

# 控制与决策

Control and Decision

## 基于适应性支配策略的高维多目标优化算法

郭肇禄, 赵擎宇, 杨火根

引用本文:

郭肇禄, 赵擎宇, 杨火根. 基于适应性支配策略的高维多目标优化算法[J]. *控制与决策*, 2026, 41(5): 1310–1320.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2025.0701>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### 基于弱关联的自适应高维多目标进化算法

A weak association-based adaptive evolutionary algorithm for manyobjective optimization

*控制与决策*. 2021, 36(8): 1804–1814 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1723>

#### 基于分类的多策略预测方法求解动态多目标优化问题

[Classification-based multi-strategy prediction method for dynamic multiobjective optimization problems](#)

*控制与决策*. 2021, 36(7): 1569–1580 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1320>

#### 基于复杂昂贵仿真的体系效能多目标优化

Complex and expensive simulation based multi-objective optimization to system-of-system effectiveness

*控制与决策*. 2021, 36(3): 589–598 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0844>

#### 基于向量角分解的高维多目标进化算法

Many-objective evolutionary algorithm based on vector angle decomposition

*控制与决策*. 2021, 36(3): 761–768 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0925>

#### 求解约束优化问题的改进果蝇优化算法及其工程应用

Improved fruit fly optimization algorithm for solving constrained optimization problems and engineering applications

*控制与决策*. 2021, 36(2): 314–324 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0557>

# 基于适应性支配策略的高维多目标优化算法

郭肇禄<sup>1,2†</sup>, 赵擎宇<sup>1</sup>, 杨火根<sup>1</sup>

(1. 江西理工大学 理学院, 江西 赣州 341000; 2. 中国科学院 自动化研究所, 北京 100190)

**摘要:** 在高维多目标优化算法中, 维持收敛性和多样性的平衡对算法性能尤为关键. 然而, 单一的支配关系难以有效维持二者的平衡. 鉴于此, 提出一种基于适应性支配策略的高维多目标进化算法 ADSMOEA. 适应性支配策略通过融合两种在收敛性和多样性上互补的支配关系, 并根据种群当前的状态选择合适的支配关系, 从而维持二者的平衡. 同时, 为了准确评估种群的收敛状态, 设计一种角度收敛指标, 通过引入目标向量夹角信息提高种群收敛性评价的准确性, 为支配关系的选择提供指导. 此外, 设计一种适应性的多样性算子以维持种群的多样性. 将所提出算法与 7 个先进算法进行对比实验以验证 ADSMOEA 的有效性. 实验结果表明, 所提出 ADSMOEA 算法在解决高维多目标优化问题时具有较强的竞争力.

**关键词:** 高维多目标优化; 进化算法; 自适应支配策略; 收敛性; 多样性

中图分类号: TP18 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2025.0701

引用格式: 郭肇禄, 赵擎宇, 杨火根. 基于适应性支配策略的高维多目标优化算法 [J]. 控制与决策, 2026, 41(5): 1310-1320.

## A many-objective optimization algorithm based on adaptive dominance strategy

GUO Zhao-lu<sup>1,2†</sup>, ZHAO Qing-yu<sup>1</sup>, YANG Huo-gen<sup>1</sup>

(1. College of Science, Jiangxi University of Science and Technology, Ganzhou 341000, China; 2. Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

**Abstract:** In the many-objective optimization algorithms, maintaining a balance between convergence and diversity is critical to overall performance. However, a single dominance relation often proves insufficient in preserving this balance. To address this challenge, a many-objective evolutionary algorithm based on adaptive dominance strategy (ADSMOEA) is proposed. The adaptive dominance strategy integrates two complementary dominance relations. One dominance relation focuses on convergence, while the other focuses on diversity. The strategy selects the most appropriate relation based on the current state of the population, which ensures the balance between convergence and diversity. Furthermore, to accurately assess the convergence state of the population, an angle convergence indicator is designed to enhance the precision of convergence evaluation by incorporating information regarding the angles between objective vectors. This improvement provides reliable guidance for the selection of the dominance relation. In addition, an adaptive diversity operator is designed to maintain population diversity. To validate the effectiveness of the ADSMOEA, we conduct comparative simulations experiments between the proposed algorithm and seven state-of-the-art algorithms. The results show that the proposed ADSMOEA exhibits strong competitiveness in solving many-objective optimization problems.

**Keywords:** many-objective optimization; evolutionary algorithms; adaptive dominance strategy; convergence; diversity

## 0 引言

在实际工程问题中, 许多复杂问题涉及多个优化目标, 这类问题被称为多目标优化问题 (multi-

objective optimization problems, MOPs). 由于此类问题的不同目标之间通常存在冲突, 其最优解通常为一系列折衷解, 也称为 Pareto 最优解集 (Pareto optimal

收稿日期: 2025-07-02; 录用日期: 2025-11-08.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (12161043, 61662029); 江西省自然科学基金项目 (20192BAB201007); 江西理工大学青年英才支持计划项目 (2018).

责任编辑: 褚菲.

†通信作者. E-mail: gzl@jxust.edu.cn.

solutions). 在解决多目标优化问题的方法中, 多目标进化算法 (multi-objective evolutionary algorithm, MOEA) 因其可以在一次运行中找到一组 Pareto 最优解受到了广泛的关注. 过去几十年间, 研究人员提出了多种多目标进化算法, 并成功应用于云计算<sup>[1]</sup>、车间调度<sup>[2]</sup>等工程领域.

在众多多目标进化算法中, 基于 Pareto 支配的算法是其中重要的一类. 这类算法利用 Pareto 支配关系评估个体优劣, 从而引导种群逐步逼近 Pareto 前沿. 在求解目标数量较少的多目标优化问题时, 这类算法表现出良好的性能. 然而, 当求解目标数量大于 3 的高维多目标优化问题 (many-objective optimization problems, MaOPs) 时, 这类算法会面临较大的性能瓶颈<sup>[3]</sup>. 主要原因在于: 随着目标数量的增加, 种群中非支配解的比例呈指数级增长, 导致 Pareto 支配无法有效区分个体之间的优劣, 算法的选择压力下降, 进而削弱了种群向真实 Pareto 前沿逼近的能力<sup>[4]</sup>.

针对 Pareto 支配关系在高维多目标优化问题中的局限性, 研究人员提出了多种改进的支配关系<sup>[5-6]</sup>. 这些改进的支配关系通过扩大个体的支配范围, 降低种群中非支配解的占比, 增强算法的选择压力<sup>[7]</sup>. Yang 等<sup>[5]</sup>提出的 Grid 支配, 通过在目标空间中建立自适应网格从而增强选择压力; Liu 等<sup>[6]</sup>提出的 AD 支配, 通过适应性机制动态调整个体的支配范围以平衡收敛性和多样性. 尽管现有的改进支配关系在一定程度上缓解了 Pareto 支配关系在解决高维多目标优化问题时的不足, 但仍存在着一定的局限性<sup>[8-9]</sup>. 具体而言, 一些改进的支配关系展现出较强的收敛性, 但容易导致种群多样性不足; 而另一些改进的支配关系虽然能有效维护种群的多样性, 却在收敛能力上表现欠佳. 然而, 在解决高维多目标优化问题时, 只有较好地维持收敛性与多样性之间的平衡才能获得优秀的性能<sup>[8-9]</sup>.

从现有的改进支配关系可以看出, 单一的支配关系往往难以有效维持收敛性与多样性的平衡<sup>[8-9]</sup>. 然而, 不同的支配关系具有一定的互补性. 通过组合具有互补特性的支配关系, 并根据种群进化状态适应性地选择合适的支配关系, 可以在一定程度上维持收敛性与多样性之间的平衡, 从而提升算法的性能. 然而, 如何准确地评估种群当前的进化状态, 并据此选择合适的支配关系, 仍然是一个亟待深入研究的关键问题<sup>[3]</sup>.

为此, 本文提出一种适应性支配策略 (adaptive dominance strategy, ADS). 该策略通过整合两种具有

互补特性的支配关系, 并根据种群当前的收敛状态适应性地选择合适的支配关系, 从而维持收敛性与多样性之间的平衡. 同时, 鉴于准确评估种群收敛状态的重要性, 设计一种角度收敛性指标 (angle convergence indicator, ACI), 该指标引入个体目标向量夹角信息, 以提高收敛性评价的准确性, 为 ADS 提供可靠依据.

本文主要贡献如下:

1) 提出一种适应性支配策略 ADS. ADS 整合两种具有互补特性的支配关系: AD 支配和 Pareto 支配. AD 支配具有较好的收敛性, 而 Pareto 支配则可以维护种群的多样性; ADS 根据种群当前的收敛状况适应性地选择合适的支配关系, 从而维持种群收敛性和多样性的平衡. 具体而言, 当种群收敛状况不佳时, 采用 AD 支配增强种群的收敛性; 当种群收敛状况良好时, 采用 Pareto 支配维护种群多样性.

2) 设计一种角度收敛性指标 ACI, 用于评估种群的收敛状况. 具体而言, ACI 在评估个体收敛性时, 引入了待评估个体与其他个体目标向量之间的夹角信息, 通过赋予夹角较小的个体较大权重, 夹角较大的个体较小权重, 从而缓解 Pareto 前沿对收敛性评估的影响, 提高个体收敛性评价的准确性, 为适应性支配策略提供可靠依据.

3) 设计一种适应性多样性算子, 该算子能够根据目标数量调整最近邻与最远邻个体间距的差异, 从而适应不同难度的问题.

4) 在 DTLZ 和 WFG 测试集以及实际工程问题上进行大量对比实验, 结果表明, 所提出基于适应性支配策略的高维多目标进化算法 ADSMOEA 在解决高维多目标优化问题时具有较大优势.

## 1 相关工作

### 1.1 支配关系

1) Pareto 支配: 在多目标优化中, Pareto 支配是常用的评估个体优劣的支配关系. 设  $p, q$  是种群中任意两个个体, 若个体  $p, q$  满足如下条件:

$$\begin{cases} f_i(p) \leq f_i(q), \forall i \in \{1, 2, \dots, M\}; \\ f_j(p) < f_j(q), \exists j \in \{1, 2, \dots, M\}. \end{cases} \quad (1)$$

则称  $p$  Pareto 支配  $q$  (记为  $p \prec q$ ), 其中  $M$  为目标的数量<sup>[8]</sup>.

