

# 控制与决策

Control and Decision

## 基于分布式时空解耦MPC的无人机集群协同控制

常绪成, 王敬宇, 朱锋, 任高峰, 李康, 刘代军

引用本文:

常绪成, 王敬宇, 朱锋, 等. 基于分布式时空解耦MPC的无人机集群协同控制[J]. *控制与决策*, 2026, 41(6): 1540–1552.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2025.0979>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### 大规模固定翼无人机集群编队控制方法

[Formation control of large-scale fixed-wing unmanned aerial vehicle swarms](#)

控制与决策. 2021, 36(9): 2063–2073 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0076>

#### 多航天器系统分布式固定时间输出反馈姿态协同跟踪控制

Distributed fixed-time output feedback attitude coordination tracking control for multiple rigid spacecraft

控制与决策. 2021, 36(5): 1049–1058 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0968>

#### 面向多目标侦察任务的无人机航线规划

UAV trajectory planning for multi-target reconnaissance missions

控制与决策. 2021, 36(5): 1191–1198 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1284>

#### 分布式无人机的时变编队非线性控制设计

Time-varying formation nonlinear control of distributed multiple UAVs

控制与决策. 2021, 36(10): 2490–2496 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0136>

#### 基于领航-跟随的有人/无人机编队队形保持控制

Formation keeping control for manned/unmanned aerial vehicle formation based on leader-follower strategy

控制与决策. 2021, 36(10): 2435–2441 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0453>

# 基于分布式时空解耦 MPC 的无人机集群协同控制

常绪成<sup>1†</sup>, 王敬宇<sup>2</sup>, 朱 锋<sup>2</sup>, 任高峰<sup>1</sup>, 李 康<sup>2</sup>, 刘代军<sup>1</sup>

(1. 郑州航空工业管理学院 自动化学院, 郑州 450046;

2. 郑州航空工业管理学院 航空宇航学院, 郑州 450046)

**摘要:** 针对无人机集群协同控制中的高维非凸优化难题, 提出一种分布式时空解耦模型预测控制 (DSTMPC) 框架. 首先, 将复杂的时空轨迹优化问题解耦为空间几何规划和时间调度两个序贯而协同的子问题: 空间层采用基于迭代线性化和自适应信赖域 (ILAC) 的序贯凸化方法处理避障、避碰等非凸约束, 并融合控制障碍函数 (CBF) 确保实时安全; 时间层则将轨迹执行转化为高效凸优化问题, 通过分布式一致性协议实现集群同步. 然后, 基于开环解耦系统, 设计一种基于冲突状态观测器的时空协同反馈机制, 优化时间层至空间层的闭环优化回路. 仿真结果表明, 所提出框架在不同复杂度场景下均能够实现良好的控制性能: 编队误差稳态收敛至 0.37 m 以内, 障碍物最小间距保持在 0.2 m 以上, 验证了所提出方法的有效性和可扩展性, 为大规模集群的高效协同控制提供了一种可行方案.

**关键词:** 无人机集群; 分布式模型预测控制; 自适应信赖域; 时空解耦; 级联稳定性; 控制障碍函数

中图分类号: V279; V249 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2025.0979

引用格式: 常绪成, 王敬宇, 朱锋, 等. 基于分布式时空解耦 MPC 的无人机集群协同控制 [J]. 控制与决策, 2026, 41(6): 1540-1552.

## Distributed spatiotemporal decoupled MPC for cooperative control of UAV swarms

CHANG Xu-cheng<sup>1†</sup>, WANG Jing-yu<sup>2</sup>, ZHU Feng<sup>2</sup>, REN Gao-feng<sup>1</sup>, LI Kang<sup>2</sup>, LIU Dai-jun<sup>1</sup>

(1. School of Automation, Zhengzhou University of Aeronautics, Zhengzhou 450046, China; 2. School of Aerospace Engineering, Zhengzhou University of Aeronautics, Zhengzhou 450046, China)

**Abstract:** To address the high-dimensional nonconvex optimization challenges in cooperative control of unmanned aerial vehicle (UAV) swarms, this paper proposes a distributed spatiotemporal decoupled model predictive control (DSTMPC) framework that decomposes the complex spatiotemporal trajectory optimization problem into two sequential yet coordinated subproblems: spatial geometric planning and temporal scheduling. Firstly, the spatial layer employs a sequential convexification method based on iterative linearization with adaptive trust regions (ILAC) to handle nonconvex constraints such as obstacle and collision avoidance, while integrating control barrier functions (CBFs) for real-time safety. The temporal layer transforms trajectory tracking into an efficient convex optimization problem and achieves swarm synchronization through distributed consensus protocols. Then, building upon the open-loop decoupled system, a spatiotemporal coordination feedback mechanism based on a conflict state observer is designed, optimizing the closed-loop optimization circuit from the temporal to spatial layer. Simulation results demonstrate that the proposed framework achieves excellent control performance across scenarios of varying complexity: formation errors converge to within 0.37 m at steady state, and minimum obstacle clearances are maintained above 0.2 m. These results validate the effectiveness and scalability of the proposed method, providing a viable solution for efficient large-scale swarm control.

**Keywords:** UAV swarms; distributed model predictive control; iterative linearization with adaptive trust regions; spatiotemporal decoupling; cascade stability; control barrier functions

收稿日期: 2025-09-18; 录用日期: 2026-03-12.

基金项目: 河南省人才支持计划项目 (254000510003); 中国高校产学研创新基金项目 (2024ZY019); 航空科学基金项目 (20200001055001); 河南省科技攻关项目 (262102221005, 252102220056, 252102221025); 河南省校企协同创新项目 (26AXQXT109); 河南省自然科学基金项目 (252300421888); 郑州航院科研团队项目 (24ZHTD01003); 郑州航院研究生教育创新计划基金项目 (2025CX141).

责任编辑: 虞文武.

<sup>†</sup>通信作者. E-mail: changxc@zua.edu.cn.

## 0 引言

无人机在军事侦察、灾害救援以及智慧农业等领域应用广泛,但是单体无人机受载荷和续航限制,难以胜任大范围协同任务. 无人机集群通过分布式协同和动态任务分配,构建出具有群体智能的作业系统,在大范围监视、应急通信等场景中展现出显著优势. 然而,随着集群规模扩展,多智能体协调、实时轨迹规划以及编队保持等问题的计算复杂度呈指数级增长,已成为制约其性能的严峻挑战.

