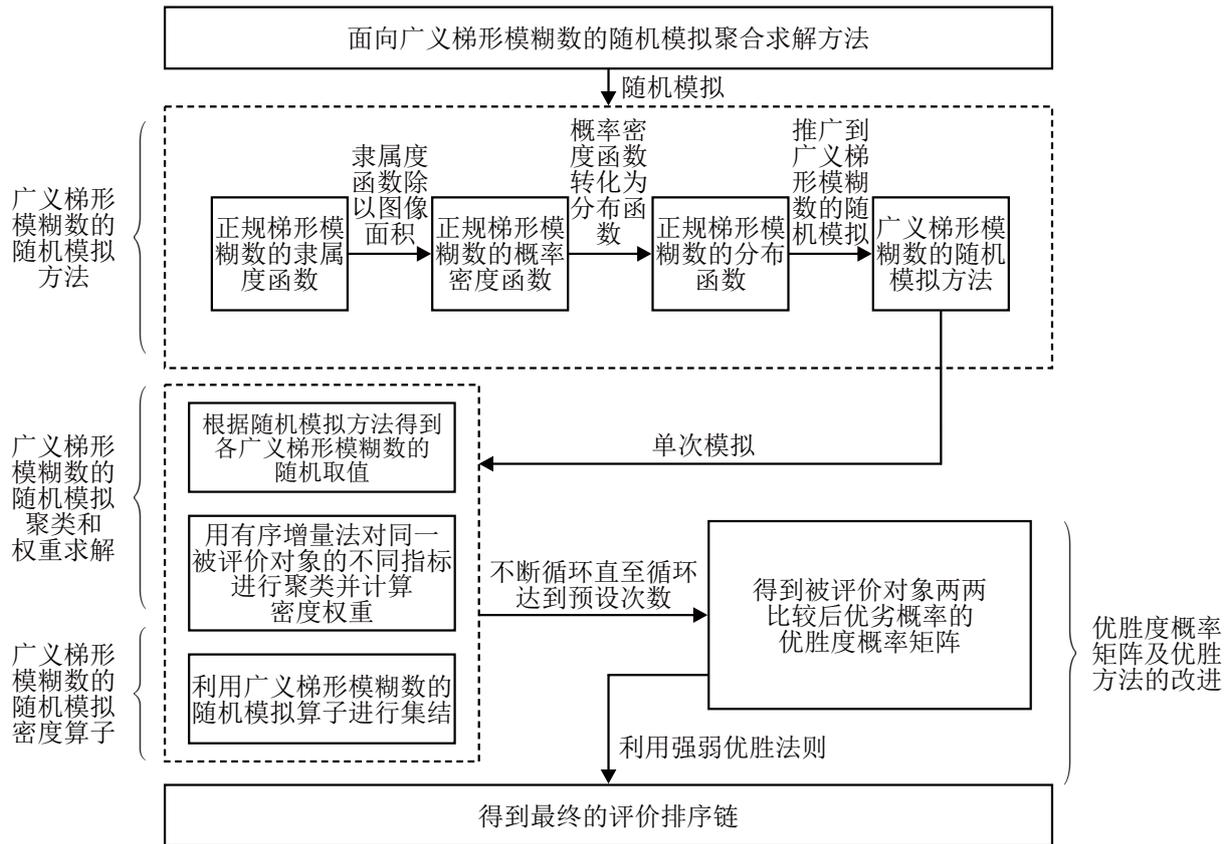


图1 本文方法的整体框架和流程

3) 按照决策者偏好确定密度权向量. 本算例中决策者无任何偏好, 即 $T_e(\xi) = T_s(\xi) = 0.5$, 由式 (6) ~ (10) 可求得不同分组情况下密度权向量的值. 具体地, 对方案 o_1 、 o_3 、 o_4 , 对方案 o_2 、 o_6 , 以及对方案 o_5 的密度权向量的值分别为

$$\begin{aligned} \xi_1 &= 0.6666, \xi_2 = 0.1667, \xi_3 = 0.1667; \\ \xi_1 &= 0.5000, \xi_2 = 0.3333, \xi_3 = 0.1667; \\ \xi_1 &= 0.3333, \xi_2 = 0.3333, \xi_3 = 0.3333. \end{aligned}$$

4) 本算例选择 $SS-DWA_{WAA}$ 算子, 则本次随机模拟后确定的被评价对象的评价结果集合为 $(0.4308, 0.5833, 0.4608, 0.5437, 0.4587, 0.6383)$.

