

控制与决策

Control and Decision

多智能体系统层级预定义时间最优容错控制

刘尚坤, 谢俊江, 黄景丽, 黄捷

引用本文:

刘尚坤, 谢俊江, 黄景丽, 等. 多智能体系统层级预定义时间最优容错控制[J]. *控制与决策*, 2026, 41(5): 1242–1256.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2025.0818>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于移动传感器/执行器网络的时滞分布参数系统镇定控制

Stabilization control for a class of distributed parameter systems with time-delay based on mobile sensor and actuator networks
控制与决策. 2021, 36(8): 1955–1962 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1309>

输入约束不确定系统的点对点迭代学习控制与优化

Point-to-point iterative learning control and optimization for uncertain systems with constrained input
控制与决策. 2021, 36(6): 1435–1441 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0908>

多航天器系统分布式固定时间输出反馈姿态协同跟踪控制

Distributed fixed-time output feedback attitude coordination tracking control for multiple rigid spacecraft
控制与决策. 2021, 36(5): 1049–1058 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0968>

基于反演算法的严格反馈非线性系统固定时间跟踪控制

Fixed-time tracking control for strict-feedback nonlinear systems based on backstepping algorithm
控制与决策. 2021, 36(1): 173–179 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0658>

基于神经动态优化的非线性系统近似最优跟踪控制

Approximate optimal tracking control for nonlinear systems based on neurodynamic optimization
控制与决策. 2021, 36(1): 97–104 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0056>

多智能体系统层级预定义时间最优容错控制

刘尚坤^{1,2}, 谢俊江^{1,2}, 黄景丽^{1,2}, 黄捷^{1,2†}

(1. 福州大学 电气工程与自动化学院, 福州 350108; 2. 福州大学 5G+工业互联网研究院, 福州 350108)

摘要: 针对存在传感器故障与非仿射故障的多智能体系统容错控制问题, 提出一种层级预定义时间最优容错控制框架. 以提升系统可靠性和收敛速度为研究目标, 基于层级控制、强化学习和预定义时间稳定性理论, 构建虚拟层与实际控制层的协同机制. 在虚拟层设计分布式最优一致性跟踪控制器, 通过自适应状态观测器估计未知非线性动态, 结合滑模面与演员-评论家结构求解近似最优控制策略, 实现多智能体同步最优控制与能量最小化; 实际控制层基于虚拟层生成的最优轨迹, 设计自适应模糊预定义时间容错跟踪控制器, 利用 Lyapunov 稳定性理论保证跟踪误差在预定义时间内收敛至有界集合, 同时逼近传感器故障参数与非仿射故障函数. 通过调整所设计控制器中的预定义参数, 系统可以在期望的预定义时间内实现自适应跟踪的目标. 最后, 通过仿真实验验证了所提出控制策略的有效性.

关键词: 多智能体系统; 预定义时间控制; 非仿射故障; 传感器故障; 最优控制; 强化学习

中图分类号: TP273 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2025.0818

引用格式: 刘尚坤, 谢俊江, 黄景丽, 等. 多智能体系统层级预定义时间最优容错控制 [J]. 控制与决策, 2026, 41(5): 1242-1256.

Hierarchical predefined-time optimal fault-tolerant control for multi-agent systems

LIU Shang-kun^{1,2}, XIE Jun-jiang^{1,2}, HUANG Jing-li^{1,2}, HUANG Jie^{1,2†}

(1. College of Electrical Engineering and Automation, Fuzhou University, Fuzhou 350108, China; 2. 5G+ Industrial Internet Institute, Fuzhou University, Fuzhou 350108, China)

Abstract: This paper addresses the fault-tolerant control (FTC) problem for multi-agent systems (MASs) subject to concurrent sensor faults and non-affine faults. A hierarchical predefined-time optimal FTC framework is proposed to enhance system reliability and convergence speed. Leveraging hierarchical control architecture, reinforcement learning (RL), and predefined-time stability theory, a synergistic mechanism between virtual and actual control layers is established. Within the virtual layer, a distributed optimal consensus tracking controller is developed. This incorporates an adaptive state observer to estimate unknown nonlinear dynamics and integrates sliding mode surfaces with an actor-critic structure to derive an approximate optimal control policy. This approach simultaneously achieves multi-agent synchronization, optimal control, and energy minimization. The actual control layer synthesizes an adaptive fuzzy predefined-time FTC tracking controller based on optimal trajectories generated by the virtual layer. Utilizing the Lyapunov stability theory, this controller guarantees that tracking errors converge to a predefined-time bounded set within a user-specified time, while concurrently approximating sensor fault parameters and non-affine fault functions. By tuning predefined parameters in the designed controllers, the system achieves adaptive tracking objectives within any desired, user-defined time. Numerical simulations validate the effectiveness of the proposed control strategy.

Keywords: multi-agent system; predefined-time control; non-affine faults; sensor faults; optimal control; reinforcement learning

0 引言

多智能体系统因其在无人机集群^[1]、无人艇编队^[2]和智能电网^[3]等应用中的核心作用, 已成为控

制理论研究的焦点. 现有的多种多智能体系统控制策略中^[4-7], 一致性控制获得了广泛关注. 该方法通过局部交互使跟随智能体的状态或输出与领导者智能

收稿日期: 2025-08-05; 录用日期: 2025-12-03.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (62403137, 92367109); 教育部人文社会科学研究基金一般项目 (22YJCZH061).

责任编委: 左志强.

†通信作者. E-mail: jie.huang@fzu.edu.cn.

体趋同,从而实现多智能体系统的协同控制.控制目标的本质是实现一致性,即状态趋同.在跟踪控制中,协同控制的目的是使所有跟随智能体的状态(如位置状态和速度状态等)最终与领导者的状态保持一致.由于系统模型的复杂性、拓扑结构的多变性和控制目标的多样性,协同控制的研究内容更加丰富,同时设计控制协议和相应理论分析的难度也更大.

收敛速度是控制器设计中需要考虑的一个重要因素.针对这个问题,文献[8-9]提出了有限时间控制的相关理论.然而,上述有限时间控制方法的稳定时间通常依赖于系统初始条件,导致难以预设收敛时间.近年来,文献[10-11]提出了固定时间稳定理论,其稳定时间具有确定上界且与初始条件无关,而有限时间稳定的收敛时间与系统参数、控制可调参数之间存在无法任意预设的复杂关联.在预定义时间控制中,可以提前给定期望的收敛时间,然后根据该期望值设计控制协议实现一致性控制;文献[12]研究了切换拓扑下多智能体系统的固定/预定时间优化问题,提出了基于指数函数的分布式固定/预定时间优化算法;文献[13]针对具有外部扰动和动态不确定性的四旋翼飞行器,提出了基于指令滤波反步法的预定时间自适应轨迹跟踪控制方案.然而,目前关于多智能体系统预定义时间控制的研究成果还非常少,因此在这个方向上的进一步探索具有潜在的研究价值.

在实际应用中,由于工作环境的复杂性和材料本身的限制,智能体可能会遇到传感器故障和非仿射故障等问题.由于智能体是通过通信布局连接的,故障会通过网络传播,并可能对整个网络连接系统造成严重损害,需要设计一个合理的容错控制方案来减少故障对系统的影响.文献[14]针对存在执行器故障的非线性系统,提出了一种具有预设性能的自适应模糊容错控制方案;文献[15]基于输出调节理论,研究了存在过程故障的领导者-跟随者多智能体系统协同容错控制问题;在实践工程中,系统良好的暂态性能是非常重要的,为此文献[16-17]研究了非线性系统传感器故障的一些问题.然而,针对多智能体系统的非仿射故障容错控制问题鲜有研究,非仿射故障使得控制信号与状态信号耦合在一起,使已有反步法控制器的设计经验不再适用,传统的容错控制方案难以直接使用.

在非线性控制领域,最优控制因满足节能环保的社会发展要求,无论是理论研究还是实际工程,都越来越受到关注.最优控制是在完成控制任务的同时最小化性能指标,从而建立控制资源与系统性能

之间的平衡^[18].在实际应用中,最优控制可使动态系统花费最少的能源来完成控制任务^[19].许多受控系统表现出复杂的非线性特征,需要解析HJB(hamilton jacobi bellman)方程才能得到最优解^[20].然而,HJB方程固有的非线性给通过传统方法推导分析解带来了巨大困难.为了解决这个问题,强化学习(RL)算法已被集成到最优控制框架中,增强了获得此类解决方案的可行性^[21].执行RL的常见框架是演员-评论家结构,评论家评估控制动作并将反馈返回给参与者,演员执行控制行为,从而可以不断提高系统性能^[22].文献[23]采用演员-评论家结构设计了基于RL的最优编队控制器,通过将终端约束误差纳入评论家更新法则,确保在满足终端约束的同时逼近最优性能函数.文献[24]在离线强化学习框架下设计最优控制增益,实现了异构多智能体系统的输出群组编队跟踪问题.然而,现有基于强化学习的最优控制方法往往依赖较复杂的算法结构,并需要对系统动态具有较强的先验知识,这不仅限制了其在多智能体系统中的推广应用,也使得在一致性控制、分布式协同等典型问题中面临可扩展性与实现性的双重挑战.

基于上述研究现状,本文针对受到传感器故障与非仿射故障的多智能体系统,研究预定义时间容错最优控制问题,本文的研究内容如下:

1) 本文设计的预定义时间容错控制器能够实现预定义时间的误差收敛,且收敛时间不受其他任何因素的影响,显著提高系统机动性的同时进一步提高了收敛时间的人为可干预性.

2) 从功能实现的角度构造了层级结构,上层虚拟层和下层实际控制层的设计避免了故障对健康智能体的影响,提高了单体和多智能体系统的可靠性和安全性,可有效处理智能体结构差异、拓扑不确定性和未知故障带来的影响.

3) 为了实现轨迹跟踪和性能优化,本文从最优性能指标函数中分离出一致性误差,然后采用独特设计的演员-评论家强化学习算法估计此分离函数,降低了最优控制策略数值解的求解难度.

1 问题描述与预备知识

1.1 问题描述

考虑理想形式的非线性多智能体系统

$$\begin{cases} \dot{x}_{k,1}(t) = x_{k,2}(t), \\ \dot{x}_{k,2}(t) = u_k(t) + f_{k,2}(\bar{x}_{k,2}(t)), \\ y_k(t) = x_{k,1}(t). \end{cases} \quad (1)$$

其中: $\bar{x}_{k,2} = [x_{k,1}, x_{k,2}]^T$ 表示第 k 个智能体的系统状态向量, 函数 $f_{k,2}(\bar{x}_{k,2})$ 表示一个未知的非线性连续

函数, $u_k(t)$ 和 $y_k(t)$ 分别表示系统的理想输入和输出.

当智能体发生故障后, 系统的实际模型为

$$\begin{cases} \dot{x}_{k,1}(t) = x_{k,2}(t), \\ \dot{x}_{k,2}(t) = u_k^f(t) + f_{k,2}(\bar{x}_{k,2}(t)) + \\ \quad \mathcal{L}_k(t - T_0)\mathcal{F}_k(\bar{x}_{k,2}(t), u_k^f(t)), \\ y_k^f(t) = \beta_k(t)x_{k,1}(t) + \phi_k(t). \end{cases} \quad (2)$$

其中: $u_k^f(t)$ 和 $y_k^f(t)$ 分别为存在非仿射故障和传感器故障时的系统实际输入和实际输出; $\mathcal{L}_k(t - T_0)$ 为该故障时间特性; $\mathcal{F}_k(\bar{x}_{k,2}(t), u_k^f(t))$ 为未知的非仿射故障; $\beta_k(t)(0 < \bar{\beta}_k \leq \beta_k \leq 1)$ 和 $\phi_k(t)(|\phi_k(t)| \leq \bar{\phi}_k)$ 为未知的连续可微故障函数, $\bar{\beta}_k$ 和 $\bar{\phi}_k$ 为常数, $\beta_k(t) = 1$ 和 $\phi_k(t) = 0$ 时, 表示传感器正常工作.

$$\mathcal{L}_k(t - T_0) = \begin{cases} 0, & t < T_0; \\ 1 - e^{-\rho(t - T_0)}, & t \geq T_0. \end{cases}$$

其中: $|f_{k,2}(\bar{x}_{k,2}(t)) + \mathcal{L}_k(t - T_0)\mathcal{F}_k(\bar{x}_{k,2}(t), u_k^f(t))| \leq \mathcal{G}_k(\bar{x}_{k,2}(t), u_k^f(t))$, \mathcal{G}_k 为未知非负函数, $\rho > 0$.