近年来,集群控制研究从基于行为<sup>[1]</sup>、势场法<sup>[2]</sup>等早期方法,逐步发展为基于优化的控制策略<sup>[3-4]</sup>. 该类方法可系统性处理多目标权衡与约束耦合,但是常伴随沉重的计算负担. 为此,研究者提出了分层控制<sup>[5]</sup>、分布式优化<sup>[6]</sup>等策略,旨在通过问题分解提升求解效率,其中模型预测控制(MPC)凭借其滚动时域优化和显式处理约束的能力,已成为主流框架<sup>[7-9]</sup>. MPC通过预测机制前瞻性地规避冲突,并在每一采样周期内求解有限时域优化问题,从而系统性地处理状态、输入以及避障等多重约束. Du等<sup>[10]</sup>提出了基于Lyapunov函数的MPC编队控制以保障系统稳定性;邵壮等<sup>[11]</sup>采用非线性MPC与虚拟结构法相结合的策略,实现了三维动态环境下多固定翼无人机的编队保持和实时避障;赵超轮等<sup>[12]</sup>则针对四旋翼无人机,通过引入假设状态轨迹设计了分布式MPC控制器,有效提升了队形形成的收敛速度和协同性能. 尽管成果显著,但是现有MPC方法在处理大规模集群时仍然面临严峻的计算问题.

轨迹规划中时空变量的强耦合,是导致高计算复杂度的根本原因. 传统时空联合优化策略同步优化轨迹形状与速度剖面<sup>[13-14]</sup>,虽然理论上可获得全局最优解,但是决策变量维数过高、约束强耦合,致使问题求解困难. Mellinger等<sup>[15]</sup>指出,四旋翼的完整轨迹优化需要同时处理位置、速度、加速度以及时间分配,变量间呈现高度耦合特性;Zhou等<sup>[16]</sup>采用时间最优B样条参数化以降低单机规划复杂度;Chen等<sup>[17]</sup>对时空分离策略进行了初步探索. 然而,这些方法多针对单机或小规模场景,缺乏面向多智能体协同的系统性解决方案.

时空轨迹优化存在固有的“精度-效率悖论”:为提升控制精度而延长预测时域,将导致计算复杂度激增至 $O(N^3T^2)$ 量级;为满足实时性而缩短时域,则会严重牺牲约束满足能力和控制性能. 这一矛盾在大规模集群以及复杂环境下尤为突出.

针对上述挑战,本文提出一种分布式时空解耦

模型预测控制(DSTMPC)系统. 利用空间约束的非凸局域性以及轨迹-速度的物理可分性,将原联合优化问题分解为空间几何规划和时间进度调度两个序贯处理的子问题. 本文主要内容如下:

1) 提出分布式时空解耦控制架构. 通过引入进度变量动力学建模,将时空耦合的非凸优化问题分解为空间几何规划和时间调度两个序贯子问题,以实现非凸约束与凸约束的结构化分离. 该架构将计算复杂度降低至 $O(Nd^3T + NT^2)$ .

2) 设计混合非凸优化策略. 融合迭代线性化自适应收缩(ILAC)与控制障碍函数(CBF),构建“离线规划-在线滤波”的双层优化框架. ILAC通过模型匹配度驱动的自适应机制处理非凸约束,CBF提供形式化安全保证,以实现计算效率与安全性的有效平衡.

3) 提出基于冲突状态观测器的时空协同反馈机制. 通过KKT条件实时提取时间层约束冲突强度,构建其与空间轨迹参数的梯度映射关系,形成高效的闭环优化回路. 结合事件触发与分布式协调,以最小干预实现动态冲突消解,增强系统鲁棒性.

## 1 预备知识及问题描述

### 1.1 理论基础

#### 1.1.1 通信与网络拓扑

考虑一个由 $N_f$ 架跟随机和1架领航机的集群系统. 其通信拓扑由有向图 $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$ 描述. 其中:节点集 $\mathcal{V} = \{0, 1, \dots, N_f\}$ (节点0为领航机),边集 $\mathcal{E} \in \mathcal{V} \times \mathcal{V}$ 为通信链路. 邻接矩阵 $\mathcal{A}_G = [a_{ij}] \in \mathbb{R}^{(N_f+1) \times (N_f+1)}$ 满足 $a_{ij} = 1$ ,表示节点 $j$ 可向节点 $i$ 传输信息. 定义入度矩阵 $\mathcal{D}_G = \text{diag}\left(\sum_{j=0}^N a_{ij}\right)$ ,则拉普拉斯矩阵 $\mathcal{L}_G = \mathcal{D}_G - \mathcal{A}_G$ 刻画了网络的连通性质. 将邻居集合表示为 $\mathcal{N}_i = \{j \in \mathcal{V} : a_{ij} = 1\}$ .

#### 1.1.2 数学基础定义

**定义 1** 1) 若函数 $\alpha$ 连续、严格递增且 $\alpha(0) = 0$ ,则称 $\alpha$ 属于 $\mathcal{K}$ 类;

2) 若函数 $\alpha \in \mathcal{K}$ 且 $\lim_{r \rightarrow \infty} \alpha(r) = \infty$ ,则 $\alpha \in \mathcal{K}_\infty$ ;

3) 若函数 $\beta$ 对于每个固定的 $s$ , $\beta(r, s)$ 关于 $r$ 属于 $\mathcal{K}$ 类,且对于每个固定的 $r$ , $\beta(r, s)$ 关于 $s$ 递减并趋于0,则称 $\beta$ 属于 $\mathcal{KL}$ 类.

### 1.2 系统建模

#### 1.2.1 无人机动力学模型

鉴于四旋翼无人机姿态环路响应远快于位置环路,本文采用二阶积分器模型描述第 $i$ 架无人机的位置动力学. 定义状态向量 $x_i = [p_i^T, v_i^T]^T \in \mathbb{R}^6$ . 其中: $p_i$

$\in \mathbb{R}^3$ 为位置,  $v_i \in \mathbb{R}^3$ 为速度. 控制输入  $u_i \in \mathbb{R}^3$ 为期望加速度. 连续时间动力学模型为

$$\dot{x}_i = A_c x_i + B_c u_i + w_i. \quad (1)$$

这里:  $A_c$ 和 $B_c$ 分别为连续时间系统矩阵和输入矩阵;  $w_i$ 为有界扰动, 满足 $\|w_i\| \leq w_{\max}$ .

以 $T$ 为采样周期离散化后, 可得到离散时间模型为

$$x_i(k+1) = A_d x_i(k) + B_d u_i(k) + w_i(k). \quad (2)$$

其中:  $A_d$ 和 $B_d$ 为离散系统矩阵, 控制输入满足  $u_i \in \mathcal{U} = \{u \in \mathbb{R}^3 : \|u\| \leq u_{\max}\}$ .

### 1.2.2 编队与环境建模

系统采用领航-跟随架构. 领航机( $i=0$ )负责全局导航, 跟随机( $i=1, 2, \dots, N_f$ )维持与集群期望队形 $\delta_i^d \in \mathbb{R}^3$ . 环境中存在 $N_o$ 个障碍物, 第 $m$ 个障碍物表示为

$$\mathcal{O}_m = \{p \in \mathbb{R}^3 : h_{\text{obs}}(p) \leq 0\}. \quad (3)$$

其中:  $h_{\text{obs}}: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ 为连续可微的隐函数, 表征点 $p$ 到障碍物边界的距离. 无人机在时刻 $k$ 的感知集合为  $\mathcal{S}_i(k) = \{m \in \{1, 2, \dots, M\} : \|p_i(t) - c_m\| \leq r_{\text{sense}}\}$ .

