

参数未知四旋翼无人机抗阵风自适应反步控制

曹伟^{1†}, 司艳春¹, 乔金杰²

(1. 齐齐哈尔大学 计算机与控制工程学院, 黑龙江 齐齐哈尔 161006;

2. 齐齐哈尔大学 经济与管理学院, 黑龙江 齐齐哈尔 161006)

摘要: 针对四旋翼无人机系统陀螺效应因子与风阻系数未知, 且在实际轨迹跟踪过程中易受阵风干扰的问题, 提出一种具有参数自适应和干扰估计的反步控制算法. 首先, 对四旋翼无人机的数学模型进行分析, 将其转化为带有阵风干扰的严格反馈形式, 并利用已知参数和状态变量误差分别设计陀螺效应因子和风阻系数的自适应学习律; 其次, 利用自适应律实时得到的参数值, 结合位姿跟踪误差及其导数分别设计位姿环的干扰估计器, 用于在控制输入中补偿阵风扰动; 然后, 利用未知参数的自适应值和阵风扰动估计值设计出反步控制算法, 并基于 Lyapunov 稳定性理论, 对无人机的位置环和姿态环的渐近稳定性进行严格证明. 研究表明, 所提出算法在部分参数未知和阵风干扰情况下能够使无人机精确跟踪期望轨迹, 增强了无人机的抗干扰性. 最后, 通过仿真实验进一步验证了所提出方法的有效性.

关键词: 四旋翼无人机; 反步控制; 参数自适应; 干扰估计; 轨迹跟踪; 扰动补偿

中图分类号: TP273 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2025.0809

引用格式: 曹伟, 司艳春, 乔金杰. 参数未知四旋翼无人机抗阵风自适应反步控制 [J]. 控制与决策.

Adaptive backstepping control for quadrotor UAV with unknown parameters against gusts

CAO Wei^{1†}, SI Yan-chun¹, QIAO Jin-jie²

(1. College of Computer and Control Engineering, Qiqihar University, Qiqihar 161006, China; 2. College of Economics and Management, Qiqihar University, Qiqihar 161006, China)

Abstract: Aiming at the unknown gyroscopic factors and drag coefficients of the quadrotor UAV system, and it is prone to be disturbed by gusts during the actual trajectory tracking process, a backstepping control with parameter adaptation and disturbance estimation is designed. Firstly, the mathematical model of the UAV is analyzed, the model is transform into a strict feedback format with gusty wind interference. And based on the known parameters and state variable errors, the adaptive learning laws for the gyroscopic factors and the drag coefficients are respectively designed. Secondly, using the parameter values obtained in real time through the adaptive law, and combining the tracking errors of position and attitude as well as their derivatives, the disturbance estimators for the position loop and the attitude loop are respectively designed, the estimated values are used to compensate for the gust disturbances in the control input. Then, a backstepping control algorithm is designed using the adaptive values of the unknown parameters and the estimated values of the gust disturbances. Based on the Lyapunov stability theory, the asymptotic stability of the position loop and attitude loop of UAV has been rigorously proven. The research results show that the proposed algorithm can enable the UAV to precisely follow the desired trajectory and enhance the anti-interference capability of UAV, when some of UAV parameters are unknown and when it is affected by gusts of wind. Finally, the effectiveness of the proposed method was further verified by simulation.

Keywords: quadrotor UAV; backstepping control; parameter adaptive; interference estimation; trajectory tracking; disturbance compensation

收稿日期: 2025-08-02; 录用日期: 2026-03-10.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (71803095); 黑龙江省自然科学基金项目 (LH2024G014); 黑龙江省省属本科高校基本科研业务费面上项目 (145409320).

†通信作者. E-mail: yiyuq168@163.com.

0 引言

四旋翼无人机相较于固定翼无人机有垂直起降和机动性强等方面的优势^[1-2],同时具有体积小,易于操作,适应性强的特点^[3].随着四旋翼无人机在军事侦查^[4],灾区救援^[5],物体捕获^[6]等多领域的广泛应用,引起了国内外学者的广泛关注.

针对四旋翼无人机轨迹跟踪问题,国内外学者提出了很多优秀的控制方法,如PID控制^[7-8],滑模控制^[9-10],神经网络控制^[11-12],模糊控制^[13-14]和反步控制^[15-25]等.其中,由于反步控制具有结构简单,强鲁棒,易实现等优点,并且既能有效解决四旋翼无人机非线性和强耦合的问题,又能抑制高频抖振现象,因此被广泛应用于四旋翼无人机控制系统中.

文献[15-17]利用反步法实现了四旋翼无人机的轨迹跟踪,但未考虑外界环境干扰,而这种干扰会导致旋翼的力矩输入满足不了轨迹跟踪需求.当机体受到未知外界环境干扰时,仅靠反步控制算法自身的鲁棒性难以实现对干扰的有效抑制,所以研究者将反步控制与自适应技术相结合,提高了系统的抗干扰性.例如,文献[18]设计自适应障碍函数来抵消扰动上限,文献[19]采用自适应律估计扰动上界,再融合反步控制设计出控制器,实现期望轨迹的稳定跟踪.由于上述方法对干扰的估计精度相对不高,所以基于干扰估计器的主动抗干扰控制陆续被提出,通过设计干扰估计器实现对干扰的估计,然后将估计值以前馈的形式引入控制器中,实现对干扰的直接补偿,快速抑制了干扰的影响^[20].例如,文献[21]在干扰观测器的基础上,结合反步控制方法,设计分布式控制器来实现无人机编队控制.文献[22]采用干扰观测器对干扰进行渐近估计,再将估计信息分别引入姿态内环和位置外环的积分型反步控制中,实现无人机轨迹的稳定跟踪,但在建模时忽略了空气阻力.文献[23]提出了多观测器的抗扰控制,通过干扰观测器和扩张状态观测器减轻时变风扰和有效载荷干扰的影响,提高了无人机的抗干扰性.虽然学者们考虑了微风,强风,慢变阵风等多种外界干扰对无人机的影响,但遗憾的是没有考虑未知参数对其跟踪轨迹的影响.因此文献[24]针对同时存在未知参数和扰动的无人机,提出了自适应反步控制方法,保证了系统的稳定跟踪.文献[25]将陀螺效应因子与风阻系数视为未知参数,通过把未知参数的自适应值引入到反步滑模控制中,实现了无人机的精准跟踪.虽然文献[24-25]考虑了未知参数对无人机轨

迹跟踪的影响,但忽略了实际飞行过程中无人机易受突变阵风的影响.

鉴于以上分析,为了解决具有陀螺效应因子和风阻系数未知的四旋翼无人机,同时考虑外界环境突变阵风对无人机轨迹跟踪的影响问题,本文提出一种抗突变阵风干扰的自适应反步控制算法.首先,考虑陀螺效应因子,风阻系数和突变阵风干扰对无人机运动的影响,建立逼近真实样机的数学模型.其次,针对模型中的未知参数,利用模型已知参数和姿态及其速率误差分别设计自适应律,实现参数的动态调整.再次,为了有效抑制突变阵风对系统的影响,利用系统状态变量误差及其导数,并结合实时的自适应值设计干扰估计器,在线估计突变阵风扰动.同时,将扰动估计值和未知参数自适应值引入到反步控制中,实现对突变阵风干扰的补偿,并降低了陀螺效应与风场阻力对飞行的负面影响.然后,设计多误差变量的Lyapunov函数,证明闭环系统的渐近稳定性.结果表明,所提算法能使具有未知参数的四旋翼无人机在受到突变阵风干扰时,不仅具有较强的抗干扰性,还提高了跟踪速度和跟踪精度.最后,通过仿真进一步验证了所提算法的有效性.本文的主要创新点如下:

1) 本文针对陀螺效应因子与风阻系数未知的情况,设计的参数自适应律能快速适应出未知参数,既弥补了文献[22]在建模过程中未考虑空气阻力的遗憾,又为文献[21]在建模时未能获取到全部参数提供了可供参考的解决思路.

