

控制与决策

Control and Decision

基于多源信息重构视图的不完备多视图自表示聚类

陈梅, 王洁, 郭爱霞, 王欢

引用本文:

陈梅, 王洁, 郭爱霞, 等. 基于多源信息重构视图的不完备多视图自表示聚类[J]. *控制与决策*, 2026, 41(3): 765-776.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2025.0709>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于DST融合多视图模糊推理赋值的三维目标检测

3D object detection based on DST fusion multi-view fuzzy reasoning assignment

控制与决策. 2021, 36(4): 867-875 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0434>

基于多尺度特征表示的行人再识别

Multi-scale feature representation for person re-identification

控制与决策. 2021, 36(12): 3015-3022 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0952>

基于双权重多邻域保持嵌入的间歇过程故障检测

Fault detection of batch process based on double weight and multiple neighborhoods preserving embedding

控制与决策. 2021, 36(12): 3023-3030 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0659>

基于联合知识表示学习的多模态实体对齐

Multi-modal entity alignment based on joint knowledge representation learning

控制与决策. 2020, 35(12): 2855-2864 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0331>

专家交互情境下不完备群组DEMATEL决策方法

Incomplete group DEMATEL decision-making method under expert interaction context

控制与决策. 2020, 35(12): 3066-3072 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0353>

基于多源信息重构视图的不完备多视图自表示聚类

陈梅[†], 王洁, 郭爱霞, 王欢

(兰州交通大学 电子与信息工程学院, 兰州 730070)

摘要: 针对现有不完备多视图聚类算法在恢复缺失数据时未保留原始结构, 无法准确捕获多视图数据中局部结构和高阶信息等问题, 提出基于多源信息重构视图的不完备多视图自表示聚类算法 (MSRS). 首先, 利用多源信息重构反映原始数据结构特征的视图; 然后, 基于重构的视图, 采用一种结合稀疏约束与局部结构捕获的正则化方法, 并引入加权张量 Schatten- p 范数以动态控制不同奇异值的贡献, 从而有效学习各视图的高质量自表示矩阵; 最后, 通过与 9 个先进的基线算法在 3 个真实和 4 个仿真不完备数据集上的实验结果表明, 所提出算法在大多数情况下显著优于基线算法.

关键词: 多源信息重构; 自表示学习; 正则化约束; 加权张量 Schatten- p 范数; 不完备多视图聚类

中图分类号: TP311 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2025.0709

引用格式: 陈梅, 王洁, 郭爱霞, 等. 基于多源信息重构视图的不完备多视图自表示聚类 [J]. 控制与决策, 2026, 41(3): 765-776.

Multi-source information reconstruction and self-representation for incomplete multi-view clustering

CHEN Mei[†], WANG Jie, GUO Ai-xia, WANG Huan

(School of Electronic and Information Engineering, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China)

Abstract: Existing incomplete multi-view clustering algorithms face several limitations, including the difficulty in preserving the original structure during missing instances recovery, and the inability to accurately capture local structures and high-order information in multi-view data. To address these issues, a multi-source information reconstruction and self-representation (MSRS) for incomplete multi-view clustering algorithm is proposed. The MSRS first reconstructs incomplete views that reflect the original data structure based on multi-source information. Then, based on the reconstructed views, the MSRS employs an effective regularization method that combines sparse constraints with local structure preservation, and introduces a weighted tensor Schatten- p norm to dynamically control the contributions of different singular values, thereby learning high-quality self-representation matrices for each view. Experiments comparing the MSRS with nine advanced baseline algorithms on various incomplete datasets demonstrate that, the proposed algorithm significantly outperforms the baselines in most cases.

Keywords: multi-source information reconstruction; self-representation learning; regularization constraint; weighted tensor Schatten- p norm; incomplete multi-view clustering

0 引言

近年来, 多视图聚类算法因能够融合视图间的一致性和互补性, 在提升聚类性能方面展现出了显著优势^[1]. 然而, 受限于数据采集和传感故障等因素, 实际应用中获取的数据往往不完整, 因此, 不完备多视图聚类算法 (IMVC) 已成为当前的研究热点.

现有不完备多视图聚类算法大致可分为两类:

第 1 类方法^[2-5] 首先通过数据填充技术对缺失样本进行填充, 然后基于填充的视图进行聚类. 常见的数据填充方法包括零值填充^[3] 和原始数据均值填充^[4] 等. Wang 等^[5] 进一步提出了一种基于 k -近邻填充的方法, 通过利用数据点间的邻接结构来填充缺失数据, 在一定程度上提升了算法性能. 尽管此类方法实现相对简单, 但是, 在填充过程中可能会引入噪声数

收稿日期: 2025-07-05; 录用日期: 2025-09-23.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (62266029); 甘肃省重点研发计划项目 (24YFGA036); 甘肃省高等学校产业支撑计划项目 (2022CYZC-36).

责任编辑: 刘向杰.

[†]通信作者. E-mail: mei.chen.lzjtu@hotmail.com.

据,无法充分挖掘多视图数据的潜在结构.第2类方法^[6-10]通常基于现有不完备视图学习共识表示,并在共识表示优化过程填充缺失值.Wan等^[7]利用非缺失样本进行矩阵旋转,以对齐和融合各视图表示矩阵中所蕴含的一致结构,提升了算法的鲁棒性;文献^[8-10]采用了一种基于图构造的方法,利用非缺失样本学习并重构自表示矩阵,通过优化其结构来应对不完备数据的挑战.上述算法均基于未缺失数据直接重构各视图的表示矩阵,有效捕获了各视图所蕴含的一致结构.然而,这类直接对表示矩阵进行重构的方法,忽略了缺失样本中包含的信息,未能充分还原各视图的原始结构特征.

为了更有效地捕获缺失视图中的结构信息,降低缺失数据的影响,研究人员通过引入正则化方法来提升各视图表示矩阵的质量.文献^[8, 11-12]使用 l_1 范数正则化对误差矩阵施加稀疏约束,降低了噪声和冗余信息的干扰;文献^[13-14]使用了核范数正则化约束,以有效捕获各视图间共享的低秩结构,降低了视图间不一致性对于算法性能的影响;文献^[15-17]使用了 $l_{2,1}$ 范数正则化约束,结合行级和逐元素稀疏约束,在实现重要特征选择的同时,有效去除了冗余信息.上述正则化方法通过稀疏约束或捕获局部结构,提升了自表示矩阵的质量.然而,这些方法未能同时兼顾稀疏性与局部结构这两类特性.此外,未考虑到多个视图蕴含的高阶结构信息,因此,难以全面捕捉视图间的一致性和互补性.

为全面挖掘多视图数据中蕴含的丰富信息,研究人员引入了张量结构,以便在高维空间中捕获多个视图间的互补信息.文献^[18-20]利用张量分解正则化,有效实现了多视图数据的全局低秩特性,然而,该方法所获得的解并不是 Tucker 秩的紧凸松弛;为使得秩特征更适合于高阶张量, Xie 等^[21]提出了一种基于 t-SVD 的张量核范数来捕获视图间的高阶信息,现已被证实为张量多秩的有效凸松弛,然而,该方法使得所有奇异值均匀减小,忽略了嵌入在矩阵中的显著结构信息;为了更好地捕获不同奇异值的贡献, Yun 等^[22]提出了加权张量核范数方法,通过为不同奇异值分配对应的权重来解决奇异值平等收缩的问题; Xia 等^[23]使用了张量 Schatten- p 范数约束方法,通过引入非线性效应来捕获不同奇异值的贡献.这些方法^[22-23]通过区分不同奇异值的贡献,相较于张量核范数能够更准确地捕捉多视图数据的高阶结构.然而,如何在引入权重以区分奇异值贡献的同时,结合非线性效应动态调整权重变化,从而更精准地捕获视图间的高阶结构和互补信息,仍然是当前研

究亟待解决的问题.

尽管已有研究在一定程度上提升了不完备多视图聚类的性能,但是仍然存在以下不足:1)传统数据填充和直接基于不完备视图学习共识表示的方法易引入噪声或忽视缺失数据中蕴含的信息,未能准确捕获原始数据的结构特征;2)现有正则化方法未能同时兼顾数据的稀疏约束与局部结构捕获;3)在捕获不同视图高阶信息时,未能动态考虑不同奇异值对秩的贡献,从而忽略了较大奇异值所包含的显著结构信息.鉴于此,本文提出基于多源信息重构视图的不完备多视图自表示聚类算法(MSRS).首先,利用多视图数据中蕴含的多源信息重构缺失视图,以准确地反映原始数据的结构特征;然后,引入结合稀疏约束和流行正则化的 $l_{1,2}$ 方法优化自表示矩阵,有效捕获视图间的局部结构;同时,引入一种动态控制不同奇异值对秩贡献的加权张量 Schatten- p 范数约束,准确地捕获各视图的高阶信息.通过在一个统一框架中联合优化重构视图和自表示矩阵,MSRS在保留原始结构特征的同时能够全面捕获不同视图的一致性和互补性.MSRS算法源代码已在 <https://github.com/3276044359/MSRS-code> 中公开提供.

1 符号和定义

为便于后续内容的表达和理解,本节对文中使用的符号及其含义进行详细说明,如表1所示,并对张量相关的部分引理和定理进行推理和验证.