这里:  $c_m \in \mathbb{R}^3$ 为第 $m$ 个障碍物的中心位置,  $r_{\text{sense}} > 0$ 为感知半径.

系统需要满足的安全约束包括: 1) 避障约束:  $h_{\text{obs}}(p_i(k)) > d_{\text{obs}} (\forall i \in \mathcal{V}, k \geq 0)$ ; 2) 避碰约束:  $\|p_i(k) - p_j(k)\| > d_{\text{col}} (\forall i \neq j, k \geq 0)$ . 其中 $d_{\text{obs}}$ 、 $d_{\text{col}}$ 分别为障碍物和机间安全距离.

### 1.3 问题描述

考虑上述由 $N_f$ 架跟随机和1架领航机组成的集群系统, 在包含 $N_o$ 个障碍物的三维环境中执行协同任务, 队形定义和编队跟踪示意图如图1所示. 给定系统初始状态 $x_i(0)$ 、领航机目标位置 $p_{\text{goal}}$ 、期望编队构型 $\{\delta_i^d\}$ 以及障碍物集合 $\{\mathcal{O}_j\}$ . 目标即为在满足避障、避碰等约束条件下, 基于局部信息 $\mathcal{I}_i(k)$ , 设

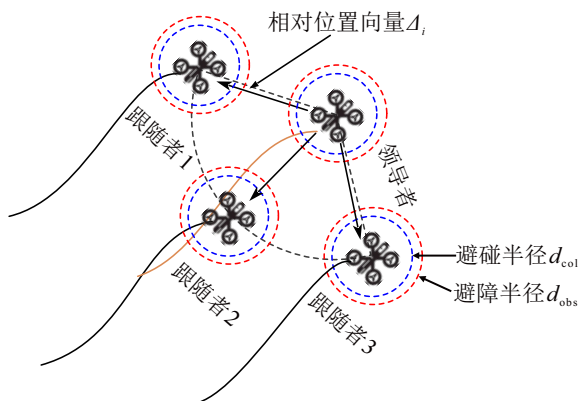


图1 队形定义与编队跟踪示意图

计控制律 $u_i(k) = \pi_i(\mathcal{I}_i(k))$ , 使得系统实现:

1) 编队维持与速度协同: 所有跟随机需要渐近收敛至与领航机的期望相对位形, 且智能体速度一致, 有

$$\begin{cases} \lim_{k \rightarrow \infty} \|(p_i(k) - p_0(k)) - \delta_i^d\| = 0; \\ \lim_{k \rightarrow \infty} \|v_i(k) - v_j(k)\| = 0, \forall j \in \mathcal{N}_i. \end{cases} \quad (5)$$

2) 目标达到: 无人机集群抵达目标区域, 即

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \|p_0(k) - p_{\text{goal}}\| = 0. \quad (6)$$

## 2 时空解耦控制系统

### 2.1 系统框架

#### 2.1.1 传统方案分析

集群控制面临高维状态、非线性动力学、非凸约束以及多智能体强耦合等综合挑战. 现有方法多采用分层控制或时空联合优化两种框架应对.

1) 分层控制.

分层控制通过任务分解策略降低问题复杂度, 通过子任务实现的分层控制律通常设计为

$$u_i = \mathcal{F}(u_{i,\text{path}}, u_{i,\text{track}}, u_{i,\text{form}}), \quad (7)$$

其中 $\mathcal{F}(\cdot)$ 为控制合成函数, 可为加权叠加、优先级仲裁等形式. 该方法计算复杂度低, 实时性好. 但是子任务间独立优化忽略了层间耦合效应, 易导致全局性能损失, 难以保证系统的整体协调性.

2) 时空联合控制.

联合控制采用统一框架同时处理空间轨迹和时间调度, 优化问题可表述为

$$\begin{aligned} \min_{X, U} \quad & \sum_{i=1}^{N_f} \sum_{k=0}^T (\ell_x(x_i(k)) + \ell_u(u_i(k))). \\ \text{s.t.} \quad & x_i(k+1) = f(x_i(k), u_i(k)), \forall i, k; \\ & c_{\text{obs}} x_i(k) > 0, c_{\text{col}}(x_i(k), x_j(k)) > 0; \\ & u_i(k) \in \mathcal{U}. \end{aligned} \quad (8)$$

其中:  $c_{\text{obs}}(\cdot)$ 、 $c_{\text{col}}(\cdot, \cdot)$ 分别为避障和避碰约束函数,  $\mathcal{U}$ 为控制输入可行域. 该方法理论上能够获得全局最优解, 但是避障、避碰等非凸约束导致决策变量急剧增加, 难以支持大规模集群的在线求解.

计算瓶颈的根源在于约束的非凸性. 传统方法往往需要在凸松弛或引入整数变量之间取舍, 难以同时保证求解效率与控制性能.

#### 2.1.2 DSTMPC 框架

针对上述问题, 本文提出分布式时空解耦控制架构, 利用非凸性的空间局域性和轨迹-速度的可分性, 将原始非凸问题分解为空间层和时间层两个序贯子问题, DSTMPC 时空解耦示意图如图2所示.

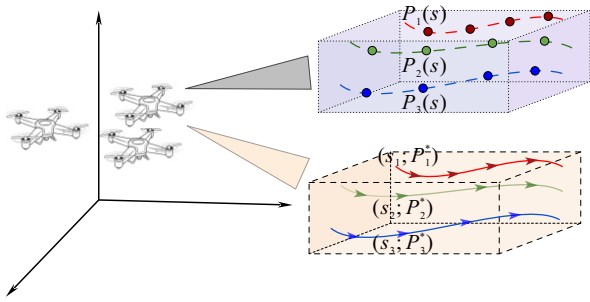


图2 DSTMPC 时空解耦示意图

1) 空间层 (非凸).

空间层以几何路径  $P_i$  为决策变量, 处理避障和避碰问题, 规划出满足控制目标的几何路径, 有

$$\begin{aligned} \min_{\{P_i\}_{i \in \mathcal{V}}} \sum_{i \in \mathcal{V}} J_i^s(P_i). \\ \text{s.t. } h_{\text{obs}}(P_i(s)) \geq d_{\text{obs}}; \\ \|P_i(s) - P_j(s)\| \geq d_{\text{col}}, i \neq j; \\ P_i \in \mathcal{P}_{\text{feas}}. \end{aligned} \quad (9)$$

其中:  $J_i^s(\cdot)$  为空间层代价函数, 包含导航、编队维持、轨迹平滑等目标;  $s \in [0, 1]$  为归一化轨迹参数;  $\mathcal{P}_{\text{feas}}$  为满足动力学可行性的轨迹空间.

2) 时间层 (凸性).