2) 所提出干扰估计器在环境阵风突变时能精确估计干扰,与文献[25]的恒定风,文献[24]的非突变风扰相比,能够提高无人机的抗突变干扰能力.

3) 将实时参数自适应值和突变阵风估计值引入反步控制中,使无人机状态渐近收敛到期望值并保持稳定跟踪.对比现有方法,所提算法无需精确已知的数学模型便可实现对突变阵风干扰的补偿,降低陀螺效应与风场阻力对系统轨迹跟踪的负面影响.

1 四旋翼无人机模型

基于图1无人机结构图定义机体坐标系和地面坐标系,坐标系下标分别用B和E表示.四旋翼无人机通过调节4个电机的转速差动控制位置和姿态,即4个电机转矩控制系统的4个输入量,进而控制无人机的位置 (x, y, z) 和姿态 (ϕ, θ, ψ) 这6个输出量.其中 x, y, z 分别代表无人机在空间中 x 轴, y 轴, z 轴上的坐标, ϕ, θ, ψ 分别代表无人机的滚转角,俯

仰角, 偏航角. 输入控制量表示为

$$\begin{cases} u_1 = F_1 + F_2 + F_3 + F_4, \\ u_2 = a(-F_2 + F_4), \\ u_3 = a(-F_1 + F_3), \\ u_4 = A(-F_1 + F_2 - F_3 + F_4). \end{cases} \quad (1)$$

式中, A 为升力和偏航力矩间的比例系数, a 为机翼长度, $F_i = \lambda\omega_i^2 (i = 1, 2, 3, 4)$ 为4个转子的升力, λ 为升力系数, ω_i 为旋翼电机的转速.

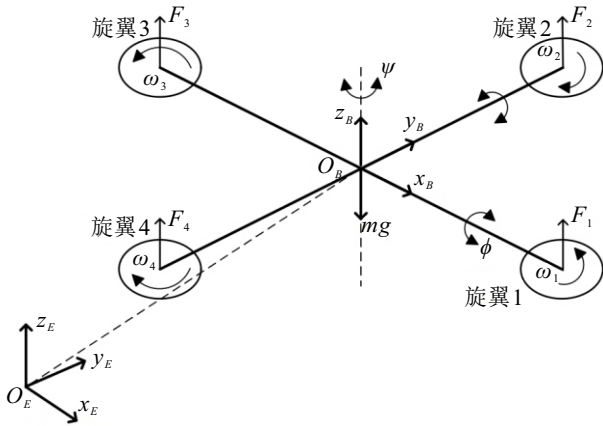


图1 四旋翼无人机结构

为了无人机建模并设计控制器, 将作如下假设:

假设1^[16] 期望轨迹 $x_d, y_d, z_d, \phi_d, \theta_d, \psi_d$ 均是连续可导的.

假设2^[22] 四旋翼无人机是一个刚体, 在飞行中不存在弹性形变, 且几何中心就是无人机重心.

假设3^[25] 四旋翼无人机的滚转角, 俯仰角, 偏航角均有界, 即满足 $-\pi/2\text{rad} < \phi < \pi/2\text{rad}$, $-\pi/2\text{rad} < \theta < \pi/2\text{rad}$, $-\pi\text{rad} < \psi < \pi\text{rad}$.

假设4^[25] 四旋翼无人机模型的未知干扰量 $d_\phi, d_\theta, d_\psi, d_x, d_y, d_z$ 均是有界的.

考虑突变阵风, 根据动力学关系建立模型为

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{1}{m}(\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi)u_1 - \frac{G_1 \dot{x}}{m} + d_x, \\ \ddot{y} = \frac{1}{m}(\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi)u_1 - \frac{G_2 \dot{y}}{m} + d_y, \\ \ddot{z} = \frac{1}{m}(\cos \phi \cos \theta)u_1 - g - \frac{G_3 \dot{z}}{m} + d_z, \\ \ddot{\phi} = \frac{a}{J_{xx}}u_2 - \frac{G_4 a}{J_{xx}}\dot{\phi} + d_\phi, \\ \ddot{\theta} = \frac{a}{J_{yy}}u_3 - \frac{G_5 a}{J_{yy}}\dot{\theta} + d_\theta, \\ \ddot{\psi} = \frac{a}{J_{zz}}u_4 - \frac{G_6 a}{J_{zz}}\dot{\psi} + d_\psi. \end{cases} \quad (2)$$

其中: J_{xx}, J_{yy} 和 J_{zz} 分别是 x 轴, y 轴和 z 轴的转动惯量; m 为无人机的质量; $d_x, d_y, d_z, d_\phi, d_\theta, d_\psi$ 为各方向的突变阵风干扰; G_1, G_2 和 G_3 为风阻系数, G_4, G_5 和 G_6 为陀螺效应因子; u_1, u_2, u_3, u_4 为系统的输入控制量.

将(2)式转化为严格反馈形式:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = a_1 x_2 + b_1 u_2 + d_\phi, \\ \dot{x}_3 = x_4, \\ \dot{x}_4 = a_2 x_4 + b_2 u_3 + d_\theta, \\ \dot{x}_5 = x_6, \\ \dot{x}_6 = a_3 x_6 + b_3 u_4 + d_\psi, \\ \dot{x}_7 = x_8, \\ \dot{x}_8 = a_4 x_8 + \frac{\cos x_1 \cos x_3}{m} u_1 - g + d_z, \\ \dot{x}_9 = x_{10}, \\ \dot{x}_{10} = a_5 x_{10} + \frac{u_x}{m} u_1 + d_x, \\ \dot{x}_{11} = x_{12}, \\ \dot{x}_{12} = a_6 x_{12} + \frac{u_y}{m} u_1 + d_y. \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_7 = x_8, \\ \dot{x}_8 = a_4 x_8 + \frac{\cos x_1 \cos x_3}{m} u_1 - g + d_z, \\ \dot{x}_9 = x_{10}, \\ \dot{x}_{10} = a_5 x_{10} + \frac{u_x}{m} u_1 + d_x, \\ \dot{x}_{11} = x_{12}, \\ \dot{x}_{12} = a_6 x_{12} + \frac{u_y}{m} u_1 + d_y. \end{cases} \quad (4)$$

其中

$$\begin{aligned} & [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}]^T = \\ & [\phi, \dot{\phi}, \theta, \dot{\theta}, \psi, \dot{\psi}, z, \dot{z}, x, \dot{x}, y, \dot{y}]^T, \\ & a_1 = \frac{-G_4 a}{J_{xx}}, \quad a_2 = \frac{-G_5 a}{J_{yy}}, \quad a_3 = \frac{-G_6 a}{J_{zz}}, \\ & a_4 = \frac{-G_3}{m}, \quad a_5 = \frac{-G_1}{m}, \quad a_6 = \frac{-G_2}{m}, \\ & b_1 = \frac{a}{J_{xx}}, \quad b_2 = \frac{a}{J_{yy}}, \quad b_3 = \frac{a}{J_{zz}}, \\ & u_x = \cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi, \\ & u_y = \cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi. \end{aligned}$$

注1 通过引入虚拟控制变量 u_x 和 u_y , 将无人机系统解耦为姿态系统和位置系统.^[25]

引理1^[26](类李雅普诺夫引理) 如果标量函数 $V(x, t)$ 满足下列条件: (1) $V(x, t)$ 有下界; (2) $\dot{V}(x, t)$ 是半负定的; (3) $\dot{V}(x, t)$ 对时间是一致连续的. 那么, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\dot{V}(x, t) \rightarrow 0$.