表1 符号表示及其含义

符号	含义
s, S, \mathcal{S}	向量, 矩阵, 张量
v	视图个数
n_v	未缺失实例个数
n_u	缺失实例个数
n	数据点个数
$X^{(i)} \in \mathbb{R}^{d_i \times n}$	第 i 个视图数据矩阵
$X_u^{(i)} \in \mathbb{R}^{d_i \times n_u}$	第 i 个视图的缺失实例
$X_d^{(i)} \in \mathbb{R}^{d_i \times n_v}$	第 i 个视图的未缺失实例
$N_d^{(i)} \in \mathbb{R}^{d_i \times n_v}$	未缺失实例索引矩阵
$N_u^{(i)} \in \mathbb{R}^{d_i \times n_u}$	缺失实例索引矩阵
$S^{(i)} \in \mathbb{R}^{n \times d_i}$	自表示矩阵
$\mathcal{S}^{(i)}$	张量 \mathcal{S} 的第 i 个正面切片
$\bar{S} = \text{fft}(S, [], 3)$	\mathcal{S} 沿第3维度的傅里叶变换
$S = \text{ifft}(\bar{S}, [], 3)$	\bar{S} 沿第3维度的傅里叶逆变换

引理 1 (GST) 给定参数 a 和 b , 对于优化问题

$$\min_{\delta \geq 0} f(\delta) = \frac{1}{2}(\delta - \sigma)^2 + a\delta^b, \text{ 存在固定阈值 } \vartheta, \text{ 有}$$

$$\vartheta_b^{\text{GST}}(a) = (2a(1-b))^{\frac{1}{2-b}} + ab(2a(1-b))^{\frac{b-1}{2-b}}, \quad (1)$$

使得在不同的 σ 取值下, 该优化问题存在一个变量 δ 的全局最优解 $\delta_{\text{GST}}^{a,b}(\sigma)$, 如下所示:

$$\delta_{\text{GST}}^{a,b}(\sigma) = \begin{cases} 0, & \sigma \leq \vartheta_b^{\text{GST}}(a); \\ \text{sign}(\sigma) \cdot \Gamma_{\text{GST}}^{a,b}(\sigma), & \sigma > \vartheta_b^{\text{GST}}(a). \end{cases} \quad (2)$$

其中: a 为正则化参数, 用于控制惩罚项权重. b 为指数参数, 用于调节惩罚项的非线性程度. $\Gamma_{\text{GST}}^{a,b}(\sigma)$ 为广义软阈值算子, 由 $\Gamma_{\text{GST}}^{a,b}(\sigma) - \sigma - ab(\Gamma_{\text{GST}}^{a,b}(\sigma))^{b-1} = 0$ 计算. $\text{sign}(\cdot)$ 为符号函数, 确保 $\delta_{\text{GST}}^{a,b}(\sigma)$ 与输入参数 σ 具有相同的符号, 定义如下所示:

$$\text{sign}(\sigma) = \begin{cases} 1, & \sigma > 0; \\ 0, & \sigma = 0; \\ -1, & \sigma < 0. \end{cases} \quad (3)$$

算法1对广义软阈值算法GST的计算过程进行了详细总结.

算法1 GST.

input: 变量 σ 和参数 a, b ;

output: 变量 δ 的全局最优解 $\delta_{\text{GST}}^{a,b}(\sigma)$.

1. 计算如下阈值: $\vartheta_b^{\text{GST}}(a) = (2a(1-b))^{2-b} + ab(2a \times (1-b))^{\frac{2-b}{b}}$.

2. if $\sigma \leq \vartheta_b^{\text{GST}}(a)$ then

3. $\delta_{\text{GST}}^{a,b}(\sigma) = 0$;

4. else

5. 使用 $\Gamma_{\text{GST}}^{a,b}(\sigma) - \sigma - ab(\Gamma_{\text{GST}}^{a,b}(\sigma))^{b-1} = 0$ 计算广义软阈值算子 $\Gamma_{\text{GST}}^{a,b}(\sigma)$;

6. $\delta_{\text{GST}}^{a,b}(\sigma) = \text{sign}(\sigma) \cdot \Gamma_{\text{GST}}^{a,b}(\sigma)$;

7. end

return $\delta_{\text{GST}}^{a,b}(\sigma)$.

定理1 对于矩阵 $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, 其t-SVD表示为 $A = USV^T$. 以下问题可使用GST方法进行优化:

$$\min_B \|B\|_{\omega, Sp}^p + \frac{1}{2} \|B - A\|_F^2. \quad (4)$$

式(4)的最优解为

$$B^* = U\Theta_{\omega,p}(A)V^T. \quad (5)$$

其中: $U \in \mathbb{R}^{m \times m}$ 和 $V \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 分别为矩阵 A 的左奇异向量和右奇异向量; $\Theta_{\omega,p}(A)$ 为对角矩阵, 由

$\Theta_{\omega,p}(A) = \text{diag}(\Gamma_{\text{GST}}^{\omega_1,p}(\sigma_1(A)), \Gamma_{\text{GST}}^{\omega_2,p}(\sigma_2(A)), \dots, \Gamma_{\text{GST}}^{\omega_i,p}(\sigma_i(A)))$ 计算, $\sigma_i(A)$ 为 A 的第 i 个奇异值, $\Gamma_{\text{GST}}^{\omega_i,p}(\sigma_i(A))$ 由引理1获得.

定理2 张量 $\mathcal{W} \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_2 \times n_3}$ 的t-SVD为 $\mathcal{W} = \mathcal{U} * \mathcal{S} * \mathcal{V}^T$, 其加权张量Schatten- p 范数的优化可以表示为加权张量Schatten- p 范数最小化问题

$\arg \min_{\mathcal{W}} \|\mathcal{W}\|_{\omega, Sp}^p + \frac{1}{2} \|\mathcal{W} - \mathcal{C}\|_F^2$. 该优化问题可被重写为 n_3 个独立问题进行求解, 如下所示:

$$\arg \min_{\bar{\mathcal{W}}} \sum_{j=1}^{\min(n_1, n_2)} \omega_j^i \sigma_j^p(\bar{\mathcal{W}}^{(i)}) + \sum_{i=1}^{n_3} \left(\frac{1}{2} \|\bar{\mathcal{W}}^{(i)} - \bar{\mathcal{C}}^{(i)}\|_F^2 \right). \quad (6)$$

其中: $\bar{\mathcal{C}}^{(i)} \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_2}$ 为张量 $\mathcal{C} \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_2 \times n_3}$ 的第 i 个正面切片; $\sigma_j^p(\bar{\mathcal{W}}^{(i)})$ 为 $\bar{\mathcal{W}}^{(i)} \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_2}$ 的第 j 个奇异值,

权重可由 $\omega_j^i = \frac{1}{\sigma_j^p(\bar{\mathcal{W}}^{(i)}) + \varepsilon}$ 计算.

由定理1, 上述模型 $\bar{\mathcal{W}}^{(i)}$ 的最优解为

$$(\bar{\mathcal{W}}^{(i)})^* = \bar{U}^{(i)} * \Theta_{\omega,p}(\bar{\mathcal{C}}^{(i)}) * (\bar{V}^{(i)})^T, \quad (7)$$

其中 $\bar{U}^{(i)} \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_1}$ 和 $\bar{V}^{(i)} \in \mathbb{R}^{n_2 \times n_2}$ 分别为 $\bar{\mathcal{W}}^{(i)}$ 的左右奇异向量. 该过程根据参数 ω 和参数 p 使用广义软阈值化方法GST对奇异值进行分解. 然后, 由 $(\bar{\mathcal{W}}^{(i)})^*$ 重构张量 \mathcal{W} 的最优解 \mathcal{W}^* , 因此, $\|\mathcal{W}\|_{\omega, Sp}^p$ 的最优解为

$$\mathcal{W}^* = \mathcal{U} * \text{ifft}(\Theta_{\omega,p}(\bar{\mathcal{C}})) * \mathcal{V}^T. \quad (8)$$

这里: $\Theta_{\omega,p}(\bar{\mathcal{C}}) = \text{diag}(\Gamma_{\text{GST}}^{\omega,p}(\sigma(\bar{\mathcal{C}})))$ 为一个张量, $\Theta_{\omega,p}(\bar{\mathcal{C}}^{(i)})$ 为其第 i 个正面切片; $\mathcal{U} \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_1 \times n_3}$, 由 $\mathcal{U} = \text{ifft}(\bar{U}, [], 3)$ 重构; $\mathcal{V} \in \mathbb{R}^{n_2 \times n_2 \times n_3}$, 由 $\mathcal{V} = \text{ifft}(\bar{V}, [], 3)$ 重构.

2 算法

本文提出一种基于多源信息重构视图的不完备多视图自表示聚类算法(MSRS). MSRS通过融合多源信息重构缺失视图, 并利用重构视图学习各视图的自表示矩阵, 同时, 通过捕获视图间的局部结构和高阶信息优化自表示矩阵, 从而获得用于聚类的高质量视图. 本节将详细介绍MSRS算法的过程.