时间层以  $s_i(t)$  为决策变量, 以空间层最优几何路径  $P_i^*$  为输入, 轨迹的几何特性决定进度速度的可行界, 实现运动学约束向进度空间约束的映射. 时间层通过协调各无人机的进度速度, 实现集群同步, 有

$$\begin{aligned} \min_{\{s_i(t)\}_{i \in \mathcal{V}}} \sum_{i \in \mathcal{V}} J_i^t(s_i; P_i^*); \\ \text{s.t. } 0 \leq \dot{s}_i(t) \leq \bar{V}_{s,i}(s_i; P_i^*), \\ |\ddot{s}_i(t)| \leq \bar{a}_s, \\ s_i(t) \in \mathcal{S}_{\text{feas}}. \end{aligned} \quad (10)$$

其中:  $J_i^t(\cdot, \cdot)$  为时间层代价函数, 包含速度一致等目标;  $s_i(t) \in [0, 1]$  为第  $i$  架无人机在时刻  $t$  的轨迹进度;  $\dot{s}_i$  和  $\ddot{s}_i$  分别为进度速度和进度加速度;  $\bar{a}_s$  为速度上界;  $\mathcal{S}_{\text{feas}}$  为满足动力学可行性的进度空间.

DSTMPC 框架通过时空解耦, 将计算负担集中于空间层的非凸优化, 而时间层则在给定轨迹下转化为具有良好凸性结构的二次规划问题, 从而提升求解效率, 实现了计算效率与控制性能的有效平衡.

2.2 空间层几何协同控制

综上, 构建空间层 MPC 控制系统如图 3 所示.

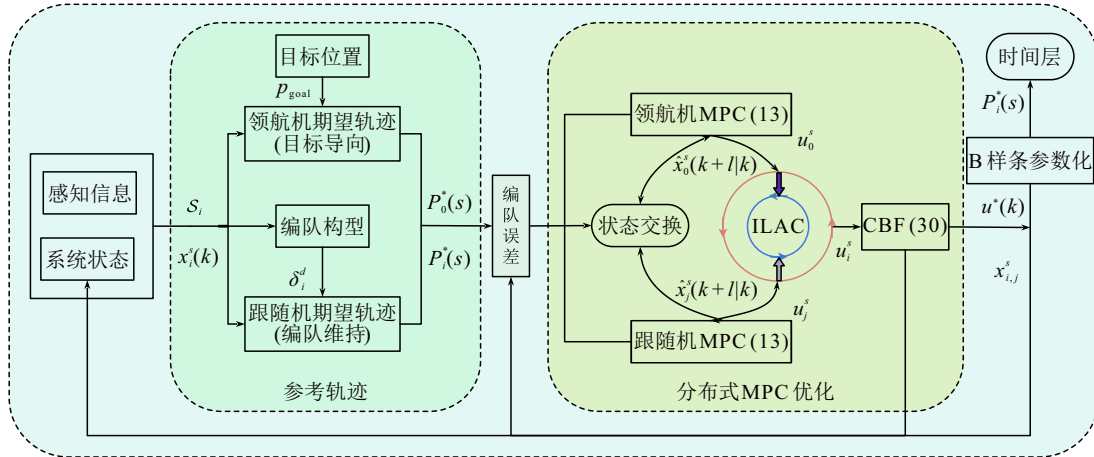


图3 空间层 MPC 控制系统

2.2.1 空间层问题构建

为规划出满足安全约束与几何协同的空间轨迹, 设计 MPC 控制器进行求解, 以离散位置  $p_i(k)$  点序列为决策变量进行优化. 基于无人机二阶积分器模型, 以空间层采样周期  $T_s$  进行采样, 构建如下方程:

$$x_i^s(k+1) = A_s x_i^s(k) + B_s u_i^s(k) + w_i^s(k). \quad (11)$$

其中:  $A_s$  和  $B_s$  为空间层离散系统矩阵, 结构与式 (2) 一致;  $x_i^s = (p_i^{s,T}, v_i^{s,T})^T$  为状态向量;  $u_i^s = a_{\text{des},i}$  为控制输入;  $w_i^s(k)$  为有界扰动.

基于状态  $x_i^s(k)$  和邻机信息  $\{\hat{x}_j^s(k+l|k)\}_{j \in \mathcal{N}_i, l=0}^{N_s-1}$ , 空间层 MPC 求解非凸轨迹优化问题可表述为

$$\begin{aligned} \min_{U_i^s} J_i^s(x_i^s(k), U_i^s) = \\ \sum_{l=0}^{N_s-1} \ell^s(x_i^s(k+l|k), u_i^s(k+l|k)) + \\ V_{f,i}^s(x_i^s(k+N_s|k)). \\ \text{s.t. } x_i^s(k+l+1|k) = \\ A_s x_i^s(k+l|k) + B_s u_i^s(k+l|k); \\ p_i^s \in \mathcal{S}_{\text{safe},i} = \\ \{p : h_{\text{obs}}(p) \geq d_{\text{obs}}\} \cap \{p : \|p_i - p_j\| \geq d_{\text{col}}\}; \\ x_i^s(k+l|k) \in \mathcal{X}, u_i^s(k+l|k) \in \mathcal{U}. \end{aligned} \quad (12)$$

其中:  $U_i^s = \{u_i^s[k|k], \dots, u_i^s[k+N_s-1|k]\}$  为待优化控制序列,  $N_s$  为空间层预测步长,  $\ell^s(\cdot)$  为阶段代价函数,  $V_{f,i}^s(\cdot)$  为终端代价函数,  $\mathcal{X}$  和  $\mathcal{U}$  分别为状态

和输入约束集,  $\mathcal{S}_{\text{safe},i}$  和  $\mathcal{X}_f$  分别为安全和终端约束.

求解上述优化问题后, 提取轨迹的位置分量, 得到离散轨迹点序列  $\{p_i^{s*}(k)\}_{k=0}^{N_s}$ , 作为空间层输出.

### 2.2.2 差异化目标函数设计

鉴于领航机与跟随机在集群中的角色异构性, 设计差异化目标函数  $\ell_0^s$ 、 $\ell_i^s$  以实现集群协同任务, 有

$$\begin{cases} \ell_0^s = \|p_0^s - p_{\text{goal}}\|_{Q_g}^2 + \|v_0^s\|_{Q_v}^2 + \|u_0^s\|_{Q_u}^2 + \\ \sum_{m=1}^M \alpha_m \exp\left(-\frac{(\|p_0^s - c_m\| - r_m)^2}{2\sigma_s^2}\right), i = 0; \\ \ell_i^s = \|(p_i^s - \hat{p}_0^s) - \delta_i^d\|_{Q_f}^2 + \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \beta \phi_{\text{col}}(\|p_i^s - p_j^s\|) + \\ \|v_i^s\|_{Q_v}^2 + \|u_i^s\|_{Q_u}^2, i \neq 0. \end{cases} \quad (13)$$