注 1 本文考虑的传感器故障包括以下几种类型: 1) $0 < \bar{\beta}_k \leq \beta_k(t) < 1$ 和 $\phi_k(t) = 0$ 代表部分传感器故障; 2) $\beta_k(t) = 1$ 和 $\phi_k(t) = c(c$ 是常数)表示固定偏差故障; 3) $\beta_k(t) = 1$ 和 $|\dot{\phi}_k(t)| = d(0 < d \leq 1)$ 表示漂移故障; 4) $\beta_k(t) = 1$, $|\phi_k(t)| < \bar{\phi}_k(t)$, $\dot{\phi}_k \rightarrow 0$ 表示传感器精度下降.

注 2 本文考虑的非仿射非线性故障涉及系统状态和控制器输出. 当 ρ 的值较小时, 系统的故障类型为微小故障; 相反, 当 ρ 的值相当大时, 系统的故障类型为突变故障.

领导者智能体的动力学模型为

$$\begin{cases} \dot{\xi}_1(t) = \xi_2(t), \\ \dot{\xi}_2(t) = f_r(t, \xi). \end{cases} \quad (3)$$

其中: $\bar{\xi}(t) = [\xi_1, \xi_2]^T$ 表示参考状态向量; $f_r(t, \xi)$ 表示一个非线性连续函数, 与 $f_{k,2}(\bar{x}_{k,2})$ 不同.

假设 1 参考状态 ξ_1 、 ξ_2 和函数 $f_r(t, \bar{\xi})$ 是有界的.

1.2 代数图论

本文多智能体系统的互连拓扑由无向连通图 $G = (\Pi, \Phi, A)$ 描述, 节点集 $\Pi = \{\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n\}$, 边集 $\Phi \subseteq \Pi \times \Pi$, 邻接矩阵 $A = [a_{k,j}] \in \mathbb{R}^{n \times n}$. 若边 $\phi_{k,j} = (\pi_j, \pi_k) \in \Phi$ 表示节点 π_k 向 π_j 发送信息, 则 $a_{k,j} = 1$ (否则为 0). 节点 π_j 的邻居集为 $N_j = \{k | (\pi_j, \pi_k) \in \Phi\}$. 当对所有 j 和 k 满足 $a_{k,j} = a_{j,k}$ 时, 图 G 为无向, 并保证任意两节点之间可通过路径连通.

拉普拉斯矩阵为 $L = D - A$, 其中度矩阵 $D = \text{diag} \left\{ \sum_{k=1}^n a_{k,1}, \sum_{k=1}^n a_{k,2}, \dots, \sum_{k=1}^n a_{k,n} \right\}$. 领导者-跟随者通信权重由 $B = \text{diag}\{b_1, b_2, \dots, b_n\}$ 给出, 当跟随

者与领导者直接通信时 $b_k = 1$, 否则 $b_k = 0$.

假设 2 至少有一个智能体与领导者保持连接, 确保 $b_1 + b_2 + \dots + b_n > 0$.

1.3 神经网络

未知连续函数 $v(x)$ 在紧致集 ϖ_x 上由径向基函数神经网络 (RBFNNs) 以如下形式逼近:

$$v(x) = \varpi^{*T} \varphi(x) + \varepsilon.$$

其中: $\varpi^* = [\varpi_1^*, \varpi_2^*, \dots, \varpi_q^*]^T \in \mathbb{R}^{q \times m}$ 为具有 $q > 1$ 的理想神经网络权重向量, 理想神经网络权重向量由 $\varpi^* = \arg \min_{\varpi \in \mathbb{R}^q} \{ \sup_{x \in \varpi_x} |v(x) - \varpi^T \varphi(x)| \}$ 定义; 基函数向量 $\varphi = [\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_q]^T$ 由函数 $\varphi_i(x) = \exp\{-|x - \mu_i|^2 / \kappa_i^2\}$ ($i = 1, 2, \dots, q$)组成, μ_i 和 κ_i 分别为第 i 个 RBF 的中心和宽度; 逼近误差 ε 有界, 满足 $\|\varepsilon\| \leq \bar{\varepsilon}$, 其中 $\bar{\varepsilon} > 0$.

1.4 定义与引理

考虑如下非线性系统:

$$\dot{x} = h(x(t)), \quad h(0) = 0, \quad x(0) = 0. \quad (4)$$

其中: 原点为平衡点, $x \in \mathbb{R}^n$ 为系统状态, $h(x(t))$ 为系统函数.

定义 1^[25] 对于系统 (4), 如果存在 $\epsilon > 0$ 和预定义时间 T_{\max} , 使得对于 $\forall t \geq T_{\max}$ 都有 $\|x(t)\| < \epsilon$ 成立, 其中 T_{\max} 是有界的且可预先设定, 则系统 (4) 被称为实际预定义时间稳定.

定义 2 考虑系统 $\dot{x}(t) = f(x(t), t)$, $x(t_0) \in \mathbb{R}^n$, 若对于任意给定的初始条件有界集合半径 $a > 0$, 都存在一个最终界 $b > 0$ 和一个时间常数 $T > 0$, 使得对所有满足初始条件 $\|x(t_0)\| \leq a$ 的系统解在 $t \geq t_0 + T$ 时刻满足 $\|x(t)\| \leq b$, 并且该结论与初始时刻 t_0 无关 (即一致性), 则称系统是半全局一致最终有界的 (SGUUB).

引理 1^[25] $t \geq 0$ 时, 对于系统 (4), 若 $V(x(t)) > 0$ 且 $\dot{V}(x(t))$ 满足

$$\dot{V}(x(t)) \leq -\frac{\pi}{c_0 T} (V^{1+\frac{\pi}{2}} x(t) + V^{1-\frac{\pi}{2}} x(t)) + b_0,$$

则系统 (4) 在 $0 < c_0 < 1$ 、 $T > 0$ 和 $b_0 > 0$ 的情况下是实际预定义时间稳定的, 预定义时间为 $2T$.

注 3 文献 [26] 给出了一些关于预定义时间稳定性的稳定性判据, 这些结果通常要求系统状态始终在平衡点处稳定. 然而, 从实际应用的角度看, 受外部干扰、时变延迟和其他不确定性影响的系统状态很难始终稳定在平衡点. 定义 1 仅要求系统状态收敛到原点附近的一个足够小的区域内. 因此, 与文献 [26] 中预定义时间稳定性的定义相比, 定义 1 更具一般性.

然后,为 $\hat{\omega}_{k,2}$ 建立如下自适应律:

$$\dot{\hat{\omega}}_{k,2} = \Theta_{k,2}(e_{k,2}^T \hat{\varphi}_{k,2} - \varrho_{k,2} \hat{\omega}_{k,2}). \quad (8)$$

其中: $\varrho_{k,2}$ 为正常数,表示自适应律 $\hat{\omega}_{k,2}$ 的学习率;
 $\Theta_{k,2}$ 为对称正定增益矩阵.

上述讨论可归纳为以下定理.

定理 1 对于所提出的非线性多智能体系统 (1),
所设计的观测器 (6) 和自适应律 (8) 能确保 $\tilde{\omega}_{k,2}$ 和观
测误差 $e_{k,2}$ 为半全局一致最终有界.

证明 考虑以下 Lyapunov 函数:

$$V_{k,2}^0 = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n e_{k,2}^T e_{k,2} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \tilde{\omega}_{k,2}^T \Theta_{k,2}^{-1} \tilde{\omega}_{k,2}. \quad (9)$$

结合式 (5)、(7) 和 (8), 得到 $V_{k,2}^0$ 的时间导数如下:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{k,2}^0 = & \sum_{k=1}^n e_{k,2}^T (f_{k,2} - \hat{\omega}_{k,2}^T \hat{\varphi}_{k,2} - l_{k,2} e_{k,2}) + \\ & \Theta_{k,2}^{-1} \sum_{k=1}^n \tilde{\omega}_{k,2}^T (\dot{\omega}_{k,2}^* - \dot{\hat{\omega}}_{k,2}) = \\ & \sum_{k=1}^n e_{k,2}^T (\omega_{k,2}^* (\varphi_{k,2} - \hat{\varphi}_{k,2}) + \varepsilon_{k,2} - l_{k,2} e_{k,2}) + \\ & \varrho_{k,2} \sum_{k=1}^n \tilde{\omega}_{k,2}^T \hat{\omega}_{k,2}. \end{aligned} \quad (10)$$

由误差项 $\tilde{\omega}_{k,2} = \omega_{k,2}^* - \hat{\omega}_{k,2}$ 推导得出

$$\begin{aligned} \varrho_{k,2} \tilde{\omega}_{k,2}^T \hat{\omega}_{k,2} = & -\frac{\varrho_{k,2}}{2} (\tilde{\omega}_{k,2}^T \tilde{\omega}_{k,2} + \hat{\omega}_{k,2}^T \hat{\omega}_{k,2}) + \frac{\varrho_{k,2}}{2} \omega_{k,2}^{*T} \omega_{k,2}^*. \end{aligned} \quad (11)$$

因此,可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_{k,2}^0 = & \sum_{k=1}^n e_{k,2}^T (\omega_{k,2}^{*T} (\varphi_{k,2} - \hat{\varphi}_{k,2}) + \varepsilon_{k,2} - l_{k,2} e_{k,2}) - \\ & \sum_{k=1}^n \frac{\varrho_{k,2}}{2} (\tilde{\omega}_{k,2}^T \tilde{\omega}_{k,2} + \hat{\omega}_{k,2}^T \hat{\omega}_{k,2}) + \\ & \sum_{k=1}^n \frac{\varrho_{k,2}}{2} \omega_{k,2}^{*T} \omega_{k,2}^*. \end{aligned} \quad (12)$$

应用杨氏不等式并考虑权重范数的有界性, 即
 $0 < \varphi_{k,2} \varphi_{k,2}^T \leq \bar{s}$, 其中 \bar{s} 表示权重 $\varphi_{k,2}$ 的范数上界,
可以推导得出

$$\begin{aligned} e_{k,2}^T \varepsilon_{k,2} & \leq \frac{1}{2} \|e_{k,2}\|^2 + \frac{1}{2} \bar{\varepsilon}_{k,2}^2, \\ e_{k,2}^T \omega_{k,2}^{*T} (\varphi_{k,2} - \hat{\varphi}_{k,2}) & \leq \frac{1}{2} \|e_{k,2}\|^2 + 2\bar{s} \omega_{k,2}^{*T} \omega_{k,2}^*. \end{aligned} \quad (13)$$

将式 (13) 代入 (12), 可得以下不等式成立:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{k,2}^0 \leq & -\sum_{k=1}^n (l_{k,2} - 1) \|e_{k,2}\|^2 - \sum_{k=1}^n \frac{\varrho_{k,2}}{2} \tilde{\omega}_{k,2}^T \tilde{\omega}_{k,2} + \\ & \sum_{k=1}^n \left(2\bar{s} + \frac{\varrho_{k,2}}{2}\right) \omega_{k,2}^{*T} \omega_{k,2}^* + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \bar{\varepsilon}_{k,2}^2 - \\ & \sum_{k=1}^n \frac{\varrho_{k,2}}{2} \tilde{\omega}_{k,2}^T \hat{\omega}_{k,2}. \end{aligned} \quad (14)$$

整理式 (14), 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{k,2}^0 \leq & -\sum_{k=1}^n (l_{k,2} - 1) \|e_{k,2}\|^2 + \Delta_0 - \\ & \sum_{k=1}^n \frac{\varrho_{k,2}}{2} \tilde{\omega}_{k,2}^T \tilde{\omega}_{k,2}, \end{aligned} \quad (15)$$

其中 $\Delta_0 = \sum_{k=1}^n \left(\left(2\bar{s} + \frac{\varrho_{k,2}}{2}\right) \omega_{k,2}^{*T} \omega_{k,2}^* + \frac{1}{2} \bar{\varepsilon}_{k,2}^2 \right)$ 且
 $\Delta_0 \leq \bar{\Delta}_0$.