2.1 基于多源信息融合的视图重构

在多视图学习中, 不同视图既包含一致信息, 也包含其他视图不具备的互补信息, 综合多个视图包含的多源信息有助于更准确地刻画数据特征. 非负矩阵分解(NMF)可将原始数据矩阵投影至一个共享的低维潜在空间来揭示视图间一致性, 同时, 为每个视图学习特定的基矩阵以捕获其所包含的互补信息^[16]. 基于此, 本文采用NMF学习不同视图中包含的多源信息和潜在结构来重构缺失数据, 表示为

$$\min_{X^{(i)}, R^{(i)}, M} \sum_{i=1}^v \|R^{(i)}M - X^{(i)}\|_F^2; \quad \text{s.t. } X_d^{(i)} = X^{(i)}N_d^{(i)}, R^{(i)} \geq 0, M \geq 0. \quad (9)$$

其中: $R^{(i)}$ 为各第 i 个视图的基矩阵. M 为共享潜在

表示, $\|R^{(i)}M - X^{(i)}\|_F^2$ 通过重构误差确保 M 能够准确融合各视图包含的一致性和互补性等多源信息. $X_d^{(i)} = X^{(i)}N_d^{(i)}$ 用于确保未缺失实例 $X_d^{(i)}$ 在视图重构过程中保持不变, 从而保留原始数据的结构特征, $X_d^{(i)} \in \mathbb{R}^{d \times n_v}$ 为第 i 个视图未缺失实例, $N_d^{(i)} \in \mathbb{R}^{d \times n}$ 为未缺失实例的索引矩阵, 表示为

$$N_{m,n}^{(i)} = \begin{cases} 1, & X_d^{(m)} = X^{(n)}; \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (10)$$

式 (9) 通过 NMF 学习可得到包含各视图特定结构的基矩阵 $R^{(i)}$ 以及反映所有视图一致结构的共享潜在表示 M , 基于 $R^{(i)}$ 和 M 对缺失样本进行重构, 所生成的视图有效捕获了多视图数据间的一致性和互补性, 准确反映了原始数据的结构特征, 如下所示:

$$\begin{aligned} X^{(i)} &= X_u^{(i)}N_u^{(i)} + X_d^{(i)}N_d^{(i)}; \\ \text{s.t. } X_u^{(i)} &= \psi(R^{(i)}, M). \end{aligned} \quad (11)$$

其中: $\psi(R^{(i)}, M)$ 为基于多源信息学习的反映多个视图潜在结构的视图, $X_u^{(i)}$ 和 $X_d^{(i)}$ 分别为第 i 个视图的缺失实例和未缺失实例, $N_u^{(i)}$ 和 $N_d^{(i)}$ 分别为缺失实例和未缺失实例的索引矩阵. 基于式 (11) 重构的缺失视图融合了多个视图包含的多源信息.

2.2 自表示与局部结构学习

在子空间聚类中, 自表示学习基于同一子空间内各数据点可由其余数据点线性表示的原理, 可有效捕捉视图内部的结构信息^[8]. 尽管自表示学习能够有效反映视图内部的结构, 但是, 其生成的表示矩阵仅描述数据点间的线性关系, 难以充分挖掘和表达多视图间潜在的非线性局部结构. 为此, 本文在重构视图的基础上学习各视图的自表示矩阵, 以挖掘视图内数据点间的相似关系, 并进一步引入正则化约束, 以便更充分地挖掘视图间的局部结构, 表示为

$$\begin{aligned} \min_{X^{(i)}, S^{(i)}} & \sum_{i=1}^v \|X^{(i)} - X^{(i)}S^{(i)}\|_F^2 + f(S^{(i)}); \\ \text{s.t. } & S^{(i)} \geq 0, \text{diag}(S^{(i)}) = 0, S^{(i)}\mathbf{1} = \mathbf{1}. \end{aligned} \quad (12)$$

其中: $X^{(i)} \in \mathbb{R}^{d_i \times n}$ 为基于多源信息重构的第 i 个视图数据矩阵, $S^{(i)}$ 为自表示矩阵, $f(S^{(i)})$ 为正则化项.

正则化约束可促使模型捕捉数据的关键特征和结构, 从而增强算法的稳定性和鲁棒性. 相较于传统的核范数、 l_1 范数与 Frobenius 范数等仅具有稀疏性或仅捕获结构性的正则化方法, $l_{1,2}$ 范数是一种兼顾这两类特性的方法^[24]. 一方面, $l_{1,2}$ 范数对表示矩阵施加稀疏约束, 保留了多视图共享的重要特征并消除了冗余信息, 增强了簇间结构的区分性; 另一方面, 引入了基于距离信息的流形正则化方法, 以增强同

一簇中数据点间的相似性, 保持数据的局部结构特征. 通过结合稀疏约束和流行正则技术, $l_{1,2}$ 范数不仅能够提升簇间差异性, 还能强化簇内结构的紧密性. 因此, 本文对自表示矩阵 $S^{(i)}$ 施加 $l_{1,2}$ 范数正则化, 如下所示:

$$f(S^{(i)}) = \sum_{i=1}^v \|S^{(i)}\|_{1,2}^2 = \sum_m \left(\sum_n |s_{mn}| \right)^2. \quad (13)$$

2.3 高阶相关性学习

式 (13) 通过对自表示矩阵施加 $l_{1,2}$ 范数约束, 有效捕获了多视图数据的局部结构信息. 然而, 多视图数据的全局结构反映了数据整体的分布特征和互补结构, 对于算法性能同样至关重要. 高阶相关性可在高维空间中准确捕获数据的全局结构信息, 进一步挖掘视图间的一致性和互补性. 为此, 本文在对自表示矩阵施加 $l_{1,2}$ 范数约束的同时, 引入张量结构来挖掘自表示矩阵间的高阶相关性.

传统多视图聚类算法^[18-19, 21] 通常采用张量核范数来挖掘视图间的高阶信息, 通过均匀收缩不同奇异值的贡献来捕获视图间的一致性和互补性. 然而, 不同奇异值通常包含不同的先验信息, 较大的奇异值表示更显著的特征, 反映视图间的一致性; 而较小的奇异值则包含各视图特有信息, 揭示视图间的互补性. 因此, 传统的均匀收缩方法难以准确捕捉视图间的高阶相关性. 为解决这一局限性, 本文使用加权张量 Schatten- p 范数来有效捕获各视图自表示矩阵中的高阶相关性, 即

$$\|S\|_{\omega, Sp}^p = \left(\sum_{i=1}^{n_3} \sum_{j=1}^{\min(n_1, n_2)} \omega_j \cdot \sigma_j(\bar{S}^{(i)})^p \right)^{\frac{1}{p}}. \quad (14)$$

其中: $\bar{S}^{(i)}$ 为 S 的第 i 个正面切片; $\sigma_j(\bar{S}^{(i)})$ 为其第 j 个奇异值; ω_j 是加权向量 ω 中的第 j 个元素, 用于调整不同奇异值的贡献; p 为一个幂指数, 使用 p 引入非线性效应动态调整不同奇异值的权重变化. 式 (14) 使用广义的软阈值化收缩方法 GST, 通过 ω 和 p 动态调整奇异值的收缩程度, 产生了更低秩的解, 有效捕获了多视图数据中的高阶信息.

结合式 (9)、(12) ~ (14), 可得到所提出算法的总目标模型, 有

$$\begin{aligned} \min_{\gamma} & \left(\sum_{i=1}^v \|R^{(i)}M - X^{(i)}\|_F^2 + \alpha \sum_{i=1}^v \|S^{(i)}\|_{1,2}^2 + \right. \\ & \left. \beta \sum_{i=1}^v \|X^{(i)} - X^{(i)}S^{(i)}\|_F^2 + \|S\|_{\omega, Sp}^p \right); \\ \text{s.t. } & X_d^{(i)} = X^{(i)}N_d^{(i)}, R^{(i)} \geq 0, M \geq 0, S^{(i)} \geq 0, \\ & \text{diag}(S^{(i)}) = 0, S^{(i)}\mathbf{1} = \mathbf{1}, \end{aligned}$$

$$\mathcal{S} = \Gamma(S^{(1)}, S^{(2)}, \dots, S^{(v)}). \quad (15)$$

其中: α 和 β 为惩罚项参数, $\Gamma(\cdot)$ 表示将各视图的自表示矩阵拼接为三阶张量并沿第3维度进行旋转后获得的旋转张量 $\mathcal{S} \in \mathbb{R}^{n \times n \times v}$. 式(15)充分融合了视图间的多源信息以重构缺失视图, 基于重构的视图学习了各视图的自表示矩阵, 并对自表示矩阵施加 $l_{1,2}$ 正则化约束和加权张量Schatten- p 范数约束来联合学习视图间的局部结构和高阶信息, 从而准确捕获了原始数据的结构特征以及视图间的一致性和互补性, 为每个视图学习高质量的自表示矩阵, 提升了算法性能.

3 模型优化

3.1 目标函数优化

式(15)中未知变量众多且难以计算, 因此, 采用交替方向乘子法(ADMM)求解模型. 首先, 引入两个辅助变量 \mathcal{G} 和 $U^{(i)}$, 式(15)变为如下模型:

$$\begin{aligned} \min_{\gamma} & \left(\sum_{i=1}^v \|R^{(i)}M - X^{(i)}\|_F^2 + \alpha \sum_{i=1}^v \|U^{(i)}\|_{1,2}^2 + \right. \\ & \left. \beta \sum_{i=1}^v \|X^{(i)} - X^{(i)}S^{(i)}\|_F^2 + \|\mathcal{G}\|_{\omega, Sp}^p \right); \\ \text{s.t.} & X_d^{(i)} = X^{(i)}N_d^{(i)}, R^{(i)} \geq 0, M \geq 0, \\ & S^{(i)} \geq 0, S^{(i)} = U^{(i)}, \mathcal{S} = \mathcal{G}, S^{(i)}\mathbf{1} = \mathbf{1}, \\ & \text{diag}(S^{(i)}) = 0, \mathcal{S} = \Gamma(S^{(1)}, S^{(2)}, \dots, S^{(v)}). \end{aligned} \quad (16)$$

构建式(16)的增广拉格朗日函数并去除约束, 即

$$\begin{aligned} \min_{\Upsilon} & \left(\sum_{i=1}^v \|R^{(i)}M - X^{(i)}\|_F^2 + \beta \sum_{i=1}^v \|X^{(i)} - \right. \\ & X^{(i)}S^{(i)}\|_F^2 + \|\mathcal{G}\|_{\omega, Sp}^p + \frac{\mu}{2} \left\| \mathcal{S} - \mathcal{G} + \frac{\mathcal{H}}{\mu} \right\|_F^2 + \\ & \left. \alpha \sum_{i=1}^v \|U^{(i)}\|_{1,2}^2 + \frac{\mu}{2} \left\| S^{(i)} - U^{(i)} + \frac{Q^{(i)}}{\mu} \right\|_F^2 \right); \\ \text{s.t.} & X_d^{(i)} = X^{(i)}N_d^{(i)}, R^{(i)} \geq 0, M \geq 0, S^{(i)} \geq 0, \\ & \text{diag}(S^{(i)}) = 0, S^{(i)}\mathbf{1} = \mathbf{1}, \\ & \mathcal{S} = \Gamma(S^{(1)}, S^{(2)}, \dots, S^{(v)}). \end{aligned} \quad (17)$$