其中: 领航机代价函数包含位置导航、速度和控制平滑项以及避障项,  $Q_g$ 、 $Q_v$ 、 $Q_u > 0$  分别为对应的位置、平滑项权重矩阵,  $\alpha_m$ 、 $\sigma_s > 0$  为避障系数,  $c_m$  和  $r_m$  分别为第  $m$  个障碍物的中心位置和等效半径; 跟随机代价函数包含编队保持项、避障项、速度和控制平滑项,  $Q_f$ 、 $Q_v$ 、 $Q_u > 0$  分别为对应的编队和平滑项权重矩阵,  $\beta > 0$  为避碰系数,  $d_{\text{buf}}$  为避碰缓冲区,  $\delta_i^d$  为期望编队偏移量,  $\hat{p}_0^s$  和  $p_i^s$  分别为领航机以及跟随机预测位置. 避碰势场函数定义为

$$\phi_{\text{col}}(d) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left( \frac{1}{d - d_{\text{col}}} - \frac{1}{d_{\text{buf}}} \right)^2, & d_{\text{col}} < d < d_{\text{col}} + d_{\text{buf}}; \\ 0, & d \geq d_{\text{col}} + d_{\text{buf}}. \end{cases} \quad (14)$$

为保证系统的渐近稳定性, 引入终端代价  $V_f$ , 有

$$V_{f,i}^s(x_i^s) = \|x_i^s - x_{i,\text{ref}}^s\|_{P_s}^2. \quad (15)$$

其中:  $x_{i,\text{ref}}^s$  为无人机  $i$  的参考平衡状态, 正定矩阵  $P_s$  由求解如下离散时间代数 Riccati 方程确定:

$$P_s = A_s^T P_s A_s + Q_s - (A_s^T P_s B_s)(R_s + B_s^T P_s B_s)^{-1} (B_s^T P_s A_s). \quad (16)$$

这里: 状态权重矩阵  $Q_s = \text{diag}(Q_g, Q_v) > 0$ , 控制权重矩阵  $R_s = Q_u > 0$ . 可得到局部线性终端控制律为

$$u_f = K_s(x_i^s - x_{i,\text{ref}}^s), \quad (17)$$

其中  $K_s = -(R_s + B_s^T P_s B_s)^{-1} B_s^T P_s A_s$  为终端反馈增益矩阵.

终端约束集  $\mathcal{X}_f^s$  设计为关于终端控制律  $u_f$  的最大控制不变集和满足集合安全约束状态集的子集, 即

$$\mathcal{X}_f^s \subseteq \{x \in \mathbb{R}^6: K_s(x_i^s - x_{i,\text{ref}}^s) \in \mathcal{U}, A_s x_i^s + B_s K_s(x_i^s - x_{i,\text{ref}}^s) \in \mathcal{X}_f^s, p \in \mathcal{S}_{\text{safe}}\}. \quad (18)$$

确保状态在预测末端进入  $\mathcal{X}_f^s$ , 应用终端控制律后,

闭环系统始终保持在  $\mathcal{X}_f^s$  内, 且满足安全约束.

### 2.2.3 非凸问题求解与优化

为提高效率, 提出一种融合迭代线性化、自适应收缩机制以及控制障碍函数的分层优化策略.

#### 1) 基于 ILAC 的序贯凸化求解框架.

设计 ILAC 序贯凸化求解算法, 算法流程如图 4 所示. 通过迭代线性化, 将原非凸问题转化为系列凸子问题并进行求解. 在第  $l$  次迭代中, 基于当前参考轨迹  $X^{s,(l)}$ , 对非凸约束进行一阶泰勒展开, 有

$$h(x) \approx h(x^{(l)}) + \nabla h(x^{(l)})^T (x - x^{(l)}). \quad (19)$$

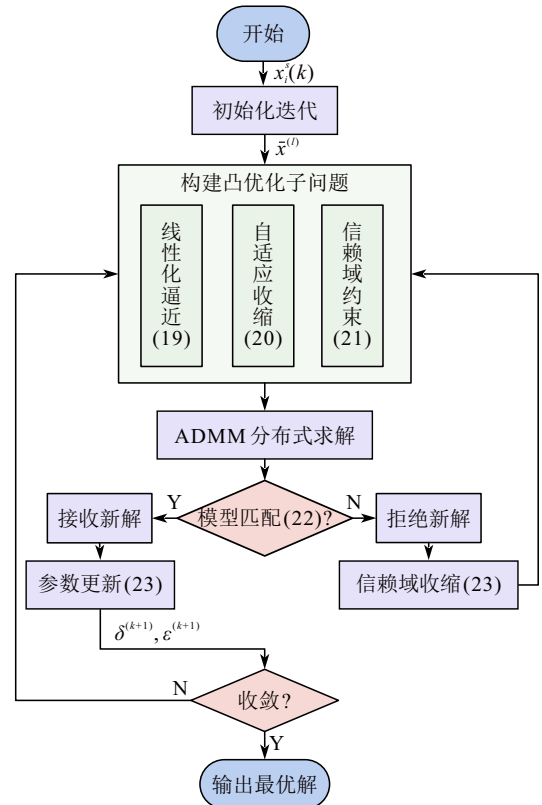


图4 ILAC 凸化求解流程

引入自适应收缩因子  $\epsilon^{(l)}$  以保证线性化逼近的有效性以及迭代过程的收敛性, 将约束收紧为

$$\nabla h(x^{(l)})^T x \geq d_{\text{safe}} - h(x^{(l)}) + \nabla h(x^{(l)})^T x^{(l)} + \epsilon^{(l)}, \quad (20)$$

其中  $d_{\text{safe}}$  为安全距离. 收缩项提供了安全裕度.

为保证线性化模型有效性, 引入信赖域约束, 即

$$\|x - x^{(l)}\| \leq \delta^{(l)}. \quad (21)$$

其中:  $\epsilon^{(l)}$  和  $\delta^{(l)}$  为自适应参数, 其更新依赖于  $\rho^{(l)}$ , 即

$$\rho^{(l)} = \frac{J(X^{s,(l)}) - J(X^{s,(l+1)})}{L^{(l)}(X^{s,(l)} - X^{s,(l+1)})}. \quad (22)$$

这里:  $L^{(l)}(\cdot)$  为第  $l$  次迭代在参考点  $X^{s,(l)}$  处构建的线性化目标函数,  $J$  为原目标函数.

设置更新策略以权衡收敛速度与求解精度, 有

$$\begin{cases} \delta^{(l+1)} = \gamma_1 \delta^{(l)}, \epsilon^{(l+1)} = \gamma_c \epsilon^{(l)}, \rho^{(l)} > \eta_1; \\ \delta^{(l+1)} = \gamma_2 \delta^{(l)}, \epsilon^{(l+1)} = \epsilon^{(l)} / \gamma_c, \eta_3 \leq \rho^{(l)} \leq \eta_2; \\ \delta^{(l+1)} = \delta^{(l)}, \epsilon^{(l+1)} = \epsilon^{(l)}, \eta_2 \leq \rho^{(l)} \leq \eta_1. \end{cases} \quad (23)$$

其中:  $0 < \eta_3 < \eta_2 < \eta_1 < 1$  为匹配度阈值,  $\gamma_1 > 1$  为信赖域扩张系数,  $0 < \gamma_2 < 1$  为收缩系数,  $\gamma_c$  为收缩因子调节参数. 当  $\rho^{(l)} < \eta_3$  时, 拒绝当前迭代步并进一步收缩信赖域:  $\delta^{(l+1)} = \gamma_2^2 \delta^{(l)}$ .

