

控制与决策

Control and Decision

基于多策略改进鲸鱼算法的多无人机协同路径规划

高跃庭, 桂方志, 王欢, 刘鹏程

引用本文:

高跃庭, 桂方志, 王欢, 等. 基于多策略改进鲸鱼算法的多无人机协同路径规划[J]. *控制与决策*, 2026, 41(6): 1529-1539.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2025.0929>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[嵌入Circle映射和逐维小孔成像反向学习的鲸鱼优化算法](#)

Whale optimization algorithm for embedded Circle mapping and onedimensional oppositional learning based small hole imaging
控制与决策. 2021, 36(5): 1173-1180 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1362>

[基于16方向24邻域改进蚁群算法的工业机器人路径规划](#)

Mobile robots path planning based on 16-directions 24-neighborhoods improved ant colony algorithm
控制与决策. 2021, 36(5): 1137-1146 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0600>

[面向多目标侦察任务的无人机航线规划](#)

UAV trajectory planning for multi-target reconnaissance missions
控制与决策. 2021, 36(5): 1191-1198 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1284>

[基于平衡鲸鱼优化算法的无人车路径规划](#)

Path planning of unmanned ground vehicle based on balanced whale optimization algorithm
控制与决策. 2021, 36(11): 2647-2655 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0416>

[区间数可重入混合流水车间调度与预维护协同优化](#)

Collaborative optimization of interval number reentrant hybrid flow shop scheduling and preventive maintenance
控制与决策. 2021, 36(11): 2599-2608 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0973>

基于多策略改进鲸鱼算法的多无人机协同路径规划

高跃庭^{1,2}, 桂方志^{1,2†}, 王欢^{1,2}, 刘鹏程^{1,2}

(1. 江西水利电力大学精密驱动与装备江西省重点实验室, 南昌 330099;

2. 江西水利电力大学机械工程学院, 南昌 330099)

摘要: 针对复杂环境下多无人机协同路径规划问题中传统搜索算法效率低、启发式算法寻优性能差等问题, 提出基于多策略改进鲸鱼算法 (MSWOA) 的多无人机协同路径规划方法. 该算法采用 Sine-Cubic 混合混沌映射提升初始种群质量, 引入非线性收敛因子自适应调节全局探索与局部开发强度, 并结合自适应螺旋系数提高后期收敛精度, 通过双分布扰动自适应差分变异策略提高收敛速度, 最后引入思维创新策略避免算法陷入局部最优. 在 CEC2017 测试集的 29 个测试函数上进行对比寻优实验, 测试结果表明 MSWOA 具有更好的寻优性能, 并进一步应用于三维复杂地形下的多无人机协同路径规划问题, 验证了其寻优精度和稳定性.

关键词: 鲸鱼优化算法; 路径规划; Sine-Cubic 混合混沌映射; 非线性收敛因子; 双分布扰动自适应差分变异

中图分类号: TP183 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2025.0929

引用格式: 高跃庭, 桂方志, 王欢, 等. 基于多策略改进鲸鱼算法的多无人机协同路径规划 [J]. 控制与决策, 2026, 41(6): 1529-1539.

Multi-strategy improved whale optimization algorithm for UAV cooperative path planning

GAO Yue-ting^{1,2}, GUI Fang-zhi^{1,2†}, WANG Huan^{1,2}, LIU Peng-cheng^{1,2}

(1. Jiangxi Province Key Laboratory of Precision Drive and Equipment, Jiangxi University of Water Resources and Electric Power, Nanchang 330099, China; 2. School of Mechanical Engineering, Jiangxi University of Water Resources and Electric Power, Nanchang 330099, China)

Abstract: To address the low efficiency of traditional search algorithms and the poor optimization performance of heuristic algorithms in multi-UAV cooperative path planning under complex environments, a multi-strategy improved whale optimization algorithm (MSWOA) is proposed. First, a Sine-Cubic hybrid chaotic map is adopted to improve the quality of the initial population. Second, a nonlinear convergence factor is introduced to adaptively regulate the intensity of global exploration and local exploitation, combined with an adaptive spiral coefficient designed to enhance convergence accuracy in later iterations. Finally, a dual-distribution perturbed adaptive differential mutation strategy is utilized to accelerate convergence speed, and a thinking innovation strategy is introduced to prevent the algorithm from falling into local optima. Extensive experiments on twenty-nine benchmark functions from the CEC2017 test suite demonstrate the superior optimization performance of the MSWOA. The algorithm is further applied to the cooperative path-planning problem of multiple UAVs in a three-dimensional complex terrain, validating its accuracy and stability.

Keywords: whale optimization algorithm; path planning; Sine-Cubic hybrid chaotic map; nonlinear convergence factor; dual-distribution perturbed adaptive differential mutation

0 引言

无人机 (unmanned aerial vehicle, UAV) 技术近年来广泛应用于灾害救援^[1]、物流配送^[2]及环境监测^[3]等民用领域. 在城市低空物流、森林火灾监测等复杂应用场景中, 单架无人机因感知范围有限、载荷

小、任务效率低以及容错率低等问题限制了其执行复杂任务的能力. 而多架无人机通过编队协同作业, 在执行任务时具有感知范围广、效率高、灵活性更强等诸多优势, 更加适应复杂环境和多任务需求. 路径规划是无人机集群作业的主要任务之一,

收稿日期: 2025-09-04; 录用日期: 2026-03-05.

基金项目: 江西省重大科技研发专项“揭榜挂帅”企业需求类项目 (2023AAE02003); 江西省自然科学基金项目 (20252BAC240139).

责任编辑: 张维海.

†通信作者. E-mail: guifangzhi@qq.com.

需使所有无人机在满足相应约束条件下沿着从起点到终点的连续轨迹到达目标位置,是一种典型的复杂多目标优化问题,具有高维度、非凸性、多峰性及多约束性等复杂特性,已被证明是 NP-hard (nondeterministic polynomial-time hard) 问题,也是多无人机协同作业研究的热点问题。

传统路径规划算法如快速扩展随机树法 (rapidly-exploring random tree, RRT)^[4]、人工势场法 (artificial potential field, APF)^[5] 等在高维问题中存在着搜索效率和搜索精度低、时间复杂度高等缺点。相比之下,受自然界生物行为启发的元启发式算法具有结构简单、全局搜索能力强、易于实现等优点。然而,目前应用于路径规划的主流智能优化算法如粒子群算法 (particle swarm optimization, PSO)^[6]、蚁群算法 (ant colony optimization, ACO)^[7]、灰狼优化算法 (grey wolf optimizer, GWO)^[8] 等,普遍存在收敛性能低、寻优性能差等问题。因此,探索寻优性能更高、适应性更强的优化算法已成为路径规划领域中的重要研究方向^[9]。

鲸鱼优化算法 (whale optimization algorithm, WOA)^[10] 因其独特的捕食机制和自适应收缩包围策略,在全局探索与局部开发之间取得了良好平衡,已被广泛用于特征选择^[11]、故障诊断^[12]、图像分割^[13] 等领域。然而,WOA 依然存在着收敛性能不足、易陷入局部最优等缺点。针对上述问题,Chen 等^[14] 提出了一种基于准对立的混沌机制 WOA (OBCWOA),利用基于对立的学习方法平衡算法的探索和开发能力;蔡雨岑等^[15] 提出了一种基于和声二次优化的平衡 WOA (HS-WOA),该算法利用和声搜索算法二次优化改善种群质量和全局探索能力,引入动态平衡策略和种群重构机制避免陷入局部最优,并在地面无人车辆路径规划问题中验证了算法的可行性和有效性;刘景森等^[16] 提出了一种具有轮盘赌选择和二次插值择优机制的双种群交互演化 WOA (DRQWOA),通过两种不同演化机制的种群及种群之间的信息交互有效平衡和调节了算法的全局探索与局部开发能力;王万良等^[17] 提出一种结合文化算法的 MOCWOA,其种群空间采用 WOA,在信度空间上对原有的 3 种知识结构进行改进,以提高算法得到的解的多样性和收敛精度;王延峰等^[18] 提出了一种基于围攻机制的改进 WOA (IWOA),结合哈里斯鹰优化算法的围攻机制提高算法的全局探索和局部寻优能力。虽然 WOA 的改进已取得了一定进展,但在面对复杂环境下的高维路径规划问题时仍存在计算效率低、路径搜索能力不足的问题。