其中: \mathcal{H} 和 $Q^{(i)}$ 为拉格朗日乘子, $\Upsilon = \{X^{(i)}, R^{(i)}, M, \mathcal{G}, U^{(i)}, S^{(i)}\}$. 通过固定其他变量, 迭代优化每个变量可得到式(17)的最优解, 具体如下.

step 1: 更新变量 $X^{(i)}$. 固定其他变量, 变量 $X^{(i)}$ 的求解问题可转换为如下优化问题:

$$\begin{aligned} \min & \left(\sum_{i=1}^v \|R^{(i)}M - X^{(i)}\|_F^2 + \right. \\ & \left. \beta \sum_{i=1}^v \|X^{(i)} - X^{(i)}S^{(i)}\|_F^2 \right). \end{aligned} \quad (18)$$

对 $X^{(i)}$ 求偏导, 并令其等于0, 可得到

$$\begin{cases} X^{(i)} = R^{(i)}M(I + \beta A^{(i)})^{-1}, \\ A^{(i)} = I - S^{(i)} - (S^{(i)})^T + S^{(i)}(S^{(i)})^T. \end{cases} \quad (19)$$

然后, 使用融合了多个视图潜在结构的视图 $X^{(i)}$ 来重构缺失视图 $X_u^{(i)}$, 即 $X_u^{(i)} = X^{(i)}N_u^{(i)}$. 重构缺失视图后, 由式(11)可获得完整的多视图数据, 如下所示:

$$X^{(i)} = R^{(i)}M(I + \beta A^{(i)})^{-1}N_u^{(i)} + X_d^{(i)}N_d^{(i)}. \quad (20)$$

step 2: 更新变量 $R^{(i)}$. 固定其他变量, 变量 $R^{(i)}$ 的优化可重写为

$$\arg \min_{R^{(i)} \geq 0} \sum_{i=1}^v \|R^{(i)}M - X^{(i)}\|_F^2. \quad (21)$$

使用拉格朗日乘子法构造拉格朗日函数以去除约束 $R^{(i)} \geq 0$, 有

$$\mathcal{L}(R^{(i)}, \lambda^{(i)}) = \sum_{i=1}^v \|R^{(i)}M - X^{(i)}\|_F^2 + \langle \delta^{(i)}, R^{(i)} \rangle, \quad (22)$$

其中 $\delta^{(i)}$ 为拉格朗日乘子, 用于确保函数满足非负约束 $R^{(i)} \geq 0$. 对 $R^{(i)}$ 求偏导, 令其等于0, 可得到

$$X^{(i)}M^T = R^{(i)}MM^T + \delta^{(i)}. \quad (23)$$

根据Karush-Kuhn-Tucker(KKT)条件 $R_{m,n}^{(i)}\delta_{m,n}^{(i)} = 0$, 对式(23)两边同时乘以 $R^{(i)}$, 可获得 $R^{(i)}$ 的最优解为

$$R_{m,n}^{(i)} = R_{m,n}^{(i)} \frac{(X^{(i)}M)_{m,n}}{(R^{(i)}MM^T)_{m,n}}. \quad (24)$$

step 3: 更新变量 M . 固定其他变量, 构造变量 M 的拉格朗日函数以去除约束 $M \geq 0$, 对 M 求偏导, 并令其偏导数为0, 可得到

$$\sum_{i=1}^v ((R^{(i)})^T R^{(i)} M) = \sum_{i=1}^v ((R^{(i)})^T X^{(i)}) + \varsigma, \quad (25)$$

其中 ς 为拉格朗日乘子. 根据KKT条件 $M_{a,b}\varsigma_{a,b} = 0$, 对式(25)左右两侧同时乘以 M , 可获得 M 的最优解为

$$M_{a,b} = M_{a,b} \frac{\left(\sum_{i=1}^v ((R^{(i)})^T X^{(i)}) \right)_{a,b}}{\left(\sum_{i=1}^v ((R^{(i)})^T R^{(i)} M) \right)_{a,b}}. \quad (26)$$

step 4: 更新变量 \mathcal{G} . 固定其他变量, 变量 \mathcal{G} 的求解变为如下优化问题:

$$\mathcal{G}^* = \arg \min_{\mathcal{G}} \|\mathcal{G}\|_{\omega, Sp}^p + \frac{\mu}{2} \left\| \mathcal{S} - \mathcal{G} + \frac{\mathcal{H}}{\mu} \right\|_F^2. \quad (27)$$

由定理2, 式(27)的最优解为

$$\mathcal{G}^* = \mathcal{U} * \text{ifft}(\Theta_{\omega, p}(\bar{\mathcal{A}})) * \mathcal{V}^T, \quad (28)$$

其中 $\mathcal{A} = \mathcal{S} + \frac{\mathcal{H}}{\mu}$.

step 5: 更新变量 $U^{(i)}$. 固定其他变量, 变量 $U^{(i)}$ 的求解变为如下优化问题:

$$\arg \min_{U^{(i)}} \alpha \sum_{i=1}^v \|U^{(i)}\|_{1,2}^2 + \frac{\mu}{2} \left\| S^{(i)} - U^{(i)} + \frac{Q^{(i)}}{\mu} \right\|_F^2. \quad (29)$$

对于矩阵 $U^{(i)}$, 可将其分解为 n 个子问题, 有

$$U_{a_i}^{(i)} = \text{sign} \left(\left(S^{(i)} + \frac{Q^{(i)}}{\mu} \right)_{a_i}^{(i)} \right) \circ \max \left\{ \left| \left(S^{(i)} + \frac{Q^{(i)}}{\mu} \right)_{a_i}^{(i)} \right| - \frac{\mu t}{2 + \mu t} f_t, 0 \right\}. \quad (30)$$

其中: $\text{sign}(\cdot)$ 为符号函数; \circ 为 Hadamard 积; $f_t = \frac{1}{t} \sum_{b=1}^t \left(S^{(i)} + \frac{Q^{(i)}}{\mu} \right)_{a_i, d_b}^{(i)}$, d_b 为 $U_{a_i}^{(i)}$ 元素按照降序排列后对应的索引值; t 为不等式 $\left| \left(S^{(i)} + \frac{Q^{(i)}}{\mu} \right)_{a_i}^{(i)} \right| - \frac{\mu t}{2 + \mu t} f_t > 0$ 成立的最大整数.

step 6: 更新变量 $S^{(i)}$. 固定其他变量, 变量 $S^{(i)}$ 的优化可重写为

$$\min_{S^{(i)}} \left(\beta \sum_{i=1}^v \|X^{(i)} - X^{(i)} S^{(i)}\|_F^2 + \frac{\mu}{2} \left\| \mathcal{S} - \mathcal{G} + \frac{\mathcal{H}}{\mu} \right\|_F^2 + \frac{\mu}{2} \left\| S^{(i)} - U^{(i)} + \frac{Q^{(i)}}{\mu} \right\|_F^2 \right). \quad (31)$$

求取 $S^{(i)}$ 的导数, 并令其为 0, 可得到 $S^{(i)}$ 的最优解为

$$\begin{cases} \tilde{S}^{(i)} = (2\beta(X^{(i)})^T X^{(i)} + 2\mu I)^{-1} C^{(i)}, \\ C^{(i)} = 2\beta(X^{(i)})^T X^{(i)} + (\mu \mathcal{G} - \mathcal{H}) + (\mu U^{(i)} - Q^{(i)}). \end{cases} \quad (32)$$

step 7: 更新拉格朗日乘子 \mathcal{H} , $Q^{(i)}$ 和参数 μ , 如下所示:

$$\begin{cases} \mathcal{H} = \mathcal{H} + \mu(\mathcal{S} - \mathcal{G}), \\ Q^{(i)} = Q^{(i)} + \mu(S^{(i)} - U^{(i)}), \\ \mu = \min(\rho\mu, \mu_0). \end{cases} \quad (33)$$

其中 ρ 和 μ_0 为常数.

算法 2 对式 (16) 的优化过程进行了总结.

算法2 MSRS.

input: 不完备多视图数据矩阵 $\{X^{(i)}\}_{i=1}^v$, 正则化参数 α 和 β , $\rho = 0.1$, $\mu_0 = 0.1$;

output: 自表示矩阵 $S^{(i)}$.

1. 初始化 $R^{(i)}$ 、 M 、 $S^{(i)}$ 和 $U^{(i)}$ 为全 0 矩阵, $i = 1, 2, \dots, v$, 初始化 $\mathcal{S} = 0$, $\mathcal{G} = 0$.
2. while 未收敛 do
3. 由式(20)重构缺失视图 $\{X^{(i)}\}_{i=1}^v$;

4. 由式(24)更新基矩阵 $R^{(i)}$;

5. 由式(26)更新潜在表示 M ;

6. 由式(28)更新张量 \mathcal{G} ;

7. 由式(30)更新变量 $U^{(i)}$;

8. 由式(32)更新自表示矩阵 $S^{(i)}$;

9. 由式(33)更新拉格朗日乘子 \mathcal{H} 、 $Q^{(i)}$ 和惩罚项参数 μ .