将 $\lambda_{\Theta_{k,2}^{-1}}^{\max}$ 定义为 $\Theta_{k,2}^{-1}$ 的最大特征值, 不等式 (15)
可整理如下:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{k,2}^0 \leq & -\sum_{k=1}^n (l_{k,2} - 1) \|e_{k,2}\|^2 + \bar{\Delta}_0 - \\ & \sum_{k=1}^n \frac{\varrho_{k,2}}{2\lambda_{\Theta_{k,2}^{-1}}^{\max}} \tilde{\omega}_{k,2}^T \Theta_{k,2}^{-1} \tilde{\omega}_{k,2}. \end{aligned} \quad (16)$$

通过设定 $C = \min\{l_{k,2} - 1, \varrho_{k,2}/2\lambda_{\Theta_{k,2}^{-1}}^{\max}\}$, 可以
确定 $\dot{V}_{k,2}^0 \leq -CV_{k,2}^0 + \bar{\Delta}_0$. 然后, 根据引理 2 有

$$V_{k,2}^0 \leq e^{-Ct} V_{k,2}^0(0) + \frac{\bar{\Delta}_0}{C} (1 - e^{-Ct}). \quad (17)$$

该结果表明 $e_{k,2}$ 和 $\tilde{\omega}_{k,2}$ 是半全局一致最终有界
的, 确保了受控非线性多智能体系统的稳定性. \square

2.1.2 滑模面设计

采用滑模控制方法来实现对智能体各状态的同步
控制. 所提出多智能体系统的跟踪误差定义为

$$\hat{z}_{k,i}(t) = \hat{x}_{k,i}(t) - \xi_i(t).$$

其中: $i = 1, 2; k = 1, 2, \dots, n$.

然后, 由式 (1) 和 (3) 可推导得出 $\hat{z}_{k,i}(t)$ 的时间
导数

$$\begin{aligned} \dot{\hat{z}}_{k,1}(t) & = \hat{z}_{k,2}(t), \\ \dot{\hat{z}}_{k,2}(t) & = u_k(t) + f_{k,2}(\hat{x}_{k,2}) - f_r(t, \xi). \end{aligned} \quad (18)$$

通过使用式 (18), 滑模面表示为

$$\hat{s}_k(\hat{z}_k) = \gamma_1 \hat{z}_{k,1} + \dot{\hat{z}}_{k,1}. \quad (19)$$

其中: $\hat{z}_k = [\hat{z}_{k,1}, \hat{z}_{k,2}]^T$, γ_1 为正常数.

考虑跟踪误差 $\hat{z}_{k,i}(t)$, 滑模面的导数可表示为

$$\begin{aligned} \dot{\hat{s}}_k & = \gamma_1 \dot{\hat{z}}_{k,2} + u_k + f_{k,2} - f_r = \\ & u_k(t) + F_{k,2}(\hat{x}_{k,2}) - F_r(t, \xi). \end{aligned} \quad (20)$$

其中: $F_{k,2} = \gamma_1 \hat{x}_{k,2} + f_{k,2}$ 表示系统动态和相互作用, $F_r = \gamma_1 \xi_2 + f_r$ 表示与领导者的相关函数.

对于初始状态有界的多智能体系统 (1), 只要跟踪误差 $\hat{z}_{k,1}$ 、 $\hat{z}_{k,2}$ 在滑模面 $\hat{s}_k = 0$ 上, 即可保证跟踪误差收敛到零附近的一个小邻域内.

2.1.3 最优控制器设计

本文设计一个最优控制器以实现期望的控制目标. 基于邻居智能体定义一致性误差如下:

$$\hat{e}_k^s(t) = \sum_{j \in \Lambda_k} a_{k,j} [(\gamma_1 \hat{x}_{k,1} + \hat{x}_{k,2}) - (\gamma_1 \hat{x}_{j,1} + \hat{x}_{j,2})] + b_k \hat{s}_k, \quad (21)$$

其中 Λ_k 表示智能体 k 的邻居智能体集合.

对一致性误差 (21) 进行变换可得

$$\hat{e}_k^s = \sum_{j \in \Lambda_k} a_{k,j} (\hat{s}_k - \hat{s}_j) + b_k \hat{s}_k. \quad (22)$$

将式 (22) 对时间求导并结合式 (20), 得到

$$\dot{\hat{e}}_k^s = \rho_k (u_k(t) + F_{k,2} - F_r) - \sum_{j \in \Lambda_k} a_{k,j} \dot{\hat{s}}_j, \quad (23)$$

其中 $\rho_k = \sum_{j \in \Lambda_k} a_{k,j} + b_k$.

将多智能体系统 (1) 的性能指标函数定义为

$$J_k(\hat{e}_k^s) = \int_t^\infty c_k(\hat{e}_k^s(\varsigma), u_k(\hat{e}_k^s), u_j(\hat{e}_k^s)) d\varsigma, \quad (24)$$

其中 $c_k = \hat{e}_k^{sT} \hat{e}_k^s + u_k^T u_k + \sum_{j \in \Lambda_k} u_j^T u_j$ 为代价函数.

将优化后的控制输入 u_k^* 和 u_j^* 代入式 (24), 通过最小化 $J_k(\hat{e}_k^s)$ 得到最优性能指标函数

$$J_k^*(\hat{e}_k^s) = \int_t^\infty c_k(\hat{e}_k^s(\varsigma), u_k^*(\hat{e}_k^s), u_j^*(\hat{e}_k^s)) d\varsigma. \quad (25)$$

然后, 对式 (25) 两边求时间导数得到

$$H_k \left(\hat{e}_k^s, u_k^*, u_j^*, \frac{\partial J_k^*(\hat{e}_k^s)}{\partial \hat{e}_k^s} \right) = \hat{e}_k^{sT} \hat{e}_k^s + u_k^{*T} u_k^* + \sum_{j \in \Lambda_k} u_j^{*T} u_j^* - \frac{\partial J_k^*}{\partial \hat{e}_k^s} \sum_{j \in \Lambda_k} a_{k,j} \dot{\hat{s}}_j + \rho_k \frac{\partial J_k^*}{\partial \hat{e}_k^s} (u_k + F_{k,2} - F_r) = 0. \quad (26)$$

最优控制器 u_k^* 可通过求解方程 $\partial H_k / \partial u_k^* = 0$ 得到, 结果为

$$u_k^* = -\frac{\rho_k}{2} \frac{\partial J_k^*}{\partial \hat{e}_k^s} = -\frac{\rho_k}{2} J_{k,a}^*, \quad (27)$$

其中 $J_{k,a}^* = \partial J_k^* / \partial \hat{e}_k^s$.

然而, 梯度项 $\partial J_k^* / \partial \hat{e}_k^s$ 固有的非线性常常使得最优控制器的解析解极其困难甚至不可行. 此复杂性带来了巨大的计算挑战, 使得在后续分析中使用强化学习技术更具优势.

2.1.4 基于演员-评论家的强化学习设计

本文利用强化学习的演员-评论家结构来优化跟踪控制. 在这种双重架构中, 演员执行控制动作, 评论家评估控制动作的有效性.

对于每个智能体 $k = 1, 2, \dots, n$, 最优控制器设计如下:

$$u_k^* = -\frac{\rho_k}{2} \left(\frac{2\mu_k}{\rho_k} \hat{e}_k^s + \frac{1}{\rho_k} J_k^0(\hat{e}_k^s, \hat{x}_{k,2}) \right), \quad (28)$$

其中 μ_k 表示一个正的控制参数, 即 $\mu_k > 0$. 在这种对偶架构中, 由关系 $J_k^0 = -2\mu_k \hat{e}_k^s + \rho_k J_{k,a}^*$ 得

$$J_{k,a}^* = \frac{2\mu_k}{\rho_k} \hat{e}_k^s + \frac{1}{\rho_k} J_k^0. \quad (29)$$

类似的, 由式 (27) 可得

$$u_k^* = -\mu_k \hat{e}_k^s - \frac{1}{2} J_k^0. \quad (30)$$

神经网络因其逼近非线性函数的能力而被使用. 因此, 未知函数 J_k^0 可以用神经网络估计为

$$J_k^0 = \varpi_k^* \varphi_k(\hat{e}_k^s, \hat{x}_{k,2}) + \varepsilon_k(\hat{e}_k^s, \hat{x}_{k,2}). \quad (31)$$

其中: ϖ_k^* 和 φ_k 分别是神经网络的理想权重向量和基函数向量, 逼近误差 ε_k 满足 $\|\varepsilon_k\| \leq \bar{\varepsilon}_k$.

结合式 (30) 和 (31), 可以得到

$$J_{k,a}^* = \frac{2\mu_k}{\rho_k} \hat{e}_k^s + \frac{1}{\rho_k} (\varpi_k^* \varphi_k + \varepsilon_k), \quad (32)$$

$$u_k^* = -\mu_k \hat{e}_k^s - \frac{1}{2} (\varpi_k^* \varphi_k + \varepsilon_k). \quad (33)$$

由于理想向量 ϖ_k^* 的未知性质, 性能项 $J_{k,a}^*$ 和最优控制器 u_k^* 不能直接实现. 因此, 本文提出了一种基于演员-评论家结构的强化学习方法.

为了评估控制性能, 基于式 (32) 将评论家设计为

$$\hat{J}_{k,a} = \frac{2\mu_k}{\rho_k} \hat{e}_k^s + \frac{1}{\rho_k} \hat{\varpi}_{k,c}^T \varphi_k. \quad (34)$$

其中: $\hat{J}_{k,a}$ 表示逼近 $J_{k,a}^*$ 的最优性能指标函数, $\hat{\varpi}_{k,c}^T$ 表示评论家神经网络的权重.

负责控制动作的演员部分根据式 (33) 设计为

$$\hat{u}_k = -\mu_k \hat{e}_k^s - \frac{1}{2} \hat{\varpi}_{k,a}^T \varphi_k. \quad (35)$$

其中: \hat{u}_k 表示逼近 u_k^* 的优化控制变量, $\hat{\varpi}_{k,a}^T$ 表示演员神经网络的权重.

权重向量 $\hat{\varpi}_{k,c}^T$ 和 $\hat{\varpi}_{k,a}^T$ 根据以下方式更新:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\varpi}}_{k,c} &= -\gamma_{k,c} \psi \hat{\varpi}_{k,c}, \\ \dot{\hat{\varpi}}_{k,a} &= -\psi((\gamma_{k,c} - \gamma_{k,a}) \hat{\varpi}_{k,c} + \gamma_{k,a} \hat{\varpi}_{k,a}). \end{aligned} \quad (36)$$

其中: $\gamma_{k,c}$ 和 $\gamma_{k,a}$ 分别表示评论家和演员的学习率; $\psi = (\varphi_k \varphi_k^T + \chi_k I_w)$, 设计参数 χ_k 严格为正, 即 $\chi_k > 0$; I_w 表示单位矩阵.

注 4 本文将 Actor-Critic 架构创新性地应用于

解决存在复合故障的多智能体系统分层控制问题中, 不仅解决了未知非线性问题, 同时也实现了能量消耗与系统性能之间的平衡.

2.1.5 稳定性分析

本文利用 Lyapunov 稳定性理论对所设计控制器的闭环性质进行了分析并给出半全局一致最终有界性证明.

定理 2 对于所提出的非线性多智能体系统 (1), 如果设计参数选择得当, 控制器 (35) 可确保闭环系统中的所有信号都是半全局一致最终有界的. 设计参数必须满足以下条件:

$$2\gamma_{k,a} > \gamma_{k,c} > 0, \mu_k > \frac{7}{4}. \quad (37)$$

证明 为了证明定理 2 并分析系统在条件 (37) 下的稳定性, 本文提出以下非负 Lyapunov 函数:

$$V_{k,2}^1 = \frac{1}{2} \hat{s}^T \tilde{L} \hat{s} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (\tilde{\omega}_{k,c}^T \tilde{\omega}_{k,c} + \tilde{\omega}_{k,a}^T \tilde{\omega}_{k,a}). \quad (38)$$

其中: $\hat{s} = [\hat{s}_1, \hat{s}_2, \dots, \hat{s}_n]^T$, $\tilde{L} = L + B$, 权重的估计误差值 $\tilde{\omega}_{k,c}$ 和 $\tilde{\omega}_{k,a}$ 分别定义为 $\tilde{\omega}_{k,c} = \omega_k^* - \hat{\omega}_{k,c}$ 和 $\tilde{\omega}_{k,a} = \omega_k^* - \hat{\omega}_{k,a}$.

基于引理 3, 矩阵 \tilde{L} 被确定为正定矩阵. 此外, 通过利用关系 $\hat{e}_k^s = \sum_{j \in A_k} a_{k,j} (\hat{s}_k - \hat{s}_j) + b_k \hat{s}_k = (L+B)\hat{s} = \tilde{L}\hat{s}$, 可以表示为

$$\hat{s}^T \tilde{L} \hat{s} = \hat{s}^T \tilde{L}^{-1} \tilde{L} \hat{s} = \hat{e}_k^{sT} \tilde{L}^{-1} \hat{e}_k^s. \quad (39)$$

由式 (39) 可以推断出

$$\frac{1}{\lambda_{\tilde{L}}^{\max}} \|\hat{e}_k^s\|^2 \leq \hat{s}^T \tilde{L} \hat{s} \leq \frac{1}{\lambda_{\tilde{L}}^{\min}} \|\hat{e}_k^s\|^2, \quad (40)$$

其中 $\lambda_{\tilde{L}}^{\max}$ 和 $\lambda_{\tilde{L}}^{\min}$ 分别表示矩阵 \tilde{L} 的最大特征值和最小特征值.