本文提出一种融合多策略改进的鲸鱼优化算法 (multi-strategy improved whale optimization algorithm, MSWOA),首先,通过 Sine-Cubic 混合混沌映射策略初始化种群,提升初始种群的质量,在此基础上,引入非线性收敛因子调节全局探索与局部开发强度,设计自适应螺旋系数,调整迭代后期鲸鱼个体的螺旋搜索范围,提高后期收敛精度;然后,设计双分布扰动自适应差分变异策略,使用柯西变异、Levy 飞行构造缩放因子,通过动态扰动系数 c 动态调节柯西变异和 Levy 飞行的扰动强度,加快算法的收敛速度;最后,引入思维创新策略模拟人类创造性思维,识别打破算法在搜索后期陷入的思维定式,提高算法跳出局部最优能力。

1 鲸鱼优化算法

鲸鱼优化算法模拟了座头鲸包围猎物、气泡网攻击 (开发) 和搜索猎物 (探索) 等行为,以实现优化问题的高效求解。

当鲸鱼种群定位目标猎物后,会不断调整自身位置以包围猎物,更新后的位置为

$$\mathbf{X}_{i,t+1} = \mathbf{X}_{\text{best}} - \mathbf{A} \cdot |\mathbf{C} \cdot \mathbf{X}_{\text{best}} - \mathbf{X}_{i,t}|. \quad (1)$$

其中: $\mathbf{X}_{i,t+1}$ 为第 $t+1$ 次迭代中第 i 个鲸鱼的位置; \mathbf{X}_{best} 为当前最优解的位置; $|\cdot|$ 表示求绝对值; \mathbf{A} 和 \mathbf{C} 为系数向量, $A = 2a \cdot r_1 - a$, $C = 2r_2$, a 为收敛因子, $a = 2 - 2 \cdot t/T_{\text{max}}$, 随迭代过程从 2 线性递减为 0; r_1 、 r_2 均为 $[0,1]$ 区间内的随机数; t 为当前迭代次数; T_{max} 为最大迭代次数。

螺旋更新模拟座头鲸螺旋式向上游动捕食的行为,在鲸鱼与猎物 (最优解) 之间建立螺旋方程,其位置更新为

$$\mathbf{X}_{i,t+1} = \mathbf{X}_{\text{best}} + |\mathbf{X}_{\text{best}} - \mathbf{X}_{i,t}| \cdot e^{bl} \cdot \cos(2\pi l). \quad (2)$$

其中: b 为对数螺旋形状常数, l 为 $[-1,1]$ 内随机数。

座头鲸会同时以收缩包围和螺旋更新的方式围绕猎物游动,为模拟这种行为,设定随机阈值 p 以在两种策略中随机选择一种进行执行。其选择方式为

$$\mathbf{X}_{i,t+1} = \begin{cases} \mathbf{X}_{\text{best}} - \mathbf{A} \cdot |\mathbf{C} \cdot \mathbf{X}_{\text{best}} - \mathbf{X}_{i,t}|, & p < 0.5; \\ \mathbf{X}_{\text{best}} + |\mathbf{X}_{\text{best}} - \mathbf{X}_{i,t}| \cdot e^{bl} \cdot \cos(2\pi l), & p \geq 0.5. \end{cases} \quad (3)$$

其中 p 为 $[0,1]$ 区间内的随机数。

WOA 通过 $|A|$ 的大小判断鲸鱼种群是在包围猎物还是搜索猎物,当 $|A| \geq 1$ 时,座头鲸会根据彼此之间的位置随机搜索,与开发阶段相比,不再向当前最优解靠近,而是随机选择种群中另一个体靠近并

更新位置. 种群位置更新为

$$\mathbf{X}_{i,t+1} = \mathbf{X}_{r,t} - \mathbf{A} \cdot |\mathbf{C} \cdot \mathbf{X}_{r,t} - \mathbf{X}_{i,t}|, \quad (4)$$

其中 $\mathbf{X}_{r,t}$ 为不同于 $\mathbf{X}_{i,t}$ 的个体.

2 改进鲸鱼优化算法

2.1 改进策略

1) Sine-Cubic 混合混沌映射初始化种群.

WOA 算法采用伪随机的方法初始化种群, 易导致个体分布不均, 影响算法的局部开发和全局探索能力. 而混沌映射具有随机性、非线性和不可预测性等特点, 引入混沌映射初始化种群可有效提升算法的寻优速度, 但单一的混沌映射会因其自身特性表现出混沌退化. 因此, 本文融合 Sine 映射^[19]和 Cubic 映射^[20], 设计了一种 Sine-Cubic 混合混沌映射用于种群初始化, 定义为

$$\begin{cases} z_{n+1} = e^{\mu \sin(\pi z_n) + \rho w_n(1-w_n^2)} \bmod 1, \\ w_{n+1} = z_n, \end{cases} \quad (5)$$

$\mu \in [0, 1], \rho \in [1.5, 3],$

其中 mod1 表示对 1 进行取模运算.

2) 非线性收敛因子.

当 $|A| \geq 1$ 时, WOA 算法以 0.5 的概率进行全局探索, 当 $|A| < 1$ 时, 则转入局部开发, A 值会随收敛因子 a 动态调整. 收敛因子 a 从 2 随迭代次数增加而线性递减为 0, 导致算法在解决复杂优化问题时探索与开发之间难以平衡, 前期全局探索时间不足, 后期局部开发步长固定, 极易陷入局部最优. 因此, 本文设计非线性收敛因子为

$$a_1 = \frac{2}{1 + e^{6(2\frac{t}{T_{\max}} - 1)}}. \quad (6)$$

其中: t 为当前迭代次数, T_{\max} 为最大迭代次数.

改进前后的收敛因子曲线如图 1 所示. 其在迭代初期下降速度较为平缓, 能够有效维持较高探索强度, 中期加速从全局探索到局部开发的转换, 后期逐步减小, 避免因步长过大而在最优解附近振荡.

3) 自适应螺旋系数.

WOA 中 l 为 $[-1,1]$ 内的随机数, 导致算法在迭

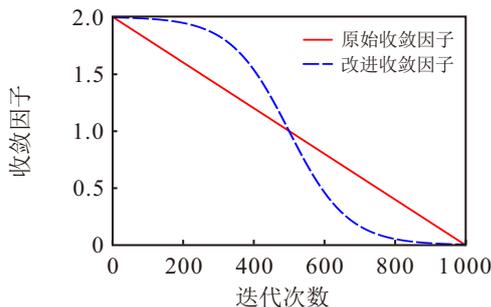


图1 收敛因子曲线图

代后期产生较大波动. 为使算法在迭代后期逐步收缩螺旋范围, 引导个体在最优解邻域内精细搜索, 提高收敛精度, 本文设计自适应螺旋系数为

$$l = 2r_3 \left(1 - \left(\frac{t}{T_{\max}}\right)^2\right) - 1, \quad (7)$$

其中 r_3 为 $[0,1]$ 区间内的随机数.

4) 双分布扰动自适应差分变异策略.

WOA 在解决复杂或高维度优化问题时收敛速度较慢, 需要多次迭代才能找到较好的解. 针对上述问题, 采用双分布扰动自适应差分变异策略对算法进行改进. 差分进化算法^[21]是一种基于种群的全局优化算法, 具有全局搜索能力强、收敛速度快和鲁棒性强等优点. 利用动态扰动系数 c 、柯西变异^[22]和 Levy 飞行^[23]构造缩放系数对每一个种群个体生成两个候选解, 并结合正向贪婪策略选择出最优个体, 以加快算法的收敛速度.