10. end while

return $S^{(i)}$.

3.2 时间复杂度分析

本节对所提出算法 MSRS 的时间复杂度进行分析. 在忽略矩阵基本运算的情况下, MSRS 时间复杂度主要由 $X^{(i)}$ 、 $R^{(i)}$ 、 M 、 \mathcal{G} 和 $S^{(i)}$ 的更新组成. 利用多源信息重构缺失视图 $X^{(i)}$ 的时间复杂度为 $O(d \times n^2 + n^3)$; 更新变量 $R^{(i)}$ 的时间复杂度为 $O(d \times n)$; 更新变量 M 的时间复杂度为 $O(v \times n \times d + v \times n)$; 更新变量 \mathcal{G} 涉及在 $n \times v \times n$ 张量上的傅里叶变换和逆变换计算, 以及每个正面切片的 SVD, 因此, 更新变量 \mathcal{G} 的总时间复杂度为 $O(v \times n^2 \times \log(n) + v^2 \times n^2)$; 更新自表示矩阵 $S^{(i)}$ 的时间复杂度为 $O(v \times n^3)$. 其中: v 为视图个数, d 为数据点的特征维度, n 为数据点个数, $v \ll n$, $d \ll n$. 因此, 算法总的复杂度为 $O(n^3)$.

4 实验结果及分析

本文设计不同的实验来验证所提出算法的性能, 实验使用的编程环境为 Matlab 2019a, 操作系统为 Windows11, 内存为 8 GB, 处理器为 Intel Core i5 8250U.

4.1 实验数据集和基线算法

本实验选取 3 个真实不完备多视图数据集 BBC、BBCSport 和 3Sources, 以及 4 个缺失比率 (PER) 分别为 0.0、0.1、0.3、0.5、0.7 和 0.9 的仿真不完备多视图数据集 NGs、ORL、100Leaves 和 HW2sources, 以验证所提出算法的有效性. 其中: BBC、NGs 和 HW2sources 为一个新闻报道数据集, BBCSport 包含不同视角的体育新闻文章, 3Sources 为多视图文本数据集, ORL 为人脸图像数据集, 100Leaves 为常用于植物叶片分类的数据集. 数据集详细信息如表 2 所示. 这里: X 为数据集, v 为视角个数, c 为簇个数, n 为样本个数, d_v 为各视角的特征维数.

本实验选取 9 个先进的多视图聚类算法作为基线算法: BSV^[25] 为选择最佳视角进行聚类的算法; IMSCAGL^[8] 引入谱约束以实现低维表示, 并通过协

表2 实验数据集描述

X	v	c	n	d_v
BBC	4	5	2 225	4 659/4 633/4 665/4 684
BBCSport	2	5	737	3 183/3 203
3Sources	3	6	416	3 560/3 631/3 068
NGs	3	5	500	2 000/2 000/2 000
ORL	3	40	400	256/256/256
100Leaves	3	100	1 600	64/64/64
HW2sources	2	10	2 000	784/256

同正则化学习各视图的共识表示; PIMVC^[12] 通过投影共识表示学习, 解决不同视图间信息不平衡的问题; IMSCAGL 和 PIMVC 均使用 l_1 范数约束不完备多视图数据中的冗余信息; TTGL^[18] 和 HCPIMSC^[26] 均利用张量分解来实现不完备多视图数据的特征恢复; TCIMC^[23] 使用张量 Schatten- p 范数来学习各视图的共识表示; DAIMC^[16] 使用加权非负矩阵学习亲和矩阵, 并基于 $l_{2,1}$ 范数的正则化器对亲和矩阵进行

稀疏约束; OGIMC^[10] 同时考虑局部和全局信息, 以恢复各不完备视图的图结构; HCLSCGL^[9] 基于相似-近邻假设构建置信图, 并将其嵌入模型, 以形成一个由置信结构驱动的共识图学习框架。

本实验使用了准确率 (Accuracy)、归一化互信息 (NMI)、 F -score 和纯度 (Purity) 作为评价指标, 各指标的值越大, 算法聚类结果越接近于真实划分。

4.2 实验结果与分析

为验证 MSRS 的性能, 本实验在 3 个真实不完备数据集和 4 个包含不同缺失率的仿真不完备数据集上, 对比 MSRS 与 9 种基线算法的聚类结果。表 3 为在真实不完备数据集上的实验结果, 表 4 ~ 表 7 为 4 个仿真不完备数据集上 Accuracy、NMI 和 F -score 结果, 图 1 为对应的 Purity 结果。

由表 3 ~ 表 7 可见, MSRS 在绝大多数情况下显著优于对比算法, 仅在真实不完备数据集 3Sources 上略微低于最优结果, 获得了次优结果, 实验结果的

表3 真实不完备数据集上实验结果

数据集	Accuracy			NMI			Purity			F -score		
	BBC	BBCSport	3Sources									
BSV	43.87	37.58	22.60	19.78	21.76	22.80	39.87	34.87	20.19	32.34	28.30	22.18
IMSCAGL	90.20	92.41	83.89	73.81	79.15	66.07	90.20	92.41	83.89	82.14	85.88	77.09
PIMVC	90.34	<u>92.81</u>	87.25	76.54	<u>80.54</u>	71.72	90.34	92.36	<u>87.25</u>	83.44	84.08	77.39
TTGL	88.63	84.93	77.64	70.86	63.57	60.11	88.63	84.93	77.64	79.40	<u>90.90</u>	69.59
TCIMC	92.04	67.44	77.16	77.60	59.49	67.63	<u>92.04</u>	70.82	80.77	<u>88.96</u>	69.59	72.87
HCPIMSC	<u>92.88</u>	92.54	89.66	<u>79.49</u>	79.29	75.61	90.85	<u>92.47</u>	85.32	85.95	86.25	80.37
DAIMC	74.42	78.97	67.31	54.84	58.51	57.03	76.43	78.97	67.31	65.38	67.86	59.13
OGIMC	80.41	73.27	61.77	63.57	65.13	45.36	80.41	76.52	64.42	74.85	67.78	45.37
HCLSCGL	72.09	77.07	85.34	59.76	69.55	69.01	76.41	78.29	85.34	67.32	72.60	75.10
MSRS	96.32	94.43	<u>88.26</u>	89.12	85.15	<u>75.02</u>	96.31	94.43	87.25	92.36	92.31	<u>77.45</u>

表4 在仿真不完备数据集 NGs 上的聚类结果

指标	PER	BSV	IMSCAGL	PIMVC	TTGL	TCIMC	HCPIMSC	DAIMC	OGIMC	HCLSCGL	MSRS
Accuracy	0.0	27.12	96.40	97.80	67.20	97.40	<u>98.40</u>	91.02	97.20	86.40	100.00
	0.1	43.08	95.00	<u>96.20</u>	65.20	95.80	92.88	91.08	95.00	86.60	100.00
	0.3	46.04	92.80	<u>94.00</u>	65.80	93.40	85.13	77.78	91.40	81.00	99.80
	0.5	39.66	89.50	<u>90.20</u>	60.20	89.60	80.27	63.12	57.80	84.00	99.40
	0.7	37.94	87.00	67.00	54.80	<u>87.20</u>	74.04	60.54	56.60	80.60	98.20
	0.9	41.30	<u>84.20</u>	77.20	54.00	83.40	72.22	55.98	41.20	81.80	97.60
NMI	0.0	11.62	89.46	92.91	53.60	91.62	<u>94.60</u>	78.73	91.19	67.05	100.00
	0.1	23.90	85.26	88.91	51.36	87.55	<u>97.80</u>	78.37	85.52	66.10	100.00
	0.3	26.37	79.43	82.86	48.89	80.94	<u>95.00</u>	60.29	78.82	58.91	99.30
	0.5	17.74	71.70	78.09	43.49	72.58	<u>92.80</u>	43.87	44.65	61.49	98.07
	0.7	12.09	66.79	47.67	35.21	67.34	<u>89.40</u>	42.43	41.38	54.32	93.91
	0.9	13.64	62.07	58.27	34.43	61.04	<u>89.60</u>	33.63	22.58	58.32	92.24
F -score	0.0	42.43	92.98	95.61	74.37	91.44	<u>96.34</u>	93.46	94.48	75.67	100.00
	0.1	46.28	90.25	92.45	72.55	90.37	91.65	<u>93.32</u>	90.29	75.68	100.00
	0.3	48.29	86.22	<u>88.39</u>	71.21	84.00	83.42	80.23	83.59	67.91	99.59
	0.5	40.41	80.27	<u>80.84</u>	61.81	77.44	75.72	72.38	49.57	71.57	98.79
	0.7	38.81	76.13	53.87	61.05	<u>77.09</u>	67.91	69.54	48.23	66.19	96.41
	0.9	35.59	72.12	58.66	49.83	<u>81.32</u>	70.14	63.27	36.67	68.32	95.25