注2 根据 Barbalat 引理的推论, 引理1是 Barbalat 引理的特例. 若 $h(t)$ 一致连续, 且 $\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t h(\tau) d\tau$ 存在且有限, 则 $h(t) \rightarrow 0$. 此处取 $h = \dot{V}$, 且 $\int_0^t \dot{V}(x(\tau), \tau) d\tau = V(x(t), t) - V(x(0), 0)$ 能收敛到有限极限 (因为下有界且单调不减), 加上一致连续条件, 即得结论. (Barbalat 引理的推论详情见

文献 [27])

2 姿态控制器设计

如果忽略突变阵风和未知陀螺效应因子对无人机轨迹跟踪的影响, 将直接影响其姿态跟踪精度. 将实际姿态角在有限时间内快速收敛至期望姿态并保持稳定跟踪作为本文姿态系统的控制目标. 为便于描述, 用 $x_{id}(i=1, 2, \dots, 6)$ 来表示姿态系统状态的期望值. 根据控制目标设计出带有干扰估计器的自适应反步控制器, 同时验证姿态系统的稳定性.

根据系统 (3), 定义四旋翼无人机滚转角误差, 俯仰角误差和偏航角误差为 e_1, e_3 和 e_5

$$\begin{cases} e_1 = x_{1d} - x_1, \\ e_3 = x_{3d} - x_3, \\ e_5 = x_{5d} - x_5. \end{cases} \quad (5)$$

定义四旋翼无人机姿态角速度的虚拟控制量为

$$\begin{cases} x_{2d} = \dot{x}_{1d} + c_1 e_1, \\ x_{4d} = \dot{x}_{3d} + c_3 e_3, \\ x_{6d} = \dot{x}_{5d} + c_5 e_5. \end{cases} \quad (6)$$

其中: c_1, c_3, c_5 均为大于 0 的反馈增益.

定义无人机姿态角速度误差 $e_2 = x_2 - x_{2d}$, $e_4 = x_4 - x_{4d}$, $e_6 = x_6 - x_{6d}$.

选取 Lyapunov 函数 $V_1 = \frac{1}{2}e_1^2$, $V_3 = \frac{1}{2}e_3^2$, $V_5 = \frac{1}{2}e_5^2$, 并对 V_1, V_3, V_5 分别求导可得

$$\begin{cases} \dot{V}_1 = e_1(\dot{x}_{1d} - \dot{x}_2) = e_1(\dot{x}_{1d} - x_{2d} - e_2), \\ \dot{V}_3 = e_3(\dot{x}_{3d} - \dot{x}_4) = e_3(\dot{x}_{3d} - x_{4d} - e_4), \\ \dot{V}_5 = e_5(\dot{x}_{5d} - \dot{x}_6) = e_5(\dot{x}_{5d} - x_{6d} - e_6). \end{cases} \quad (7)$$

将式 (6) 代入式 (7) 得

$$\begin{cases} \dot{V}_1 = -c_1 e_1^2 - e_1 e_2, \\ \dot{V}_3 = -c_3 e_3^2 - e_3 e_4, \\ \dot{V}_5 = -c_5 e_5^2 - e_5 e_6. \end{cases} \quad (8)$$

要使 $\dot{V}_1 \leq 0, \dot{V}_3 \leq 0, \dot{V}_5 \leq 0$, 需要进行下一步设计使 $e_2=0, e_4=0, e_6=0$. 再选取 Lyapunov 函数 $V_2 = V_1 + \frac{1}{2}e_2^2$, $V_4 = V_3 + \frac{1}{2}e_4^2$, $V_6 = V_5 + \frac{1}{2}e_6^2$ 分别对两边求导得

$$\begin{cases} \dot{V}_2 = -c_1 e_1^2 + e_2(a_1 x_2 + b_1 u_2 + d_\phi - \ddot{x}_{1d} - c_1 \dot{e}_1 - e_1), \\ \dot{V}_4 = -c_3 e_3^2 + e_4(a_2 x_4 + b_2 u_3 + d_\theta - \ddot{x}_{3d} - c_3 \dot{e}_3 - e_3), \\ \dot{V}_6 = -c_5 e_5^2 + e_6(a_3 x_6 + b_3 u_4 + d_\psi - \ddot{x}_{5d} - c_5 \dot{e}_5 - e_5). \end{cases} \quad (9)$$

为使 $\dot{V}_2 \leq 0, \dot{V}_4 \leq 0, \dot{V}_6 \leq 0$, 设计如下控制律

$$\begin{cases} u_2 = \frac{1}{b_1} \left(\frac{\hat{G}_4 a}{J_{xx}} x_2 - \hat{d}_\phi + \ddot{x}_{1d} + c_1 \dot{e}_1 + e_1 - c_2 e_2 \right), \\ u_3 = \frac{1}{b_2} \left(\frac{\hat{G}_5 a}{J_{yy}} x_4 - \hat{d}_\theta + \ddot{x}_{3d} + c_3 \dot{e}_3 + e_3 - c_4 e_4 \right), \\ u_4 = \frac{1}{b_3} \left(\frac{\hat{G}_6 a}{J_{zz}} x_6 - \hat{d}_\psi + \ddot{x}_{5d} + c_5 \dot{e}_5 + e_5 - c_6 e_6 \right). \end{cases} \quad (10)$$

其中 c_2, c_4, c_6 均为大于 0 的反馈增益; \hat{G}_4, \hat{G}_5 和 \hat{G}_6 分别为陀螺效应因子的自适应值; $\hat{d}_\phi, \hat{d}_\theta$ 和 \hat{d}_ψ 为估计的突变阵风干扰值. 把式 (10) 代入式 (9) 得

$$\begin{cases} \dot{V}_2 = -c_1 e_1^2 - c_2 e_2^2 + e_2 \frac{\tilde{G}_4 a}{J_{xx}} x_2 + e_2 \tilde{d}_\phi, \\ \dot{V}_4 = -c_3 e_3^2 - c_4 e_4^2 + e_4 \frac{\tilde{G}_5 a}{J_{yy}} x_4 + e_4 \tilde{d}_\theta, \\ \dot{V}_6 = -c_5 e_5^2 - c_6 e_6^2 + e_6 \frac{\tilde{G}_6 a}{J_{zz}} x_6 + e_6 \tilde{d}_\psi. \end{cases} \quad (11)$$

其中: $\tilde{d}_i = d_i - \hat{d}_i (i = \phi, \theta, \psi)$ 代表估计器对干扰 d_ϕ, d_θ, d_ψ 的估计误差, $\tilde{G}_i = \hat{G}_i - G_i (i = 4, 5, 6)$ 代表自适应的陀螺效应因子误差.

结合式 (10) 和 Lyapunov 稳定性理论, 设计干扰估计器 (12) 和陀螺效应因子的自适应学习律 (13).

$$\begin{cases} \dot{\hat{d}}_\phi = k_1 \bar{e} e_1 + k_3 (x_2 - \dot{x}_{1d} - c_1 x_{1d} + c_1 x_1), \\ \dot{\hat{e}}_1 = -\frac{\hat{G}_4 a}{J_{xx}} x_2 + b_1 u_2 + \hat{d}_\phi - \ddot{x}_{1d} + k_2 \bar{e} e_1, \\ \dot{\hat{d}}_\theta = k_4 \bar{e} e_2 + k_6 (x_4 - \dot{x}_{3d} - c_3 x_{3d} + c_3 x_3), \\ \dot{\hat{e}}_2 = -\frac{\hat{G}_5 a}{J_{yy}} x_4 + b_2 u_3 + \hat{d}_\theta - \ddot{x}_{3d} + k_5 \bar{e} e_2, \\ \dot{\hat{d}}_\psi = k_7 \bar{e} e_3 + k_9 (x_6 - \dot{x}_{5d} - c_5 x_{5d} + c_5 x_5), \\ \dot{\hat{e}}_3 = -\frac{\hat{G}_6 a}{J_{zz}} x_6 + b_3 u_4 + \hat{d}_\psi - \ddot{x}_{5d} + k_8 \bar{e} e_3. \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{cases} \dot{\hat{G}}_4 = -\frac{r_1 a}{J_{xx}} (e_2 + \bar{e} e_1) x_2, \\ \dot{\hat{G}}_5 = -\frac{r_2 a}{J_{yy}} (e_4 + \bar{e} e_2) x_4, \\ \dot{\hat{G}}_6 = -\frac{r_3 a}{J_{zz}} (e_6 + \bar{e} e_3) x_6. \end{cases} \quad (13)$$

其中 $k_1 \sim k_9$ 均为正的调节参数; $\hat{e}_1 \sim \hat{e}_3$ 分别为 $-\dot{e}_1, -\dot{e}_3, -\dot{e}_5$ 的估计值; $\bar{e} e_1 = -\dot{e}_1 - \hat{e}_1, \bar{e} e_2 = -\dot{e}_2 - \hat{e}_2, \bar{e} e_3 = -\dot{e}_3 - \hat{e}_3$; $r_1 \sim r_3$ 均为正的常数.