结合式 (20) 和 (36), $V_{k,2}^1$ 对时间的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}_{k,2}^1 = & \sum_{k=1}^n \hat{e}_k^s (u_k + F_{k,2} - F_r) + \sum_{k=1}^n \gamma_{k,c} \tilde{\omega}_{k,c}^T \psi \hat{\omega}_{k,c} + \\ & \sum_{k=1}^n \tilde{\omega}_{k,a}^T \psi ((\gamma_{k,c} - \gamma_{k,a}) \hat{\omega}_{k,c} + \gamma_{k,a} \hat{\omega}_{k,a}). \end{aligned} \quad (41)$$

将式 (5) 和 (35) 代入 (41), 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{k,2}^1 = & \sum_{k=1}^n \hat{e}_k^s \left(-\mu_k \hat{e}_k^s - \frac{1}{2} \hat{\omega}_{k,a}^T \varphi_k + \omega_{k,2}^{*T} \varphi_{k,2} + \varepsilon_{k,2} \right) - \\ & \sum_{k=1}^n \hat{e}_k^s F_r + \sum_{k=1}^n (\gamma_{k,c} - \gamma_{k,a}) \tilde{\omega}_{k,a}^T \psi \hat{\omega}_{k,c} + \\ & \sum_{k=1}^n \gamma_{k,c} \tilde{\omega}_{k,c}^T \psi \hat{\omega}_{k,c} + \sum_{k=1}^n \gamma_{k,a} \tilde{\omega}_{k,a}^T \psi \hat{\omega}_{k,a}. \end{aligned} \quad (42)$$

考虑 $\tilde{\omega}_{k,c} = \omega_k^* - \hat{\omega}_{k,c}$ 和 $\tilde{\omega}_{k,a} = \omega_k^* - \hat{\omega}_{k,a}$, 可得

$$\begin{aligned} \tilde{\omega}_{k,c}^T \psi \hat{\omega}_{k,c} = & -\frac{1}{2} (\tilde{\omega}_{k,c}^T \psi \tilde{\omega}_{k,c} + \hat{\omega}_{k,c}^T \psi \hat{\omega}_{k,c}) + \frac{1}{2} \omega_k^{*T} \psi \omega_k^*, \\ \tilde{\omega}_{k,a}^T \psi \hat{\omega}_{k,a} = & -\frac{1}{2} (\tilde{\omega}_{k,a}^T \psi \tilde{\omega}_{k,a} + \hat{\omega}_{k,a}^T \psi \hat{\omega}_{k,a}) + \frac{1}{2} \omega_k^{*T} \psi \omega_k^*. \end{aligned} \quad (43)$$

然后, 将式 (43) 代入 (42), 推导出

$$\begin{aligned} \dot{V}_{k,2}^1 = & \sum_{k=1}^n \hat{e}_k^s \left(-\mu_k \hat{e}_k^s - \frac{1}{2} \hat{\omega}_{k,a}^T \varphi_k + \omega_{k,2}^{*T} \varphi_k \right) + \\ & \sum_{k=1}^n (\gamma_{k,c} - \gamma_{k,a}) \tilde{\omega}_{k,a}^T \psi \hat{\omega}_{k,c} - \sum_{k=1}^n \hat{e}_k^s F_r + \\ & \sum_{k=1}^n \hat{e}_k^s \varepsilon_{k,2} + \sum_{k=1}^n \left(\frac{\gamma_{k,c} + \gamma_{k,a}}{2} \omega_k^{*T} \psi \omega_k^* \right) - \\ & \sum_{k=1}^n \frac{\gamma_{k,c}}{2} (\tilde{\omega}_{k,c}^T \psi \tilde{\omega}_{k,c} + \hat{\omega}_{k,c}^T \psi \hat{\omega}_{k,c}) - \\ & \sum_{k=1}^n \frac{\gamma_{k,a}}{2} (\tilde{\omega}_{k,a}^T \psi \tilde{\omega}_{k,a} + \hat{\omega}_{k,a}^T \psi \hat{\omega}_{k,a}). \end{aligned} \quad (44)$$

利用杨氏不等式对式 (44) 进行整理, 得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_{k,2}^1 \leq & -\sum_{k=1}^n \left(\mu_k - \frac{7}{4} \right) \|\hat{e}_k^s\|^2 - \sum_{k=1}^n \frac{\gamma_{k,c}}{2} \tilde{\omega}_{k,c}^T \psi \tilde{\omega}_{k,c} - \\ & \sum_{k=1}^n \left(\gamma_{k,a} - \frac{\gamma_{k,c}}{2} \right) \tilde{\omega}_{k,a}^T \psi \tilde{\omega}_{k,a} + \Delta_{k,2}. \end{aligned} \quad (45)$$

其中

$$\begin{aligned} \Delta_{k,2} = & \sum_{k=1}^n \frac{\gamma_{k,c} + \gamma_{k,a}}{2} \omega_k^{*T} \psi \omega_k^* + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \omega_{k,2}^{*T} \psi \omega_{k,2}^* + \frac{1}{2} \varepsilon_{k,2}^2 + \\ & \frac{1}{2} \|F_r\|^2 + \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{4} - \frac{\gamma_{k,a}}{2} \right) \hat{\omega}_{k,a}^T \psi \hat{\omega}_{k,a} - \\ & \sum_{k=1}^n \frac{\gamma_{k,a}}{2} \hat{\omega}_{k,c}^T \psi \hat{\omega}_{k,c}, \end{aligned}$$

$|\Delta_{k,2}| \leq \bar{\Delta}_{k,2}$, $\bar{\Delta}_{k,2}$ 为一个正常数.

为了保证所提出系统的稳定性, 选择参数 $\gamma_{k,a}$, $\gamma_{k,c}$ 和 μ_k 满足条件 (37). 定义常数 $\mu = \min\{\mu_k - 7/4\}$, $\varrho_c = \min\{\gamma_{k,c}/2\}$ 和 $\varrho_a = \min\{\gamma_{k,a} - \gamma_{k,c}/2\}$, 不等式 (45) 可转化为

$$\begin{aligned} \dot{V}_{k,2}^1 \leq & -\mu \sum_{k=1}^n \|\hat{e}_k^s\|^2 - \varrho_c \sum_{k=1}^n \tilde{\omega}_{k,c}^T \psi \tilde{\omega}_{k,c} - \\ & \varrho_a \sum_{k=1}^n \tilde{\omega}_{k,a}^T \psi \tilde{\omega}_{k,a} + \bar{\Delta}_{k,2}. \end{aligned} \quad (46)$$

将式 (40) 应用于 (46) 得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_{k,2}^1 \leq & -\mu\lambda_{\tilde{L}}^{\min}\tilde{s}^T\tilde{L}\tilde{s} - \varrho_c\lambda_{\psi}^{\min}\sum_{k=1}^n\tilde{\omega}_{k,c}^T\tilde{\omega}_{k,c} - \\ & \varrho_a\lambda_{\psi}^{\min}\sum_{k=1}^n\tilde{\omega}_{k,a}^T\tilde{\omega}_{k,a} + \bar{\Delta}_{k,2}, \end{aligned} \quad (47)$$

其中 $\lambda_{\tilde{L}}^{\min}$ 和 λ_{ψ}^{\min} 分别为矩阵 \tilde{L} 和 ψ 的最小特征值.

通过选择 M 为 $\{\mu\lambda_{\tilde{L}}^{\min}, \varrho_c\lambda_{\psi}^{\min}, \varrho_a\lambda_{\psi}^{\min}\}$ 中的最小值,不等式(47)可推导为 $\dot{V}_{k,2}^1(t) \leq -MV_{k,2}^1(t) + \bar{\Delta}_{k,2}$. 然后,根据引理2有

$$V_{k,2}^1(t) \leq e^{-Mt}V_{k,2}^1(0) + \frac{\bar{\Delta}_{k,2}}{M}(1 - e^{-Mt}). \quad (48)$$

式(48)表明系统内的所有信号都是半全局一致最终有界的.通过适当选择参数 $\mu_k, \gamma_{k,c}, \gamma_{k,a}$,可以确保滑模变量 s_k 收敛到零附近的一个小邻域内,从而确保非线性多智能体系统的稳定性.□

2.2 实际控制层:分散式预定义时间容错跟踪控制

本文通过采用模糊逻辑系统为每个智能体设计了一种自适应模糊预定义时间控制器.为了奠定理论基础,首先引入如下关键坐标变换:

$$\zeta_{k,1} = y_k^f - y_k^d, \quad (49)$$

$$\zeta_{k,2} = x_{k,2} - \alpha_{k,1}, \quad (50)$$

其中 $y_k^d = x_{k,1}$ 为虚拟层规划出的最优跟踪轨迹.

考虑系统(2)以及式(49)和(50),可得

$$\dot{\zeta}_{k,1} = \beta_k(\alpha_{k,1} + \zeta_{k,2}) + \dot{\beta}_k x_{k,1} + \dot{\phi}_k - \dot{x}_{k,1}, \quad (51)$$

$$\dot{\zeta}_{k,2} = u_k^f + f_{k,2} - \dot{\alpha}_{k,1} + \mathcal{L}_k(t - T_0)\mathcal{F}_k. \quad (52)$$

然后,构造如下Lyapunov函数:

$$V_{k,1} = \frac{1}{2}\zeta_{k,1}^2 + \frac{1}{2r_1}\tilde{\theta}_{k,1}^T\tilde{\theta}_{k,1}, \quad (53)$$

$$V_{k,2} = V_{k,1} + \frac{1}{2}\zeta_{k,2}^2 + \frac{1}{2r_2}\tilde{\theta}_{k,2}^T\tilde{\theta}_{k,2}. \quad (54)$$

其中: $\tilde{\theta}_{k,1} = \theta_{k,1} - \hat{\theta}_{k,1}, \tilde{\theta}_{k,2} = \theta_{k,2} - \hat{\theta}_{k,2}$.

将式(51)代入(53),可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{k,1} = & \beta_k\alpha_{k,1}\zeta_{k,1} + \zeta_{k,1}(\dot{\beta}_k x_{k,1} + \dot{\phi}_k - \dot{x}_{k,1} + \zeta_{k,1}) + \\ & \beta_k\zeta_{k,1}\zeta_{k,2} + \frac{1}{r_1}\tilde{\theta}_{k,1}^T\dot{\tilde{\theta}}_{k,1} - \zeta_{k,1}^2 = \\ & \beta_k\alpha_{k,1}\zeta_{k,1} + \zeta_{k,1}H_{k,1} + \beta_k\zeta_{k,1}\zeta_{k,2} - \\ & \frac{1}{r_1}\tilde{\theta}_{k,1}^T\dot{\tilde{\theta}}_{k,1} - \zeta_{k,1}^2, \end{aligned} \quad (55)$$

其中 $H_{k,1} = \dot{\beta}_k x_{k,1} + \zeta_{k,1} + \dot{\phi}_k - \dot{x}_{k,1}$.

将式(52)代入(54),可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{k,2} = & \dot{V}_{k,1} + \zeta_{k,2}(\dot{x}_{k,2} - \dot{\alpha}_{k,1}) - \frac{1}{r_2}\tilde{\theta}_{k,2}^T\dot{\tilde{\theta}}_{k,2} = \\ & \zeta_{k,2}(u_k^f + f_{k,2} + \mathcal{L}_k(t - T_0)\mathcal{F}_k(\bar{x}_{k,2}(t), u_k^f(t)) - \dot{\alpha}_{k,1}) + \\ & \dot{V}_{k,1} - \frac{1}{r_2}\tilde{\theta}_{k,2}^T\dot{\tilde{\theta}}_{k,2} \leq \\ & \dot{V}_{k,1} + \zeta_{k,2}H_{k,2} + \zeta_{k,2}u_k^f - \frac{1}{r_2}\tilde{\theta}_{k,2}^T\dot{\tilde{\theta}}_{k,2} - \zeta_{k,2}^2, \end{aligned} \quad (56)$$

其中 $H_{k,2} = \zeta_{k,2} + \mathcal{G}_k(\bar{x}_{k,2}(t), u_k^f(t)) - \dot{\alpha}_{k,1}$.