表5 在仿真不完备数据集 ORL 上的聚类结果

指标	PER	BSV	IMSCAGL	PIMVC	TTGL	TCIMC	HCPIMSC	DAIMC	OGIMC	HCLSCGL	MSRS
Accuracy	0.0	15.85	72.87	60.25	53.75	<u>77.25</u>	74.99	61.00	63.75	75.00	99.75
	0.1	25.55	70.88	66.25	51.50	74.00	<u>85.85</u>	60.48	66.00	71.75	98.50
	0.3	23.00	66.50	57.25	49.25	70.00	<u>85.90</u>	56.08	59.00	71.00	94.75
	0.5	24.83	65.75	58.00	44.25	66.50	<u>82.85</u>	53.38	56.50	65.50	92.25
	0.7	23.55	62.13	51.75	39.75	62.25	<u>81.14</u>	47.27	48.25	61.50	95.75
	0.9	24.83	52.50	52.75	32.25	62.25	<u>79.38</u>	43.50	40.00	53.75	88.00
NMI	0.0	13.46	84.42	78.57	71.51	<u>87.04</u>	86.50	77.93	76.47	85.31	99.77
	0.1	43.07	83.13	80.02	69.02	<u>85.95</u>	74.27	76.91	77.94	84.41	98.60
	0.3	39.46	80.72	74.13	65.08	<u>82.36</u>	74.30	73.44	72.82	82.03	97.28
	0.5	44.55	78.38	73.56	57.87	<u>82.52</u>	71.40	70.96	70.17	78.93	96.27
	0.7	46.00	75.94	71.08	52.20	<u>79.08</u>	68.06	65.65	62.45	76.41	98.03
	0.9	47.03	69.55	70.87	50.54	<u>77.05</u>	66.13	61.62	51.90	72.40	92.83
F-score	0.0	35.64	65.49	47.18	70.37	<u>75.15</u>	72.38	58.32	60.95	64.04	99.47
	0.1	40.92	59.22	51.48	65.3	67.62	<u>83.38</u>	54.28	64.43	60.77	96.68
	0.3	38.62	67.32	50.65	56.48	60.40	<u>81.31</u>	53.80	50.40	56.65	92.66
	0.5	35.04	60.37	50.54	50.34	62.37	<u>79.40</u>	48.90	43.57	50.53	90.84
	0.7	34.89	59.48	46.83	41.72	65.37	<u>76.93</u>	44.66	37.14	47.93	94.39
	0.9	35.04	55.23	46.55	35.48	65.03	<u>74.95</u>	39.29	29.46	48.68	87.21

表6 在仿真不完备数据集 HW2sources 上的聚类结果

指标	PER	BSV	IMSCAGL	PIMVC	TTGL	TCIMC	HCPIMSC	DAIMC	OGIMC	HCLSCGL	MSRS
Accuracy	0.0	11.55	77.33	79.75	66.90	<u>97.50</u>	97.44	71.99	74.00	85.50	99.95
	0.1	37.81	78.02	76.80	64.50	96.85	<u>97.25</u>	72.95	77.50	85.80	99.85
	0.3	31.05	76.62	81.65	66.40	89.20	<u>95.75</u>	70.67	84.00	84.70	99.00
	0.5	28.56	74.45	89.50	59.05	62.65	<u>95.24</u>	66.73	86.00	83.55	99.60
	0.7	27.42	71.23	85.80	57.75	31.80	<u>93.49</u>	57.79	84.35	83.05	96.75
	0.9	24.01	66.55	77.95	53.10	42.20	<u>90.90</u>	54.59	72.00	80.90	97.15
NMI	0.0	17.93	74.79	75.35	65.65	<u>94.39</u>	94.14	67.39	82.39	91.37	99.86
	0.1	41.95	70.77	75.65	62.12	93.01	<u>94.01</u>	66.72	84.24	91.43	99.58
	0.3	29.20	67.40	79.74	59.29	81.63	<u>90.40</u>	62.18	86.51	87.97	97.76
	0.5	24.82	70.56	79.59	52.10	55.01	<u>89.32</u>	55.85	85.11	86.97	98.91
	0.7	18.43	61.35	74.17	50.43	33.91	<u>86.26</u>	47.12	82.16	83.12	93.91
	0.9	19.92	62.39	73.92	44.71	37.97	<u>81.65</u>	42.61	74.03	81.62	93.36
F-score	0.0	17.38	86.26	86.77	63.03	<u>98.54</u>	95.32	68.76	78.43	86.82	99.90
	0.1	28.45	83.58	78.78	61.84	93.95	<u>97.69</u>	70.32	80.32	86.89	99.70
	0.3	32.49	80.19	86.66	63.48	86.47	<u>96.12</u>	67.29	83.46	84.38	98.03
	0.5	30.28	76.45	81.29	56.60	60.28	<u>96.00</u>	63.38	84.22	83.42	99.21
	0.7	27.69	74.52	86.72	53.28	33.67	<u>94.33</u>	55.49	80.60	80.61	95.86
	0.9	25.03	71.34	72.15	50.37	38.47	<u>91.28</u>	50.82	70.34	78.83	96.39

具体分析如下.

1) 利用单一视图聚类的算法 BSV 结果远低于其他所有使用多视图聚类的算法, 这是因为 BSV 仅利用了单一视图的信息, 难以挖掘视图间的互补信息和一致结构, 因此, 在处理多视图数据时表现受限; 相比之下, 多视图聚类算法能够有效融合不同视图的互补信息, 捕捉其中蕴含的一致结构, 从而更准确地揭示数据的真实分布特征.

2) MSRS 优于 OGIMC 与 HCLSCGL 等直接重构自表示矩阵的算法, 这是因为 MSRS 基于多源信息学习每个视图的基矩阵和共享的潜在表示来重构

缺失视图, 且在迭代过程中不断优化重构的视图, 使其更贴近原始数据的分布特征; 相比之下, OGIMC 与 HCLSCGL 直接利用不完备的多视图数据学习并恢复表示矩阵, 未重构缺失视图, 难以挖掘其中的潜在结构, 导致表示矩阵存在偏差, 聚类性能明显低于 MSRS.

3) 所提出算法优于两个使用 l_1 范数约束的算法 IMSCAGL 与 PIMVC 以及使用 $l_{2,1}$ 范数约束的算法 DAIMC, 这是因为传统的 l_1 范数和 $l_{2,1}$ 范数主要是通过稀疏性抑制噪声, 难以充分挖掘多视图数据间的局部结构信息; 而 MSRS 在自表示矩阵上引入了更

表7 在仿真不完备数据集 100Leaves 上的聚类结果

指标	PER	BSV	IMSCAGL	PIMVC	TTGL	TCIMC	HCPIMSC	DAIMC	OGIMC	HCLSCGL	MSRS
Accuracy	0.0	23.71	79.75	77.81	59.81	81.31	77.51	72.49	64.88	<u>83.06</u>	96.12
	0.1	23.46	80.50	76.00	57.31	79.56	<u>88.03</u>	63.77	64.00	81.12	90.37
	0.3	21.64	77.43	65.25	53.06	42.94	<u>84.58</u>	56.14	73.13	77.75	89.81
	0.5	20.21	66.00	63.19	44.88	45.56	<u>80.38</u>	43.41	67.19	71.50	85.68
	0.7	17.60	62.91	65.19	40.56	49.50	<u>77.14</u>	34.99	62.56	67.81	82.50
	0.9	16.32	54.72	54.44	33.88	65.44	<u>72.90</u>	28.19	46.88	60.68	82.81
NMI	0.0	54.17	90.12	90.50	78.56	89.37	<u>98.40</u>	87.54	80.92	90.74	98.96
	0.1	53.63	87.20	86.96	75.03	88.60	76.27	84.06	76.94	<u>88.85</u>	96.78
	0.3	47.47	82.50	82.16	73.20	69.01	72.52	76.28	81.86	<u>86.33</u>	96.22
	0.5	43.59	79.74	80.74	67.68	69.82	66.52	68.33	73.53	<u>81.81</u>	92.03
	0.7	39.61	77.71	79.73	64.80	70.84	61.47	63.02	69.19	<u>80.55</u>	92.97
	0.9	35.52	73.33	71.85	60.12	<u>78.28</u>	54.40	58.13	56.84	75.41	93.12
F-score	0.0	22.47	<u>84.49</u>	72.63	54.37	60.35	74.34	75.24	50.92	74.77	96.03
	0.1	23.28	83.01	71.00	52.48	57.92	<u>83.49</u>	68.38	47.49	71.41	89.61
	0.3	17.27	<u>80.27</u>	57.43	50.34	52.07	80.24	62.29	51.28	64.29	87.70
	0.5	16.38	<u>79.48</u>	52.34	46.02	53.28	76.36	55.37	50.20	55.78	84.76
	0.7	20.39	73.39	42.82	39.48	50.65	<u>76.17</u>	48.64	44.39	54.64	79.87
	0.9	15.03	<u>75.41</u>	44.47	32.73	62.43	65.34	46.50	38.26	50.05	80.85

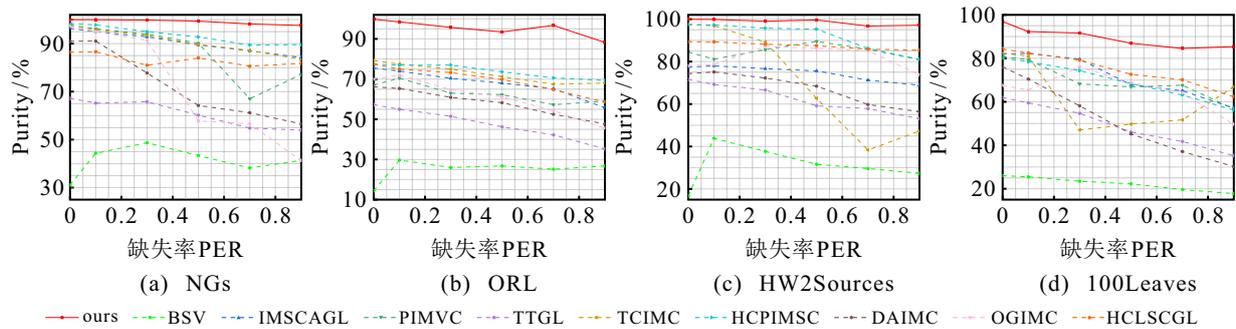


图1 在仿真不完备数据集上的 Purity 结果

有效的 $l_{1,2}$ 范数正则化约束,既通过稀疏性保留多个视图共享的重要特征,又结合流形正则项增强簇内相似性和簇间差异性,能够更准确地捕获视图间的局部结构特征,从而实现更优的表现。