2) AD 支配: 鉴于 Pareto 支配关系较为严格, 在解决高维多目标优化问题时往往会面临着较大的性能瓶颈, 因此, Liu 等<sup>[6]</sup>提出 AD 支配. 该支配关系通过适应性机制动态调整个体的支配范围, 有效增强了算法的选择压力. 以下是 AD 支配关系的关键概

念.

**定义 1** (投影点集) 设  $R = \{R_1, \dots, R_M\}$  为一组极差点在各个坐标轴的投影点, 第  $m$  个坐标轴上的投影点  $R_m$ <sup>[6]</sup> 定义如下:

$$R_m = (Z_1^*, \dots, kZ_m^{\text{Nad}}, \dots, Z_M^*). \quad (2)$$

其中:  $k$  为用户指定的极差点的放大系数,  $Z^*$  为理想点,  $Z^{\text{Nad}}$  为极差点.

**定义 2** (动态角度向量) 设个体  $p$  的动态角度向量为  $\alpha(p) = (\alpha_1(p), \dots, \alpha_M(p))$ , 其第  $i$  个目标的分量  $\alpha_i(p)$ <sup>[6]</sup> 表示为

$$\alpha_i(p) = \arccos \frac{\overrightarrow{R_i Z^*} \cdot \overrightarrow{R_i p}}{|\overrightarrow{R_i Z^*}| |\overrightarrow{R_i p}|}. \quad (3)$$

**定义 3** (AD 支配) 设  $p, q$  是种群中任意两个个体, 若个体  $p, q$  满足下式所示条件, 则称个体  $p$  AD 支配个体  $q$  (记为  $p \prec_{\text{angle}} q$ )<sup>[6]</sup>:

$$\begin{cases} \alpha_i(p) \leq \alpha_i(q), \forall i \in \{1, 2, \dots, M\}; \\ \alpha_j(p) < \alpha_j(q), \exists j \in \{1, 2, \dots, M\}. \end{cases} \quad (4)$$

## 1.2 收敛性指标

在多目标优化中, 收敛性指标是一类评估种群个体收敛状态的指标, 目前, 研究人员已开发出多种收敛性指标.

1) 基于目标值求和的收敛性指标: 在多目标进化算法中, 基于目标值求和的收敛性指标通过计算目标空间中个体与理想点之间的曼哈顿距离来评估个体的收敛状况, 计算<sup>[10]</sup>如下:

$$C_1(p) = \sum_{m=1}^M f_m^{\text{Norm}}(p). \quad (5)$$

其中  $f_m^{\text{Norm}}(p)$  为个体  $p$  第  $m$  个目标归一化后的目标值, 计算如下:

$$f_m^{\text{Norm}}(p) = \frac{f_m(p) - f_m^{\min}}{f_m^{\max} - f_m^{\min}}. \quad (6)$$

这里  $f_m^{\max}$  和  $f_m^{\min}$  分别为种群所有个体在第  $m$  个目标上的最大值和最小值<sup>[10]</sup>.

2) 二元收敛性指标  $I_{\varepsilon+}$ : 二元收敛性指标  $I_{\varepsilon+}$  是 Zitzler 等<sup>[11]</sup> 提出的一种收敛性指标, 该指标通过计算个体间 Pareto 支配所需克服的最小距离来衡量个体的收敛状况. 设  $p$  为待评估个体, 个体  $p$  的收敛性可以通过与个体  $q$  间的二元收敛指标  $I_{\varepsilon+}(q, p)$  衡量. 计算<sup>[11]</sup>如下:

$$I_{\varepsilon+}(q, p) = \min_{\varepsilon} \{f_i(q) - \varepsilon \leq f_i(p), i \in \{1, 2, \dots, M\}\}. \quad (7)$$

Zitzler 等<sup>[11]</sup> 将二元收敛性指标  $I_{\varepsilon+}$  嵌入多目标进化算法框架中, 提出基于该指标的多目标进化算

法 IBEA<sup>[12]</sup>. 该算法设计了一种基于二元收敛指标  $I_{\varepsilon+}$  的收敛指标函数, 其数学表达形式<sup>[12]</sup>如下所示:

$$C_2(p) = \sum_{q \in \text{Pop} \setminus \{p\}} -e^{-I_{\varepsilon+}(q, p)/k}. \quad (8)$$

指标函数值越小, 表明个体  $p$  的收敛性越差.

## 1.3 现有的高维多目标优化算法

随着目标数量的增加, 传统多目标进化算法在解决高维多目标优化问题时面临较大的性能瓶颈. 为应对这一挑战, 学者们相继提出了多种高维多目标进化算法. 根据核心思想, 这些算法大致可以分为以下 3 类:

1) 基于改进支配关系的算法. 这类算法通过改进支配关系以增强算法的选择压力, 例如, Sato 等<sup>[13]</sup> 提出的 S-CDAS 支配和 Liu 等<sup>[6]</sup> 提出的 AD 支配采用自适应机制动态调整个体的支配范围; Yang 等<sup>[5]</sup> 提出的 Grid 支配通过在目标空间建立自适应网格确定个体间的支配关系.

2) 基于分解的算法. 这类算法通过一组预先设置的权重向量将多目标优化问题分解为一系列的单目标优化子问题并同时优化. 例如, Zhang 等<sup>[14]</sup> 提出的 MOEA/D-DRA 通过效用自适应地为有潜力的子问题分配更多的计算资源以提高资源的利用率; Sun 等<sup>[15]</sup> 提出的 MOEA/D-DYTS 通过自适应选择算子提高了新个体的生成效率.

3) 基于指标的算法. 这类算法基于性能指标评估个体的优劣. 例如, Zitzler 等<sup>[12]</sup> 提出的 IBEA 采用二元收敛性指标  $I_{\varepsilon+}$  作为环境选择的依据; Bader 等<sup>[16]</sup> 提出的 HyPE 采用超体积指标<sup>[17]</sup> 筛选个体; Sun 等<sup>[18]</sup> 提出的 MaOEAIGD 通过引入反向世代距离指标<sup>[19]</sup> 引导种群收敛.

## 2 提出算法

### 2.1 现有收敛性指标的不足

为了评估种群的收敛状况, 研究人员提出了多种收敛性指标. 然而, 现有的收敛性指标的精度有待提高<sup>[20]</sup>.

为直观展示这一问题, 图 1 以二维目标空间为例展示了二元收敛性指标  $I_{\varepsilon+}$  评估过程. 图中实线表示真实 Pareto 前沿, 虚线表示个体间二元收敛性指标  $I_{\varepsilon+}$  的值. 从图中可以看出, 3 个个体均位于 Pareto 前沿, 因此这 3 个个体具有相同的收敛性. 然而, 个体  $P_1$  与个体  $P_3$  的指标值  $I_{\varepsilon+}(P_1, P_3)$  大于个体  $P_3$  与  $P_1$  的指标值  $I_{\varepsilon+}(P_3, P_1)$ , 这意味着在二元收敛性指标  $I_{\varepsilon+}$  的评估中, 个体  $P_3$  会被认为有着更好的收敛性, 这与已知的 3 个个体具有相同的收敛性的前

提相矛盾. 另一方面, 个体目标向量之间的夹角越大, 所评估出的个体收敛性的差异越显著, 如图 1 所示, 个体  $P_1$  与  $P_3$  向量夹角  $\theta_1$  大于个体  $P_1$  与  $P_2$  向量夹角  $\theta_2$ , 个体  $P_1$  与  $P_3$  间二元收敛性指标  $I_{\varepsilon_+}$  的差值同样大于个体  $P_1$  与  $P_2$  间二元收敛性指标  $I_{\varepsilon_+}$  的差值. 图 1 示例表明, 现有收敛性指标评估种群个体收敛性的精度有待提升.

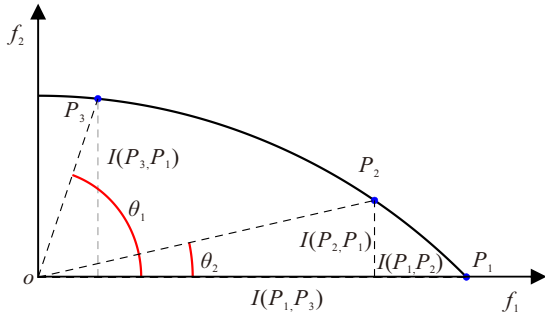


图1 收敛性指标评估示意图

### 2.2 角度收敛指标

针对现有收敛性指标存在的局限性, 本文提出一种角度收敛指标 ACI, 其核心思想为: ACI 在评估个体收敛性时, 引入待评估个体与其他个体目标向量之间的夹角信息, 通过赋予夹角较小的个体较大权重, 夹角较大的个体较小权重, 从而缓解 Pareto 前沿对收敛性评估的影响, 提高个体收敛性评价的准确性. 个体  $p, q$  目标向量的夹角计算<sup>[10]</sup> 如下:

$$\theta_{pq} = \arccos \left| \frac{f^{\text{Norm}}(p) \cdot f^{\text{Norm}}(q)}{\|f^{\text{Norm}}(p)\|_2 \cdot \|f^{\text{Norm}}(q)\|_2} \right|. \quad (9)$$

其中:  $f^{\text{Norm}}$  为归一化目标向量.  $\|\cdot\|_2$  为向量的  $L_2$  范数.

利用个体间向量夹角计算角度权重  $\omega$ , 其计算过程如下: 设个体  $p$  与其他个体的夹角为  $\theta_{p,1}, \theta_{p,2}, \dots$ , 将这些夹角按照从小到大排序, 设个体  $p, q$  间的夹角  $\theta_{pq}$  的排名为  $\text{Rank}_{pq}$ . 当排名  $\text{Rank}_{pq}$  较小时, 表明夹角  $\theta_{pq}$  较小, 收敛性指标受 Pareto 前沿的影响较小, 因此为其赋予较大的权重; 反之, 当  $\text{Rank}_{pq}$  较大时, 收敛性指标受 Pareto 前沿的影响较大, 此时赋予较小的权重. 在本文中, 角度权重  $\omega_{pq}$  设置为排名  $\text{Rank}_{pq}$  的倒数, 如下所示:

$$\omega_{pq} = 1/\text{Rank}_{pq}. \quad (10)$$

在角度权重  $\omega_{pq}$  计算完成后, 构建角度收敛指标 ACI 的计算公式如下所示:

$$\text{ACI}(q, p) = -\omega_{pq} \cdot e^{-I_{\varepsilon_+}(q, p)/k}. \quad (11)$$

为了更有效地评价种群的当前收敛状况, 本文设计一个基于角度收敛指标的种群收敛指标函数, 即

$$\text{AF}(P, Q) = \sum_{p \in P} \sum_{q \in Q} \text{ACI}(q, p). \quad (12)$$

其中:  $P$  为待评估的种群,  $Q$  为对比种群. 收敛指标函数通过计算种群  $P$  与种群  $Q$  间的角度收敛指标 ACI 评估种群  $P$  的收敛状况.