由引理4可得,I型模糊逻辑系统(Type-I FLSs)可以用来估计未知连续函数

$$H_{k,i}(X_{k,i}) = W_{k,i}^T\delta_{k,i}(X_{k,i}) + v_{k,i}(X_{k,i}).$$

其中: $v_{k,i} \leq \bar{v}_{k,i}, \bar{v}_{k,i}$ 为正常数.此外,

$$\begin{aligned} \zeta_{k,i}H_{k,i} = & \zeta_{k,i}(W_{k,i}^T\delta_{k,i} + v_{k,i}) \leq \\ & \frac{\zeta_{k,i}^2}{2a_i^2}\theta_{k,i}\delta_{k,i}^T\delta_{k,i} + \frac{a_i^2}{2} + \frac{\zeta_{k,i}^2}{2} + \frac{\bar{v}_{k,i}^2}{2}. \end{aligned} \quad (57)$$

其中: $\theta_{k,i} = \max\{\|W_{k,i}\|^2\}$,且 $a_i > 0$ 为参数.

虚拟控制器 $\alpha_{k,1}$ 、实际控制器 u_k^f 和自适应律 $\hat{\theta}_{k,i}$ 设计为

$$\alpha_{k,1} = -\frac{\zeta_{k,1}\vartheta_{k,1}^2}{\beta\sqrt{\zeta_{k,1}^2\vartheta_{k,1}^2 + \kappa_{k,1}^2}}, \quad (58)$$

$$u_k^f = -\frac{\zeta_{k,2}\vartheta_{k,2}^2}{\sqrt{\zeta_{k,2}^2\vartheta_{k,2}^2 + \kappa_{k,2}^2}}, \quad (59)$$

$$\vartheta_{k,i} = \frac{\Gamma_1}{\Gamma_2}\zeta_{k,i}^{\frac{c_2+c_1}{c_2}} + \frac{\Gamma_3}{\Gamma_4}\varsigma_{k,i} + \frac{\zeta_{k,i}}{2a_i^2}\hat{\theta}_{k,i}\delta_{k,i}^T\delta_{k,i}, \quad (60)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_{k,i} = \frac{r_i}{2a_i^2}\zeta_{k,i}^2\delta_{k,i}^T\delta_{k,i} - \Gamma_1\hat{\theta}_{k,i}^{\frac{c_2+c_1}{c_2}} - \Gamma_3\hat{\theta}_{k,i}. \quad (61)$$

其中: $\Gamma_1 = 2^{\frac{c_1}{2c_2}}\pi c_2/(c_1T), \Gamma_2 = 2^{1+\frac{c_1}{2c_2}}, \Gamma_3 = \pi c_2/(c_1T), \Gamma_4 = 2^{1-\frac{c_1}{2c_2}}, \kappa_{k,1} > 0, \kappa_{k,2} > 0, 0 < c_1/c_2 < 1. c_1$ 和 c_2 为奇数且

$$\varsigma_{k,i} = \begin{cases} \zeta_{k,i}^{\frac{c_2-c_1}{c_2}}, & |\zeta_{k,i}| \geq \xi_{k,i}; \\ \xi_{k,i}^{\frac{-2c_2-c_1}{c_2}}\left(2 + \frac{c_1}{2c_2}\right)\zeta_{k,i}^3, & \\ \xi_{k,i}^{\frac{-4c_2-c_1}{c_2}}\left(1 + \frac{c_1}{2c_2}\right)\zeta_{k,i}^5, & |\zeta_{k,i}| < \xi_{k,i}. \end{cases} \quad (62)$$

定理3 如果系统(2)中的非线性项可以由I型模糊逻辑系统估计,则对于任何有界初始条件,通过设计虚拟控制器(58)、实际控制器(59)以及更新律(61),可以确保具有故障的非线性系统(2)的稳定性.此外,跟踪误差在预定义时间内收敛到一个集合内.

证明 应用杨氏不等式可得

$$\beta_k\zeta_{k,1}\zeta_{k,2} \leq \frac{1}{2}\beta_k\zeta_{k,1}^2 + \frac{1}{2}\zeta_{k,2}^2 \leq \frac{1}{2}\zeta_{k,1}^2 + \frac{1}{2}\zeta_{k,2}^2. \quad (63)$$

应用引理5,有

$$\begin{aligned} \zeta_{k,1} \beta_k \alpha_{k,1} &\leq -\frac{\zeta_{k,1}^2 \vartheta_{k,1}^2}{\sqrt{\zeta_{k,1}^2 \vartheta_{k,1}^2 + \kappa_{k,1}^2}} \leq \kappa_{k,1} - \zeta_{k,1} \vartheta_{k,1}, \\ \zeta_{k,2} u_k^f &\leq -\frac{\zeta_{k,2}^2 \vartheta_{k,2}^2}{\sqrt{\zeta_{k,2}^2 \vartheta_{k,2}^2 + \kappa_{k,2}^2}} \leq \kappa_{k,2} - \zeta_{k,2} \vartheta_{k,2}. \end{aligned} \tag{64}$$

当 $|\zeta_{k,i}| < \xi_{k,i}$ 时, 可得

$$\begin{aligned} &-\zeta_{k,i} \vartheta_{k,i} \leq \\ &-\frac{\Gamma_3}{\Gamma_4} \left(\xi_{k,i}^{-\frac{2c_2-c_1}{c_2}} \left(2 + \frac{c_1}{2c_2} \right) \zeta_{k,i}^3 \right) + \\ &\frac{\Gamma_3}{\Gamma_4} \left(\xi_{k,i}^{-\frac{4c_2-c_1}{c_2}} \left(1 + \frac{c_1}{2c_2} \right) \zeta_{k,i}^5 \right) - \\ &\frac{\Gamma_1}{\Gamma_2} \zeta_{k,i}^{2+\frac{c_1}{c_2}} - \frac{\zeta_{k,i}^2}{2a_1^2} \hat{\theta}_{k,i} \delta_{k,i}^\top \delta_{k,i} \leq \\ &-\frac{\Gamma_3}{\Gamma_4} \left(\xi_{k,i}^{-2-\frac{c_1}{c_2}} \left(2 + \frac{c_1}{2c_2} \right) \zeta_{k,i}^4 \right) + \\ &\frac{\Gamma_3}{\Gamma_4} \left(\xi_{k,i}^{-2-\frac{c_1}{c_2}} \left(1 + \frac{c_1}{2c_2} \right) \zeta_{k,i}^4 \right) - \\ &\frac{\Gamma_1}{\Gamma_2} \zeta_{k,i}^{2+\frac{c_1}{c_2}} - \frac{\zeta_{k,i}^2}{2a_i^2} \hat{\theta}_{k,i} \delta_{k,i}^\top \delta_{k,i} \leq \\ &-\frac{\Gamma_3}{\Gamma_4} \xi_{k,i}^{-2-\frac{c_1}{c_2}} \zeta_{k,i}^4 - \frac{\Gamma_1}{\Gamma_2} \zeta_{k,i}^{2+\frac{c_1}{c_2}} - \\ &\frac{\zeta_{k,i}^2}{2a_i^2} \hat{\theta}_{k,i} \delta_{k,i}^\top \delta_{k,i} \leq \\ &-\frac{\Gamma_3}{\Gamma_4} \zeta_{k,i}^{2-\frac{c_1}{c_2}} + \frac{\Gamma_3}{\Gamma_4} \zeta_{k,i}^{2-\frac{c_1}{c_2}} - \\ &\frac{\Gamma_1}{\Gamma_2} \zeta_{k,i}^{2+\frac{c_1}{c_2}} - \frac{\zeta_{k,i}^2}{2a_i^2} \hat{\theta}_{k,i} \delta_{k,i}^\top \delta_{k,i}. \end{aligned} \tag{65}$$

当 $|\zeta_{k,i}| \geq \xi_{k,i}$ 时, 有

$$-\zeta_{k,i} \vartheta_{k,i} \leq -\frac{\Gamma_3}{\Gamma_4} \zeta_{k,i}^{2-\frac{c_1}{c_2}} - \frac{\Gamma_1}{\Gamma_2} \zeta_{k,i}^{2+\frac{c_1}{c_2}} - \frac{\zeta_{k,i}^2}{2a_i^2} \hat{\theta}_{k,i} \delta_{k,i}^\top \delta_{k,i}.$$

step 1: 由式 (63)、(64) 和 (65) 可知, 当 $|\zeta_{k,1}| < \xi_{k,1}$ 时, 式 (55) 可改写为

$$\begin{aligned} \dot{V}_{k,1} &\leq \\ &\frac{\zeta_{k,1}^2}{2a_1^2} \theta_{k,1} \delta_{k,1}^\top \delta_{k,1} + \frac{a_1^2}{2} + \frac{\zeta_{k,1}^2}{2} + \frac{\bar{v}_{k,1}^2}{2} + \\ &\frac{1}{2} \zeta_{k,1}^2 + \frac{1}{2} \zeta_{k,2}^2 + \kappa_{k,1} - \zeta_{k,1}^2 + \frac{\Gamma_3}{\Gamma_4} \xi_{k,1}^{2-\frac{c_1}{c_2}} - \\ &\frac{1}{r_1} \tilde{\theta}_{k,1}^\top \left(\frac{r_1}{2a_1^2} \zeta_{k,1}^2 \delta_{k,1}^\top \delta_{k,1} - \Gamma_1 \hat{\theta}_{k,1}^{1+\frac{c_1}{c_2}} - \Gamma_3 \hat{\theta}_{k,1} \right) - \\ &\zeta_{k,1} \left(\frac{\Gamma_1}{\Gamma_2} \zeta_{k,1}^{1+\frac{c_1}{c_2}} + \frac{\Gamma_3}{\Gamma_4} \zeta_{k,1}^{1-\frac{c_1}{c_2}} + \frac{\zeta_{k,1} \hat{\theta}_{k,1} \delta_{k,1}^\top \delta_{k,1}}{2a_1^2} \right) \leq \\ &\frac{\zeta_{k,2}^2}{2} + \frac{\Gamma_1}{r_1} \tilde{\theta}_{k,1}^\top \hat{\theta}_{k,1}^{1+\frac{c_1}{c_2}} + \frac{\Gamma_3}{r_1} \tilde{\theta}_{k,1}^\top \hat{\theta}_{k,1} + \frac{\Gamma_3}{\Gamma_4} \xi_{k,1}^{2-\frac{c_1}{c_2}} - \\ &\frac{\Gamma_1}{\Gamma_2} \zeta_{k,1}^{2+\frac{c_1}{c_2}} - \frac{\Gamma_3}{\Gamma_4} \zeta_{k,1}^{2-\frac{c_1}{c_2}} + \frac{a_1^2}{2} + \frac{\bar{v}_{k,1}^2}{2}. \end{aligned} \tag{66}$$

当 $|\zeta_{k,1}| \geq \xi_{k,1}$ 时, 式 (55) 可改写为

$$\begin{aligned} \dot{V}_{k,1} &\leq \frac{\zeta_{k,2}^2}{2} + \frac{\Gamma_1}{r_1} \tilde{\theta}_{k,1}^\top \hat{\theta}_{k,1}^{1+\frac{c_1}{c_2}} + \frac{\Gamma_3}{r_1} \tilde{\theta}_{k,1}^\top \hat{\theta}_{k,1} + \frac{a_1^2}{2} + \\ &\frac{\bar{v}_{k,1}^2}{2} - \frac{\Gamma_1}{\Gamma_2} \zeta_{k,1}^{2+\frac{c_1}{c_2}} - \frac{\Gamma_3}{\Gamma_4} \zeta_{k,1}^{2-\frac{c_1}{c_2}} + \kappa_{k,1}. \end{aligned} \tag{67}$$

应用引理 6 和引理 7 可得

$$\frac{\Gamma_1}{r_i} \tilde{\theta}_{k,i}^\top \hat{\theta}_{k,i}^{1+\frac{c_1}{c_2}} \leq \frac{\Gamma_1}{r_i} \frac{c_2 + c_1}{2c_2 + c_1} \left(\theta_{k,i}^{2+\frac{c_1}{c_2}} - \tilde{\theta}_{k,i}^{2+\frac{c_1}{c_2}} \right), \tag{68}$$

$$\frac{\Gamma_3}{r_i} \tilde{\theta}_{k,i}^\top \hat{\theta}_{k,i} \leq \frac{\Gamma_3}{2r_i} (\theta_{k,i}^2 - \tilde{\theta}_{k,i}^2), \tag{69}$$

$$\left(\frac{1}{2r_i} \tilde{\theta}_{k,i}^2 \right)^{\frac{2c_2-c_1}{2c_2}} \leq \frac{c_1}{2c_2} \left(\frac{2c_2-c_1}{2c_2} \right)^{\frac{2c_2-c_1}{c_1}} + \frac{1}{2r_i} \tilde{\theta}_{k,i}^2, \tag{70}$$