定理 1 由于干扰估计器 (12) 式和陀螺效应因子自适应律 (13) 式共同作用的控制器 (10) 式, 能够使

无人机姿态系统 (3) 式中的滚转角, 俯仰角, 偏航角分别收敛至期望值并保持渐近稳定.

证明 将无人机滚转方向, 俯仰方向, 偏航方向的 Lyapunov 函数分别设计为

$$\begin{cases} V_\phi = \frac{1}{2}e_1^2 + \frac{1}{2}e_2^2 + \frac{1}{2k_1}\tilde{d}_\phi^2 + \frac{1}{2}\bar{e}e_1^2 + \frac{1}{2r_1}\tilde{G}_4^2, \\ V_\theta = \frac{1}{2}e_3^2 + \frac{1}{2}e_4^2 + \frac{1}{2k_4}\tilde{d}_\theta^2 + \frac{1}{2}\bar{e}e_2^2 + \frac{1}{2r_2}\tilde{G}_5^2, \\ V_\psi = \frac{1}{2}e_5^2 + \frac{1}{2}e_6^2 + \frac{1}{2k_7}\tilde{d}_\psi^2 + \frac{1}{2}\bar{e}e_3^2 + \frac{1}{2r_3}\tilde{G}_6^2. \end{cases} \quad (14)$$

上式两边求导, 并将式 (10)~(13) 代入得

$$\begin{aligned} \dot{V}_\phi = & \dot{V}_2 + \frac{1}{k_1}\tilde{d}_\phi(-\dot{\hat{d}}_\phi) + \bar{e}e_1(-\dot{e}_1 - \dot{\hat{e}}_1) + \frac{1}{r_1}\tilde{G}_4\dot{\hat{G}}_4 = \\ & -c_1e_1^2 - c_2e_2^2 - k_2\bar{e}e_1^2 + e_2\tilde{d}_\phi - \frac{k_3}{k_1}e_2\tilde{d}_\phi \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_\theta = & \dot{V}_4 + \frac{1}{k_4}\tilde{d}_\theta(-\dot{\hat{d}}_\theta) + \bar{e}e_2(-\dot{e}_3 - \dot{\hat{e}}_2) + \frac{1}{r_2}\tilde{G}_5\dot{\hat{G}}_5 = \\ & -c_3e_3^2 - c_4e_4^2 - k_5\bar{e}e_2^2 + e_4\tilde{d}_\theta - \frac{k_6}{k_4}e_4\tilde{d}_\theta \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_\psi = & \dot{V}_6 + \frac{1}{k_7}\tilde{d}_\psi(-\dot{\hat{d}}_\psi) + \bar{e}e_3(-\dot{e}_5 - \dot{\hat{e}}_3) + \frac{1}{r_3}\tilde{G}_6\dot{\hat{G}}_6 = \\ & -c_5e_5^2 - c_6e_6^2 - k_8\bar{e}e_3^2 + e_6\tilde{d}_\psi - \frac{k_9}{k_7}e_6\tilde{d}_\psi \end{aligned} \quad (17)$$

由上述的式 (15)~(17) 可知, 令 $k_1 = k_3$, $k_4 = k_6$, $k_7 = k_9$, 能使 $\dot{V}_\phi \leq 0$, $\dot{V}_\theta \leq 0$, $\dot{V}_\psi \leq 0$. 设计四旋翼无人机姿态系统的 Lyapunov 函数为 $V_{姿} = V_\phi + V_\theta + V_\psi$, 显然, $V_{姿} \geq 0$ 是正定的, $\dot{V}_{姿} \leq 0$ 是半负定的, 根据引理 1 可知, 无人机的姿态角是渐近稳定的, 即 $\lim_{t \rightarrow \infty} e_1 = 0$, $\lim_{t \rightarrow \infty} e_3 = 0$, $\lim_{t \rightarrow \infty} e_5 = 0$.

3 位置控制器设计

本文位置控制目标是飞行路径快速收敛并跟踪设定的期望轨迹. 用 x_{id} ($i = 7, 8, \dots, 12$) 表示各状态的期望值. 根据控制目标设计出带有干扰估计器的自适应反步控制器, 同时验证位置系统的稳定性.

$$\begin{cases} e_7 = x_{7d} - x_7, \\ e_9 = x_{9d} - x_9, \\ e_{11} = x_{11d} - x_{11}. \end{cases} \quad (18)$$

根据系统 (4), 定义如上四旋翼无人机 z 轴, x 轴, y 轴方向的位置误差为 e_7 , e_9 和 e_{11}

再定义无人机运动速度的虚拟控制分量为

$$\begin{cases} x_{8d} = \dot{x}_{7d} + c_7e_7, \\ x_{10d} = \dot{x}_{9d} + c_9e_9, \\ x_{12d} = \dot{x}_{11d} + c_{11}e_{11}. \end{cases} \quad (19)$$

其中: c_7, c_9, c_{11} 均为大于 0 的反馈增益.

定义无人机运动速度误差 $e_8 = x_8 - x_{8d}$, $e_{10} = x_{10} - x_{10d}$, $e_{12} = x_{12} - x_{12d}$.

选取 Lyapunov 函数 $V_7 = \frac{1}{2}e_7^2$, $V_9 = \frac{1}{2}e_9^2$, $V_{11} = \frac{1}{2}e_{11}^2$, 并对 V_7, V_9, V_{11} 分别求导可得

$$\begin{cases} \dot{V}_7 = e_7(\dot{x}_{7d} - x_8) = e_7(\dot{x}_{7d} - x_{8d} - e_8), \\ \dot{V}_9 = e_9(\dot{x}_{9d} - x_{10}) = e_9(\dot{x}_{9d} - x_{10d} - e_{10}), \\ \dot{V}_{11} = e_{11}(\dot{x}_{11d} - x_{12}) = e_{11}(\dot{x}_{11d} - x_{12d} - e_{12}). \end{cases} \quad (20)$$

将式 (19) 代入式 (20) 得

$$\begin{cases} \dot{V}_7 = -c_7e_7^2 - e_7e_8, \\ \dot{V}_9 = -c_9e_9^2 - e_9e_{10}, \\ \dot{V}_{11} = -c_{11}e_{11}^2 - e_{11}e_{12}. \end{cases} \quad (21)$$

要使 $\dot{V}_7 \leq 0$, $\dot{V}_9 \leq 0$, $\dot{V}_{11} \leq 0$, 需进行下一步设计使 $e_8=0$, $e_{10}=0$, $e_{12}=0$. 再选取 Lyapunov 函数 $V_8 = V_7 + \frac{1}{2}e_8^2$, $V_{10} = V_9 + \frac{1}{2}e_{10}^2$, $V_{12} = V_{11} + \frac{1}{2}e_{12}^2$. 分别对两边求导得

$$\begin{cases} \dot{V}_8 = -c_7e_7^2 + e_8\left(a_4x_8 + \frac{\cos x_1 \cos x_3}{m}u_1 - g + d_z - \ddot{x}_{7d} - c_7\dot{e}_7 - e_7\right), \\ \dot{V}_{10} = -c_9e_9^2 + e_{10}\left(a_5x_{10} + \frac{u_x}{m}u_1 + d_x - \ddot{x}_{9d} - c_9\dot{e}_9 - e_9\right), \\ \dot{V}_{12} = -c_{11}e_{11}^2 + e_{12}\left(a_6x_{12} + \frac{u_y}{m}u_1 + d_y - \ddot{x}_{11d} - c_{11}\dot{e}_{11} - e_{11}\right). \end{cases} \quad (22)$$