角度收敛指标函数的计算流程如算法 1 所示. 步骤 1 和步骤 2 计算合并种群  $P \cup Q$  的理想点和极差点, 并分别对种群  $P, Q$  归一化. 步骤 3 和步骤 4 采用式 (9) 计算种群  $P$  与种群  $Q$  个体间的夹角, 并按照从小到大的顺序进行排序. 步骤 5 ~ 步骤 9 采用式 (10) 和 (11) 计算种群  $Q$  与种群  $P$  个体间的角度收敛指标 ACI. 步骤 10 采用式 (12) 计算种群  $P$  的收敛指标函数.

#### 算法1 角度收敛性指标.

输入: 种群  $P, Q$ , 种群大小  $N$ ;

输出: 种群  $P$  的角度收敛性指标函数值  $\text{AF}(P, Q)$ .

1. 计算种群  $P \cup Q$  的理想点和极差点;
2. 对种群  $P, Q$  分别进行归一化;
3. 采用式(9)计算种群  $P$  与种群  $Q$  个体间夹角;
4. 对种群  $P$  中的个体与种群  $Q$  的夹角进行升序排序;
5. for  $i = 1 : N$
6. for  $j = 1 : N$
7. 采用式(10)和(11)计算角度收敛指标  $\text{ACI}(Q(j), P(i))$ ;
8. end for
9. end for
10. 采用式(12)计算角度收敛指标函数值  $\text{AF}(P, Q)$ .

相较于传统的收敛指标, 角度收敛指标通过对比种群来评估当前种群的收敛状态, 这种设计的优点在于: 一方面, 角度收敛指标无需参考点和 Pareto 前沿信息; 另一方面, 角度收敛指标可以利用历史种群评估当前种群的收敛状况, 从而提高收敛状态评估的准确性.

### 2.3 基于角度收敛指标的适应性支配策略

现有的支配关系在维持收敛性与多样性平衡方面存在局限性, 难以维持收敛性和多样性的平衡<sup>[8]</sup>.

为了直观展示现有支配关系的局限性, 图 2 以二维目标空间为例, 分析了 AD 支配与 Pareto 支配维持种群收敛性和多样性的能力差异. 图 2 中的种群包含 9 个个体, 其中虚线区域表示 AD 支配的支配范围, 实心个体为 AD 支配的非支配个体. 采用 Pareto 支配关系评估个体优劣时, 种群中所有个体均为非支配个体. 此时种群的非支配个体表现出较好的多样性, 但在收敛性上有待提高; 采用 AD 支配

关系时,种群的非支配个体缩减至4个(即 $x_1, x_3, x_8, x_9$ ).这些个体在收敛性方面明显优于其他个体,但未能覆盖 Pareto 前沿的中间区域,这表明 AD 支配具有较好的收敛性,但容易导致种群多样性不足.

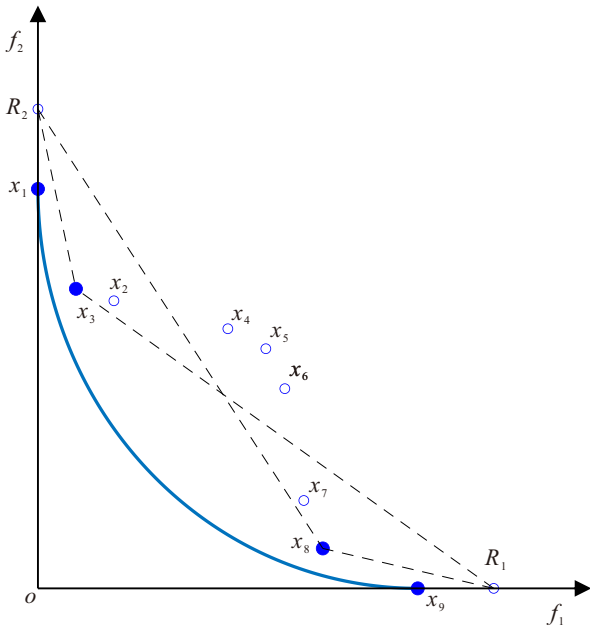


图2 支配关系示意图

尽管单一的支配关系往往难以有效维持收敛性与多样性之间的平衡,然而,不同支配关系在收敛性和多样性方面具有一定的互补性.基于此,本文提出一种基于角度收敛指标的适应性支配策略 ADS.该策略通过组合具有互补特性的 AD 支配和 Pareto 支配,并根据当前种群的进化状态适应性地选择合适的支配关系,从而维持进化过程中收敛性和多样性的平衡,提高算法的性能.具体而言,ADS 策略利用角度收敛指标评估当前种群 $Pop_t$ 和前 $L$ 代种群 $Pop_{t-L}$ 的收敛状况.如果当前种群 $Pop_t$ 的收敛状况劣于前 $L$ 代种群 $Pop_{t-L}$ ,则表明最近 $L$ 代的迭代中种群收敛状况在恶化,采用 AD 支配关系增强种群的收敛性;否则认为最近 $L$ 代的迭代中,种群收敛状况在改善,采用 Pareto 支配关系维持多样性.基于角度收敛指标的适应性支配策略的评估流程如算法 2 所示.

**算法2** 基于角度收敛指标的适应性支配策略 ADS.

输入: 当前种群 $Pop$ , 前 $L$ 代种群 $Pop_{t-L}$ , 种群大小 $N$ ;  
输出: 支配策略 DS.

1. 采用算法1计算当前种群 $Pop_t$ 的角度收敛性指标  $AF(Pop_t, Pop_{t-L})$ ;
2. 采用算法1计算前 $L$ 代种群 $Pop_{t-L}$ 的角度收敛性指标  $AF(Pop_{t-L}, Pop_t)$ ;
3. if  $AF(Pop_t, Pop_{t-L}) < AF(Pop_{t-L}, Pop_t)$

4. DS = AD 支配;
5. else
6. DS = Pareto 支配;
7. end if

## 2.4 适应性多样性算子

多样性算子是一类用于维护种群多样性的方法,在维持种群收敛性和多样性的平衡中发挥着重要作用.然而,现有的多样性算子在解决高维多目标优化问题时 would 面临较大的性能瓶颈,主要原因如下: 1) 现有的多样性算子通常使用欧氏距离评估个体的多样性,但研究表明,在高维空间中,欧氏距离难以准确反映个体间的远近关系<sup>[21]</sup>,导致基于欧氏距离的多样性算子难以准确评估个体多样性; 2) 随着目标数量的增大,目标空间规模呈指数增长,此时强调近邻个体的影响尤为重要,而现有的多样性算子未能有效突出这种邻近关系<sup>[21]</sup>.针对上述问题,本研究提出一种目标适应性的多样性算子,不但设计了一种目标适应性函数,能够根据目标数量适应性调整最近邻与最远邻个体间距的差异,而且采用调和平均突出邻近个体的影响,计算方式如下:

$$ACD_i = \frac{H}{\frac{1}{\sigma} \sum_{j=1}^H e^{-\frac{(d_{i,j}^{Norm})^2}{2\sigma^2}}}. \quad (13)$$

其中:  $\sigma = 1/M$ ;  $H = \sqrt{N}$ ;  $d_{i,j}^{Norm}$  为归一化距离,计算如下:

$$d_{i,j}^{Norm} = \frac{d_{i,j} - d_{min}}{d_{max} - d_{min}}. \quad (14)$$

这里:  $d_{i,j}$  为个体 $i$ 与个体 $j$ 间的 $L_p$ 范数( $p < 1$ )距离,相比欧氏距离, $L_p$ 范数( $p < 1$ )距离可以缓解维度灾难的影响,增强个体间的区分度<sup>[22]</sup>;  $d_{max}$ 和 $d_{min}$ 为个体间 $L_p$ 范数( $p < 1$ )距离的最大值和最小值.与传统方法相比,目标适应性的多样性算子所采用的调和平均对极小值敏感,这可以增强邻近个体的影响.此外,为降低高维空间的计算开销,算法选择前 $H$ 个最近邻个体参与计算以控制计算复杂度.

## 2.5 算法框架和算法复杂度分析

基于适应性支配策略的高维多目标进化算法 ADSMOEA 整体框架如算法 3 所示. ADSMOEA 算法的进化过程包括 3 个部分,即选择-交叉-变异操作、自适应支配策略 ADS 和环境选择.相较于 NSGA-II 算法, ADSMOEA 主要在以下 3 方面进行改进: 适应性支配策略 ADS、角度收敛性指标和适应性多样性算子.对于适应性支配策略 ADS,其时间复杂度为 $O(2MN^2)$ ;对于动态角度向量的计算,其

时间复杂度为 $O(2MN)$ ; 对于适应性多样性算子, 其时间复杂度为 $O(MN^2 + N^2 \log N)$ . 算法中非支配排序和选择交叉变异等操作的时间复杂度与 NSGA-II 算法一致, 分别为 $O(M(2N)^2)$ 和 $O(N)$ .

### 算法3 ADSMOEA算法框架.

输入: 种群大小 $N$ , 间隔参数 $L$ ;  
输出: 种群Pop.