则 $\dot{V}_{k,1}$ 可写为

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &\leq \\ &\frac{\zeta_{k,2}^2}{2} + \frac{\Gamma_1}{r_1} \frac{c_2 + c_1}{2c_2 + c_1} (\theta_{k,1}^{2+\frac{c_1}{c_2}} - \tilde{\theta}_{k,1}^{2+\frac{c_1}{c_2}}) + \\ &\frac{\Gamma_3}{2r_1} (\theta_{k,1}^2 - \tilde{\theta}_{k,1}^2) - \frac{\Gamma_1}{\Gamma_2} \zeta_{k,1}^{2+\frac{c_1}{c_2}} - \frac{\Gamma_3}{\Gamma_4} \zeta_{k,1}^{2-\frac{c_1}{c_2}} + \\ &\frac{a_1^2}{2} + \frac{\bar{v}_{k,1}^2}{2} + \kappa_{k,1} + \mathcal{C} \leq \\ &\frac{\Gamma_1}{r_1} \frac{c_2 + c_1}{2c_2 + c_1} \theta_{k,1}^{2+\frac{c_1}{c_2}} + \frac{\Gamma_3}{2r_1} \theta_{k,1}^2 - \frac{\Gamma_1}{2^{1+\frac{c_1}{2c_2}}} \zeta_{k,1}^{2+\frac{c_1}{c_2}} - \\ &\frac{\Gamma_3}{2^{1-\frac{c_1}{2c_2}}} \zeta_{k,1}^{2-\frac{c_1}{c_2}} + \frac{\zeta_{k,2}^2}{2} + \frac{a_1^2}{2} + \frac{\bar{v}_{k,1}^2}{2} + \kappa_{k,1} + \mathcal{C} \leq \\ &-\Gamma_2 \Gamma_1 \frac{c_2 + c_1}{2c_2 + c_1} \left(\frac{1}{2r_1} \tilde{\theta}_{k,1}^2 \right)^{1+\frac{c_1}{2c_2}} - \\ &\Gamma_1 \left(\frac{1}{2} \zeta_{k,1}^2 \right)^{1+\frac{c_1}{2c_2}} - \Gamma_3 \left(\frac{1}{2} \zeta_{k,1}^2 \right)^{1-\frac{c_1}{2c_2}} + \\ &\frac{\zeta_{k,2}^2}{2} - \Gamma_3 \left(\frac{1}{2r_1} \tilde{\theta}_{k,1}^2 \right)^{\frac{2c_2-c_1}{2c_2}} + \Xi_{k,1} + \mathcal{C}. \end{aligned} \tag{71}$$

$$\mathcal{C} = \begin{cases} 0, & |\zeta_{k,1}| \geq \xi_{k,1}; \\ \frac{\Gamma_3}{\Gamma_4} \xi_{k,1}^{2-\frac{c_1}{c_2}}, & |\zeta_{k,1}| < \xi_{k,1}. \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \Xi_{k,1} &= \frac{a_1^2}{2} + \frac{\bar{v}_{k,1}^2}{2} + \kappa_{k,1} + \frac{\Gamma_1}{r_1} \frac{c_2 + c_1}{2c_2 + c_1} \theta_{k,1}^{2+\frac{c_1}{c_2}} + \\ &\frac{\Gamma_3}{2r_1} \theta_{k,1}^2 + \frac{\Gamma_3 c_1}{2c_2} \left(\frac{2c_2 - c_1}{2c_2} \right)^{\frac{2c_2-c_1}{c_1}}. \end{aligned}$$

step 2: 应用引理 6 和引理 7, 式 (56) 可改写为

$$\begin{aligned} \dot{V}_{k,2} &\leq \\ &-\sum_{m=1}^2 \Gamma_2 \Gamma_1 \frac{c_2 + c_1}{2c_2 + c_1} \left(\frac{1}{2r_m} \tilde{\theta}_{k,m}^2 \right)^{1+\frac{c_1}{2c_2}} - \\ &\sum_{m=1}^2 \Gamma_1 \left(\frac{1}{2} \zeta_{k,m}^2 \right)^{1+\frac{c_1}{2c_2}} - \sum_{m=1}^2 \Gamma_3 \left(\frac{1}{2} \zeta_{k,m}^2 \right)^{1-\frac{c_1}{2c_2}} - \\ &\sum_{m=1}^2 \Gamma_3 \left(\frac{1}{2r_m} \tilde{\theta}_{k,m}^2 \right)^{\frac{2-c_1}{2c_2}} + (\Xi_{k,2} + \mathcal{D}). \end{aligned} \tag{72}$$

$$\mathcal{D} = \begin{cases} 0, & |\zeta_{k,2}| \geq \xi_{k,2}; \\ \frac{\Gamma_3}{\Gamma_4} \xi_{k,2}^{2-\frac{c_1}{c_2}}, & |\zeta_{k,2}| < \xi_{k,2}. \end{cases}$$

$$\Xi_{k,2} = \Xi_{k,1} + \frac{a_2^2}{2} + \frac{\bar{v}_{k,2}^2}{2} + \kappa_{k,2} + \frac{\Gamma_1}{r_2} \frac{c_2 + c_1}{2c_2 + c_1} \theta_{k,2}^{2+\frac{c_1}{c_2}} + \frac{\Gamma_3}{2r_2} \theta_{k,2}^2 + \frac{\Gamma_3 c_1}{2c_2} \left(\frac{2c_2 - c_1}{2c_2} \right)^{\frac{2c_2 - c_1}{c_1}}.$$

根据式 (72), 由 Jensen 不等式得

$$-\sum_{m=1}^2 \Gamma_2 \Gamma_1 \frac{c_2 + c_1}{2c_2 + c_1} \left(\frac{1}{2r_m} \tilde{\theta}_{k,m}^2 \right)^{1+\frac{c_1}{2c_2}} - \sum_{m=1}^2 \Gamma_1 \left(\frac{1}{2} \zeta_{k,m}^2 \right)^{1+\frac{c_1}{2c_2}} \leq -\min \left\{ \Gamma_2 \Gamma_1 \frac{c_2 + c_1}{2c_2 + c_1}, \Gamma_1 \right\} 2^{\frac{c_1}{c_2}} \cdot \left(\sum_{m=1}^2 \left(\frac{1}{2r_m} \tilde{\theta}_{k,m}^2 + \frac{1}{2} \zeta_{k,m}^2 \right) \right)^{1+\frac{c_1}{2c_2}} \leq -\Gamma_1 2^{\frac{c_1}{c_2}} \left(\sum_{m=1}^2 \left(\frac{1}{2r_m} \tilde{\theta}_{k,m}^2 + \frac{1}{2} \zeta_{k,m}^2 \right) \right)^{1+\frac{c_1}{2c_2}} \leq -\frac{c_2 \pi}{c_1 T} V^{1+\frac{c_1}{2c_2}}.$$

类似地, 若有

$$-\sum_{m=1}^n \Gamma_3 \left(\frac{1}{2} \zeta_{k,m}^2 \right)^{1-\frac{c_1}{2c_2}} - \sum_{m=1}^2 \Gamma_3 \left(\frac{1}{2r_m} \tilde{\theta}_{k,m}^2 \right)^{\frac{2-c_1}{2c_2}} \leq -\frac{c_2 \pi}{c_1 T} V^{1-\frac{c_1}{2c_2}},$$

则有

$$\dot{V} \leq -\frac{c_2 \pi}{c_1 T} (V^{1+\frac{c_1}{2c_2}} + V^{1-\frac{c_1}{2c_2}}) + \Delta_k, \quad (73)$$

其中 $\Delta_k = \Xi_{k,2} + \mathcal{D}$.

由引理 1 可知, 跟踪误差 $\zeta_{k,1}$ 在预定义时间 $2T$ 内收敛到

$$|\zeta_{k,1}| \leq \sqrt{\frac{2c_1 \Delta_k T}{c_2 \pi}}. \quad \square$$

3 仿真示例

本文对由 6 个智能体组成的非线性多智能体系统进行了数值仿真.

3.1 虚拟层

为了验证理论推导结果的有效性, 系统非线性项取为 $f_{k,2}(\bar{x}_{k,2}) = h_k \cos(x_{k,1}, x_{k,2}) + g_k \sin^2(x_{k,1})$, 其中系数矩阵 $h_k = [-1.7, -0.2, 3.1, -6.6, 3.4, 4.8]^T$, $g_k = [0.7, -3, 3.2, 2.9, -1.9, 0.4]^T$.

通过配置邻接矩阵来定义多智能体系统中智能体之间的通信链路. 邻接矩阵选择为

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

领导一致性运动的参考信号定义如下:

$$\begin{cases} \dot{\xi}_1(t) = \xi_2(t), \\ \dot{\xi}_2(t) = 4 \cos(2t). \end{cases} \quad (74)$$

智能体与领导者之间的通信权重矩阵设置为

$$B = \text{diag}\{0, 1, 0, 0, 0, 0\}.$$

本文选择径向基函数神经网络, 每个基函数由 10 个具有高斯函数的节点组成. 每个节点宽度为 $\kappa_i = 2$, 中心 μ_i 在区间 $[-8, 8]$ 上均匀分布.

智能体的初值为 $x_{k,1}(0) = [2, 2, 2.5, 2.5, 3, 3]^T$, $x_{k,2}(0) = [-6, -4, -2, 2, 4, 6]^T$, $\hat{x}_{k,2}(0) = 0.9 \cdot \mathbf{1}_{6 \times 1}$, $\hat{\omega}_{k,2}(0) = 1.1 \cdot \mathbf{1}_{q \times 1}$, $\hat{\omega}_{k,c}(0) = 1.2 \cdot \mathbf{1}_{q \times 1}$ 和 $\hat{\omega}_{k,a}(0) = 3.2 \cdot \mathbf{1}_{q \times 1}$.

智能体参数设置为 $\Theta_{k,2} = 4.1 \cdot I_{q \times q}$, $\varrho_{k,2} = 5.3$, $\gamma_{k,c} = 6.4$, $\gamma_{k,a} = 4.8$, $\mu_k = 48.6$, $\chi_k = 0.6$, $\gamma_1 = 12.4$, $\gamma_2 = 10.9$, 观测器增益 $l_{k,2} = 110$, 基函数的维数 $q = 10$.

仿真结果如图 2 ~ 图 7 所示, 展示了系统性能的几个方面.

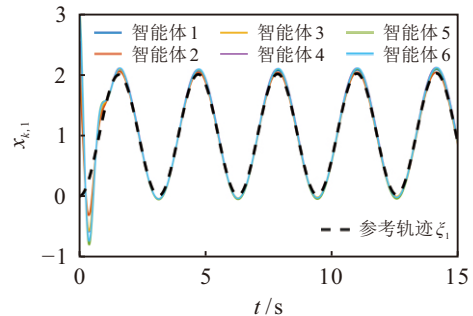


图2 $x_{k,1}$ 对 ξ_1 的跟踪效果

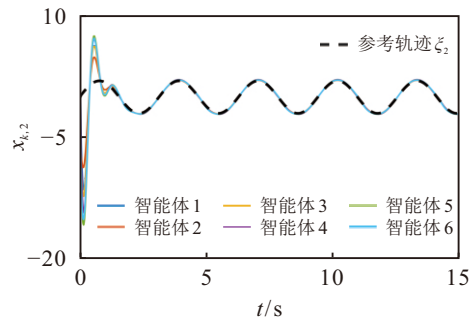


图3 $x_{k,2}$ 对 ξ_2 的跟踪效果

图 2 ~ 图 3 分别展示了跟随者状态 $x_{k,1}$ 、 $x_{k,2}$ 与其相应的参考信号 ξ_1 、 ξ_2 的跟踪效果; 图 4 ~ 图 6 描绘了每个智能体的神经网络权重 $\hat{\omega}_{k,a}$ 、 $\hat{\omega}_{k,c}$ 、 $\hat{\omega}_{k,2}$