为使 $\dot{V}_8 \leq 0$, $\dot{V}_{10} \leq 0$, $\dot{V}_{12} \leq 0$, 设计控制律 (23). 其中 c_8, c_{10}, c_{12} 均为大于 0 的反馈增益; \hat{G}_1, \hat{G}_2 和 \hat{G}_3 分别为风阻系数的自适应值; $\hat{d}_x, \hat{d}_y, \hat{d}_z$ 为估计的突变阵风干扰值.

$$\begin{cases} u_1 = \frac{m}{\cos x_1 \cos x_3} \left(\frac{\hat{G}_3}{m}x_8 + g - \hat{d}_z + \ddot{x}_{7d} + c_7\dot{e}_7 + e_7 - c_8e_8 \right), \\ u_x = \frac{m}{u_1} \left(\frac{\hat{G}_1}{m}x_{10} - \hat{d}_x + \ddot{x}_{9d} + c_9\dot{e}_9 + e_9 - c_{10}e_{10} \right), \\ u_y = \frac{m}{u_1} \left(\frac{\hat{G}_2}{m}x_{12} - \hat{d}_y + \ddot{x}_{11d} + c_{11}\dot{e}_{11} + e_{11} - c_{12}e_{12} \right). \end{cases} \quad (23)$$

将式 (23) 代入式 (22) 得

$$\begin{cases} \dot{V}_8 = -c_7 e_7^2 - c_8 e_8^2 + e_8 \frac{\tilde{G}_3}{m} x_8 + e_8 \tilde{d}_z, \\ \dot{V}_{10} = -c_9 e_9^2 - c_{10} e_{10}^2 + e_{10} \frac{\tilde{G}_1}{m} x_{10} + e_{10} \tilde{d}_x, \\ \dot{V}_{12} = -c_{11} e_{11}^2 - c_{12} e_{12}^2 + e_{12} \frac{\tilde{G}_2}{m} x_{12} + e_{12} \tilde{d}_y. \end{cases} \quad (24)$$

其中: $\tilde{d}_i = d_i - \hat{d}_i (i = x, y, z)$ 代表估计器对于扰 d_x, d_y, d_z 的估计误差, $\tilde{G}_i = \hat{G}_i - G_i (i = 1, 2, 3)$ 代表自适应风阻系数的误差.

结合控制律 (23) 和 Lyapunov 稳定性理论, 设计干扰估计器 (25) 和风阻系数的自适应学习律 (26).

$$\begin{cases} \dot{\hat{d}}_z = k_{10} \bar{e} e_4 + k_{12} (x_8 - \dot{x}_{7d} - c_7 x_{7d} + c_7 x_7), \\ \dot{\hat{e}}_4 = -\frac{\tilde{G}_3}{m} x_8 + \frac{\cos x_1 \cos x_3}{m} u_1 - g + \hat{d}_z - \ddot{x}_{7d} + k_{11} \bar{e} e_4, \\ \dot{\hat{d}}_x = k_{13} \bar{e} e_5 + k_{15} (x_{10} - \dot{x}_{9d} - c_9 x_{9d} + c_9 x_9), \\ \dot{\hat{e}}_5 = -\frac{\tilde{G}_1}{m} x_{10} + \frac{u_x}{m} u_1 + \hat{d}_x - \ddot{x}_{9d} + k_{14} \bar{e} e_5, \\ \dot{\hat{d}}_y = k_{16} \bar{e} e_6 + k_{18} (x_{12} - \dot{x}_{11d} - c_{11} x_{11d} + c_{11} x_{11}), \\ \dot{\hat{e}}_6 = -\frac{\tilde{G}_2}{m} x_{12} + \frac{u_y}{m} u_1 + \hat{d}_y - \ddot{x}_{11d} + k_{17} \bar{e} e_6. \end{cases} \quad (25)$$

$$\begin{cases} \dot{\hat{G}}_3 = -\frac{r_4}{m} (e_8 + \bar{e} e_4) x_8, \\ \dot{\hat{G}}_1 = -\frac{r_5}{m} (e_{10} + \bar{e} e_5) x_{10}, \\ \dot{\hat{G}}_2 = -\frac{r_6}{m} (e_{12} + \bar{e} e_6) x_{12}. \end{cases} \quad (26)$$

其中 $k_{10} \sim k_{18}$ 均为正的调节参数; $\hat{e}_4 \sim \hat{e}_6$ 分别为 $-\dot{e}_7, -\dot{e}_9, -\dot{e}_{11}$ 的估计值; $\bar{e} e_4 = -\dot{e}_7 - \hat{e}_4, \bar{e} e_5 = -\dot{e}_9 - \hat{e}_5, \bar{e} e_6 = -\dot{e}_{11} - \hat{e}_6, r_4 \sim r_6$ 均为正的常数.

定理 2 由于干扰估计器 (25) 式和风阻系数自适应律 (26) 式共同作用的控制器 (23) 式, 能够使无人机位置系统 (4) 式中 x, y, z 方向收敛至期望值并保持渐近稳定.

证明 设计四旋翼无人机在 z 轴, x 轴和 y 轴上以各个误差为自变量的 Lyapunov 函数为

$$\begin{cases} V_z = \frac{1}{2} e_7^2 + \frac{1}{2} e_8^2 + \frac{1}{2k_{10}} \tilde{d}_z^2 + \frac{1}{2} \bar{e} e_4^2 + \frac{1}{2r_4} \tilde{G}_3^2, \\ V_x = \frac{1}{2} e_9^2 + \frac{1}{2} e_{10}^2 + \frac{1}{2k_{13}} \tilde{d}_x^2 + \frac{1}{2} \bar{e} e_5^2 + \frac{1}{2r_5} \tilde{G}_1^2, \\ V_y = \frac{1}{2} e_{11}^2 + \frac{1}{2} e_{12}^2 + \frac{1}{2k_{16}} \tilde{d}_y^2 + \frac{1}{2} \bar{e} e_6^2 + \frac{1}{2r_6} \tilde{G}_2^2. \end{cases} \quad (27)$$

上式两边求导, 并将式 (23)~(26) 代入得

$$\begin{aligned} \dot{V}_z = & \dot{V}_8 + \frac{1}{k_{10}} \tilde{d}_z (-\dot{\tilde{d}}_z) + \bar{e} e_4 (-\dot{e}_7 - \dot{\hat{e}}_4) + \frac{1}{r_4} \tilde{G}_3 \dot{\hat{G}}_3 = \\ & -c_7 e_7^2 - c_8 e_8^2 - k_{11} \bar{e} e_4^2 + e_8 \tilde{d}_z - \frac{k_{12}}{k_{10}} e_8 \tilde{d}_z. \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_x = & \dot{V}_{10} + \frac{1}{k_{13}} \tilde{d}_x (-\dot{\tilde{d}}_x) + \bar{e} e_5 (-\dot{e}_9 - \dot{\hat{e}}_5) + \frac{1}{r_5} \tilde{G}_1 \dot{\hat{G}}_1 = \\ & -c_9 e_9^2 - c_{10} e_{10}^2 - k_{14} \bar{e} e_5^2 + e_{10} \tilde{d}_x - \frac{k_{15}}{k_{13}} e_{10} \tilde{d}_x. \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_y = & \dot{V}_{12} + \frac{1}{k_{16}} \tilde{d}_y (-\dot{\tilde{d}}_y) + \bar{e} e_6 (-\dot{e}_{11} - \dot{\hat{e}}_6) + \frac{1}{r_6} \tilde{G}_2 \dot{\hat{G}}_2 = \\ & -c_{11} e_{11}^2 - c_{12} e_{12}^2 - k_{17} \bar{e} e_6^2 + e_{12} \tilde{d}_y - \frac{k_{18}}{k_{16}} e_{12} \tilde{d}_y. \end{aligned} \quad (30)$$

由式 (28)~(30) 可知, 令 $k_{10} = k_{12}, k_{13} = k_{15}, k_{16} = k_{18}$, 能使 $\dot{V}_x \leq 0, \dot{V}_y \leq 0, \dot{V}_z \leq 0$. 设计四旋翼无人机位置系统的 Lyapunov 函数为 $V_{\text{位}} = V_x + V_y + V_z$, 显然, $V_{\text{位}} \geq 0$ 是正定的, $\dot{V}_{\text{位}} \leq 0$ 是半负定的, 根据引理 1 可知, 无人机的位置是渐近稳定的, 即 $\lim_{t \rightarrow \infty} e_7 = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} e_9 = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} e_{11} = 0$.