5) 设置随机模拟的总仿真次数为 5000, 重复上述过程, 按照所提出优胜度概率矩阵确定方法, 得到的优胜度概率矩阵结果为

$$\begin{bmatrix} 0.5000 & 0.0683 & 0.2928 \\ 0.9317 & 0.5000 & 0.8303 \\ 0.7072 & 0.1697 & 0.5000 \\ 0.7857 & 0.3157 & 0.6314 \\ 0.6417 & 0.0894 & 0.4020 \\ 0.8418 & 0.3947 & 0.7055 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 0.2143 & 0.3583 & 0.1582 \\ 0.6843 & 0.9106 & 0.6053 \\ 0.3686 & 0.5980 & 0.2945 \\ 0.5000 & 0.7193 & 0.4266 \\ 0.2807 & 0.5000 & 0.2152 \\ 0.5734 & 0.7848 & 0.5000 \end{bmatrix}$$

6) 本算例取近似优胜因子 $\lambda_1 = 0.05$, 弱优胜因子 $\lambda_2 = 0.15$, 根据强弱优胜方法, 得到被评价对象间的最终排序为

$$o_2 \succ^{0.6053} o_6 \succ^{0.5734} o_4 \succ^{0.6314} o_3 \succ^{0.5980} o_5 \succ^{0.6417} o_1.$$

根据计算的结果可知:

1) 文献 [19] 给出的被评价对象间的排序为 $o_6 \succ o_4 \succ o_3 \succ o_2 \succ o_5 \succ o_1$, 而应用所提出方法得到的被评价对象间的评价结果并非是唯一的排序结果, 而是带有概率信息的相对排序结果. 本算例中原始评价信息是由广义梯形模糊数表征的不确定信息, 因此, 通过不确定信息得到唯一固定的排序结果是不合理的, 而所提出方法通过随机模拟的方式考虑到算例中原始信息的不确定性特征, 通过获取带有概率信息的相对评价结果, 提升了评价结果的准确性和应用价值.

2) 绝对的排序结果由于缺少被评价间排序关系的概率信息, 易给决策者或评价需求者一种排序越靠前就绝对越好的错误感知, 如文献 [19] 的排序结果易给决策者造成 o_6 一定比 o_4 好的印象. 然而, 根据所提出方法的评价结果, o_4 仍然有 0.4266 的可能要优于 o_6 , 这表明 o_6 与 o_4 间并没有很大的优劣差异, 这种评价信息对于诸如投资决策问题中的决策者具有重要价值, 这也进一步验证了所提出方法的重要意

义.

3) 本文改进了优胜度概率矩阵的优胜度排序方法, 根据评价者的偏好, 设定优胜近似因子和弱优胜因子的大小, 可得到一系列强弱优胜关系. 改进的排序方法根据评价者的选择和偏好, 能够融入评价者或评价需求者对于风险的态度, 使得被评价对象间近似的情况不拘泥于一点, 同时, 增加了弱优于和弱劣于的情况, 使得结果更能体现出被评价对象间的差异. 在本算例中, o_6 优于 o_4 的概率仅为 57.34%, 表明两者相差并不大, 通过本文所选的优胜近似因子和弱优胜因子, 可得到 o_6 弱优于 o_4 , 这个结果在表达出两者间优胜关系的同时, 还能体现出两者间的差异程度, 这能够为决策者得到最终的决策提供更有利的帮助.

为进一步验证所提出方法的价值和有效性, 本文按照对广义梯形模糊数进行均匀随机模拟的方式对本算例进行分析, 其结果如表 1 所示.

表1 不同方法下的评价结果

方法	排序结果
文献[19]	$o_6 \succ o_4 \succ o_3 \succ o_2 \succ o_5 \succ o_1$
均匀随机模拟	$\begin{matrix} 0.6053 & 0.5734 & 0.6314 & 0.5980 & 0.6417 \\ o_2 \succ & o_6 \succ & o_4 \succ & o_3 \succ & o_5 \succ & o_1 \end{matrix}$
本文	$\begin{matrix} 0.5933 & 0.6134 & 0.5876 & 0.6063 & 0.6218 \\ o_4 \succ & o_6 \succ & o_2 \succ & o_5 \succ & o_3 \succ & o_1 \end{matrix}$