1. 初始化种群Pop;
2. 计算种群Pop适应值 $F$ ;
3. 对种群进行Pareto非支配排序, 结果为 $[FN_1, FN_2, \dots]$ ;
4. 采用2.4节方法计算种群个体多样性
5.  $PopPast = Pop$ ;
6. while不满足结束条件
7. if  $\text{mod}(t, L) = 0$
8. 采用算法2所示的适应性支配策略ADS选择支配策略DS;
9.  $PopPast = Pop$ ;
10. end if
11. 采用交叉变异算子产生 $N$ 个子代Off;
12. 合并父代种群Pop和子代种群Off, 合并种群为PopUnion;
13. 计算种群PopUnion适应值 $F$ ;
14. if  $DS = AD$
15. 根据式(2)~(4)计算适应值 $F'$ ;
16. else
17.  $F' = F$ ;
18. end if
19. 基于适应值 $F'$ 对种群PopUnion进行非支配排序, 结果为 $[FN_1, FN_2, \dots]$ ;
20. 采用2.4节所示的多样性算子计算种群PopUnion个体多样性ACD, 设置Pop为空集,  $k = 1$ ;
21. while  $|Pop| + |FN_k| < N$
22.  $Pop = Pop \cup FN_k$ ;
23.  $k = k + 1$ ;
24. end while
25. 从 $FN_k$ 层选择 $N - |Pop|$ 个多样性ACD值最大的个体添加到Pop中;
26.  $t = t + 1$ ;
27. end while

从前述分析可知, 在每一代进化中, 适应性支配策略的高维多目标进化算法 ADSMOEA 的总时间复杂度为 $O(MN^2)$ , 而 NSGA-II 的每一代总时间复杂度也为 $O(MN^2)$ . 因此, ADSMOEA 与 NSGA-II 算法以及基于 NSGA-II 框架的 NSGA-II+AD<sup>[6]</sup>,

NSGA-II-SDR<sup>[9]</sup>、GrEA<sup>[5]</sup>、SCDAS<sup>[13]</sup> 等算法的时间复杂度相当.

## 3 实验结果与分析

为验证 ADSMOEA 算法及其组件的有效性和先进性, 一方面, 将 ADSMOEA 与 4 种变体进行对比, 以验证基于角度收敛指标的适应性支配的有效性; 另一方面, 将 ADSMOEA 与 7 种近年提出的先进多目标优化算法进行对比, 以全面检验 ADSMOEA 算法的性能. 所有实验均在 PlatEMO 平台<sup>[23]</sup>上完成.

### 3.1 实验设置

#### 3.1.1 测试函数

为评估算法求解高维多目标优化问题的性能, 利用 DTLZ<sup>[24]</sup> 和 WFG<sup>[25]</sup> 标准测试集进行实验.

#### 3.1.2 性能指标

采用两种广泛使用的综合性能指标: 反向世代距离指标 (inverted generational distance, IGD)<sup>[19]</sup> 和超体积指标 (hypervolume, HV)<sup>[17]</sup>.

#### 3.1.3 参数设置和统计方法

1) 种群大小和评估次数: 针对目标数量为 5、10、15、20 的测试问题, 种群大小分别设为 128、112、120 和 210, 最大评估次数统一设定为 100 000 次<sup>[26]</sup>.

2) 算法特定参数: ADSMOEA 在 DTLZ 和 WFG 测试集的间隔参数  $L$  分别设置为 100 和 25. SEA 算法参数  $\Delta_1$  和  $\Delta_2$  分别设置为  $1e-04$  和  $1e-03$ <sup>[27]</sup>; MOEA/D-DQN 模糊进化率设置为 0.8, 进化步长设置为  $0.4$ <sup>[28]</sup>; MultiGPO 拓展角度  $\varphi$  设置为  $20$ <sup>[29]</sup>; MaOEAIGD 极差点评估次数为  $100 \times N$  次<sup>[15]</sup>; NSGA-II + AD 参数  $k$  设置为  $50$ <sup>[6]</sup>.

3) 统计方法: 各算法在每个测试实例上独立运行 30 次, 取所有运行结果的平均值以减小随机因素的干扰. 实验采用显著水平为 0.05 的 Wilcoxon 秩和检验对结果进行比较<sup>[30]</sup>. +/~/≈ 分别表示算法显著优于/劣于/以及统计上无差别于 ADSMOEA 的结果.

### 3.2 实验结果与分析

#### 3.2.1 角度收敛性指标的适应性支配策略有效性实验

为验证基于角度收敛性指标的适应性支配策略的有效性, 设计 4 种对比算法. 其中: ADSMOEA-1 仅采用 Pareto 支配; ADSMOEA-2 仅采用 AD 支配; ADSMOEA-3 采用基于目标值求和的收敛性指标的适应性支配策略; ADSMOEA-4 采用基于二元收敛性指标  $I_{\varepsilon+}$  的适应性支配策略.

表 1 和表 2 分别给出了算法在 DTLZ 和 WFG

测试问题的比较结果. 从表中可以看出, 相较于对比算法, ADSMOEA 在 DTLZ 和 WFG 测试集中表现出明显优势. 这是因为 ADSMOEA 采用的适应性支

表1 4种对比算法与 ADSMOEA 在 DTLZ 测试集上的 HV 值比较结果

算法	ADSMOEA		
	+(优于)	-(劣于)	≈(无差别于)
ADSMOEA-1	0	27	1
ADSMOEA-2	12	13	3
ADSMOEA-3	0	16	12
ADSMOEA-4	0	16	12

表2 4种对比算法与 ADSMOEA 在 WFG 测试集上的 HV 值比较结果

算法	ADSMOEA		
	+(优于)	-(劣于)	≈(无差别于)
ADSMOEA-1	0	33	3
ADSMOEA-2	10	17	9
ADSMOEA-3	4	16	16
ADSMOEA-4	2	16	18