原集中式优化问题被解耦为  $N_f$  个分布式凸优化子问题. 采用交替方向乘子法 (ADMM) 进行求解.

对于第  $i$  架无人机, 其优化变量为  $U_i^s$ , 引入辅助变量  $z_i$  实现一致性约束, 构建增广拉格朗日函数为

$$\begin{aligned} L_\rho(U_i^s, z_i, \lambda_i) = & J_i^s(U_i^s) + \lambda_i^T(U_i^s - z_i) + \frac{\rho}{2} \|U_i^s - z_i\|^2 + \\ & \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \left[ \lambda_{ij}^T(z_i - z_j) + \frac{\rho}{2} \|z_i - z_j\|^2 \right]. \end{aligned} \quad (24)$$

其中:  $\lambda_i$  和  $\lambda_{ij}$  为拉格朗日乘子,  $\rho > 0$  为惩罚参数.

通过交替优化以下子问题进行迭代求解:

step 1: 局部变量更新, 如下所示:

$$U_i^{s,(m+1)} \leftarrow \arg \min_{U_i^s} L_\rho(U_i^s, z_i^{(m)}, \lambda_i^{(m)}); \quad (25)$$

step 2: 辅助共识变量更新为

$$z_i^{(m+1)} \leftarrow \arg \min_{z_i} L_\rho(U_i^{s,(m+1)}, z_i, \lambda_i^{(m)}); \quad (26)$$

step 3: 对偶变量更新, 如下所示:

$$\lambda_i^{(m+1)} \leftarrow \lambda_i^{(m)} + \rho(U_i^{s,(m+1)} - z_i^{(m+1)}). \quad (27)$$

2) 基于 CBF 的实时安全滤波.

ILAC 求解时存在模型失配情况, 为保证安全, 引入 CBF 函数, 构建与 ILAC 解耦的实时安全滤波.

定义安全集  $\mathcal{S}$  及其对应的 CBF 函数  $h(x)$  为

$$\mathcal{S} = \{x_s \in \mathbb{R}^n | h(x) \geq 0\}, \quad (28)$$

其中安全标量函数  $h(x)$  根据安全约束设计, 定义为距障碍物与邻机的最小安全裕度, 有

$$\begin{aligned} h(x_i) = & \left\{ \min_{k \in \mathcal{S}_i} (h_k(p_i) - d_{\text{obs}}), \min_{i \in \mathcal{N}_i} (\|p_i - p_j\| - d_{\text{col}}) \right\}. \end{aligned} \quad (29)$$

基于上述 CBF, 构建安全滤波 QP 问题. 在每一高速执行周期  $k$ , 基于当前系统状态  $x(k)$ , 对 ILAC 层计算出的控制指令  $u_{\text{ILAC}}^k$  进行最小干预修正, 有

$$\begin{aligned} u^*(k) = & \arg \min_{u \in \mathcal{U}} \frac{1}{2} \|u - u_{\text{ILAC}}^k\|^2; \\ \text{s.t. } & h(A_s x(k) + B_s u) \geq (1 - \gamma) h(x(k)). \end{aligned} \quad (30)$$

其中: 约束条件保证了 CBF 沿离散系统轨迹满足  $h(x(k+1)) \geq (1 - \gamma) h(x(k))$ , 参数  $\gamma \in (0, 1)$  用于调节系统趋近安全边界  $\partial \mathcal{S}$  的收敛速率.

由离散时间 CBF 理论可知, 若初始状态满足  $h(x(0)) \geq 0$ , 且控制输入满足约束, 则可严格保证

$$h(x(k)) \geq (1 - \gamma)^k h(x(0)) \geq 0, \quad \forall k \geq 0. \quad (31)$$

即系统状态前向不变于安全集  $\mathcal{S}$  内, 集群中每架无人机始终满足安全约束.

空间层通过 ILAC 序贯凸化与 CBF 安全滤波的协同作用, 输出满足安全约束和动力学可行性的离散轨迹点序列  $\{p_i^{s*}(k)\}_{k=0}^{N_s}$ . 为实现时空解耦, 采用 3 次 B 样条参数化, 构造二阶连续可微几何曲线, 如下所示:

$$P_i(s) = \sum_{j=0}^n c_{i,j} B_{j,3}(s), \quad s \in [0, 1]. \quad (32)$$

其中:  $c_{i,j} \in \mathbb{R}^3$  为由离散点序列确定的控制点,  $B_{j,3}(s)$  为第  $j$  个 3 次 B 样条基函数.

通过 B 样条参数化, 将按照时间步索引的离散点转化为几何参数连续曲线, 剥离空间层的时间信息, 使得时间层能够独立规划速度剖面, 同时, 为进度-笛卡尔空间映射提供必要的微分信息  $\dot{P}_i(s)$  和  $\ddot{P}_i(s)$ .

## 2.3 时间层速度协调控制

### 2.3.1 进度建模与约束映射

设计时间层速度协调控制系统如图 5 所示.

基于式 (32) 所构造的几何路径  $P_i(s)$ , 本节建立进度变量模型以衔接空间轨迹与时间调度. 定义进度变量  $s_i(t) \in [0, 1]$ , 表征第  $i$  架无人机在时刻  $t$  沿轨迹的相对位置 ( $s_i = 0$  和  $s_i = 1$  分别对应轨迹起点和终点), 其动力学由进度速度  $v_{s,i} = \dot{s}_i$  和进度加速度  $a_{s,i} = \ddot{s}_i$  控制. 笛卡尔空间和进度空间的状态映射为

$$\begin{cases} p_i = P_i(s_i), \\ v_i = \dot{P}_i(s_i) \cdot v_{s,i}, \\ a_i = \ddot{P}_i(s_i) \cdot v_{s,i}^2 + \dot{P}_i(s_i) \cdot a_{s,i}. \end{cases} \quad (33)$$

其中:  $\dot{P}_i(s_i)$  为切向量,  $\ddot{P}_i(s_i)$  为二阶导数向量.

对于第  $i$  架无人机, 定义状态向量  $x_i^t = [s_i, v_{s,i}]^T$ , 控制输入为  $u_i^t = a_{s,i}$ . 以  $T_t$  为周期, 可得到时间层预测模型为

$$x_i^t(k+1) = A_t x_i^t(k) + B_t u_i^t(k) + w_i^t(k). \quad (34)$$

其中:  $A_t$  和  $B_t$  为离散系统矩阵,  $w_i^t(k)$  为时间层扰动.

为确保系统输入的有效性, 将笛卡尔空间坐标系中的状态约束映射为进度空间中的状态约束.

1) 速度约束.