由表 1 可见, 与文献 [19] 方法相比, 应用所提出方法得到的排序结果可以验证所提出方法能够在广义梯形模糊决策环境下获取带有概率信息的相对评价结果, 在充分考虑评价信息不确定性的同时, 还扩展了评价结论的丰富性, 验证了开展广义梯形模糊数随机模拟聚合求解研究的应用价值. 同时, 所提出方法与文献 [19] 提出方法的排序结果并不相同, 其原因在于文献 [19] 方法的排序结果是众多可能排序的一种情况, 而所提出方法的排序结果通过概率信息得到的是众多可能排序中最可能的排序结果. 与均匀随机模拟方法相比, 尽管该方法也能得到带有概率信息的相对评价结果, 但是, 显然广义梯形模糊数明显不服从均匀分布, 并不适用于均匀随机模拟的方法, 且所提出方法得到的排序结果与该方法得到的排序结果完全不同, 验证了针对广义梯形模糊数研究适用的随机模拟方法的必要性和所提出方法的有效性.

6 结论

针对广义梯形模糊数的随机模拟和信息集结问题, 本文构建了一套完整的随机模拟聚合求解方法, 其特色主要体现在 3 方面:

1) 相较于传统基于广义梯形模糊数的综合评价方法仅能给出被评价对象间的排序, 所提出方法还能进一步给出排序后相邻两个被评价对象间优于关系的概率, 能够充分挖掘广义梯形模糊数包含的不确定性信息, 提升评价结果的应用价值;

2) 所提出随机模拟聚合求解方法在数据聚类、权重确定和优胜度概率矩阵的求解过程中充分考虑了评价者的偏好信息, 这在现实应用中能够提升方法与评价问题的匹配程度, 提高评价结果的准确性, 并进一步提升了决策的有效性;

3) 本文面向广义梯形模糊数提出的随机模拟聚合求解方法的研究思路, 可进一步扩展至解决诸如三角模糊数、毕达哥拉斯模糊数、犹豫模糊数等的随机模拟聚合求解问题, 具有较高推广价值和应用价值.

未来研究中, 将面向复杂度更高的评价问题, 从动态评价、群体评价、复杂网络评价、大规模群体评价等视角拓展所提出方法, 并将研究成果应用于风险评价、供应商选择、产业链评估等领域, 以提升综合评价解决复杂评价问题的能力和应用范畴.

参考文献 (References)

- [1] Sengupta A, Pal T K. On comparing interval numbers[J]. *European Journal of Operational Research*, 2000, 127(1): 28-43.
- [2] Zhan J M, Deng J, Xu Z S, et al. A three-way decision methodology with regret theory via triangular fuzzy numbers in incomplete multiscale decision information systems[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2023, 31(8): 2773-2787.
- [3] Wan S P, Dong J Y, Chen S M. Fuzzy best-worst method based on generalized interval-valued trapezoidal fuzzy numbers for multi-criteria decision-making[J]. *Information Sciences*, 2021, 573: 493-518.
- [4] Zhang H D, Liu Y, Selang D J, et al. A three-way decision with prospect-regret theory under Pythagorean fuzzy environments[J]. *Applied Soft Computing*, 2024, 167: 112286.
- [5] Liu P Q, Shen J X, Zhang P, et al. Multi-attribute group decision-making method using single-valued neutrosophic credibility numbers with fairly variable extended power average operators and GRAMARCOS[J]. *Expert Systems with Applications*, 2025, 263: 125703.
- [6] Li W, Wang L Q, Rehman O U. A novel interval type-2 fuzzy CPT-TODIM method for multi-criteria group decision making and its application to credit risk assessment in supply chain finance[J]. *International Journal of Fuzzy Systems*, 2025, 27(1): 54-76.
- [7] 王露, 易平涛, 李伟伟. 多源不确定信息的随机模拟聚合评价方法及应用[J]. *中国管理科学*, 2024, 32(5):