表3 7种先进算法与 ADSMOEA 在 DTLZ 测试问题上获得的 HV 均值和标准差

Problem	M	SEA	MOEA/D-DQN	MultiGPO	hpaEA	MOEA/D-DYTS	MaOEAIGD	NSGA-II-SDR	ADSMOEA
DTLZ1	5	9.7189e-1(1.04e-3)+	9.7361e-1(1.01e-3)+	9.7076e-1(6.30e-4)+	<b>9.7677e-1(1.93e-4)+</b>	6.8770e-1(3.35e-1)-	2.2745e-1(2.15e-1)-	8.9761e-1(2.27e-2)-	9.3898e-1(4.44e-3)
	10	2.1976e-1(3.49e-1)-	9.9322e-1(9.39e-3)+	<b>9.9728e-1(7.40e-4)+</b>	8.8004e-1(2.54e-1)-	9.0543e-1(7.03e-2)-	2.9690e-1(3.25e-1)-	7.8511e-1(6.47e-2)-	9.5438e-1(1.17e-2)
	15	8.754e-2(9.11e-2)-	8.8097e-1(8.82e-2)-	8.8146e-1(2.46e-1)-	8.4400e-1(3.01e-1)-	4.1026e-1(4.10e-1)-	1.4189e-1(2.40e-1)-	8.1078e-1(1.04e-1)-	<b>9.3543e-1(1.07e-2)</b>
	20	2.3089e-2(1.23e-1)-	9.2564e-1(1.25e-1)-	8.4854e-1(3.02e-1)-	5.4870e-1(3.78e-1)-	4.4158e-1(3.68e-1)-	8.0219e-1(3.50e-1)-	8.6771e-1(8.79e-2)-	<b>9.3038e-1(1.51e-2)</b>
DTLZ2	5	7.6995e-1(3.52e-3)+	7.9017e-1(2.52e-3)+	7.9133e-1(1.32e-3)+	<b>8.0071e-1(7.93e-4)+</b>	7.0337e-1(2.23e-3)+	7.9359e-1(8.61e-4)+	7.7384e-1(4.19e-3)+	6.1619e-1(2.33e-2)
	10	8.5299e-1(1.34e-2)+	<b>9.3642e-1(1.48e-2)+</b>	9.2734e-1(3.12e-3)+	8.3050e-1(3.38e-2)+	3.6975e-1(1.54e-2)-	7.9627e-1(2.20e-1)+	9.3595e-1(8.77e-3)+	7.7699e-1(1.20e-2)
	15	8.9748e-1(1.77e-2)+	9.2672e-1(4.40e-2)+	9.5633e-1(2.54e-3)+	8.3932e-1(1.95e-2)+	3.1319e-1(2.86e-2)-	6.0079e-1(1.99e-1)-	<b>9.6100e-1(8.44e-3)+</b>	8.2608e-1(2.13e-2)
	20	8.0794e-1(5.05e-2)-	9.1567e-1(5.44e-2)+	9.7011e-1(2.90e-3)+	8.4842e-1(2.48e-2)=	3.0272e-1(3.49e-2)-	8.1063e-1(1.70e-1)=	<b>9.9212e-1(3.53e-3)+</b>	8.4131e-1(1.17e-2)
DTLZ3	5	7.1007e-1(1.52e-2)=	7.6695e-1(2.32e-2)+	<b>7.8570e-1(4.08e-3)+</b>	7.4184e-1(1.58e-1)+	1.3704e-1(2.01e-1)-	0.0000e+0(0.00e+0)-	7.7262e-1(5.07e-3)+	7.1161e-1(1.10e-2)
	10	0.0000e+0(0.00e+0)-	8.4822e-1(1.55e-1)+	6.7324e-1(3.38e-1)-	0.0000e+0(0.00e+0)-	2.7069e-1(1.56e-1)-	0.0000e+0(0.00e+0)-	<b>9.2833e-1(1.30e-2)+</b>	6.9057e-1(4.40e-2)
	15	0.0000e+0(0.00e+0)-	4.5666e-1(2.98e-1)-	1.7419e-1(3.25e-1)-	0.0000e+0(0.00e+0)-	1.1732e-1(1.38e-1)-	7.2603e-4(3.98e-3)-	<b>9.4902e-1(1.28e-2)+</b>	6.4468e-1(6.02e-2)
	20	0.0000e+0(0.00e+0)-	4.2784e-1(3.24e-1)-	5.9439e-2(1.95e-1)-	0.0000e+0(0.00e+0)-	1.0880e-1(1.33e-1)-	1.4992e-2(3.00e-2)-	<b>9.8577e-1(3.58e-3)+</b>	6.5236e-1(5.57e-2)
DTLZ4	5	7.5785e-1(3.05e-2)+	7.9096e-1(2.31e-3)+	<b>7.9217e-1(1.44e-3)+</b>	6.5626e-1(1.31e-1)-	6.6095e-1(2.61e-2)-	7.7738e-1(5.25e-2)+	3.5945e-1(8.15e-2)-	7.1101e-1(1.34e-2)
	10	8.3356e-1(1.87e-2)+	<b>9.4040e-1(4.01e-3)+</b>	9.3494e-1(1.69e-3)+	8.7257e-1(5.65e-2)+	4.7155e-1(2.28e-2)-	9.1099e-1(3.61e-2)+	4.9118e-1(1.06e-1)-	8.0601e-1(7.91e-3)
	15	9.0790e-1(1.51e-2)+	<b>9.8833e-1(2.61e-3)+</b>	9.6750e-1(1.35e-3)+	9.6352e-1(1.54e-2)+	4.3668e-1(2.59e-2)-	9.8118e-1(7.88e-3)+	7.4807e-1(3.52e-2)-	8.1844e-1(4.75e-2)
	20	9.3268e-1(1.78e-2)+	9.9814e-1(4.80e-4)+	9.8910e-1(7.95e-4)+	9.8318e-1(6.07e-3)+	4.4087e-1(1.83e-2)-	<b>9.9819e-1(4.66e-4)+</b>	8.9682e-1(6.38e-2)-	9.0889e-1(1.14e-2)
DTLZ5	5	8.5779e-2(1.97e-2)-	9.2665e-2(2.97e-4)-	1.0918e-1(3.58e-3)=	6.8443e-2(2.78e-2)-	<b>1.1540e-1(3.80e-4)=</b>	8.5966e-2(3.43e-2)-	1.0996e-1(3.16e-3)=	1.1061e-1(1.68e-2)
	10	7.6111e-2(2.67e-2)-	9.6529e-2(1.86e-4)-	8.8206e-2(2.04e-3)-	2.9555e-3(8.47e-3)-	9.7980e-2(3.43e-4)-	8.5606e-2(2.33e-2)-	9.0823e-2(2.31e-4)-	<b>9.8148e-2(3.07e-3)</b>
	15	7.3108e-2(2.77e-2)-	9.0935e-2(1.95e-4)-	8.3564e-2(6.52e-3)-	4.2283e-9(2.32e-8)-	9.0927e-2(2.90e-4)-	9.0949e-2(1.68e-4)-	9.0772e-2(3.62e-4)-	<b>9.4099e-2(1.03e-3)</b>
	20	2.7200e-2(2.89e-2)-	9.0900e-2(1.99e-4)-	4.8282e-2(2.30e-2)-	0.0000e+0(0.00e+0)-	9.0897e-2(3.15e-4)-	9.0980e-2(2.20e-4)-	8.4522e-2(3.86e-3)-	<b>9.2784e-2(3.67e-4)</b>
DTLZ6	5	8.2416e-2(1.30e-2)-	9.2764e-2(2.52e-4)-	1.0273e-1(3.76e-3)-	3.8258e-2(3.83e-2)-	<b>1.1537e-1(2.32e-4)+</b>	7.5830e-2(3.87e-2)-	1.0979e-1(4.54e-3)-	1.1517e-1(1.58e-2)
	10	3.0871e-2(4.22e-2)-	9.6463e-2(1.87e-4)-	8.6181e-2(1.72e-2)-	9.9064e-4(3.87e-3)-	9.8040e-2(3.03e-4)-	5.9950e-2(4.27e-2)-	9.1144e-2(5.18e-4)-	<b>9.8638e-2(2.06e-3)</b>
	15	5.1922e-2(4.30e-2)-	9.0898e-2(1.68e-4)-	3.1159e-2(4.08e-2)-	0.0000e+0(0.00e+0)-	9.0866e-2(2.62e-4)-	6.9759e-2(3.91e-2)-	9.0893e-2(2.70e-4)-	<b>9.4490e-2(4.38e-4)</b>
	20	0.0000e+0(0.00e+0)-	9.0955e-2(2.29e-4)-	0.0000e+0(0.00e+0)-	0.0000e+0(0.00e+0)-	9.0908e-2(2.86e-4)-	9.0916e-2(1.13e-4)-	9.0938e-2(3.03e-4)-	<b>9.2891e-2(3.38e-4)</b>
DTLZ7	5	2.3723e-1(5.41e-3)+	1.4749e-1(5.19e-4)-	<b>2.5832e-1(3.79e-3)+</b>	2.4826e-1(1.15e-2)+	3.0855e-2(4.00e-2)-	1.5617e-1(3.35e-2)-	2.4731e-1(4.03e-3)+	1.8695e-1(9.68e-3)
	10	6.8359e-2(1.77e-2)-	1.0580e-1(1.26e-2)-	9.0343e-2(2.73e-2)-	1.6601e-1(1.32e-2)=	5.0024e-6(7.82e-6)-	3.1182e-2(2.00e-2)-	9.9858e-4(2.55e-3)-	<b>1.6751e-1(1.25e-2)</b>
	15	4.4699e-2(2.73e-2)-	1.0575e-1(2.93e-3)-	7.0135e-2(1.48e-2)-	<b>1.4519e-1(7.97e-3)+</b>	8.3106e-10(4.39e-9)-	2.3065e-3(3.02e-3)-	1.2228e-8(5.71e-8)-	1.1510e-1(2.28e-2)
	20	1.3043e-2(1.50e-2)-	3.9917e-2(3.89e-2)-	5.0653e-2(1.41e-2)-	<b>1.3508e-1(2.55e-3)+</b>	2.0431e-11(1.12e-10)-	1.1399e-5(1.91e-5)-	0.0000e+0(0.00e+0)-	7.6367e-2(1.90e-2)
+/-/≈		9/18/1	12/16/0	12/15/1	11/15/2	2/25/1	6/21/1	9/18/1	

配策略能够根据种群状态调整支配关系, 在收敛性与多样性之间取得较好平衡, 因此整体效果更优. 此外, 角度收敛性指标通过引入个体目标向量夹角信息, 有效缓解了收敛性评估的误差, 从而提高了评估准确性, 进而为适应性支配策略提供了更精准的参考, 进一步提升了算法的性能.

### 3.2.2 与先进算法的比较

为验证 ADSMOEA 的有效性, 本研究选择 SEA<sup>[27]</sup>、MOEA/D-DQN<sup>[28]</sup>、MultiGPO<sup>[29]</sup>、MOEA/D-DYTS<sup>[15]</sup>、hpaEA<sup>[31]</sup>、MaOEAIGD<sup>[18]</sup>、NSGA-II-SDR<sup>[9]</sup>等7种近年提出的多目标进化算法进行对比实验.

表3给出7种先进算法与 ADSMOEA 在 DTLZ 测试问题上获得的 HV 均值和标准差. 从表中可以看出, 本文所提出算法的综合性能优于对比算法, 尤其是在退化问题 DTLZ5 和 DTLZ6 中. 为了进一步观察各算法在退化 Pareto 前沿问题上的表现, 图3展示了8种算法在10目标 DTLZ5 问题上的实验结果. 从图中可以看出, ADSMOEA 的解集在收敛性和多样性上均显著优于对比算法. 这归因于 ADSMOEA

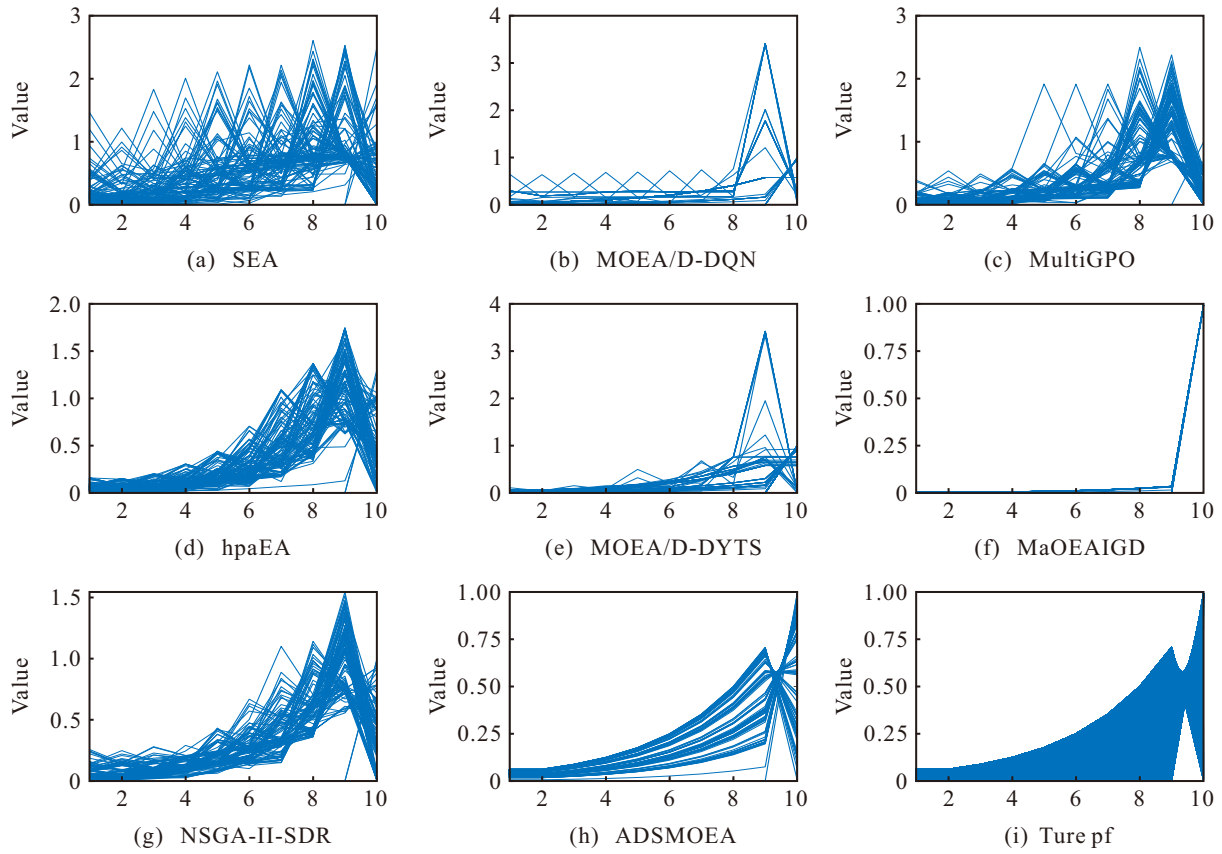


图3 7种先进算法与ADSMOEA在10目标的DTLZ5问题的实验结果

的适应性机制能够根据种群状态适应性地调整选择压力, 从而较好地维持收敛性与多样性的平衡.