无人机的速度约束受限于执行机构性能  $\|v_i\| \leq v_{\text{max}}$  以及空间层安全信息  $v_{\text{safe},i}(s_i)$ . 由速度映射关系  $\|v_i\| = \|\dot{P}_i(s_i)\| \cdot v_{s,i}$ , 可得到进度速度复合约束为

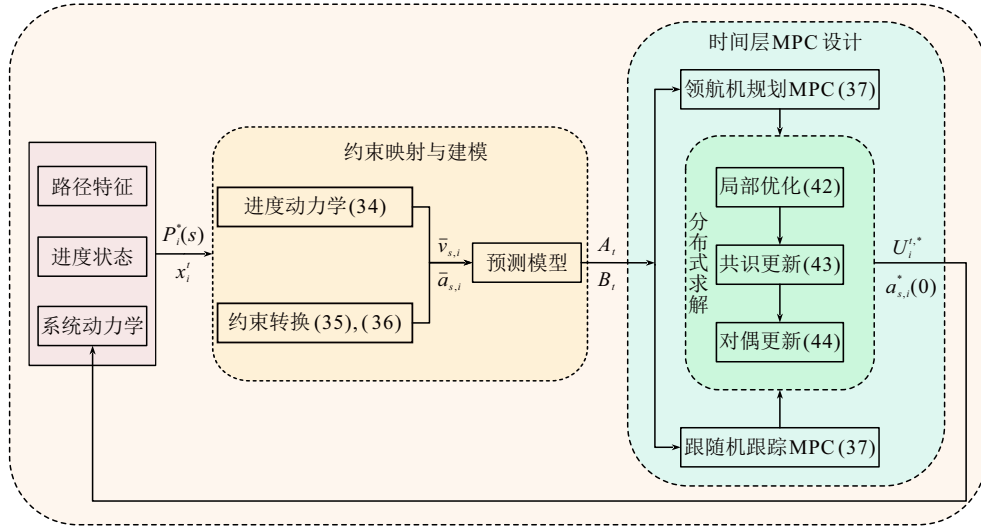


图5 时间层 MPC 控制系统

$$0 \leq v_{s,i} \leq \min\left(\frac{v_{\max}}{\|\dot{p}_i(s_i)\|}, v_{\text{safe},i}(s_i)\right), \quad (35)$$

其中  $v_{\text{safe},i}(s_i)$  为空间层基于 CBF 安全滤波传递的速度上界, 确保时间层速度规划的安全性。

### 2) 加速度约束.

实际加速度  $\|a_i\|$  受推力约束 ( $\|a_i\| \leq a_{\max}$ ). 将式 (33) 代入其中, 进度加速度  $a_{s,i}$  需要满足非线性约束

$$\|\ddot{p}_i(s_i)v_{s,i}^2 + \dot{p}_i(s_i)a_{s,i}\| \leq a_{\max}. \quad (36)$$

该约束关于控制输入  $a_{s,i}$  呈仿射形式, 在 MPC 滚动优化中,  $v_{s,i}^2$  项采用当前状态值进行近似, 从而保持时间层优化问题的凸性结构。

### 2.3.2 时间层 MPC 设计

#### 1) 时间层问题构建.

基于式 (34) 预测模型, 构建有限时域优化问题. 对于任一时刻  $k$ , 智能体  $i$  基于当前状态  $x_i^t(k)$  及其邻居预测状态轨迹信息  $\hat{x}_j^t(j \in \mathcal{N}_i)$ , 求解如下优化问题:

$$\begin{aligned} \min_{U_i^t} J_i^t(x_i^t(k), U_i^t) = & \sum_{\varepsilon=0}^{N^t-1} \ell_i^t(x_i^t(k+\varepsilon|k), u_i^t(k+\varepsilon|k)) + \\ & V_{f,i}^t(x_i^t(k+N^t|k)); \\ \text{s.t. } & x_i^t(k+\varepsilon+1|k) = A^t x_i^t(k+\varepsilon|k) + B^t u_i^t(k+\varepsilon|k), \\ & |v_{s,i}(k+\varepsilon|k)| \leq \bar{v}_{s,i}(x_i^t(k+\varepsilon|k)), \\ & |u_i^t(k+\varepsilon|k)| \leq \bar{a}_{s,i}(x_i^t(k+\varepsilon|k)). \end{aligned} \quad (37)$$

其中:  $U_i^t$  为优化变量,  $N^t$  为预测步长,  $\bar{v}_{s,i}$  和  $\bar{a}_{s,i}$  分别为状态依赖的速度和加速度上界。

优化目标  $J_i^t$  由阶段成本  $\ell_i^t$  和终端代价  $V_{f,i}^t$  构成, 考虑到领航机  $i=0$  与跟随机  $i \neq 0$  在协同任务中的异构性, 设计阶段成本为

$$\begin{cases} \ell_0^t = -q_v v_{s,0} + r_a (u_0^t)^2, & i=0; \\ \ell_i^t = \sum_{j \in \mathcal{N}_i} q_s a_{ij} (v_{s,i} - v_{s,j})^2 + r_a (u_i^t)^2, & i \neq 0. \end{cases} \quad (38)$$

其中:  $q_v > 0$ ,  $r_a > 0$  和  $q_s > 0$  分别为速度权重、控制惩罚权重以及同步误差惩罚权重。

为保证闭环系统的渐近稳定性, 由 MPC 稳定性理论, 设计终端代价  $V_{f,i}^t(x) = x^T P_i x$  和终端约束集  $\mathcal{X}_f^t$ ,  $P_t \succ 0$  由下述离散代数 Riccati 方程求解得到:

$$P_t = Q_t + A_t^T P_t A_t - A_t^T P_t B_t (R_t + B_t^T P_t B_t)^{-1} B_t^T P_t A_t, \quad (39)$$

其中  $Q_t \succ 0$  和  $R_t \succ 0$  为权重矩阵. 终端域  $\mathcal{X}_f^t$  为对应终端控制律  $u = Kx$  下的最大正不变集, 即  $\mathcal{X}_f^t = \{x \in \mathbb{R}^2 : Kx \in \mathcal{U}^t, (A^t + B^t K)x \in \mathcal{X}_f^t\}$ .