双分布扰动自适应差分变异策略数学表达式为

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_{i,t+1} = & \mathbf{X}_{\text{best}} + r_4 \cdot c \cdot C(0, 1) \cdot (\mathbf{X}_{r_1,t} - \mathbf{X}_{r_2,t}) + \\ & (1 - r_4) \cdot c \cdot C(0, 1) \cdot (\mathbf{X}_{r_3,t} - \mathbf{X}_{i,t}). \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_{i,t+1} = & \mathbf{X}_{\text{best}} + r_5 \cdot c \cdot \text{Levy} \cdot (\mathbf{X}_{\text{best}} - \mathbf{X}_{i,t}) + \\ & (1 - r_5) \cdot c \cdot \text{Levy} \cdot (\mathbf{X}_{\text{best}} - \mathbf{X}_{\text{worst}}). \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{i,t+1} = & \begin{cases} \arg \min \{f(\mathbf{Y}_{i,t+1}), f(\mathbf{Z}_{i,t+1})\}, \\ \min \{f(\mathbf{Y}_{i,t+1}), f(\mathbf{Z}_{i,t+1})\} < f(\mathbf{X}_{i,t}); \\ \mathbf{X}_{i,t}, \min \{f(\mathbf{Y}_{i,t+1}), f(\mathbf{Z}_{i,t+1})\} \geq f(\mathbf{X}_{i,t}). \end{cases} \end{aligned} \quad (10)$$

$$c = R_{i,t} \cdot (1 + 0.4 \cdot \cos(\theta)) / (R_{\max} + \varepsilon). \quad (11)$$

$$\theta = (\sqrt{5} - 1) \cdot t \cdot \pi / 2. \quad (12)$$

$$R_{i,t} = \|\mathbf{X}_{\text{best}} - \mathbf{X}_{i,t}\|. \quad (13)$$

其中: $R_{i,t}$ 为当前个体与最优解间的欧氏距离; R_{\max} 为种群个体与最优解距离的最大值; c 为动态扰动系数; θ 为动态扰动角度; ε 为一个非常小的常数, 用于避免除零错误; $\mathbf{X}_{\text{worst}}$ 为当前种群中的最差解; $\mathbf{X}_{r_1,t}$ 、 $\mathbf{X}_{r_2,t}$ 和 $\mathbf{X}_{r_3,t}$ 均为不同于 $\mathbf{X}_{i,t}$ 且互不相同的个体; $C(0, 1)$ 表示柯西变异; Levy 表示 Levy 飞行; $f(\mathbf{X})$ 为个体 \mathbf{X} 的适应度值; r_4 、 r_5 均为 $[0,1]$ 区间内的随机数.

5) 思维创新策略.

针对 WOA 算法后期容易早熟收敛的问题, 引入思维创新策略 (thinking innovation strategy, TIS)^[24], 通过识别成功个体、整合多层次知识与创造性思维、动态平衡探索与开发过程, 识别并打破算法在搜索

后期陷入的思维定式,有效避免局部最优. TIS 受人类创造性思维启发,构建基于信息事件 (IE)、深度知识 (DOK) 和想象力 (IM) 的思维创新模型,有

$$\mathbf{X}_{i,t+1} = \tan(\text{IM} - 0.5\pi) + (\mathbf{X}_{i,t}/\text{DOK} + \text{IE}), \quad (14)$$

$$\text{IM} = r_6 \cdot \text{IE} \cdot \pi, \quad (15)$$

$$\text{DOK} = c + (t/T_{\max})^{0.5} + t^{10}. \quad (16)$$

其中: $c = 0.5$, r_6 为 $[0,1]$ 区间内的随机数.

2.2 改进鲸鱼优化算法框架和时间复杂度分析

改进鲸鱼优化算法流程如图 2 所示. 时间复杂度是评估算法性能和效率的重要指标, 原始 WOA 算法的时间复杂度主要由种群初始化、适应度计算和解的更新 3 部分构成. 对于种群规模为 N 、问题维度为 D 、最大迭代次数为 T 的优化问题, WOA 算法的时间复杂度为 $O(N \times D \times T)$. 对于改进的 MSWOA 算法而言, 采用 Sine-Cubic 混合混沌映射进行种群初始化的复杂度为 $O(N \times D)$. 在每一次

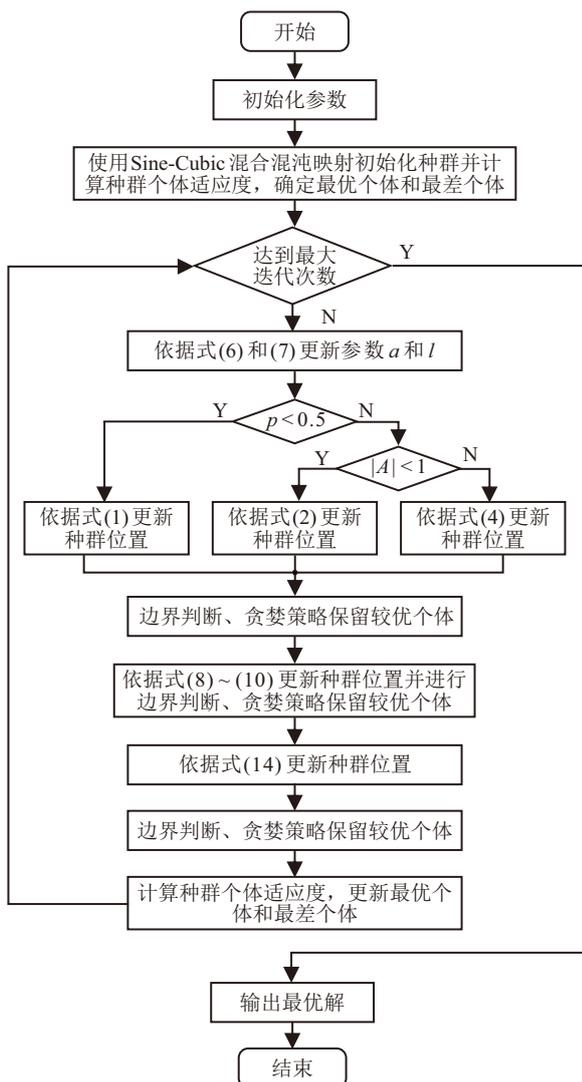


图2 MSWOA 流程

迭代中, 算法依次执行 WOA 基本更新、双分布扰动自适应差分变异和思维创新策略 3 个主要部分, 每个部分单次执行的复杂度均为 $O(N \times D)$. 由于主循环最多执行 T 次迭代, MSWOA 算法的总时间复杂度为 $O(N \times D \times T)$. 虽然 MSWOA 与原始 WOA 具有相同的时间复杂度阶数, 但由于集成了多种改进策略, 导致实际计算量增加, 执行时间通常更长, 但这些额外的计算代价换取了算法性能的显著提升.

3 基准函数实验和分析

为验证 MSWOA 性能, 选取 CEC2017 测试集^[25] 29 个函数进行测试, 分为单峰函数 (F1、F3)、简单多峰函数 (F4 ~ F10)、混合函数 (F11 ~ F20) 和组合函数 (F21 ~ F30) 四大类. 对 CEC2017 测试集中的 29 个基准函数进行 100 维数值实验. 测试期间, 每个算法种群大小为 50, 最大迭代次数设置为 1000, 每个测试函数分别进行 30 次独立优化搜索测试. 算法均在 Matlab R2024b 环境上运行, 使用 CPU 为 AMD Ryzen 9 8940HX with Radeon Graphics, 主频为 2.3 GHz, 操作系统为 64 位, RAM 为 32 G.

3.1 MSWOA 策略有效性分析

策略有效性分析是在原始 WOA、MSWOA 及 5 种单策略改进 WOA 之间进行, 包含仅使用 Sine-Cubic 混合混沌映射改进的 SCWOA、仅使用非线性收敛因子改进的 NCFWOA、仅使用自适应螺旋系数改进的 ASCWOA、仅使用双分布扰动自适应差分变异策略改进的 DDMWOA 和仅使用思维创新策略改进的 TISWOA.

图 3 展示了 MSWOA 与其他算法的雷达图对比结果. 雷达图可直观呈现算法在不同测试函数上的综合排名, 图形包围面积越小, 代表算法整体排名越高. 同时, 也可以直观地看出算法在具体函数上的

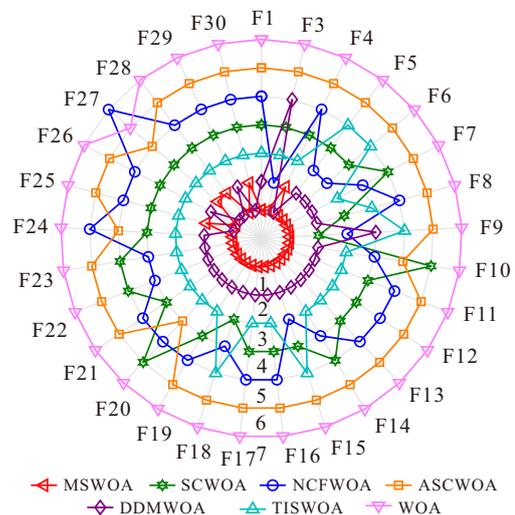


图3 MSWOA 策略有效性分析雷达图

排名. 从图 3 中可以看出, MSWOA 所围面积均最小, 在绝大多数函数中排名均为第 1, 优于其他算法, 使用单策略改进的各算法在绝大多数函数中也优于原始的 WOA, 充分验证了各改进策略的有效性.