表4给出了7种先进算法与ADSMOEA在WFG测试问题上获得的HV均值和标准差. 从表中可以看出, 本文所提出算法的综合性能优于对比算法. 这是因为ADSMOEA采用基于角度收敛指标的适应性支配策略不但可以更精准地评估种群的收敛状况, 而且可以根据种群的收敛状况实时调整个体的支配范围, 进而在WFG测试集上的综合表现更

优. 为了进一步观察各算法在WFG测试集上的表现, 图4展示了8种算法在20目标WFG4问题上的实验结果. 从图中可以看出, ADSMOEA的解集收敛和多样性均优于对比算法.

### 3.2.3 参数L敏感性

为研究参数L对算法ADSMOEA性能的影响, 选取10目标的DTLZ3、DTLZ4、DTLZ6测试问题和5目标WFG7-9测试问题进行研究. 在实验中, 参数L取值范围设定为[5, 100], 以5为步长递增取值.

表4 7种先进算法与ADSMOEA在WFG测试问题上获得的HV均值和标准差

Problem	M	SEA	MOEA/D-DQN	MultiGPO	hpaEA	MOEA/D-DYTS	MaOEAIGD	NSGA-II-SDR	ADSMOEA
WFG1	5	<b>9.9591e-1(5.39e-4)+</b>	9.9435e-1(9.48e-4)+	9.9466e-1(1.47e-3)+	9.0440e-1(7.86e-2)-	9.1870e-1(1.67e-2)-	2.9630e-1(8.06e-2)-	9.7098e-1(1.01e-2)-	9.8135e-1(8.18e-3)
	10	<b>9.9751e-1(5.81e-4)=</b>	9.8670e-1(1.58e-2)=	9.9426e-1(1.53e-2)-	9.5363e-1(5.93e-2)-	7.7301e-1(1.37e-1)-	4.5804e-1(2.05e-1)-	9.6658e-1(2.53e-2)-	9.9451e-1(6.47e-3)
	15	9.9779e-1(6.87e-4)=	9.6554e-1(2.31e-2)-	<b>9.9828e-1(6.12e-4)=</b>	9.8740e-1(2.00e-2)-	9.9817e-1(3.09e-3)=	5.1849e-1(2.69e-1)-	9.8567e-1(7.56e-3)-	9.9647e-1(4.93e-3)
	20	9.9843e-1(5.86e-4)-	9.8368e-1(1.68e-2)-	9.9908e-1(3.94e-4)-	9.9036e-1(3.42e-2)=	<b>9.9962e-1(5.97e-4)+</b>	9.2535e-1(1.66e-1)-	9.8977e-1(7.29e-3)-	9.9927e-1(5.79e-4)
WFG2	5	9.8574e-1(2.20e-3)-	9.8007e-1(1.70e-2)=	9.7570e-1(3.63e-3)-	<b>9.9292e-1(1.26e-3)+</b>	9.1742e-1(3.77e-2)-	8.8861e-1(4.04e-2)-	9.5772e-1(7.72e-3)-	9.8946e-1(2.27e-3)
	10	<b>9.9351e-1(1.62e-3)+</b>	9.6643e-1(1.01e-2)-	9.8756e-1(3.43e-3)=	9.7205e-1(8.99e-3)-	9.8494e-1(6.57e-3)=	9.3102e-1(7.08e-2)-	9.7048e-1(5.75e-3)-	9.8584e-1(4.87e-3)
	15	9.9473e-1(1.27e-3)-	9.2590e-1(3.61e-2)-	9.9138e-1(1.85e-3)-	9.8142e-1(6.45e-3)-	9.9404e-1(7.22e-3)=	7.9074e-1(2.03e-1)-	9.7824e-1(5.09e-3)-	<b>9.9584e-1(1.91e-3)</b>
	20	9.9323e-1(3.08e-3)-	9.0659e-1(5.72e-2)-	9.8961e-1(1.92e-3)-	9.8415e-1(5.26e-3)-	9.9616e-1(4.98e-3)-	8.1165e-1(2.25e-1)-	9.8701e-1(2.46e-3)-	<b>9.9621e-1(1.05e-3)</b>
WFG3	5	1.2032e-1(2.56e-2)-	9.0306e-2(6.39e-4)-	4.3418e-2(3.15e-2)-	1.6485e-1(2.10e-2)-	9.0497e-2(6.16e-4)-	8.0197e-2(5.97e-3)-	<b>1.9354e-1(1.13e-2)=</b>	1.8532e-1(1.92e-2)
	10	3.9543e-5(2.17e-4)-	0.0000e+0(0.00e+0)-	0.0000e+0(0.00e+0)-	0.0000e+0(0.00e+0)-	<b>6.3962e-2(1.34e-2)+</b>	0.0000e+0(0.00e+0)-	5.4193e-3(1.03e-2)-	4.8158e-2(1.40e-2)
	15	0.0000e+0(0.00e+0)=	0.0000e+0(0.00e+0)=	0.0000e+0(0.00e+0)=	0.0000e+0(0.00e+0)=	<b>5.3009e-2(3.55e-2)+</b>	0.0000e+0(0.00e+0)=	0.0000e+0(0.00e+0)=	0.0000e+0(0.00e+0)
	20	0.0000e+0(0.00e+0)=	0.0000e+0(0.00e+0)=	0.0000e+0(0.00e+0)=	0.0000e+0(0.00e+0)=	<b>1.5841e-2(1.65e-2)+</b>	0.0000e+0(0.00e+0)=	0.0000e+0(0.00e+0)=	0.0000e+0(0.00e+0)
WFG4	5	7.1745e-1(6.55e-3)-	6.7898e-1(6.82e-2)-	<b>7.6870e-1(6.32e-3)+</b>	7.4098e-1(2.80e-2)+	5.1905e-1(5.10e-2)-	9.8950e-2(2.48e-2)-	7.5490e-1(4.87e-3)+	7.2194e-1(7.62e-3)
	10	7.6483e-1(1.39e-2)-	8.1441e-1(2.78e-2)=	9.2865e-1(4.82e-3)+	5.8958e-1(3.50e-2)-	5.2882e-1(6.56e-2)-	1.0688e-1(3.25e-2)-	<b>9.3042e-1(4.53e-3)+</b>	8.0548e-1(1.39e-2)
	15	7.7711e-1(8.29e-3)-	7.3847e-1(5.02e-2)-	<b>8.8381e-1(3.07e-2)=</b>	6.0790e-1(4.51e-2)-	5.0736e-1(1.00e-1)-	1.2552e-1(4.97e-2)-	8.0124e-1(1.30e-1)-	8.7083e-1(1.33e-2)
	20	7.7217e-1(1.68e-2)-	8.2110e-1(4.96e-2)-	8.7272e-1(2.55e-2)-	6.6403e-1(4.62e-2)-	5.1739e-1(6.98e-2)-	1.3233e-1(5.95e-2)-	6.5857e-1(1.76e-1)-	<b>8.9923e-1(2.29e-2)</b>

表4(续)