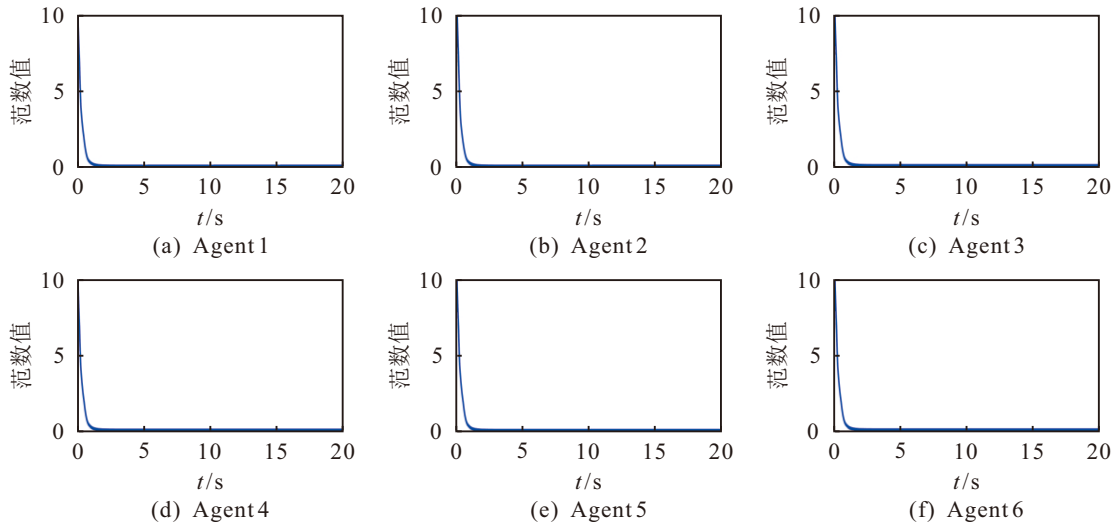


图4 自适应律 $\hat{\omega}_{k,a}$ 的曲线

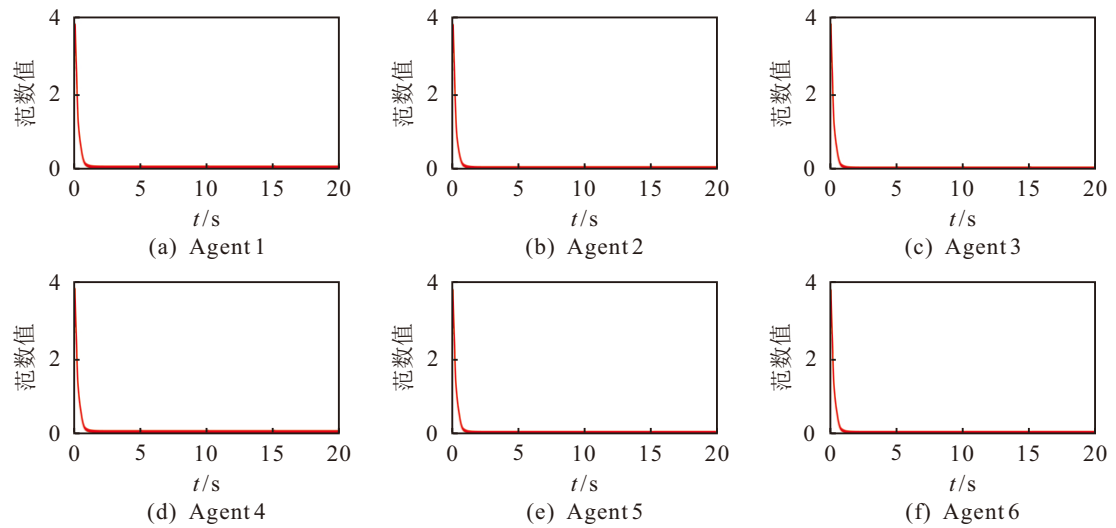


图5 自适应律 $\hat{\omega}_{k,c}$ 的曲线

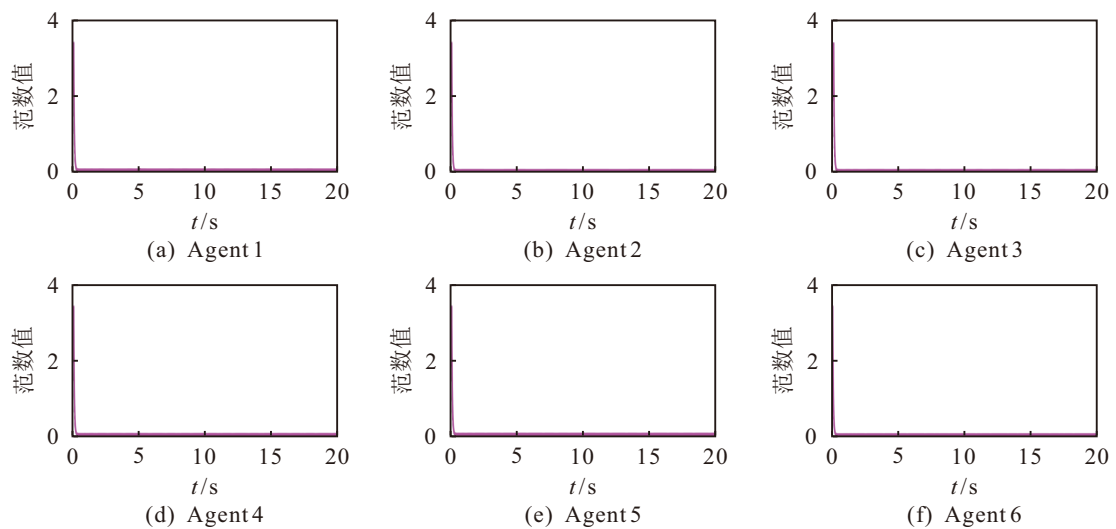


图6 自适应律 $\hat{\omega}_{k,2}$ 的曲线

的更新律,展示了平滑收敛和有效学习;图7表明所有智能体的跟踪误差 $z_{k,1}$ 、 $z_{k,2}$ 很小,展示了系统出色的跟踪性能.仿真结果表明了所提出的控制方案有效地实现了期望的控制目标.

图4~图6展示了6个智能体的自适应律 $\hat{\omega}_{k,a}$ 、 $\hat{\omega}_{k,c}$ 、 $\hat{\omega}_{k,2}$ 的变化.这些曲线迅速收敛,随后趋于稳定,表明多智能体系统能根据系统动态快速调整其参数.具体而言,自适应律的快速收敛表明已成功识

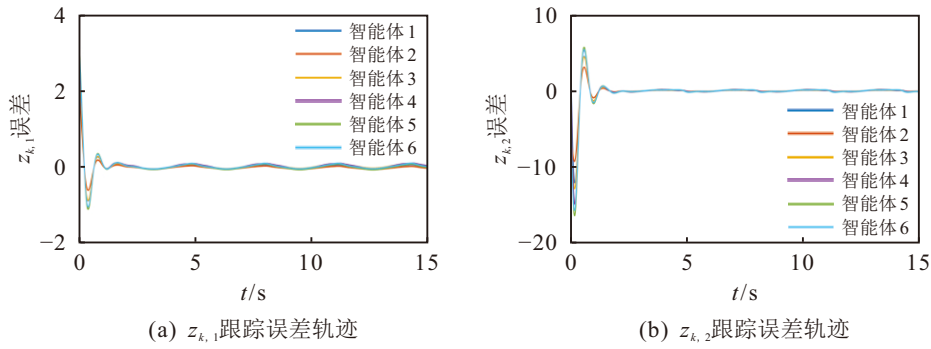


图7 跟踪误差 $z_{k,1}$ 、 $z_{k,2}$ 的轨迹

别出一组与最优解非常接近的参数.此外,图7跟踪误差的快速收敛表明系统输出能快速跟踪参考信号,从而实现高精度的跟踪控制.

$$y_k^f(t) = \begin{cases} x_{k,1}, & t < 8; \\ x_{k,1} + 0.7, & t \geq 8. \end{cases}$$

非线性故障函数选择为

$$\mathcal{L}_k(t - T_0) = \begin{cases} 0, & t < 11; \\ 1 - e^{-(t-T_0)}, & t \geq 11. \end{cases}$$

3.2 实际层

实际多智能体系统的传感器故障函数选择为

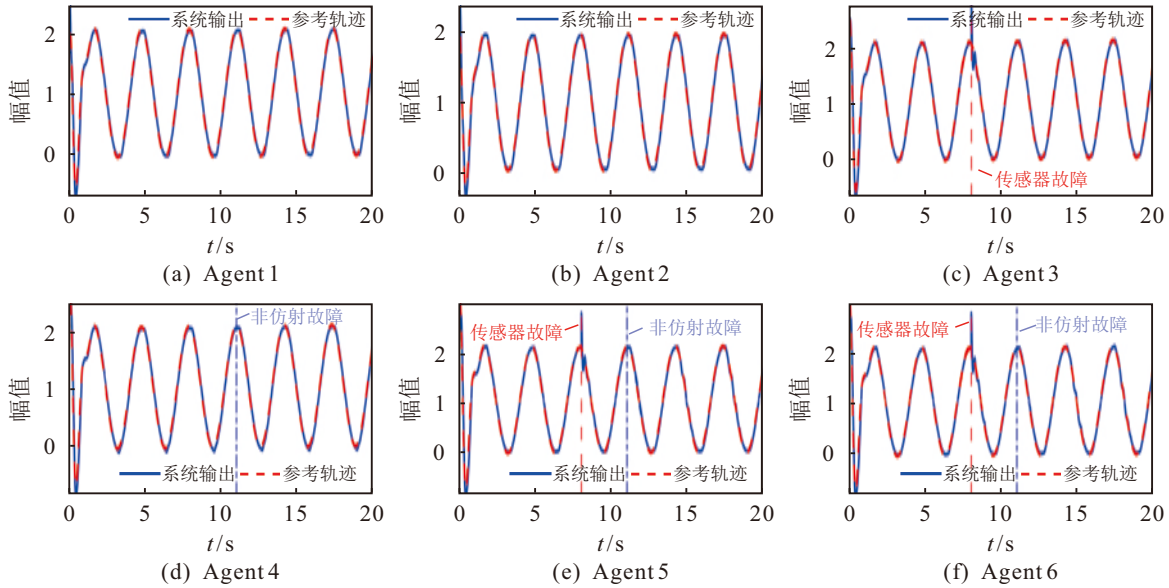


图8 智能体对参考轨迹的跟踪曲线

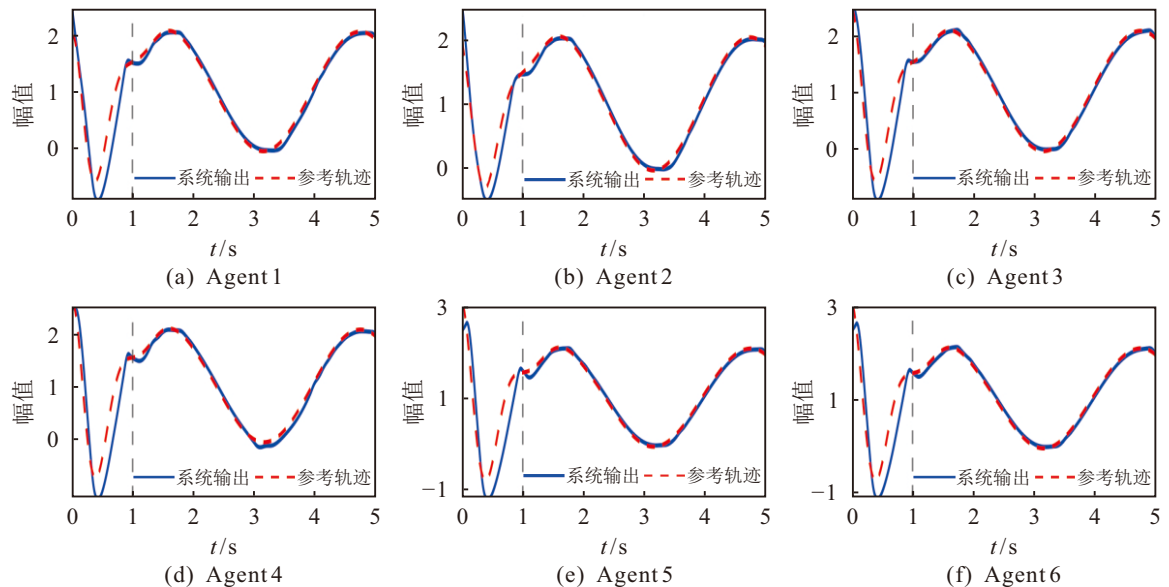


图9 局部放大跟踪曲线

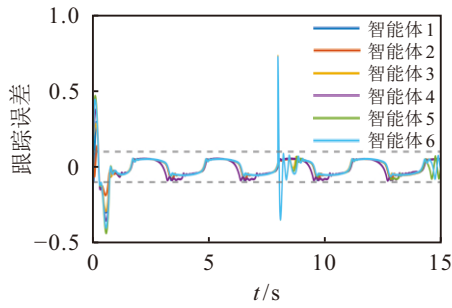
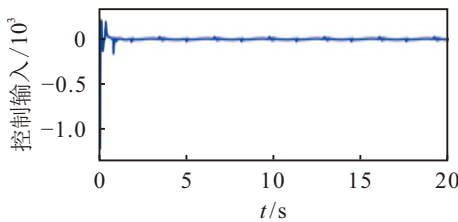
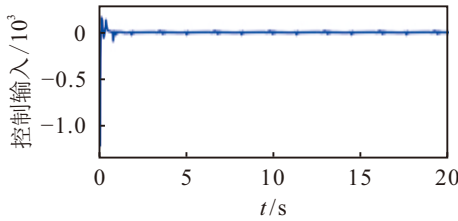