四旋翼无人机系统的 x_d, y_d, z_d, ψ_d 是初始已知的, 在设计位置和姿态系统的控制器过程中, ϕ_d 和 θ_d 可通过虚拟控制输入 u_x 和 u_y 解算得:

$$\begin{cases} \phi_d = \arcsin(u_x \sin \psi - u_y \cos \psi), \\ \theta_d = \arcsin\left(\frac{u_x \cos \psi + u_y \sin \psi}{\cos \phi_d}\right). \end{cases} \quad (31)$$

四旋翼无人控制系统框图如图 2 所示, 将 u_x 和 u_y 反解得到的 ϕ_d 和 θ_d , 与指令信号发生器中的 x_d, y_d, z_d, ψ_d 共同实时存储到期望轨迹模块中, 以便其它模块使用. 反步控制器实时接收自适应值和干扰估计信息, 并根据实时状态变量误差校正无人机的控制输入量, 进而校正无人机状态.

4 仿真实验

为验证本文算法的有效性, 进行以下仿真对比实验分析: 陀螺效应因子与阻力系数已知, 不含干扰补偿的传统反步控制定义为方法 1; 陀螺效应因子与阻力系数已知, 能自适应估计扰动上界的反步控制定义为方法 2; 陀螺效应因子与阻力系数已知, 基于本文设计的干扰估计器的反步控制定义为方法 3; 本文算法为陀螺效应因子与阻力系数未知, 基于本文设计的干扰估计器的参数自适应反步控制.

无人机的模型参数和状态初值如表 1 所示^[28]. 四旋翼无人机的位置和偏航角的期望轨迹为

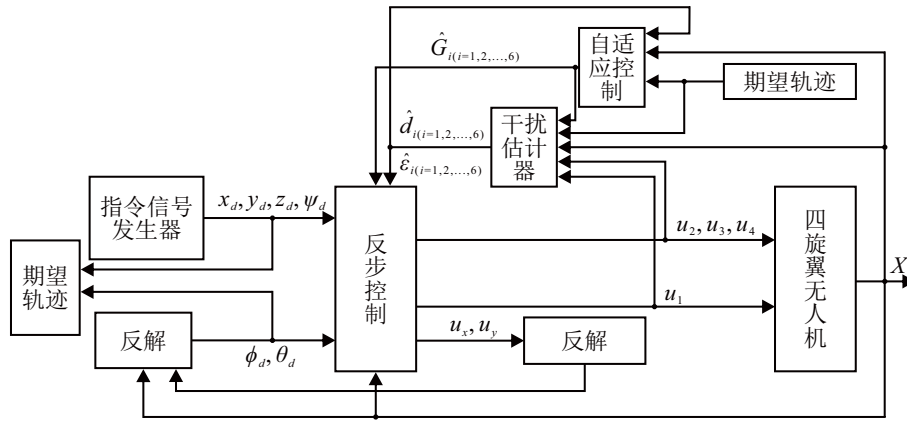


图2 系统框图

表1 模型参数和初始化参数

参数	数值
$[x_0; y_0; z_0]/\text{m}$	$[0; 1; 0]$
$[\phi_0; \theta_0; \psi_0]/\text{rad}$	$[0; 0; 0]$
$[\dot{x}_0; \dot{y}_0; \dot{z}_0]/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	$[0; 0; 0]$
$[\dot{\phi}_0; \dot{\theta}_0; \dot{\psi}_0]/(\text{rad} \cdot \text{s}^{-1})$	$[0; 0; 0]$
m/kg	2
a/m	0.2
$J_{xx}, J_{yy}, J_{zz}/(\text{N} \cdot \text{s}^2 \cdot \text{rad}^{-1})$	$[1.25; 1.25; 2.5]$
$g/(\text{m} \cdot \text{s}^{-2})$	9.8

表2 突变阵风设定

时间	$t \leq 2$	$2 < t \leq 6$	$6 < t \leq 20$
d_x	0	-8	$-8 - 2.4 \sin(0.25\pi t)$
d_y	0	6	$6 + 2.4 \sin(0.25\pi t)$
d_z	0	-8	$-6 - 2.4 \sin(0.25\pi t)$
d_ϕ	0	-8	$-8 - 2.4 \sin(0.25\pi t)$
d_θ	0	6	$6 + 2.4 \sin(0.25\pi t)$
d_ψ	0	-8	$-6 - 2.4 \sin(0.25\pi t)$

$[x_d, y_d, z_d, \psi_d] = [\cos(0.5t), \sin(0.5t), 0.4t + 5, 0]$. 其中 $[\phi_0, \dot{\phi}_0, \theta_0, \dot{\theta}_0, \psi_0, \dot{\psi}_0, z_0, \dot{z}_0, x_0, \dot{x}_0, y_0, \dot{y}_0]$ 代表系统的初始状态, $\hat{G}_{i_0}(i = 1, 2, \dots, 6)$ 和干扰估计器的初值都为 0. 外界阵风干扰设定为表 2^[29].

本文控制器设计参数, 干扰估计器设计参数以及自适应律中的设计参数分别为 $c_1 = 0.05, c_2 = 10, c_3 = 0.05, c_4 = 10, c_5 = 10, c_6 = 10, c_7 = c_8 = c_9 = c_{10} = c_{11} = c_{12} = 5, r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = r_5 = r_6 = 20, k_1 = k_3 = 100, k_4 = k_6 = 100, k_7 = k_9 = 100, k_{10} = k_{12} = 100, k_{13} = k_{15} = 100, k_{16} = k_{18} = 100, k_2 = k_5 = k_8 = k_{11} = k_{14} = k_{17} = 1000$.

四旋翼无人机在 x, y, z 方向的轨迹跟踪曲线分别如图 3(a)~(c) 所示. 从图中看出, 方法 1 比方法 2 更偏离期望轨迹, 是因为方法 1 没有干扰补偿项. 方法 2 虽能自适应估计扰动上界, 但是估计精度相对不足, 扰动上界并不能反映实际干扰值的变化情况. 方法 3 能精确跟踪期望轨迹, 但需要依赖精确已知的模型参数. 而本文算法虽然陀螺效应因子与风阻系数未知, 并受突变阵风干扰, 但跟踪曲线与方法 3 几乎重叠, 无人机分别在 1 s, 1 s 和 1.5 s 开始无限逼近各方向期望轨迹, 由此说明本文设计的干扰估计器能精确估计突变阵风干扰的实际值, 并在控制输入中利用估计值有效补偿实际干扰, 大大提高了

无人机的跟踪精度. 除此之外, 还说明了参数自适应律的高效性, 利用此自适应律设计的控制器也加快了系统的收敛速度. 位置误差在 3 s 内都能快速收敛到 0 m 附近的极小邻域, 虽然在第 2 s 和 6 s 干扰突变时刻有较小波动, 但通过局部放大图发现本文算法能在 0.5 s 内快速调整系统进行精确轨迹跟踪, 具有较强的抗干扰性.