Problem	$M$	SEA	MOEA/D-DQN	MultiGPO	hpaEA	MOEA/D-DYTS	MaOEAIGD	NSGA-II-SDR	ADSMOEA
WFG5	5	7.0000e-1(5.41e-3) +	5.8945e-1(4.51e-2) -	7.2391e-1(5.61e-3) +	<b>7.4314e-1(5.66e-3) +</b>	4.8109e-1(3.27e-2) -	1.2335e-1(1.24e-1) -	7.2474e-1(2.63e-3) +	6.8004e-1(5.73e-3)
	10	7.3434e-1(1.11e-2) -	7.1163e-1(1.65e-2) -	8.1632e-1(7.24e-3) +	6.9486e-1(3.11e-2) -	5.3399e-1(4.82e-2) -	8.6780e-2(2.45e-2) -	<b>8.7734e-1(3.38e-3) +</b>	7.5991e-1(1.06e-2)
	15	7.8203e-1(1.09e-2) -	6.0616e-1(5.22e-2) -	7.0354e-1(1.72e-2) -	7.2095e-1(2.76e-2) -	5.1579e-1(2.80e-2) -	9.0727e-2(3.09e-2) -	<b>9.0527e-1(3.15e-3) +</b>	7.9697e-1(3.34e-2)
	20	7.5671e-1(1.40e-2) -	5.5338e-1(4.80e-2) -	7.3967e-1(1.73e-2) -	7.1640e-1(1.61e-2) -	5.2699e-1(2.88e-2) -	1.1464e-1(1.35e-1) -	8.2856e-1(1.27e-1) -	<b>8.3727e-1(2.20e-2)</b>
WFG6	5	6.7689e-1(1.92e-2) +	6.6353e-1(6.56e-2) =	7.0144e-1(1.60e-2) +	<b>7.1217e-1(1.48e-2) +</b>	4.7842e-1(6.36e-2) -	2.1166e-1(1.17e-1) -	7.0367e-1(1.18e-2) +	6.6093e-1(2.16e-2)
	10	7.1218e-1(2.83e-2) -	6.3202e-1(5.07e-2) -	8.1910e-1(3.22e-2) +	6.6684e-1(2.86e-2) -	3.2486e-1(7.84e-2) -	2.8356e-1(2.03e-1) -	<b>8.6045e-1(2.53e-2) +</b>	7.4639e-1(2.14e-2)
	15	7.5751e-1(1.47e-2) -	5.8691e-1(6.89e-2) -	7.6084e-1(2.16e-2) -	6.9238e-1(3.44e-2) -	2.9561e-1(1.02e-1) -	2.4684e-1(1.85e-1) -	7.0445e-1(2.10e-1) =	<b>7.7284e-1(2.42e-2)</b>
	20	7.3647e-1(3.17e-2) -	5.9968e-1(1.14e-1) -	7.5445e-1(2.19e-2) -	7.0170e-1(3.27e-2) -	2.7384e-1(1.00e-1) -	4.1018e-1(2.87e-1) -	3.9482e-1(6.31e-2) -	<b>8.2451e-1(2.01e-2)</b>
WFG7	5	7.3918e-1(4.73e-3) +	7.6154e-1(6.83e-3) +	7.6742e-1(6.71e-3) +	<b>7.8773e-1(5.77e-3) +</b>	5.5689e-1(6.57e-2) -	1.8937e-1(5.96e-2) -	7.7112e-1(3.53e-3) +	7.2386e-1(7.54e-3)
	10	7.7825e-1(2.44e-2) -	8.1662e-1(3.65e-2) =	<b>9.3973e-1(3.40e-3) +</b>	7.0498e-1(3.47e-2) -	5.3204e-1(6.44e-2) -	1.5780e-1(5.89e-2) -	9.3517e-1(4.24e-3) +	8.1404e-1(1.23e-2)
	15	8.2946e-1(1.58e-2) -	7.2742e-1(1.33e-1) -	8.7049e-1(4.12e-2) -	7.2127e-1(3.95e-2) -	4.9817e-1(2.75e-2) -	1.7275e-1(5.97e-2) -	7.9519e-1(1.17e-1) -	<b>9.0585e-1(2.14e-2)</b>
	20	8.8055e-1(1.58e-2) -	6.9371e-1(1.21e-1) -	<b>9.3708e-1(1.07e-2) +</b>	7.4104e-1(2.93e-2) -	5.0007e-1(3.31e-2) -	2.0629e-1(1.14e-1) -	8.5131e-1(4.46e-2) -	9.0889e-1(2.30e-2)
WFG8	5	6.1959e-1(1.53e-2) +	2.9527e-1(5.12e-2) -	6.3637e-1(5.09e-3) +	<b>6.7348e-1(2.73e-3) +</b>	2.7561e-1(3.12e-2) -	7.6707e-2(5.99e-2) -	6.5103e-1(5.28e-3) +	5.6538e-1(1.55e-2)
	10	7.5508e-1(1.27e-2) +	6.5494e-1(5.28e-2) +	5.5745e-1(1.01e-1) -	7.1029e-1(2.33e-2) +	3.6032e-1(4.68e-2) -	1.5234e-1(6.17e-2) -	<b>8.4068e-1(4.92e-2) +</b>	6.1470e-1(1.39e-2)
	15	<b>8.5441e-1(1.18e-2) +</b>	5.0359e-1(6.58e-2) -	8.0873e-1(8.24e-2) +	7.4380e-1(2.81e-2) +	3.1911e-1(5.51e-2) -	1.9767e-1(5.14e-2) -	5.9104e-1(1.48e-1) -	6.6364e-1(3.26e-2)
	20	6.8778e-1(1.17e-1) =	5.0560e-1(5.70e-2) -	<b>8.9332e-1(7.85e-3) +</b>	7.9627e-1(2.28e-2) +	3.6638e-1(5.07e-2) -	2.1212e-1(4.68e-2) -	5.7949e-1(1.53e-1) -	7.2926e-1(7.44e-2)
WFG9	5	6.8808e-1(3.18e-2) =	3.9327e-1(8.22e-2) -	7.3634e-1(9.59e-3) +	<b>7.4154e-1(3.50e-3) +</b>	4.4522e-1(9.20e-2) -	2.1646e-1(6.71e-2) -	7.3832e-1(3.92e-3) +	6.9965e-1(1.32e-2)
	10	6.7888e-1(8.06e-2) =	5.5725e-1(5.81e-2) -	8.1230e-1(6.22e-2) +	6.5390e-1(3.02e-2) -	4.6190e-1(9.62e-2) -	1.8600e-1(1.24e-1) -	<b>8.7524e-1(3.19e-2) +</b>	7.2092e-1(3.42e-2)
	15	7.9904e-1(6.68e-2) +	3.7548e-1(6.43e-2) -	7.1840e-1(4.44e-2) -	6.8989e-1(2.90e-2) -	3.5520e-1(4.47e-2) -	2.7880e-1(2.09e-1) -	<b>8.4878e-1(8.63e-2) +</b>	7.5453e-1(2.45e-2)
	20	7.9719e-1(4.44e-2) +	3.4179e-1(7.74e-2) -	7.2407e-1(9.15e-2) -	7.0305e-1(2.81e-2) -	3.8009e-1(8.14e-2) -	7.6812e-1(5.98e-2) =	<b>8.4996e-1(7.91e-2) +</b>	7.6599e-1(4.62e-2)
+/-/≈		10/19/7	3/26/7	15/16/5	10/23/3	4/29/3	0/33/3	15/17/4	

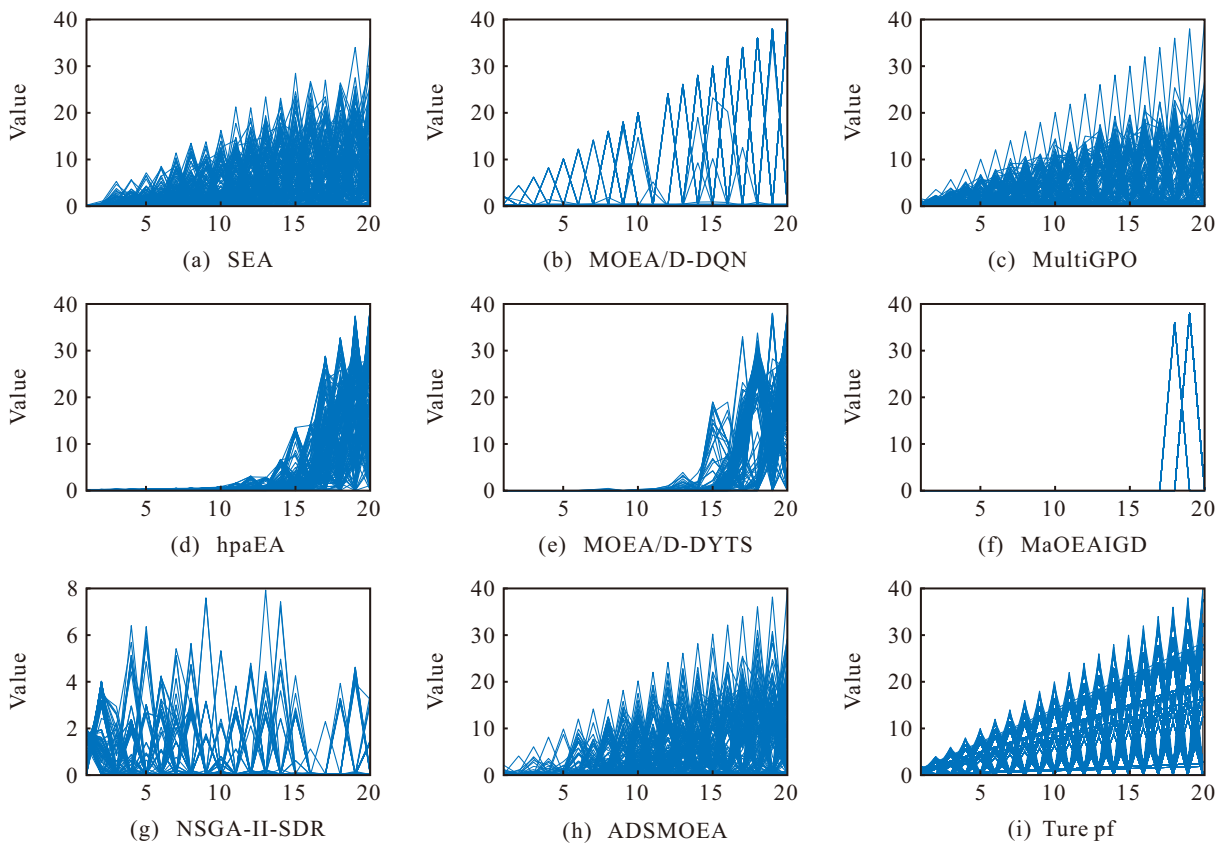


图4 7种先进算法与ADSMOEA在20目标WFG4问题实验结果

图5给出了不同 $L$ 取值下,算法在DTLZ和WFG测试问题上取得的归一化HV值折线图.从图中可以看出,对于DTLZ问题,间隔参数 $L$ 设置为100时性能最佳;对于WFG问题,间隔参数 $L$ 设置为25时性能最佳.因此,对于DTLZ和WFG测试集,本文推荐

将间隔参数 $L$ 的取值设置为100和25.

### 3.3 实际工程问题

为验证ADSMOEA解决实际问题的有效性,以汽车设计问题(car cab design, CCD)<sup>[32]</sup>和水资源问题(water resource planning, WRP)<sup>[32]</sup>为例,验证算法

表5 7种先进算法与ADSMOEA在实际工程问题上获得的IGD和HV均值及其标准差

Problem Metric	SEA	MOEA/D-DQN	MultiGPO	hpaEA	MOEA/D-DYTS	MaOEAIGD	NSGA-II-SDR	ADSMOEA	
WRP	IGD	7.0903e+5(2.51e+5)-	7.9909e+5(3.14e+3)-	4.4202e+5(8.26e+4)-	4.2189e+5(8.82e+4)-	6.5419e+5(1.61e+4)-	6.7124e+5(8.86e+3)-	6.1747e+5(9.07e+4)-	<b>3.7051e+5(8.50e+4)</b>
	HV	1.4466e-1(8.79e-3)-	1.6360e-1(5.69e-3)-	<b>1.8173e-1(6.56e-4)+</b>	1.8076e-1(9.91e-4)+	1.6877e-1(3.59e-3)-	1.5379e-1(4.44e-3)-	1.7534e-1(2.55e-3)-	1.7829e-1(1.13e-3)
CCD	IGD	<b>6.6375e+1(5.14e-3)+</b>	6.7716e+1(2.11e-2)-	6.6430e+1(1.71e-2)-	6.6601e+1(3.24e-2)-	6.6523e+1(5.49e-3)-	6.6972e+1(5.28e-2)-	7.0250e+1(3.66e-1)-	6.6384e+1(5.54e-3)
	HV	1.7731e-3(2.57e-5)-	1.0233e-3(1.19e-5)-	1.7394e-3(6.13e-5)-	1.7812e-3(3.14e-5)-	1.6179e-3(1.22e-5)-	8.8585e-4(5.07e-5)-	1.7820e-4(2.58e-5)-	<b>1.7974e-3(1.73e-5)</b>
+/-/±	1/3/0	0/4/0	1/3/0	1/3/0	0/4/0	0/4/0	0/4/0	0/4/0	

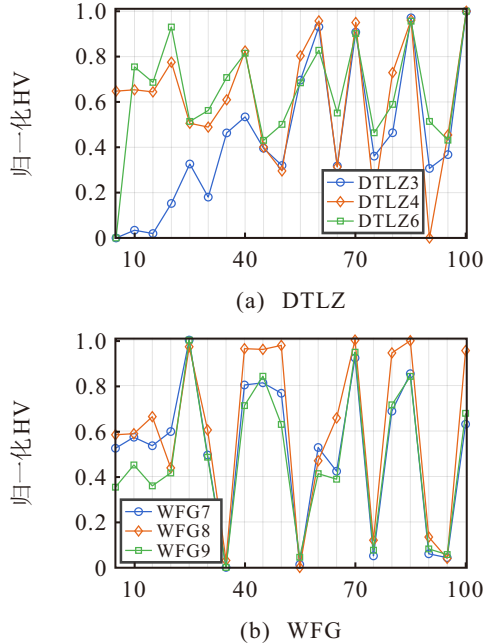


图5 不同参数L取值下ADSMOEA在DTLZ和WFG实例归一化HV值折线图

处理实际工程问题时的性能. 其中, 汽车设计问题为包含 11 个决策变量的 9 目标问题, 水资源问题包含 3 个决策变量、5 个目标以及 7 个约束条件, 本文将 7 个约束条件的函数的平均值作为水资源问题的第 6 个目标.