3.2 MSWOA 与其他算法的对比分析

将 MSWOA 算法与其他 7 种算法进行比较, 包括鲸鱼优化算法 WOA、基于准对立混沌机制的 OBCWOA、基于和声搜索二次优化的 HS-WOA、徒

表1 MSWOA 与其他 7 种算法在 CEC2017 测试集 100 维下部分函数的实验结果

Function	Index	MSWOA	HS-WOA	OBCWOA	WOA	BKA	COA	HOA	PSO
F1	Best	<u>1.81e+02</u>	3.03e+09	7.50e+10	1.77e+11	5.32e+10	2.34e+11	1.92e+11	1.55e+11
	Avg	6.45e+03	6.09e+09	1.06e+11	2.13e+11	8.30e+10	2.66e+11	2.17e+11	1.81e+11
F4	Best	<u>6.21e+02</u>	1.50e+03	1.70e+04	3.73e+04	4.16e+03	7.81e+04	4.46e+04	1.81e+04
	Avg	7.45e+02	2.19e+03	2.64e+04	6.55e+04	8.74e+03	1.06e+05	6.23e+04	2.66e+04
F6	Best	<u>6.34e+02</u>	6.77e+02	6.93e+02	6.99e+02	6.67e+02	6.98e+02	6.84e+02	6.88e+02
	Avg	6.45e+02	6.87e+02	7.01e+02	7.09e+02	6.73e+02	7.10e+02	6.93e+02	6.99e+02
F10	Best	<u>1.35e+04</u>	2.01e+04	2.29e+04	2.92e+04	1.43e+04	3.08e+04	2.60e+04	3.08e+04
	Avg	1.58e+04	2.35e+04	2.78e+04	3.12e+04	1.78e+04	3.24e+04	2.84e+04	3.23e+04
F12	Best	<u>1.92e+07</u>	6.26e+08	2.09e+10	8.38e+10	8.57e+08	1.58e+11	9.29e+10	4.78e+10
	Avg	7.68e+07	1.40e+09	3.45e+10	1.14e+11	1.26e+10	1.97e+11	1.28e+11	6.27e+10
F13	Best	<u>4.19e+03</u>	3.56e+06	1.95e+09	1.01e+10	1.33e+07	3.24e+10	2.07e+10	6.34e+09
	Avg	1.01e+04	1.35e+07	3.96e+09	2.38e+10	9.14e+08	4.62e+10	2.75e+10	1.05e+10
F23	Best	<u>3.33e+03</u>	4.07e+03	5.41e+03	5.56e+03	4.51e+03	5.83e+03	5.91e+03	4.62e+03
	Avg	3.52e+03	4.45e+03	5.93e+03	6.03e+03	4.88e+03	6.57e+03	6.99e+03	4.96e+03
F28	Best	<u>3.42e+03</u>	4.45e+03	1.23e+04	2.01e+04	6.22e+03	2.66e+04	2.52e+04	1.69e+04
	Avg	3.55e+03	4.96e+03	1.47e+04	2.45e+04	1.10e+04	2.99e+04	2.96e+04	2.06e+04
F30	Best	<u>3.90e+05</u>	1.51e+08	1.30e+09	1.02e+10	3.30e+07	2.62e+10	1.25e+10	6.78e+09
	Avg	1.74e+06	3.50e+08	3.06e+09	1.87e+10	5.25e+08	3.84e+10	2.29e+10	9.23e+09

表2 MSWOA 与其他 7 种算法在 CEC2017 测试集 100 维下 F1 ~ F30 秩和检验结果

Function	HS-WOA	OBCWOA	WOA	BKA	COA	HOA	PSO
F1	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11
F3	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	1.77e-03	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11
F4	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11
F5	3.08e-08	3.02e-11	3.02e-11	3.26e-01	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11
F6	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11
F7	3.57e-06	3.34e-11	3.02e-11	1.07e-09	3.02e-11	4.50e-11	3.02e-11
F8	4.20e-10	3.02e-11	3.02e-11	8.35e-08	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11
F9	1.09e-10	3.34e-11	3.02e-11	6.73e-01	3.02e-11	3.34e-11	3.02e-11
F10	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	1.07e-07	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11
F11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11
F12	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11
F13	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11
F14	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.18e-04	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11
F15	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11
F16	6.07e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.35e-08	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11
F17	2.28e-05	3.02e-11	3.02e-11	6.53e-07	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11
F18	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	2.07e-02	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11
F19	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11
F20	1.43e-05	6.01e-08	3.02e-11	2.40e-01	3.02e-11	1.69e-09	3.02e-11
F21	1.61e-10	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11
F22	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	1.43e-08	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11
F23	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11
F24	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11
F25	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11
F26	3.69e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	4.98e-11
F27	3.02e-11	7.73e-02	3.02e-11	3.16e-10	3.02e-11	3.02e-11	3.47e-10
F28	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11
F29	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	5.49e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11
F30	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11
+/-/=	29/0/0	28/0/1	29/0/0	26/0/3	29/0/0	29/0/0	29/0/0

步旅行优化算法 (HOA)^[26]、黑翅鸢优化算法 (BKA)^[27]、长鼻浣熊优化算法 (COA)^[28] 以及粒子群算法 PSO. 并对平均值、最优值进行评估, 平均值最优结果以粗体表示, 最优值最优结果以下划线表示.

表 1 列出了 MSWOA 算法与其他 7 种算法在 CEC2017 测试集 100 维下部分函数的实验结果. “Best” 表示 30 次优化搜索结果的最优值, “Avg” 表示平均值. 由结果分析可知, MSWOA 在这些函数求解所得的最优值和平均值均优于其他对比算法, 展现出 MSWOA 在面对高维问题时优秀的收敛性能.

采用非参数 Wilcoxon 秩和检验^[29] 进行显著性分析, 结果如表 2 所示. 显著性水平 $p=0.05, p < 0.05$ 表示 MSWOA 与其他算法有显著差异, 由于绝大多数 p 值均小于 0.05, 表中对 $p \geq 0.05$ 的值进行加粗显示. 符号 “+/-” 用于表示显著差异的数量, 其中 “+” 和 “-” 分别表示比较算法的性能优于或劣于 MSWOA. 对表 2 结果分析可得, MSWOA 在 29 个测试函数有 98.03% 的数据存在明显差异, 其 p 值小于 0.05, 仅在 F5、F9 及 F20 函数上与 BKA 无显著性差异, 与 OBCWOA 在 F27 函数上无显著性差异.

图 4 和图 5 分别展示了 8 种算法在 CEC2017 测试集 100 维的部分平均收敛曲线和箱线图. 由平均收敛曲线可见, 随着迭代进行, 各对比算法表现出

不同程度的局限性, 反观 MSWOA 的收敛速度和收敛精度均是最优的, 进一步验证了 MSWOA 的优越性能. 由箱线图可见, 相比于其他算法, MSWOA 的箱体大多短而低, 出现的异常值较少, 结果准确性更高, 体现了 MSWOA 出色的鲁棒性.