无人机姿态各方向跟踪曲线如图 3(d)~(f) 所示. 因为 ϕ_d 和 θ_d 是解算得到的, 所以这两个姿态角的期望值初始是不稳定的. 由于传统反步控制无法前馈补偿未知扰动, 所以方法 1 始终有较大的误差. 方法 2 虽比方法 1 跟踪误差小, 但方法 2 自适应估计干扰上界使实际干扰的估计精度相对不足, 而方法 3 和本文算法在滚转角和俯仰角期望值稳定后就都能稳定跟踪期望状态. 需注意的是, 方法 3 要以模型参数已知为前提, 而本文算法不需如此就能较高精度跟踪期望值. 在滚转方向和俯仰方向, 本文算法比方法 3 的跟踪精度仅仅分别低 0.005rad 和 0.03rad, 说明本文控制器能高效处理参数未知的情况. 同时姿态跟踪误差在 2.5 s 内都能收敛到绝对值小于 0.1rad 范围内, 在第 2 s 和 6 s 干扰突变时刻仅有较小波动, 系统鲁棒性较强.

本文所设计干扰估计器的工作效果如图 4 所示, 从图中可以看出干扰估计器能精确估计突变阵风扰动的变化, 在干扰突变的初始时刻干扰估计效果略

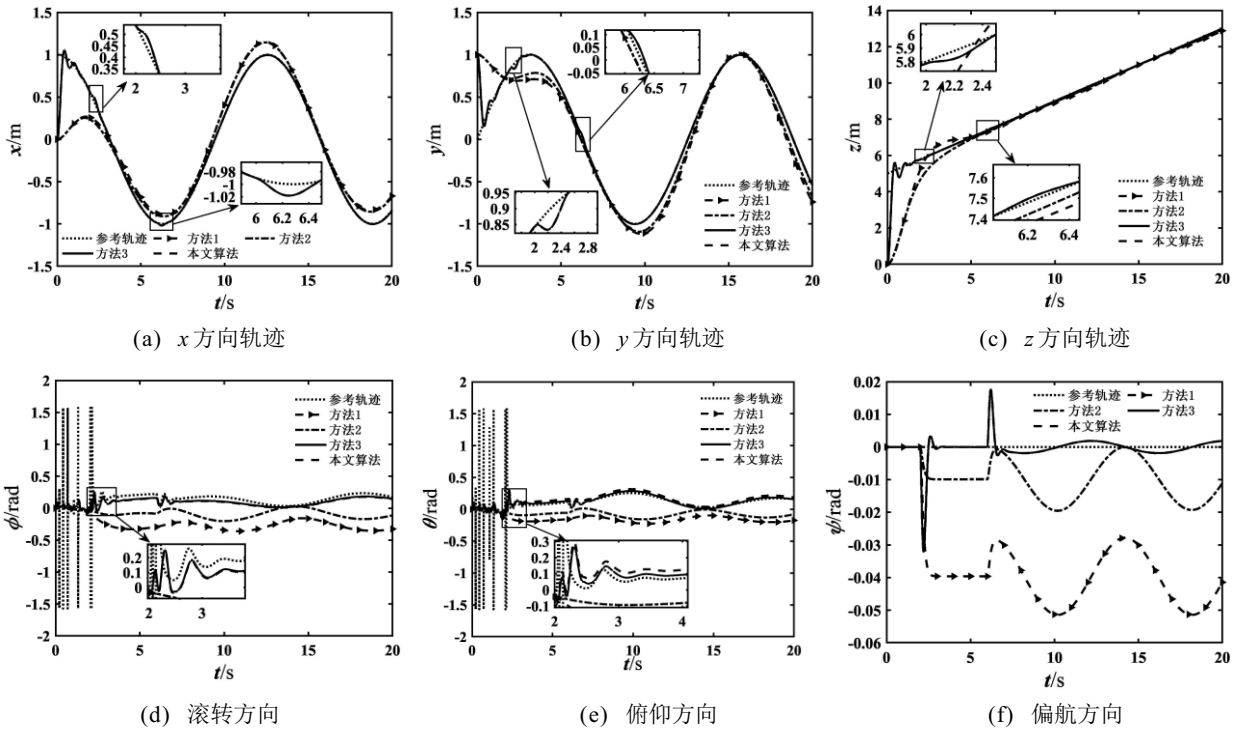


图3 无人机位置和姿态跟踪曲线

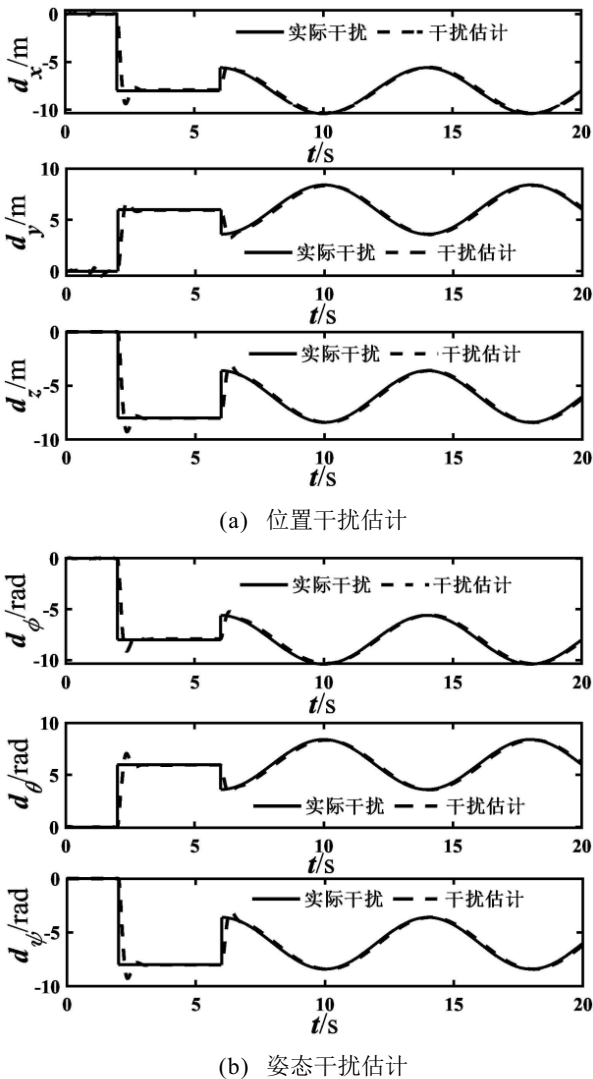


图4 无人机的突变干扰估计

有偏差,但能在0.8s内迅速跟随干扰的变化,为无人机位置和姿态误差的收敛提供了帮助.

四旋翼无人机的陀螺效应因子和风速系数自适应值如图5所示,风速系数在1.5s内能够收敛到相对稳定的固定值,陀螺效应因子随着干扰值的突变自适应出不同的值,充分利用自适应值设计控制器,保证了未知外界环境中无人机轨迹跟踪的稳定性.

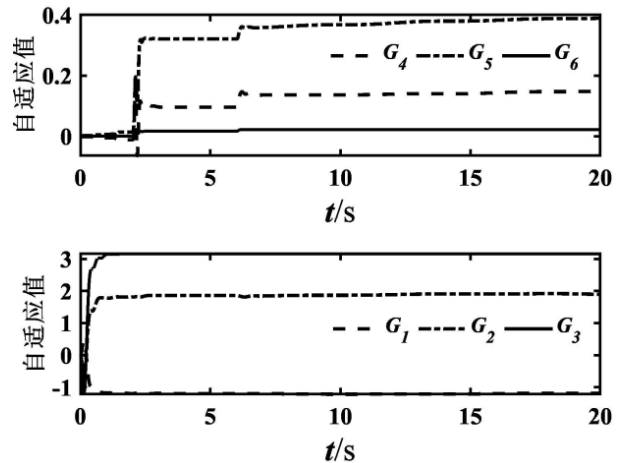


图5 无人机的参数自适应值

从以上仿真对比实验可以看出,法2的跟踪精度比法1高,但还不能满足跟踪精度需求.相比之下,方法3的高精度跟踪能突显出本文设计的干扰估计器的有效性.在此基础上,本文算法又能高效地解决部分参数未知的无人机进行轨迹跟踪的问题,提高了系统的跟踪精度和鲁棒性.