两个工程问题的种群规模均设为 210, 最大评价次数设为 40000<sup>[29]</sup>. ADSMOEA 的间隔参数 L 分别设置为 100 和 5.

表 5 列出了 7 种先进算法和 ADSMOEA 在实际工程问题上的 IGD 和 HV 均值和及其标准差. 由表 5 可见, ADSMOEA 在两个工程问题上的表现优于对比算法. 尤其是在目标数量更多的 CCD 问题中, ADSMOEA 的优势更为明显, 表明 ADSMOEA 在处理高维多目标的实际工程问题上有着明显的优势.

### 4 结论

针对单一支配关系在维持收敛性和多样性平衡方面存在的局限性, 本文提出了一种基于适应性支配关系的高维多目标优化算法 ADSMOEA. 提出一种适应性支配策略 ADS, 根据当前种群的收敛状况自适应地选择合适的支配关系以平衡收敛性和多样

性. 为准确评估种群的收敛状态, 设计了一种角度收敛指标, 通过引入个体间的夹角信息提高收敛性评估的准确性. 此外, 设计了一种适应性的多样性算子以维持种群的多样性. 对比实验表明, 所提出的 ADSMOEA 算法展现出显著优势. 未来将进一步研究适应性支配策略, 以期更有效地应对复杂高维多目标优化问题.

### 参考文献 (References)

- [1] Adhikari M, Amgoth T, Srirama S N. Multi-objective scheduling strategy for scientific workflows in cloud environment: A firefly-based approach[J]. *Applied Soft Computing*, 2020, 93: 106411.
- [2] 李瑞, 龚文引. 改进的基于分解的多目标进化算法求解双目标模糊柔性作业车间调度问题[J]. *控制理论与应用*, 2022, 39(1): 31-40.  
(Li R, Gong W Y. An improved multi-objective evolutionary algorithm based on decomposition for bi-objective fuzzy flexible job-shop scheduling problem[J]. *Control Theory & Applications*, 2022, 39(1): 31-40.)
- [3] 肖人彬, 李贵, 陈峙臻. 进化超多目标优化研究进展及展望[J]. *控制与决策*, 2023, 38(7): 1761-1788.  
(Xiao R B, Li G, Chen Z Z. Research progress and prospect of evolutionary many-objective optimization[J]. *Control and Decision*, 2023, 38(7): 1761-1788.)
- [4] 梁正平, 骆婷婷, 王志强, 等. 一种基于目标空间转换权重求和的超多目标进化算法[J]. *自动化学报*, 2022, 48(4): 1060-1078.  
(Liang Z P, Luo T T, Wang Z Q, et al. A many-objective evolutionary algorithm based on weighted sum of objective space transformation[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2022, 48(4): 1060-1078.)
- [5] Yang S X, Li M Q, Liu X H, et al. A grid-based evolutionary algorithm for many-objective optimization[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2013, 17(5): 721-736.
- [6] Liu Y, Zhu N B, Li K L, et al. An angle dominance criterion for evolutionary many-objective optimization[J]. *Information Sciences*, 2020, 509: 376-399.
- [7] 孙靖, 巩敦卫. 进化高维多目标优化研究进展[J]. *控制理论与应用*, 2018, 35(7): 928-938.  
(Sun J, Gong D W. Recent advances in evolutionary many-objective optimization[J]. *Control Theory & Applications*, 2018, 35(7): 928-938.)
- [8] Yang F, Xu L, Chu X K, et al. A new dominance relation based on convergence indicators and niching for many-

- objective optimization[J]. *Applied Intelligence*, 2021, 51(8): 5525-5542.
- [9] Tian Y, Cheng R, Zhang X Y, et al. A strengthened dominance relation considering convergence and diversity for evolutionary many-objective optimization[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2019, 23(2): 331-345.
- [10] Liu Y P, Gong D W, Sun J, et al. A many-objective evolutionary algorithm using a one-by-one selection strategy[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2017, 47(9): 2689-2702.
- [11] Zitzler E, Thiele L, Laumanns M, et al. Performance assessment of multiobjective optimizers: An analysis and review[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2003, 7(2): 117-132.
- [12] Zitzler E, Künzli S. Indicator-based selection in multiobjective search[C]. *Parallel Problem Solving from Nature – PPSN VIII*. Berlin, Heidelberg: Springer, 2004: 832-842.
- [13] Sato H, Aguirre H E, Tanaka K. Self-controlling dominance area of solutions in evolutionary many-objective optimization[C]. *Simulated Evolution and Learning*. Berlin, Heidelberg: Springer, 2010: 455-465.
- [14] Zhang Q F, Liu W D, Li H. The performance of a new version of MOEA/D on CEC09 unconstrained MOP test instances[C]. *2009 IEEE Congress on Evolutionary Computation*. Trondheim, 2009: 203-208.
- [15] Sun L, Li K. Adaptive operator selection based on dynamic Thompson sampling for MOEA/D[C]. *Parallel Problem Solving from Nature — PPSN XVI*. Cham: Springer International Publishing, 2020: 271-284.
- [16] Bader J, Zitzler E. HypE: An algorithm for fast hypervolume-based many-objective optimization[J]. *Evolutionary Computation*, 2011, 19(1): 45-76.
- [17] Zitzler E, Thiele L. Multiobjective evolutionary algorithms: A comparative case study and the strength Pareto approach[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 1999, 3(4): 257-271.
- [18] Sun Y N, Yen G G, Yi Z. IGD indicator-based evolutionary algorithm for many-objective optimization problems[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2019, 23(2): 173-187.
- [19] Coello C A C, Cortés N C. Solving multiobjective optimization problems using an artificial immune system[J]. *Genetic Programming and Evolvable Machines*, 2005, 6(2): 163-190.
- [20] Wang H D, Jin Y C, Yao X. Diversity assessment in many-objective optimization[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2017, 47(6): 1510-1522.
- [21] Aggarwal C C, Hinneburg A, Keim D A. On the surprising behavior of distance metrics in high dimensional space[C]. *Database Theory — ICDT 2001*. Berlin, Heidelberg: Springer, 2001: 420-434.
- [22] Wang H D, Jiao L C, Yao X. Two\_Arch2: An improved two-archive algorithm for many-objective optimization[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2015, 19(4): 524-541.
- [23] Tian Y, Cheng R, Zhang X Y, et al. PlatEMO: A MATLAB platform for evolutionary multi-objective optimization[J]. *IEEE Computational Intelligence Magazine*, 2017, 12(4): 73-87.
- [24] Deb K, Thiele L, Laumanns M, et al. Scalable multi-objective optimization test problems[C]. *Proceedings of the 2002 Congress on Evolutionary Computation*. CEC'02. Honolulu, 2002: 825-830.
- [25] Huband S, Hingston P, Barone L, et al. A review of multiobjective test problems and a scalable test problem toolkit[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2006, 10(5): 477-506.
- [26] 谢承旺, 付世炜. MaOEA/A2R: 一种基于 A2R 支配关系的高维多目标进化算法[J]. *电子学报*, 2024, 52(8): 2758-2772.  
(Xie C W, Fu S W. MaOEA/A2R: A many-objective evolutionary algorithm based on A2R dominance relation[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2024, 52(8): 2758-2772.)
- [27] Zhang Q, Yang N, Wu Y, et al. SEA: Many-objective evolutionary algorithm with selection evolution strategy[J]. *Expert Systems with Applications*, 2024, 252: 124226.
- [28] Tian Y, Li X P, Ma H P, et al. Deep reinforcement learning based adaptive operator selection for evolutionary multi-objective optimization[J]. *IEEE Transactions on Emerging Topics in Computational Intelligence*, 2023, 7(4): 1051-1064.
- [29] Zhu S W, Xu L H, Goodman E D, et al. A new many-objective evolutionary algorithm based on generalized Pareto dominance[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2022, 52(8): 7776-7790.
- [30] Wilcoxon F. Individual comparisons by ranking methods[J]. *Biometrics Bulletin*, 1945, 1(6): 80.
- [31] Chen H K, Tian Y, Pedrycz W, et al. Hyperplane assisted evolutionary algorithm for many-objective optimization problems[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2020, 50(7): 3367-3380.
- [32] Tanabe R, Ishibuchi H. An easy-to-use real-world multi-objective optimization problem suite[J]. *Applied Soft Computing*, 2020, 89: 106078.

### 作者简介

郭肇禄 (1984–), 男, 副教授, 博士, 主要研究方向为演化计算和机器学习, E-mail: [gzl@jxust.edu.cn](mailto:gzl@jxust.edu.cn);

赵擎宇 (2000–), 男, 硕士生, 主要研究方向为演化计算和机器学习, E-mail: [6120231201@mail.jxust.edu.cn](mailto:6120231201@mail.jxust.edu.cn);

杨火根 (1975–), 男, 教授, 博士, 主要研究方向为计算机辅助几何设计与智能计算, E-mail: [yanghuogen@126.com](mailto:yanghuogen@126.com).