4 多无人机协同路径规划

4.1 地形模型

本文参考文献 [30] 中的地形模型进行多无人机协同路径规划仿真实验, 包含基础地形模型和障碍地形模型. 基础地形模型的数学模型为

$$Z_1(x, y) = \sin(y + a) + b \cdot \sin(x) + c \cdot \cos(d \cdot \sqrt{y^2 + x^2}) + e \cdot \cos(y) + f \cdot \sin(f \cdot \sqrt{y^2 + x^2}) + g \cdot \cos(y). \quad (17)$$

其中: (x, y) 为投影到水平面某点的坐标; a, b, c, d, e, f, g 为常量, 用于模拟不同的地形表面, 取 $a=3\pi, b=0.1, c=0.9, d=0.5, e=0.5, f=0.5, g=0.3$. 基础地形模型模拟地形的高度起伏, 障碍地形模型模拟各种形状的障碍威胁, 后者的数学模型为

$$Z_2(x, y) = \sum_{n=1}^{N_{\text{obs}}} H_n \cdot \exp \left[- \left(\frac{x - x_{c,n}}{x_{s,n}} \right)^2 - \left(\frac{y - y_{c,n}}{y_{s,n}} \right)^2 \right]. \quad (18)$$

其中: N_{obs} 为障碍物的数量, H_n 为第 n 个障碍物的高

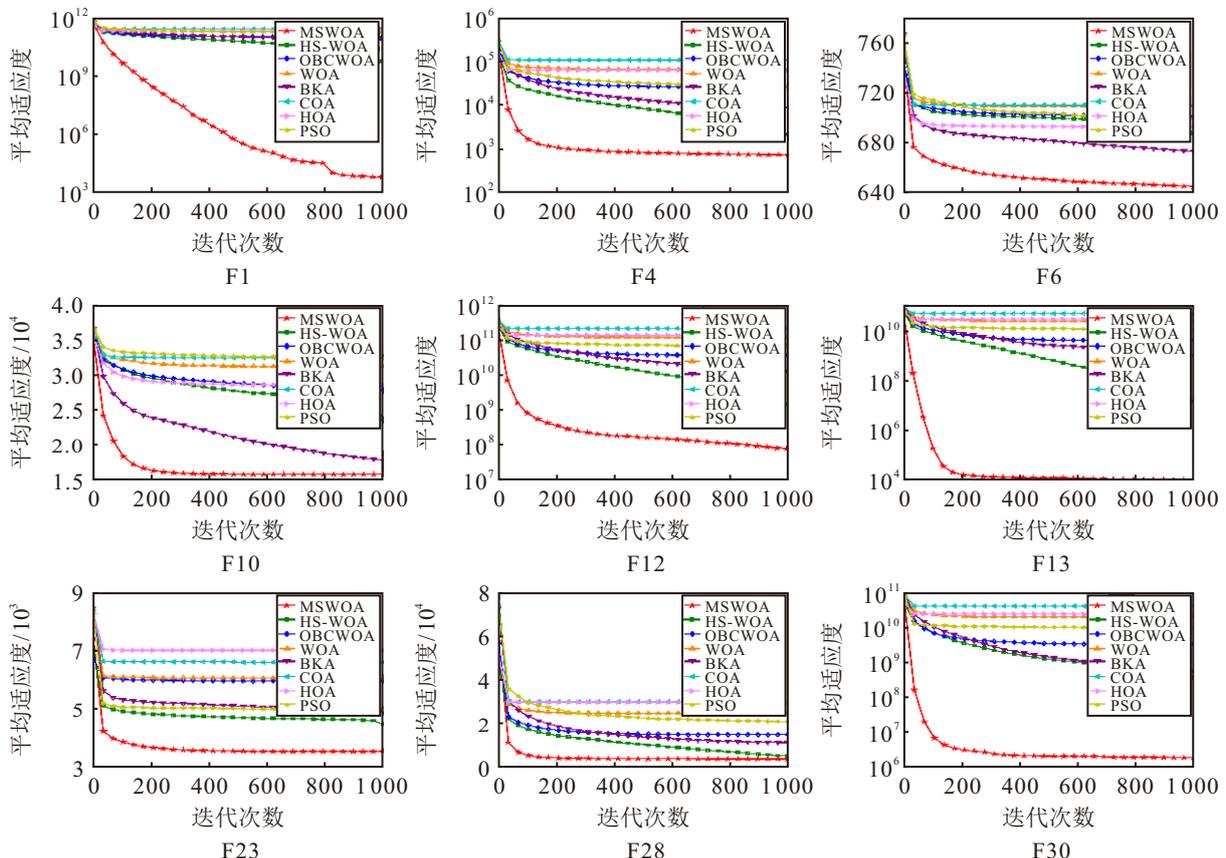


图4 MSWOA 与其他 7 种算法在 CEC2017 测试集 100 维的部分平均收敛曲线

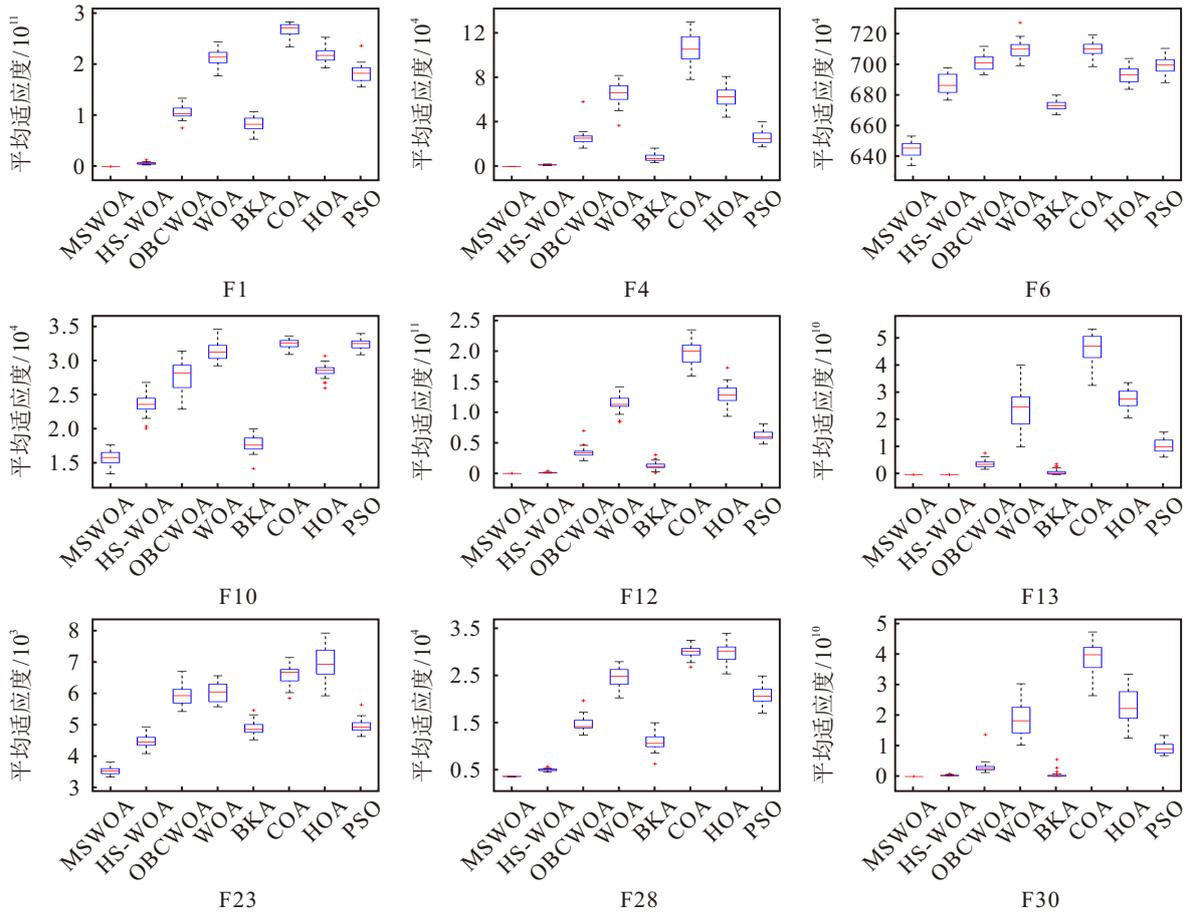


图5 MSWOA 与其他 7 种算法在 CEC2017 测试集 100 维的部分箱线图

程, $(x_{c,n}, y_{c,n})$ 为第 n 个障碍物中心点的坐标, $x_{s,n}$ 、 $y_{s,n}$ 分别为第 n 个障碍物沿 x 轴、 y 轴的斜率. 因此, 整个复杂地形模型的数学模型为

$$Z(x, y) = Z_1(x, y) + Z_2(x, y). \quad (19)$$

4.2 成本函数

多无人机协同路径规划为 m 架无人机满足任务需求设计高效飞行路径, 同时必须避开威胁区域避免碰撞, 并考虑无人机飞行路径长度和平滑度, 还需考虑无人机之间的安全距离约束和协同时间约束.