5 结论

本文针对陀螺效应因子与风阻系数未知的四旋翼无人机, 设计一种参数自适应律和突变阵风干扰估计器, 并将这两类值引入反步控制的4个控制输入和2个虚拟控制输入中. 研究结果表明: 本文设计的干扰估计器能有效估计未知外界环境突变阵风扰动, 自适应律能根据环境的变化快速动态调整未知参数, 经过扰动补偿和实时更新参数的反步控制器能使无人机位置和姿态快速收敛至期望值, 增强了无人机的鲁棒性, 提高了无人机位姿的跟踪精度.

参考文献 (References)

- [1] 梁潇, 刘冰冰, 叶慧樱, 等. 旋翼无人机吊运系统研究综述[J]. 控制与决策, 2025, 40(4): 1079-1097.
(Liang X, Liu B B, Ye H Y, et al. A review of research on cable-suspended payload transportation systems by rotorcraft unmanned aerial vehicles[J]. *Control and Decision*, 2025, 40(4): 1079-1097.)
- [2] Tian M M, Wang N, Wang Z K, et al. Prescribed-time fault-tolerant tracking control for quadrotor UAV with guaranteed performance[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2025, 161: 110162.
- [3] 陈城, 刘云平, 张永宏, 等. 基于自适应降阶 GPEBO 的速度测量值未知四旋翼无人机轨迹跟踪控制[J]. 控制与决策, 2025, 40(8): 2591-2603.
(Chen C, Liu Y P, Zhang Y H, et al. Adaptive reduced-order GPEBO based trajectory tracking control for quadrotor UAV unknown velocity measurement[J]. *Control and Decision*, 2025, 40(8): 2591-2603.)
- [4] Wu Z L, Ye J C, Song T, et al. Aggressive flight control of quadrotors using incremental nonlinear dynamic inversion with a high-fidelity thrust unit model[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2024, 361(10): 106914.
- [5] Cai K X, Yu H, He W, et al. An enhanced-coupling control method for aerial transportation systems with double-pendulum swing effects[J]. *ASME Transactions on Mechatronics*, 2024, 29(3): 2302-2315.
- [6] Yang Q F, Li H P. RMPC-based visual servoing for trajectory tracking of quadrotor UAVs with visibility constraints[J]. *CAA Journal of Automatica Sinica*, 2024, 11(9): 2027-2029.
- [7] Wang S Y, Polyakov A, Zheng G. Quadrotor stabilization under time and space constraints using implicit PID controller[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2022, 359(4): 1505-1530.
- [8] Lopez-Sanchez I, Moreno-Valenzuela J. PID control of quadrotor UAVs: A survey[J]. *Annual Reviews in Control*, 2023, 56: 100900.
- [9] 赵振华, 肖亮, 姜斌, 等. 基于扩张状态观测器的四旋翼无人机快速非奇异终端滑模轨迹跟踪控制[J]. 控制与决策, 2022, 37(9): 2201-2210.
(Zhao Z H, Xiao L, Jiang B, et al. Fast nonsingular terminal sliding mode trajectory tracking control of a quadrotor UAV based on extended state observers[J]. *Control and Decision*, 2022, 37(9): 2201-2210.)
- [10] Labbadi M, Muñoz-Vázquez A J, Djemai M, et al. Fractional-order nonsingular terminal sliding mode controller for a quadrotor with disturbances[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2022, 111: 753-776.
- [11] 鲜斌, 耿向威. 基于深度学习的四旋翼无人机地面效应补偿降落控制设计[J]. 控制与决策, 2021, 36(11): 2637-2646.
(Xian B, Geng X W. Robust landing controller design for quadrotor unmanned aerial vehicle ground effects compensation via deep learning[J]. *Control and Decision*, 2021, 36(11): 2637-2646.)
- [12] Lopez-Sanchez I, Moyrón J, Moreno-Valenzuela J. Adaptive neural network-based trajectory tracking outer loop control for a quadrotor[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2022, 129: 107847.
- [13] Wang C H, Yang N, Li W C, et al. Event-triggered finite-time fuzzy tracking control for a time-varying state constrained quadrotor system based on disturbance observer[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2024, 151: 109329.
- [14] Hu F, Ma T D, Su X J. Adaptive fuzzy sliding-mode fixed-time control for quadrotor unmanned aerial vehicles with prescribed performance[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2024, 32(7): 4109-4120.
- [15] Yu G, Cabecinhas D, Cunha R, et al. Nonlinear backstepping control of a quadrotor-slung load system[J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2019, 24(5): 2304-2315.
- [16] Zheng X L, Yu X H, Yang X B, et al. Adaptive NN zeta-backstepping control with its application to a quadrotor hover[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2024, 71(2): 747-751.
- [17] Peng X H, Zhang Z M, Zhang A C, et al. Antisaturation backstepping control for quadrotor slung load system with fixed-time prescribed performance[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2024, 60(4): 4170-4181.
- [18] Liu B W, Wang Y X, Mofid O, et al. Barrier function-based backstepping fractional-order sliding mode control for quad-rotor unmanned aerial vehicle under external disturbances[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2024, 60(1): 716-728.
- [19] Wang J H, Alattas K A, Bouteraa Y, et al. Adaptive finite-time backstepping control tracker for quadrotor UAV with model uncertainty and external disturbance[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2023, 133: 108088.
- [20] Lungu M H. Control of double gimbal control moment gyro systems using the backstepping control method and a nonlinear disturbance observer[J]. *Acta Astronautica*, 2021, 180: 639-649.
- [21] Wang F, Gao Y L, Zhou C, et al. Disturbance observer-based backstepping formation control of multiple

- quadrotors with asymmetric output error constraints[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2022, 415: 126693.
- [22] 高俊山, 段立勇, 邓立为. 四旋翼无人机抗干扰轨迹跟踪控制[J]. *控制与决策*, 2021, 36(2): 379-386.
(Gao J S, Duan L Y, Deng L W. Anti-interference trajectory tracking control of quadrotor UAV[J]. *Control and Decision*, 2021, 36(2): 379-386.)
- [23] Guo K X, Jia J D, Yu X, et al. Multiple observers based anti-disturbance control for a quadrotor UAV against payload and wind disturbances[J]. *Control Engineering Practice*, 2020, 102: 104560.
- [24] Xu L X, Li Y. Distributed robust formation tracking control for quadrotor UAVs with unknown parameters and uncertain disturbances[J]. *Aerospace*, 2023, 10(10): 845.
- [25] Hou Y H, Chen D K, Yang S M. Adaptive robust trajectory tracking controller for a quadrotor UAV with uncertain environment parameters based on backstepping sliding mode method[J]. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2025, 22: 4446-4456.
- [26] Slotine J J E, Li W P. *Applied nonlinear control*[M]. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1991.
- [27] Khalil H K. *Nonlinear systems*[M]. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2002.
- [28] 刘金琨. 机器人控制系统的设计与 MATLAB 仿真: 先进设计方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2023.
(Liu J K. *Design and MATLAB simulation of robot control systems: advanced design methods*[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2023.)
- [29] 赵振华, 李婷, 姜斌, 等. 四旋翼无人机姿态系统复合连续快速非奇异终端滑模控制[J]. *控制理论与应用*, 2023, 40(3): 459-467.
(Zhao Z H, Li T, Jiang B, et al. Composite continuous fast nonsingular terminal sliding mode control for quadrotor UAV attitude systems[J]. *Control Theory & Applications*, 2023, 40(3): 459-467.)

作者简介

曹伟 (1977-), 男, 教授, 博士, 主要研究方向为先进控制理论与应用, E-mail: yiyuqq168@163.com;

司艳春 (2001-), 女, 硕士生, 主要研究方向为无人机控制, E-mail: syc18864895457@163.com;

乔金杰 (1979-), 女, 教授, 博士, 主要研究方向为优化控制, E-mail: cau1980@163.com.