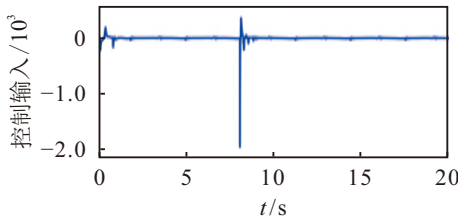
图10 智能体的跟踪误差曲线



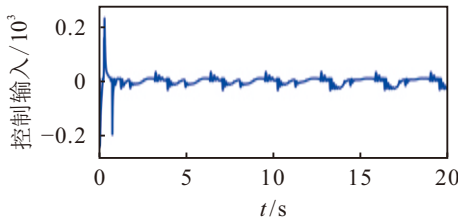
(a) Agent 1



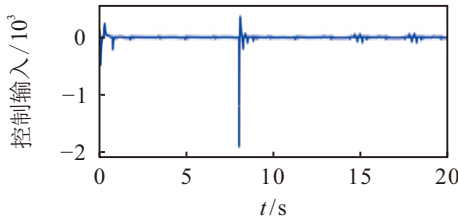
(b) Agent 2



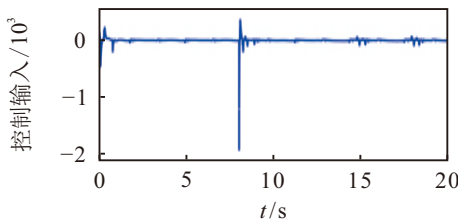
(c) Agent 3



(d) Agent 4



(e) Agent 5



(f) Agent 6

图11 智能体的控制输入曲线

$$\text{取 } \mathcal{F}_k(\bar{x}_{k,2}(t), u_k^f(t)) = 5x_{k,1}x_{k,2} + \cos u_k^f.$$

设智能体 1 和智能体 2 未发生故障; 智能体 3 只发生传感器故障; 智能体 4 只发生非仿射故障; 智能体 5 和智能体 6 既发生传感器故障, 又发生非仿射故障. 此外, 初始条件选择为 $[\hat{\theta}_{k,1}(0), \hat{\theta}_{k,2}(0)]^T = [0.9, 0.1]^T$. 令 $c_1=3, c_2=5, \kappa_{k,1}=0.03, \kappa_{k,2}=0.05, r_1=5, r_2=6, a_1=5, a_2=4, \bar{\beta}_1=0.69$. 取预定义时间 $2T=1$.

智能体跟踪性能和跟踪误差如图 8 ~ 图 10 所示, 可以看出, 系统在设计的控制器作用下能够在人为预先给定时间 $2T$ 内达到稳定.

由图 8 可见, 即使系统遭受传感器故障和非仿射故障的影响, 跟踪性能也不会受到显著影响. 图 9 清晰地展示了预定义时间内的收敛过程, 直观地可见“未跟踪 → 在预定义时间内进入邻域 → 后续稳态”的完整过程. 图 10 中的跟踪误差未能完全收敛至 0, 主要是由模型不确定性和故障引起的. 当误差在控制协议作用下降至足够小的区域时, 可视为完成预期跟踪任务, 这在工程中是可接受的. 由于本文采用实际预定义时间控制框架, 虽然能确保收敛时间独立于系统参数, 但误差仍会收敛到原点附近的可调有界邻域, 这是该理论的固有特性. 图 11 展示了故障场景下的实际控制输入, 可见传感器故障对控制信号影响明显. 总体可见, 所设计的实际层控制器在非仿射故障和传感器故障下仍能保持良好的收敛与跟踪性能, 验证了所提出方法的有效性.

4 结论

由于各个智能体易产生诸如非仿射故障和传感器故障, 而且难以对其进行精确的状态描述, 传统的容错方法难以实现快速有效的处理. 本文针对这一问题, 设计了一种多层级容错控制方案, 虚拟层构建了一种分布式最优一致性跟踪控制器, 实际控制层设计了一种分散式预定义时间容错跟踪控制器, 在保证全局误差预定义时间收敛的同时, 实现安全迅速调整设备功能, 维持系统整体健康度, 确保预期多智能体系统任务的顺利执行. 仿真实验验证了所提出算法的有效性. 在未来的研究中需聚焦解决该方案在多样化条件下的更广泛适用性和有效性, 并探索将该方法应用于动态事件触发控制和预设性能最优控制的策略.

参考文献 (References)

[1] Zaidi A, Kazim M, Weng R, et al. Distributed observer-based leader following consensus tracking protocol for a swarm of drones[J]. Journal of Intelligent & Robotic

- Systems, 2021, 102(3): 64.
- [2] 向雨竹, 邹文成, 郭健, 等. 无人机领导的多无人艇系统固定时间优化编队控制[J]. 控制与决策, 2025, 40(1): 223-230.
(Xiang Y Z, Zou W C, Guo J, et al. Fixed-time optimal formation control for multi-unmanned surface vessels under the leadership of unmanned aerial vehicle[J]. Control and Decision, 2025, 40(1): 223-230.)
- [3] Li W J, Liu Y G, Liang H J, et al. A new distributed energy management strategy for smart grid with stochastic wind power[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2021, 68(2): 1311-1321.
- [4] Wen G H, Zhao Y, Duan Z S, et al. Containment of higher-order multi-leader multi-agent systems: A dynamic output approach[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2016, 61(4): 1135-1140.
- [5] Zhou C, Mao Z H, Jiang B, et al. Adaptive fault-tolerant consensus tracking control for nonlinear multi-agent systems with double semi-Markovian switching topologies and unknown control directions[J]. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, DOI: [10.1109/JAS.2025.125285](https://doi.org/10.1109/JAS.2025.125285).
- [6] 崔萌, 王鑫, 邓超. 基于学习的线性多智能体系统弹性最优协同容错控制[J]. 控制与决策, 2023, 38(5): 1303-1311.
(Cui M, Wang X, Deng C. Learning-based resilient optimal cooperative fault tolerant control for linear multi-agent systems[J]. Control and Decision, 2023, 38(5): 1303-1311.)
- [7] Wu X J, Zhao N, Ding S, et al. Distributed event-triggered output-feedback time-varying formation fault-tolerant control for nonlinear multi-agent systems[J]. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2025, 22: 3810-3821.
- [8] Bhat S P, Bernstein D S. Finite-time stability of continuous autonomous systems[J]. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 2000, 38(3): 751-766.
- [9] Orlov Y. Finite time stability and robust control synthesis of uncertain switched systems[J]. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 2004, 43(4): 1253-1271.
- [10] Defoort M, Polyakov A, Demesure G, et al. Leader-follower fixed-time consensus for multi-agent systems with unknown non-linear inherent dynamics[J]. *IET Control Theory & Applications*, 2015, 9(14): 2165-2170.
- [11] Zuo Z Y, Tian B L, Defoort M, et al. Fixed-time consensus tracking for multiagent systems with high-order integrator dynamics[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2018, 63(2): 563-570.
- [12] 李璐珂, 甘勤涛, 孙海涛. 切换拓扑下多智能体系统的固定/预定时间优化一致性[J]. 控制与决策, 2025, 40(5): 1485-1493.
(Li L K, Gan Q T, Sun H T. Distributed fixed/predefined-time optimal consensus for multi-agent systems under switching topologies[J]. Control and Decision, 2025, 40(5): 1485-1493.)
- [13] 朱官超, 崔国增, 马倩, 等. 四旋翼飞行器预定时间自适应轨迹跟踪控制[J]. 控制理论与应用, 2025, 42(3): 601-608.
(Zhu G C, Cui G Z, Ma Q, et al. Predefined-time adaptive trajectory tracking control for a quadrotor UAV[J]. Control Theory & Applications, 2025, 42(3): 601-608.)
- [14] Wang H Q, Bai W, Zhao X D, et al. Finite-time-prescribed performance-based adaptive fuzzy control for strict-feedback nonlinear systems with dynamic uncertainty and actuator faults[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2022, 52(7): 6959-6971.
- [15] Zhang J, Ding D W, Sun X M, et al. Cooperative fault-tolerant control for heterogeneous nonlinear multiagent systems via distributed output regulation[J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2021, 31(3): 855-872.
- [16] Zhao D, Polycarpou M M. Distributed fault accommodation of multiple sensor faults for a class of nonlinear interconnected systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2022, 67(4): 2092-2099.
- [17] Wang Z S, Liu L, Zhang H G. Neural network-based model-free adaptive fault-tolerant control for discrete-time nonlinear systems with sensor fault[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2017, 47(8): 2351-2362.
- [18] Lewis F L, Vrabie D L, Syrmos V L. Optimal control of continuous-time systems[M]. Hoboken: John Wiley, 2012.
- [19] 申思凯, 江南, 刘小洋. 基于强化学习的多智能体系统容错编队最优控制[J]. 控制与决策, 2025, 40(12): 3565-3575.
(Shen S K, Jiang N, Liu X Y. Fault-tolerant formation optimized control for multi-agent systems via reinforcement learning[J]. Control and Decision, 2025, 40(12): 3565-3575.)
- [20] Abu-Khalaf M, Lewis F L. Nearly optimal state feedback control of constrained nonlinear systems using a neural networks HJB approach[J]. *Annual Reviews in Control*, 2004, 28(2): 239-251.
- [21] 罗彪, 胡天萌, 周育豪, 等. 多智能体强化学习控制与决策研究综述[J]. 自动化学报, 2025, 51(3): 510-539.
(Luo B, Hu T M, Zhou Y H, et al. Survey on multi-agent reinforcement learning for control and decision-making[J]. Acta Automatica Sinica, 2025, 51(3): 510-539.)
- [22] Vamvoudakis K G, Lewis F L. Online actor-critic algorithm to solve the continuous-time infinite horizon optimal control problem[J]. *Automatica*, 2010, 46(5): 878-888.
- [23] Zadeh R B, Elmi A, Moghaddam V, et al. A conceptual high level multiagent system for wildfire management[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2025, 63: 5911415.

- [24] Wang Y H, Wang Z P, Zhang H, et al. Group formation tracking of heterogeneous multiagent systems using reinforcement learning[J]. *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, 2025, 12(1): 497-509.
- [25] Wang Q, Cao J D, Liu H. Adaptive fuzzy control of nonlinear systems with predefined time and accuracy[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2022, 30(12): 5152-5165.
- [26] Abed Assali E. Predefined-time synchronization of chaotic systems with different dimensions and applications[J]. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2021, 147: 110988.
- [27] Gao Z, Zhao N, Zhao X D, et al. Event-triggered prescribed performance adaptive secure control for nonlinear cyber physical systems under denial-of-service attacks[J]. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2024, 131: 107793.
- [28] Liu M G, Xu N. Adaptive neural predefined-time hierarchical sliding mode control of switched under-actuated nonlinear systems subject to bouc-wen hysteresis[J]. *International Journal of Systems Science*, 2024, 55(13): 2659-2676.
- [29] Wen G X, Li B. Optimized leader-follower consensus control using reinforcement learning for a class of second-order nonlinear multiagent systems[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2022, 52(9): 5546-5555.
- [30] Cui D, Ahn C K, Xiang Z R. Fault-tolerant fuzzy observer-based fixed-time tracking control for nonlinear switched systems[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2023, 31(12): 4410-4420.
- [31] Xie S Z, Chen Q. Adaptive nonsingular predefined-time control for attitude stabilization of rigid spacecrafts[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2022, 69(1): 189-193.
- [32] Zhang Y, Chadli M, Xiang Z R. Predefined-time adaptive fuzzy control for a class of nonlinear systems with output hysteresis[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2023, 31(8): 2522-2531.

作者简介

刘尚坤 (1993–), 男, 讲师, 博士, 主要研究方向为多智能体系统协同与容错控制, E-mail: shangkunliu@fzu.edu.cn;

谢俊江 (2001–), 男, 硕士生, 主要研究方向为多智能体强化学习容错控制, E-mail: 240120096@fzu.edu.cn;

黄景丽 (1990–), 女, 工程师, 硕士, 主要研究方向为多智能体协同、工业大数据, E-mail: jinglihuang310@163.com;

黄捷 (1983–), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为复杂系统智能控制与决策、群体智能, E-mail: jie.huang@fzu.edu.cn.