1) 路径长度成本.

无人机飞行路径由一系列航迹点组成, 设无人机 i 的第 j 航迹点坐标为 $P_{i,j} = (x_{ij}, y_{ij}, z_{ij})$, 两点间欧几里得距离为 $\|\overrightarrow{P_{i,j}P_{i,j+1}}\|$, X_i 表示无人机 i 飞行需要通过的 n 个航迹点的集合, 路径长度成本 F_1 为

$$F_1(X_i) = \sum_{j=1}^{n-1} \|\overrightarrow{P_{i,j}P_{i,j+1}}\|. \quad (20)$$

2) 威胁成本.

路径规划需要引导无人机避开飞行过程遇到的威胁障碍物, 以保障作业路径的安全性. 假设每个威胁障碍物为一个圆柱体, 设 K 为所有障碍物集合, 障碍物中心坐标为 C_k , 半径为 R_k , 如图 6 所示.

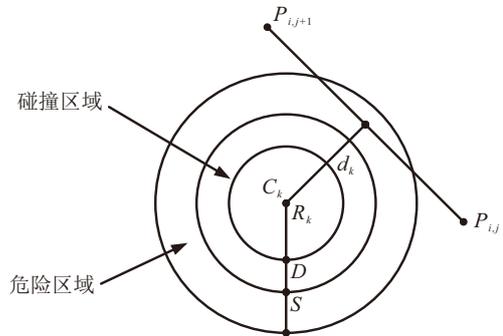


图6 威胁障碍物示意图

对于给定的路径段 $\overrightarrow{P_{i,j}P_{i,j+1}}$, 威胁成本与到障碍物中心坐标 C_k 的距离 d_k 成正比. 若无人机的直径为 D , S 为威胁区域到碰撞区域的距离, 则无人机的威胁成本 F_2 为

$$F_2(X_i) = \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{k=1}^K T_k(\overrightarrow{P_{i,j}P_{i,j+1}}). \quad (21)$$

$$T_k(\overrightarrow{P_{i,j}P_{i,j+1}}) = \begin{cases} 0, & d_k > S + D + R_k; \\ (S + D + R_k) - d_k, & D + R_k < d_k \leq S + D + R_k; \\ Q_1, & d_k \leq S + D + R_k. \end{cases}$$

其中 Q_1 为固定惩罚代价, 本文取 $Q_1 = 1000$.

3) 地形威胁成本.

无人机飞行过程中需避免因地形高度起伏带来的潜在风险, 确保无人机飞行路径与地形表面保持安全距离, 避免碰撞或因高度过低导致的飞行危险. 无人机的地形威胁成本 F_3 为

$$F_3(X_i) = \sum_j^n J_j(P_{i,j}). \quad (22)$$

$$J_j(P_{i,j}) = \begin{cases} Q_2, & z_{ij} < Z(x_{ij}, y_{ij}); \\ 0, & z_{ij} \geq Z(x_{ij}, y_{ij}). \end{cases} \quad (23)$$

其中: $J_j(P_{i,j})$ 为惩罚因子; Q_2 为固定惩罚代价, 本文取 $Q_2 = 1\ 000$.

4) 路径平滑成本.

无人机的路径平滑成本包含转向角和俯仰角两部分, 如图7所示. 转向角为水平面 Oxy 投影的两个连续路径段 $\overrightarrow{P'_{i,j}P'_{i,j+1}}$ 与 $\overrightarrow{P'_{i,j+1}P'_{i,j+2}}$ 间的夹角, 有

$$\phi_{i,j} = \arctan \left(\frac{\|\overrightarrow{P'_{i,j}P'_{i,j+1}} \times \overrightarrow{P'_{i,j+1}P'_{i,j+2}}\|}{\overrightarrow{P'_{i,j}P'_{i,j+1}} \cdot \overrightarrow{P'_{i,j+1}P'_{i,j+2}}} \right). \quad (24)$$

俯仰角为 $\overrightarrow{P_{i,j+1}P_{i,j+2}}$ 与其投影 $\overrightarrow{P'_{i,j}P'_{i,j+2}}$ 在水平面上的夹角

$$\psi_{i,j} = \arctan \left(\frac{z_{i,j+1} - z_{i,j}}{\|\overrightarrow{P'_{i,j}P'_{i,j+1}}\|} \right). \quad (25)$$

则无人机的路径平滑成本 F_4 为

$$F_4(X_i) = a_1 \sum_{j=1}^{n-2} \phi_{i,j} + a_2 \sum_{j=1}^{n-1} |\psi_{i,j} - \psi_{i,j-1}|, \quad (26)$$

其中 a_1 和 a_2 分别为转向角和俯仰角的惩罚系数.

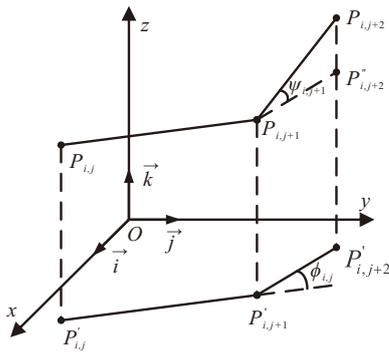


图7 转向角和俯仰角

5) 协同约束.

多无人机之间的协同约束旨在确保无人机执行任务过程中既能避免相互碰撞, 又能在时间上保持协同, 以高效完成任务. 设无人机 i 与无人机 k 间的安全距离为 D_{safe} , 无人机之间的安全距离成本 F_5 为

$$F_5(X_i) = \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{k=i+1}^m \sum_{j=1}^n S_{i,k,j}. \quad (27)$$

$$S_{i,k,j} = \begin{cases} Q_3, & \|\overrightarrow{P_{i,j}P_{j,k}}\| < D_{\text{safe}}; \\ 0, & \|\overrightarrow{P_{i,j}P_{j,k}}\| \geq D_{\text{safe}}. \end{cases} \quad (28)$$

其中: $S_{i,k,j}$ 为惩罚因子; Q_3 为固定惩罚代价, 本文取 $Q_3 = 1\ 000$.

为保证多架无人机能够在任务要求的时间范围内协同到达目标位置, 需对各无人机的飞行时间进行约束. 设第 i 架无人机飞行速度为 v_i , 任务要求的时间区间为 $[T_{\min}, T_{\max}]$, 则时间协同约束成本 F_6 为

$$F_6(X_i) = \sum_{i=1}^m T_i. \quad (29)$$

$$T_i = \begin{cases} Q_4, & t_i \notin [T_{\min}, T_{\max}]; \\ 0, & t_i \in [T_{\min}, T_{\max}]. \end{cases}$$

$$t_i = \left(\sum_{j=1}^{n-1} \|\overrightarrow{P_{i,j}P_{i,j+1}}\| \right) / v_i. \quad (30)$$

其中: T_i 为惩罚因子; Q_4 为固定惩罚代价, 本文取 $Q_4 = 1\ 000$.

6) 总成本.

采用线性加权和法将多维度的目标函数转化为单目标优化问题进行求解, 多无人机协同路径规划的总成本为

$$F(X_i) = \sum_{k=1}^6 b_k F_k(X_i), \quad (31)$$

其中 b_k 为第 k 个成本函数的权重系数.