4) 使用张量的算法 TTGL、TCIMC 与 HCPIMSC 在多数情况下取得了次优结果,优于除 MSRS 的其他方法,这是因为这些方法通过张量分解挖掘多个视图间的高阶结构信息,较好地捕获了视图间的互补特性;相比之下,MSRS 引入了加权张量 Schatten- p 范数,通过权重 w 和幂指数 p 动态调整不同奇异值对张量秩的贡献,从而更准确地捕获视图间的高阶信息,因此,优于上述使用张量的方法,取得了最优结果。

5) 由图 1 可见:随着缺失率的增加,大多数算法性能呈明显下降趋势,这是因为缺失数据增多会增加算法捕获多视图数据结构信息的难度;相比之下,MSRS 算法表现稳定,始终位于各算法折线图最上方,取得了最优结果,这得益于 MSRS 通过多源信息有效重构了缺失视图,充分挖掘了原始数据的分布

特征,从而在不同缺失率下依旧保持优异性能。

4.3 可视化分析

为进一步展示 MSRS 在利用多源信息重构缺失视图并迭代优化其结构方面的有效性,本节对不同迭代次数下的重构视图进行可视化分析.以 PER = 0.3 的 NGs 数据集的视图 1 为例,可视化展示了其迭代次数 iter 为 1、5、10、20 和 30 时的重构结果,如图 2 所示。

由图 2(a) 可见,初始时通过多源信息重构的视图中数据点混杂难以分离,这是因为初始视图基于缺失数据进行重构,难以准确反映多视图数据点的真实结构.由图 2(b) 可见,经 5 次迭代后,数据点初具簇结构,这是因为每次迭代算法均能够有效融合并学习不同视图中蕴含的多源信息,使得重构的视图逐步反映出数据点的真实结构.随着迭代次数的上升,算法捕获的信息更加全面,重构的视图簇结构也越发明显.由图 2(e) 可见,在第 30 次迭代时,重构的缺失视图已具备了明显的簇划分,表明基于多源信息重构缺失视图并在迭代过程中不断优化,可有

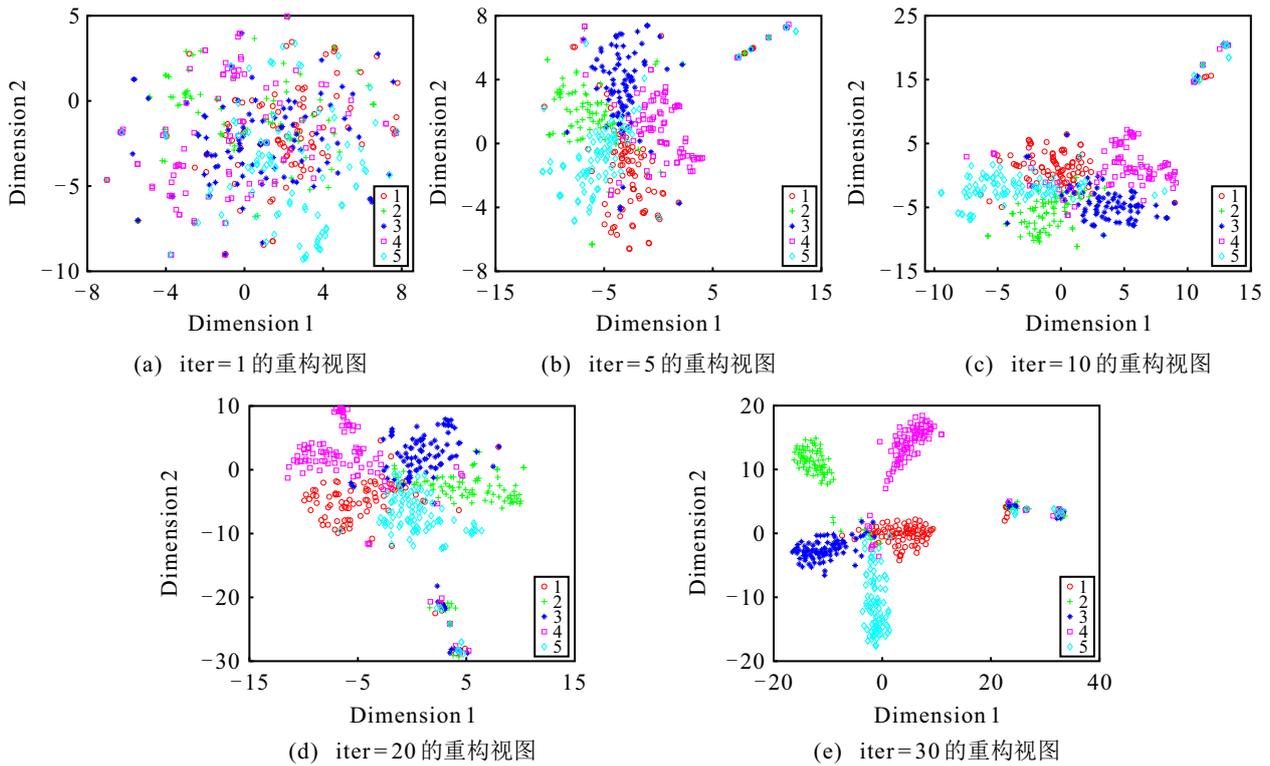


图2 NGs_0.3 数据集的视图 1 重构结果

效提高重构视图的质量, 进而提升算法自表示学习和聚类的性能.

4.4 消融实验

为验证算法中 $l_{1,2}$ 约束项和加权张量 Schatten- p 范数约束对自表示学习的影响, 本实验将原始模型去除 $l_{1,2}$ 约束项的方法和加权张量 Schatten- p 范数约束的方法, 使用张量核范数代替加权张量 Schatten- p 范数约束的方法和 MSRS 模型, 在 3 个真实不完备数据集和 4 个 PER = 0.5 的仿真不完备数据集上进行消融实验, 实验结果如图 3 所示.

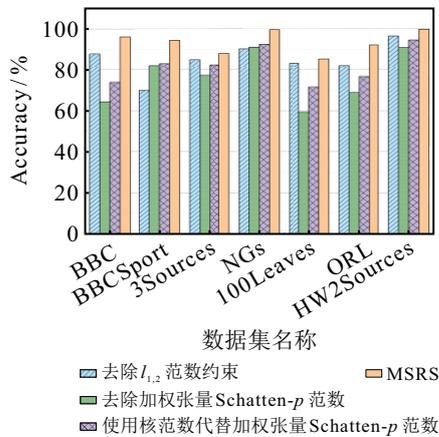


图3 算法在不同数据集上的消融实验

由图 3 可见: 去除 $l_{1,2}$ 约束项后, 模型性能明显下降, 这是因为 $l_{1,2}$ 约束在实现稀疏性进行重要特征筛选的同时结合流行正则化方法, 有效捕获了数据

的局部结构, 从而提升了算法性能.

此外, 去除加权张量 Schatten- p 范数的方法性能低于 MSRS 模型与使用张量核范数的方法, 这是因为三阶张量可在高维空间中捕获多个视图间的高阶结构和互补信息, 显著提升了算法性能, 其中 MSRS 使用加权张量 Schatten- p 范数这种可以动态控制不同奇异值对秩贡献的方法, 相较于张量核范数这种平等处理奇异值贡献的方法, 更能准确捕获多视图数据间的高阶信息, 因此, MSRS 性能优于使用张量核范数的方法.

4.5 参数敏感性实验

在 MSRS 算法中, 惩罚项参数 α 和 β 具有重要的作用. 其中: β 为约束自表示学习的参数, α 为调节 $l_{1,2}$ 范数约束的参数. 本节固定两个参数的取值范围为 $\{10^{-4}, 10^{-3}, 10^{-2}, 10^{-1}, 10^0, 10^1, 10^2, 10^3\}$, 并在 PER = 0.3 的 NGs 数据集和 PER = 0.3 的 HW2sources 数据集上分析两个参数对 MSRS 性能的影响, 结果分别如图 4(a) 和图 4(b) 所示.

由图 4 可见: 当 β 固定时, MSRS 在不同的 α 取值下基本趋于稳定, 表明算法对于参数 α 不敏感, 这是因为 $l_{1,2}$ 正则化在同时引入稀疏约束和流形正则化约束的作用下, 能够稳定地提取不完备多视图数据中的重要特征, 并有效捕获数据点间的局部结构, 因此, 对于 α 的依赖性较弱, 整体表现稳定; 当 α 固定时, 参数 β 在 $\{10^{-4}, 10^{-3}, 10^{-2}\}$ 范围内可获得较高

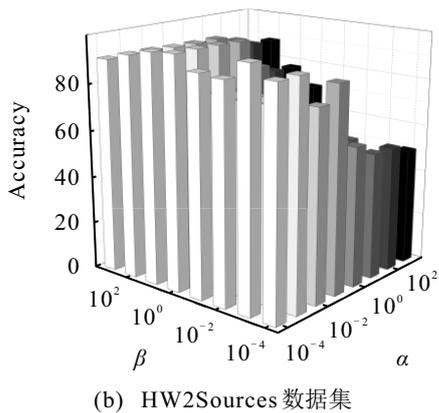
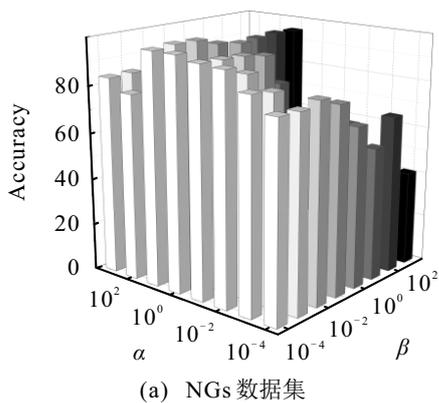


图4 参数敏感性分析

且稳定的结果,表明 MSRS 对于 β 较为敏感,这是因为 β 在调节多源信息融合和缺失视图重构中起到关键作用.当 β 取值合适时,缺失视图能够被有效补全,视图间互补信息得到充分利用,从而显著提升算法性能;反之,当 β 取值不当时,约束不足或过度约束均会破坏自表示结构准确性,导致聚类性能下降.