- 103-112.
(Wang L, Yi P T, Li W W. Stochastic simulation integrated method for multi-source uncertain information and its application[J]. *Chinese Journal of Management Science*, 2024, 32(5): 103-112.)
- [8] 李伟伟, 易平涛, 郭亚军. 基于随机模拟视角的混合数据形式密度算子[J]. *运筹与管理*, 2013, 22(3): 132-138.
(Li W W, Yi P T, Guo Y J. Density operator of blended data form from stochastic simulation aspect[J]. *Operations Research and Management Science*, 2013, 22(3): 132-138.)
- [9] 易平涛, 李伟伟, 郭亚军. 随机模拟型综合评价模式及其求解算法[J]. *运筹与管理*, 2014, 23(6): 222-228.
(Yi P T, Li W W, Guo Y J. Stochastic simulation model of comprehensive evaluation and the solution[J]. *Operations Research and Management Science*, 2014, 23(6): 222-228.)
- [10] 易平涛, 李伟伟, 郭亚军. 动态不确定评价问题的随机聚合求解及应用[J]. *系统工程理论与实践*, 2019, 39(5): 1278-1286.
(Yi P T, Li W W, Guo Y J. Stochastic clustered solution for dynamic uncertain evaluation questions and the application[J]. *Systems Engineering — Theory & Practice*, 2019, 39(5): 1278-1286.)
- [11] Li W W, Yi P T, Li L Y. Superiority-comparison-based transformation, consensus, and ranking methods for heterogeneous multi-attribute group decision-making[J]. *Expert Systems with Applications*, 2023, 213: 119018.
- [12] 易平涛, 董乾坤, 李伟伟. 残缺数据下动态随机算法及应用[J]. *运筹与管理*, 2021, 30(6): 6-11.
(Yi P T, Dong Q K, Li W W. Dynamic stochastic algorithm based on incomplete data and its application[J]. *Operations Research and Management Science*, 2021, 30(6): 6-11.)
- [13] 李伟伟, 易平涛, 李玲玉, 等. 体现分布特征的混合信息随机转化聚合求解方法及应用[J]. *控制与决策*, 2024, 39(10): 3497-3505.
(Li W W, Yi P T, Li L Y, et al. Method and application of random transformation and integrated aggregation of heterogeneous information based on distribution characteristics[J]. *Control and Decision*, 2024, 39(10): 3497-3505.)
- [14] 李伟伟, 崔文龙, 易平涛, 等. 兼顾影响力与共识度的混合信息集成框架求解方法及应用[J]. *控制与决策*, 2025, 40(10): 3042-3054.
(Li W W, Cui W L, Yi P T, et al. Hybrid information integration framework solving method balancing influence and consensus and applications[J]. *Control and Decision*, 2025, 40(10): 3042-3054.)
- [15] 黄衍, 王应明, 林健. 基于广义梯形模糊数相似度的交叉效率集结[J]. *系统工程理论与实践*, 2020, 40(1): 240-250.
(Huang Y, Wang Y M, Lin J. The aggregation of cross efficiency matrix by generalized trapezoid fuzzy similarity theory[J]. *Systems Engineering — Theory & Practice*, 2020, 40(1): 240-250.)
- [16] 吴坚. 一种新的梯形模糊数互补判断矩阵的排序方法[J]. *中国管理科学*, 2010, 18(3): 95-100.
(Wu J. A new approach for priorities trapezoidal fuzzy number reciprocal judgment matrix[J]. *Chinese Journal of Management Science*, 2010, 18(3): 95-100.)
- [17] 罗世华, 刘俊. 改进排序的梯形直觉模糊 Choquet Bonferroni 算子的多属性群决策方法[J]. *中国管理科学*, 2020, 28(1): 134-143.
(Luo S H, Liu J. A novel sort method for trapezoidal intuitionistic fuzzy MAGDM with Choquet Bonferroni means[J]. *Chinese Journal of Management Science*, 2020, 28(1): 134-143.)
- [18] 王钦, 李贵春. 梯形模糊数的有序表示及中心平均排序方法[J]. *运筹与管理*, 2017, 26(5): 130-136.
(Wang Q, Li G C. Ordered expression of trapezoidal fuzzy number and the center average ranking method[J]. *Operations Research and Management Science*, 2017, 26(5): 130-136.)
- [19] 王露, 易平涛, 李伟伟, 等. 广义梯形模糊数密度加权算子及其应用[J]. *运筹与管理*, 2019, 28(12): 106-111.
(Wang L, Yi P T, Li W W, et al. Generalized trapezoidal fuzzy number density weighted operator and its application[J]. *Operations Research and Management Science*, 2019, 28(12): 106-111.)

作者简介

宫诚举 (1991–), 男, 副教授, 博士, 博士生导师, 主要研究方向为综合评价理论与方法、数据融合、产业链评估, E-mail: cj_gong@hrbeu.edu.cn;

吴涵 (1999–), 女, 博士生, 主要研究方向为综合评价, E-mail: hnnahii@163.com;

韩岳 (1999–), 男, 硕士生, 主要研究方向为综合评价, E-mail: xiaozhi_66@126.com;

邬俊杰 (2001–), 男, 硕士生, 主要研究方向为综合评价, E-mail: 1642093119@qq.com;

杜明月 (1988–), 男, 副教授, 博士, 主要研究方向为技术创新与评价、管理系统工程、数智决策与运筹技术, E-mail: dmysem@hrbeu.edu.cn.