4.3 仿真验证及分析

构建三维仿真地图环境, 开展多无人机协同路

表3 无人机路径规划实验参数

参数设置	值
种群大小	$N = 50$
最大迭代次数	$T_{\max} = 300$
航迹点数量	$n = 30$
UAV1 起点坐标	(100, 100, 20)
UAV2 起点坐标	(200, 500, 25)
UAV3 起点坐标	(450, 300, 30)
UAV1 目标点坐标	(3700, 2900, 60)
UAV2 目标点坐标	(3700, 2800, 65)
UAV3 目标点坐标	(3950, 2600, 60)

表4 威胁障碍物位置信息

No.	X	Y	R	H
1	2000	400	250	80
2	2400	1800	250	70
3	3200	2400	250	80
4	1000	600	250	80
5	2700	1200	250	80
6	2300	2600	300	80
7	3300	700	300	70
8	1200	2300	300	70

径规划实验. 设置无人机的速度为 5 ~ 20 m/s, 无人机之间的最小安全距离为 5 m, 权重系数 $b_1 = 0.1$, $b_2 = b_4 = 0.15$, $b_3 = b_5 = b_6 = 0.2$. 路径规划实验参数如

表5 8种算法的规划结果

算法	最优值	平均值	最差值	标准差
MSWOA	1396.36	1510.49	1648.68	101.23
HS-WOA	1471.46	1941.07	2897.32	404.61
OBCWOA	1793.94	2703.55	3701.26	569.39
BKA	1803.67	1979.95	2358.19	157.24
WOA	2678.90	3721.41	4965.87	855.14
COA	2058.48	2682.75	3813.91	573.04
HOA	1502.06	2830.84	4222.74	803.81
PSO	1806.18	2365.98	3875.18	608.49

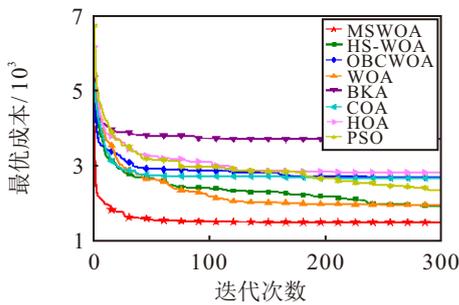
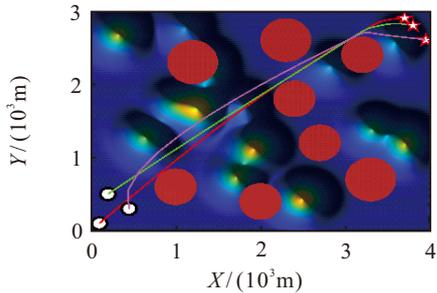
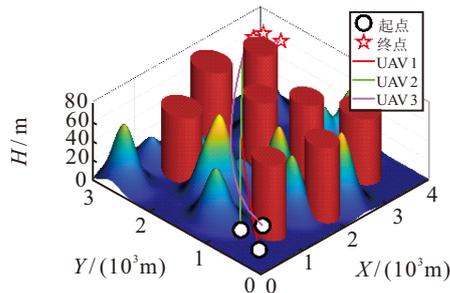


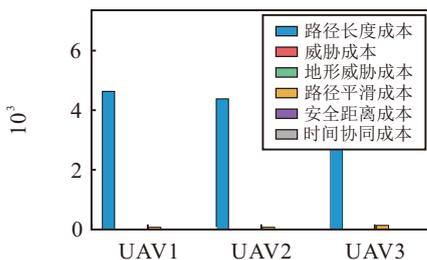
图8 8种算法的收敛曲线



(a) MSWOA路径俯视图



(b) MSWOA路径3D图



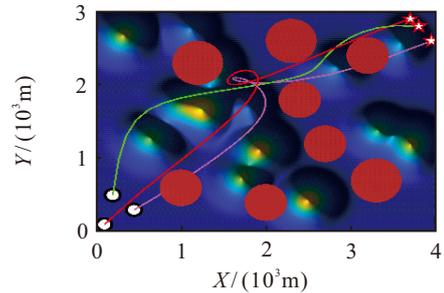
(c) MSWOA各无人机成本构成

图9 MSWOA的路径规划结果

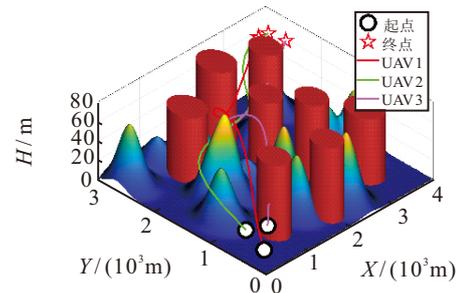
表3所示, 地图环境中的障碍物位置信息如表4所示. 其中: X 和 Y 为障碍物平面坐标, R 为障碍物半径, H 为障碍物高度. 为排除随机因素的影响, 各算法均独立运行10次, 表5统计了10次路径规划结果的最优值、平均值、最差值和标准差. 由表5可以看出, 相比其他算法, MSWOA的最优值、平均值及标准差均是最优的, 其结果波动较小, 展现出较强的全局寻优能力与稳定性, 能够在复杂的地形环境下找到更优的路径规划方案, 为无人机的高效飞行提供保障. MSWOA相较于原始WOA的最优成本提升47.88%, 寻优精度得到大幅提升.

图8为8种算法收敛曲线, 图9和图10分别为MSWOA和WOA的路径规划实验结果. 由图8可见, WOA在前中期找到最优方案后容易陷入局部最优之中, 但MSWOA增强了跳出局部最优解的能力, 平衡了全局探索与局部开发之间的关系, 能够快速找到最优解, 并且MSWOA的收敛速度和收敛精度均优于其他算法.

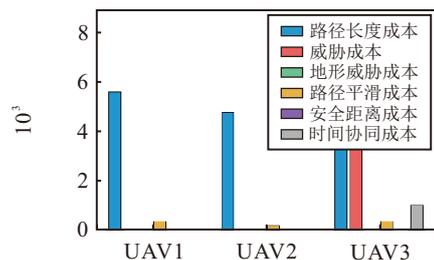
由图9和图10可见, MSWOA规划的3架无人机沿各自路径飞行时, 能够有效避开地形碰撞和障



(a) WOA路径俯视图



(b) WOA路径3D图



(c) WOA各无人机成本构成

图10 WOA的路径规划结果

碍物碰撞,不与其他无人机发生碰撞,且路径平滑度较高,WOA 规划路径会与威胁障碍物相撞,图 10(c)直观展现出 WOA 规划结果有较大的威胁成本。

5 结论

本文针对传统算法在复杂环境下多无人机协同路径规划问题搜索效率低的缺陷,提出了多策略改进鲸鱼优化算法 (MSWOA)。结论如下:

1) 在算法设计上融合多种优化策略以提升寻优性能,采用 Sine-Cubic 混合混沌映射初始化种群,引入非线性收敛因子平衡全局探索与局部开发的强度,引入自适应螺旋系数提高后期收敛精度,引入双分布扰动自适应差分变异策略,通过动态扰动系数 c 与柯西变异、Levy 飞行构造动态缩放因子,加快收敛速度,融入思维创新策略,进一步平衡探索与开发并提升跳出局部最优能力。

2) 在 CEC2017 测试集上进行算法寻优对比实验及 Wilcoxon 秩和检验,实验结果显示,MSWOA 在收敛速度、收敛精度和稳定性上均优于其余 7 种对比算法。

3) 构建了一个综合考虑路径长度、地形避障、威胁规避、路径平滑度以及多机间的安全距离与时间协同等多维约束的多无人机协同路径规划模型,通过线性加权法将复杂的多目标优化问题转化为单目标优化问题进行求解。仿真实验结果显示,MSWOA 相较于原始 WOA 的最优成本提升了 47.88%,在与其他改进的鲸鱼优化算法的对比中,也展现出了更好的寻优性能。

虽然改进的 MSWOA 具有更优越的性能,但未能进行实机飞行对比实验,而是侧重于通过多维约束的仿真环境验证算法的可行性。在后续的研究工作中,将致力于完善实际无人机平台并开展飞行实验对比,并进一步优化 MSWOA 寻优策略,提升算法在快速变化条件下的响应速度和适应能力。

参考文献 (References)

[1] 赵得霖, 寿莹鑫, 陈蓓, 等. 面向多目标侦察的多无人机分层任务规划方法[J]. *控制与决策*, 2025, 40(11): 3229-3238.
(Zhao D L, Shou Y X, Chen B, et al. Multi-UAVs hierarchical mission planning method for multi-target reconnaissance[J]. *Control and Decision*, 2025, 40(11): 3229-3238.)

[2] Hong F Y, Wu G H, Wang Y L, et al. Multi-objective multi-drone collaborative routing problem with heterogeneous delivery and pickup service[J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2025, 26(5): 6084-6100.

[3] Yu B G, Fan S R, Cui W J, et al. A Multi-UAV cooperative mission planning method based on SA-WOA algorithm for three-dimensional space atmospheric environment detection[J]. *Robotica*, 2024, 42(7): 2243-2280.

[4] Ding J, Zhou Y X, Huang X, et al. An improved RRT* algorithm for robot path planning based on path expansion heuristic sampling[J]. *Journal of Computational Science*, 2023, 67: 101937.