综上,本文推荐 α 和 β 的取值范围分别为 $\{10^0, 10^1, 10^2\}$ 和 $\{10^{-4}, 10^{-3}, 10^{-2}\}$.

4.6 收敛性实验

为验证所提出算法的收敛性,本节在 BBCSport 数据集和 $PER = 0.7$ 的 NGs 数据集上进行收敛性分析,记录每次迭代时目标函数的变化值 obj ,当 obj 变化小于阈值时,表明函数值变化情况趋于稳定,此时算法收敛.本文将 obj 定义为

$$obj = (\|T^{(i)}M - X^{(i)}\|_{\infty} + \|X^{(i)} - X^{(i)}S^{(i)}\|_{\infty} + \|S^{(i)} - G^{(i)}\|_{\infty} + \|S^{(i)} - U^{(i)}\|_{\infty}). \quad (34)$$

图 5(a) 和图 5(b) 分别为在 $PER = 0.7$ 的 NGs 数据集和 BBCSport 数据集上算法的目标函数变化值随迭代次数的变化情况.由图 5 可以清晰地观察到,在两个数据集上,算法的目标值均随着迭代次数的增加迅速下降后接近于 0,表明所提出算法具有良好的收敛性.

5 结论

本文提出了一种基于多源信息重构视图的不完

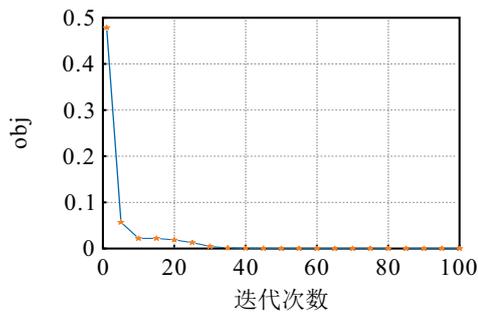
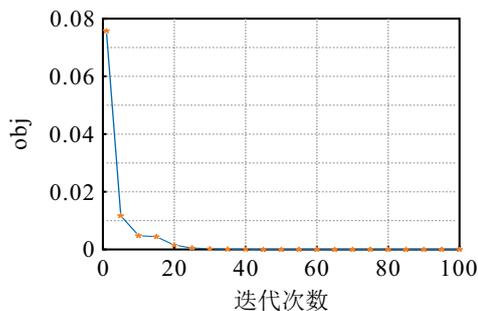


图5 收敛性分析

备多视图自表示聚类算法 MSRS. 首先,利用多源信息重构缺失视图,解决了传统缺失值恢复方法未保留原始数据结构的局限.在自表示学习过程中,引入了高效的 $l_{1,2}$ 正则化方法,弥补了传统正则化方法无法同时兼顾稀疏约束与局部结构捕获的不足.然后,引入了一种可以动态调节不同奇异值贡献的加权张量 Schatten- p 范数,有效捕获了视图间的高阶信息,克服了张量核范数均匀收缩奇异值贡献的问题.接着,通过联合优化重构视图与各视图的自表示矩阵,MSRS 能够充分挖掘多视图数据中的一致结构和互补信息.最后,通过在 7 个不同数据集上的实验结果表明,MSRS 在不同缺失率下均表现出优越的性能,显著优于 9 种基线算法.未来将进一步优化该算法,提高算法在大规模多视图数据处理中的效率,拓展其适用性.

参考文献 (References)

- [1] Zhao H D, Liu H, Fu Y. Incomplete multi-modal visual data grouping[C]. Proceedings of the 25th International Joint Conference on Artificial Intelligence. New York, 2016: 2392-2398.
- [2] Gong C Y, You Y. Self-filling evidential clustering for partial multi-view data[J]. Expert Systems with Applications, 2024, 237: 121614.
- [3] Chen J, Yang S X, Peng X, et al. Augmented sparse representation for incomplete multiview clustering[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2024, 35(3): 4058-4071.
- [4] Shao W, He L, Yu P S. Multiple incomplete views clustering via weighted nonnegative matrix factorization

- with $(L_{2,1})$ regularization[C]. Joint European Conference on Machine Learning and Knowledge Discovery in Databases. Porto, 2015: 318-334.
- [5] Wang H, Yang Y, Liu B, et al. A study of graph-based system for multi-view clustering[J]. Knowledge-Based Systems, 2019, 163: 1009-1019.
- [6] 陈梅, 马学艳, 钱罗雄, 等. 基于多级自表示约束的不完备多视图聚类[J]. 控制与决策, 2025, 40(2): 645-654. (Chen M, Ma X Y, Qian L X, et al. Incomplete multi-view clustering based on multi-level self-representation constraints[J]. Control and Decision, 2025, 40(2): 645-654.)
- [7] Wan X H, Xiao B, Liu X W, et al. Fast continual multi-view clustering with incomplete views[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2024, 33: 2995-3008.
- [8] Wen J, Xu Y, Liu H. Incomplete multiview spectral clustering with adaptive graph learning[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2018, 50(4): 1418-1429.
- [9] Wen J, Liu C L, Xu G H, et al. Highly confident local structure based consensus graph learning for incomplete multi-view clustering[C]. IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Vancouver, 2023: 15712-15721.
- [10] Zhou B S, Ji J T, Gu Z B, et al. One-step graph-based incomplete multi-view clustering[J]. Multimedia Systems, 2024, 30(1): 32.
- [11] Xing L, Song Y W, Chen B D, et al. Incomplete multi-view clustering via correntropy and complement consensus learning[J]. IEEE Transactions on Multimedia, 2024, 26: 8063-8076.
- [12] Deng S J, Wen J, Liu C L, et al. Projective incomplete multi-view clustering[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2023, 35(8): 10539-10551.
- [13] Khan G A, Khan J, Anwar T, et al. Weighted concept factorization based incomplete multi-view clustering[J]. IEEE Transactions on Artificial Intelligence, 2024, 5(11): 5699-5708.
- [14] Wang H B, Yao M Z, Chen Y W, et al. Manifold-based incomplete multi-view clustering via bi-consistency guidance[J]. IEEE Transactions on Multimedia, 2024, 26: 10001-10014.
- [15] Liu C L, Wu Z H, Wen J, et al. Localized sparse incomplete multi-view clustering[J]. IEEE Transactions on Multimedia, 2022, 25: 5539-5551.
- [16] Hu M L, Chen S C. Doubly aligned incomplete multi-view clustering[C]. Proceedings of the 27th International Joint Conference on Artificial Intelligence. Stockholm, 2018: 2262-2268.
- [17] Wang S W, Liu X W, Liao Q, et al. Scalable multi-view graph clustering with cross-view corresponding anchor alignment[J]. IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering, 2025, 37(5): 2932-2945.
- [18] Zhang Z, He W J. Tensorized topological graph learning for generalized incomplete multi-view clustering[J]. Information Fusion, 2023, 100: 101914.
- [19] Zhang C Q, Fu H Z, Liu S, et al. Low-rank tensor constrained multiview subspace clustering[C]. IEEE International Conference on Computer Vision. Santiago, 2015: 1582-1590.
- [20] 李骜, 陈嘉佳, 于晓洋, 等. 不完备数据的鲁棒多视图图学习及其聚类应用[J]. 控制与决策, 2022, 37(12): 3251-3258. (Li A, Chen J J, Yu X Y, et al. Robust multiview graph learning with application to clustering for incomplete data[J]. Control and Decision, 2022, 37(12): 3251-3258.)
- [21] Xie Y, Zhang W S, Qu Y Y, et al. Hyper-Laplacian regularized multilinear multiview self-representations for clustering and semisupervised learning[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2020, 50(2): 572-586.
- [22] Yun Y, Xia W, Zhang Y Q, et al. Self-representation and class-specificity distribution based multi-view clustering[J]. Neurocomputing, 2021, 437: 9-20.
- [23] Xia W, Gao Q X, Wang Q Q, et al. Tensor completion-based incomplete multiview clustering[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2022, 52(12): 13635-13644.
- [24] Xin H N, Hao Z Z, Sun Z S, et al. Multi-view and multi-order graph clustering via constrained $l_{1,2}$ -norm[J]. Information Fusion, 2024, 111: 102483.
- [25] Zhao H, Liu H, Fu Y. Incomplete multi-modal visual data grouping[C]. Proceedings of the 25th International Joint Conference on Artificial Intelligence. New York, 2016: 2392-2398.
- [26] Li Z L, Tang C, Zheng X, et al. High-order correlation preserved incomplete multi-view subspace clustering[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2022, 31: 2067-2080.

作者简介

陈梅 (1973-), 女, 教授, 博士, 主要研究方向为人工智能、数据挖掘、复杂网络, E-mail: mei.chen.lzjtu@hotmail.com;

王洁 (1999-), 女, 硕士生, 主要研究方向为复杂数据挖掘、图学习聚类, E-mail: 3276044359@qq.com;

郭爱霞 (1999-), 女, 硕士生, 主要研究方向为复杂数据挖掘、图学习聚类, E-mail: 3042996124@qq.com;

王欢 (2000-), 男, 硕士生, 主要研究方向为数据挖掘、复杂网络, E-mail: 1694608671@qq.com.