[5] 鲜斌, 宋宁. 基于模型预测控制与改进人工势场法的多无人机路径规划[J]. *控制与决策*, 2024, 39(7): 2133-2141.
(Xian B, Song N. A multiple UAVs path planning method based on model predictive control and improved artificial potential field[J]. *Control and Decision*, 2024, 39(7): 2133-2141.)

[6] 武晓雯, 郭孟营, 胡阿建, 等. 基于改进遗传粒子群算法的无人机路径规划[J]. *仪器仪表学报*, 2025, 46(4): 315-325.
(Wu X W, Guo M Y, Hu A J, et al. Path planning for UAV based on improved hybrid genetic particle swarm algorithm[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2025, 46(4): 315-325.)

[7] Meng X L, Zhu X J, Zhao J. Obstacle avoidance path planning using the elite ant colony algorithm for parameter optimization of unmanned aerial vehicles[J]. *Arabian Journal for Science and Engineering*, 2023, 48(2): 2261-2275.

[8] 朱喜明, 倪恒欣, 赵建鹏. 基于改进灰狼算法的移动机器人三维路径规划[J]. *科学技术与工程*, 2025, 25(3): 1125-1132.
(Zhu X M, Ni H X, Zhao J P. 3D path planning for mobile robots based on improved grey wolf algorithm[J]. *Science Technology and Engineering*, 2025, 25(3): 1125-1132.)

[9] Li G X, Liu C, Wu L, et al. A mixing algorithm of ACO and ABC for solving path planning of mobile robot[J]. *Applied Soft Computing*, 2023, 148: 110868.

[10] Mirjalili S, Lewis A. The whale optimization algorithm[J]. *Advances in Engineering Software*, 2016, 95(C): 51-67.

[11] Got A, Moussaoui A, Zouache D. Hybrid filter-wrapper feature selection using whale optimization algorithm: A multi-objective approach[J]. *Expert Systems with Applications*, 2021, 183: 115312.

[12] 蔡赛男, 宋卫星, 班利明, 等. 基于鲸鱼算法优化 LSSVM 的滚动轴承故障诊断[J]. *控制与决策*, 2022, 37(1): 230-236.
(Cai S N, Song W X, Ban L M, et al. Fault diagnosis method of rolling bearing based on LSSVM optimized by whale optimization algorithm[J]. *Control and Decision*, 2022, 37(1): 230-236.)

[13] Yan Z P, Zhang J Z, Yang Z W, et al. Kapur's entropy for underwater multilevel thresholding image segmentation based on whale optimization algorithm[J]. *IEEE Access*, 2021, 9: 41294-41319.

- [14] Chen H, Li W D, Yang X. A whale optimization algorithm with chaos mechanism based on quasi-opposition for global optimization problems[J]. *Expert Systems with Applications*, 2020, 158: 113612.
- [15] 蔡雨岑, 杜鹏桢. 基于平衡鲸鱼优化算法的无人车路径规划[J]. *控制与决策*, 2021, 36(11): 2647-2655.
(Cai Y C, Du P Z. Path planning of unmanned ground vehicle based on balanced whale optimization algorithm[J]. *Control and Decision*, 2021, 36(11): 2647-2655.)
- [16] 刘景森, 郑智远, 李煜. 一种交互演化改进鲸鱼算法及其收敛性分析[J]. *控制与决策*, 2023, 38(1): 75-83.
(Liu J S, Zheng Z Y, Li Y. An interactive evolutionary improved whale algorithm and its convergence analysis[J]. *Control and Decision*, 2023, 38(1): 75-83.)
- [17] 王万良, 董建杭, 王铮, 等. 基于多目标文化鲸鱼算法的水库防洪调度[J]. *计算机集成制造系统*, 2022, 28(11): 3494-3509.
(Wang W L, Dong J H, Wang Z, et al. Multi-objective culture whale optimization algorithm for reservoir flood control operation[J]. *Computer Integrated Manufacturing Systems*, 2022, 28(11): 3494-3509.)
- [18] 王延峰, 廖荣航, 梁恩豪, 等. 基于围攻机制的改进鲸鱼优化算法[J]. *控制与决策*, 2023, 38(10): 2773-2782.
(Wang Y F, Liao R H, Liang E H, et al. Improved whale optimization algorithm based on siege mechanism[J]. *Control and Decision*, 2023, 38(10): 2773-2782.)
- [19] 刘磊, 姜博文, 周恒扬, 等. 融合改进 Sine 混沌映射的新型粒子群优化算法[J]. *西安交通大学学报*, 2023, 57(8): 182-193.
(Liu L, Jiang B W, Zhou H Y, et al. A novel particle swarm optimization algorithm incorporating improved sine chaos mapping[J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2023, 57(8): 182-193.)
- [20] Xie Y X, Sun Z, Yuan K, et al. 3D UAV route optimization in complex environments using an enhanced artificial lemming algorithm[J]. *Symmetry*, 2025, 17(6): 946.
- [21] 周新宇, 蒋金峰, 高卫峰, 等. 动态精英学习的约束差分进化算法[J]. *模式识别与人工智能*, 2025, 38(9): 820-836.
(Zhou X Y, Jiang J F, Gao W F, et al. Constrained differential evolution algorithm with dynamic elite learning[J]. *Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, 2025, 38(9): 820-836.)
- [22] 王文涛, 叶晨, 田军. 基于多策略改进人工兔优化算法的三维无人机路径规划方法[J]. *电子学报*, 2024, 52(11): 3780-3797.
(Wang W T, Ye C, Tian J. A 3D UAV path planning method based on multi-strategy improved artificial rabbit optimization algorithm[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2024, 52(11): 3780-3797.)
- [23] 丁瑞成, 周玉成. 引入莱维飞行与动态权重的改进灰狼算法[J]. *计算机工程与应用*, 2022, 58(23): 74-82.
(Ding R C, Zhou Y C. Improved grey wolf optimization algorithm based on levy flight and dynamic weight strategy[J]. *Computer Engineering and Applications*, 2022, 58(23): 74-82.)
- [24] Jia H M, Zhou X L, Zhang J R. Thinking Innovation Strategy (TIS): A novel mechanism for metaheuristic algorithm design and evolutionary update[J]. *Applied Soft Computing*, 2025, 175: 113071.
- [25] Awad N H, Ali M Z, Liang J J, et al. Problem definitions and evaluation criteria for the CEC 2017 special session and competition on single objective real-parameter numerical optimization[R]. Singapore: Nanyang Technological University, 2016: 1-34.
- [26] Oladejo S O, Ekwe S O, Mirjalili S. The hiking optimization algorithm: A novel human-based metaheuristic approach[J]. *Knowledge-Based Systems*, 2024, 296: 111880.
- [27] Wang J, Wang W C, Hu X X, et al. Black-winged kite algorithm: A nature-inspired meta-heuristic for solving benchmark functions and engineering problems[J]. *Artificial Intelligence Review*, 2024, 57(4): 98.
- [28] Dehghani M, Montazeri Z, Trojovská E, et al. Coati Optimization Algorithm: A new bio-inspired metaheuristic algorithm for solving optimization problems[J]. *Knowledge-Based Systems*, 2023, 259: 110011.
- [29] Derrac J, García S, Molina D, et al. A practical tutorial on the use of nonparametric statistical tests as a methodology for comparing evolutionary and swarm intelligence algorithms[J]. *Swarm and Evolutionary Computation*, 2011, 1(1): 3-18.
- [30] Ma Y L, Zhang Z R, Yao M, et al. A self-adaptive improved slime mold algorithm for multi-UAV path planning[J]. *Drones*, 2025, 9(3): 219.

作者简介

高跃庭 (2002-), 男, 硕士生, 主要研究方向为飞行器路径规划, E-mail: yimu1225@163.com;

桂方志 (1992-), 男, 讲师, 博士, 主要研究方向为飞行器设计与路径规划、智能设计理论与方法, E-mail: guifangzhi@qq.com;

王欢 (1981-), 男, 副教授, 硕士, 主要研究方向为创新设计理论与方法, E-mail: 34515102@qq.com;

刘鹏程 (2003-), 男, 硕士生, 主要研究方向为飞行器路径规划, E-mail: 1350718385@qq.com.