#### 2) 基于 ADMM 算法的分布式求解.

基于空间层 ADMM 算法框架, 求解时间层 MPC 优化问题. 引入辅助共识变量  $z_{ij} \in \mathbb{R}^{T \times t}$  及其对应的对偶变量  $\lambda_{ij}, \nu_{ij}$ , 将全局耦合问题转化为

$$\begin{aligned} \min_{\{x_i\}, \{z_{ij}\}} & \sum_{i=1}^N J_i^t(x_i); \\ \text{s.t. } & x_i \in \mathcal{X}_i \cap \mathcal{U}_i, \forall i \in \mathcal{V}. \end{aligned} \quad (40)$$

其增广拉格朗日函数为

$$\begin{aligned} L_\rho = & \sum_{i=1}^N J_i^t(x_i^t) + \sum_{j \in \mathcal{N}_i} [\lambda_{ij}^T (x_i^t - z_{ij}) + \\ & \nu_{ij}^T (x_j^t - z_{ij})] + \frac{\rho}{2} \sum_{j \in \mathcal{N}_i} [\|x_i^t - z_{ij}\|^2 + \\ & \|x_j^t - z_{ij}\|^2]. \end{aligned} \quad (41)$$

其中:  $\lambda_{ij}$  为对偶变量,  $\rho > 0$  为惩罚参数。

ADMM 算法的第  $l$  次迭代按照如下步骤进行优化:

step 1: 局部变量更新, 如下所示:

$$(x_i^{t,l+1}, u_i^{t,l+1}) = \arg \min_{x_i^t, u_i^t} \left\{ J_i^t(x_i^t, u_i^t) + \sum_{j \in \mathcal{N}_i} (\lambda_{ij}^l)^\top (x_i^t - z_{ij}^l) + \frac{\rho}{2} \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \|x_i^t - z_{ij}^l\|^2 \right\}. \quad (42)$$

step 2: 辅助共识变量更新为

$$z_{ij}^{l+1} = \frac{1}{2} (x_i^{t,l+1} + x_j^{t,l+1}) + \frac{1}{2\rho} (\lambda_{ij}^l + \nu_{ij}^l). \quad (43)$$

step 3: 对偶变量更新为

$$\begin{cases} \lambda_{ij}^{l+1} = \lambda_{ij}^l + \rho(x_i^{t,l+1} - z_{ij}^{l+1}), \\ \nu_{ij}^{l+1} = \nu_{ij}^l + \rho(x_j^{t,l+1} - z_{ij}^{l+1}). \end{cases} \quad (44)$$

## 2.4 基于冲突观测的时空协同反馈

针对时空解耦架构的开环局限性, 本文提出一种基于 KKT 条件的梯度反馈机制, 如图 6 所示.

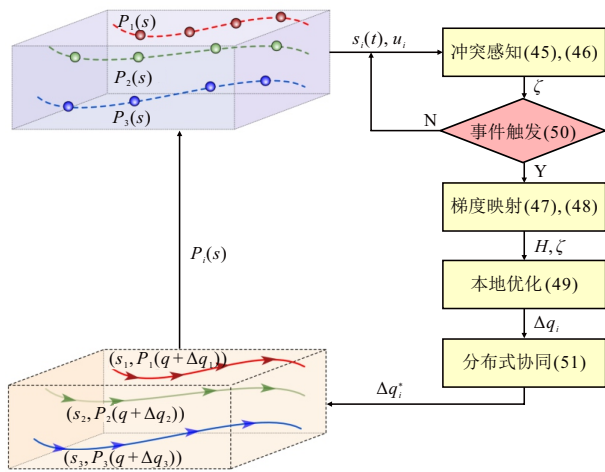


图6 事件触发反馈控制

该机制以空间层输出的轨迹参数  $q$  和时间层 MPC 求解过程产生的 KKT 乘子为输入, 计算最优轨迹修正量  $\Delta q$ , 实现时空协同的闭环优化.

### 2.4.1 约束冲突观测与梯度映射

以时间层 MPC 为基础, 速度调度问题的最优解满足 KKT 条件. 定义决策变量  $w_i = [x_i^{t,T}, u_i^{t,T}]^\top$ , 目标函数为  $J_t(w)$ , 并受限于动力学约束  $h(w) = 0$ 、速度约束  $g(w) \leq 0$ , 问题的拉格朗日函数可表示为

$$\mathcal{L}(w, \lambda, \mu) = J_t(w) + \lambda^\top h(w) + \mu^\top g(w). \quad (45)$$

其中:  $\lambda$  和  $\mu \geq 0$  分别为动力学约束和速度约束对应的拉格朗日乘子向量, 乘子  $\mu$  反映了对应不等式约束  $g(w) \leq 0$  的约束力强度.

为量化约束冲突, 定义冲突强度向量  $\zeta$  为

$$\zeta_j = \begin{cases} \mu_j, & g_j(w^*) = 0 \text{ (约束激活)}; \\ 0, & g_j(w^*) < 0 \text{ (约束未激活)}. \end{cases} \quad (46)$$

其中:  $\mu_j \geq 0$  为第  $j$  个速度约束对应的 KKT 乘子,  $\zeta_j$  的数值反映该约束的紧迫程度.

为分析  $q \in \mathbb{R}^n$  与  $\zeta$  间的关系, 需要推导梯度矩阵  $H = \partial \zeta / \partial q$ . 应用链式法则, 有

$$H = \frac{\partial \zeta}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial q}. \quad (47)$$

其中:  $\partial \zeta / \partial y$  可由定义直接计算,  $\partial y / \partial q$  利用 KKT 系统方程  $F(y, q) = 0$  和隐函数定理进行求解.

若时间层优化问题满足约束规范条件, 则雅可比矩阵  $\nabla_y F$  可逆, 由隐函数定理, 有

$$\frac{\partial y}{\partial q} = -[\nabla_y F(y, q)]^{-1} \cdot \nabla_q F(y, q). \quad (48)$$

所得到的梯度矩阵  $H$ , 反映轨迹参数  $q_j$  对于全局约束冲突强度的梯度影响, 为反馈控制器提供指导.

### 2.4.2 事件触发反馈控制器

基于冲突强度向量  $\zeta$  和梯度矩阵  $H$ , 设计反馈控制器求解最优轨迹参数修正量  $\Delta q^*$ , 以最小调整代价实现冲突强度的全局衰减. 问题可定义为

$$\begin{aligned} \min_{\Delta q} & \frac{1}{2} \Delta q^\top Q \Delta q + \zeta^\top H \Delta q; \\ \text{s.t.} & \zeta^\top H \Delta q \leq -\rho \|\zeta\|_2^2, \\ & \|\Delta q\|_\infty \leq \delta_{\max}, \\ & q + \Delta q \in \mathcal{Q}_{\text{safe}}. \end{aligned} \quad (49)$$

其中:  $Q \succ 0$  为正定权重矩阵, 用于权衡修正幅度与冲突衰减; 性能约束  $\zeta^\top H \Delta q \leq -\rho \|\zeta\|_2^2$  基于一阶泰勒展开, 保证了闭环系统冲突强度范数以比率  $\sqrt{1-2\rho}$  ( $\rho \in (0, 0.5)$ ) 单调递减, 较大的  $\rho$  值加速收敛但是可能导致优化问题不可行;  $\delta_{\max}$  为最大修正幅度;  $\mathcal{Q}_{\text{safe}}$  为满足避障约束的控制点可行域.

鉴于该优化问题规模较小, 采用内点法进行求解. 为降低计算和通信负荷, 设置事件触发机制, 有

$$\mathcal{E} : \{t \in \mathbb{R}^+ | (\|\zeta(t)\|_\infty \geq \delta_{\text{trigger}}) \wedge (t - t_{\text{last}} \geq \Delta T_{\text{min}})\}. \quad (50)$$

其中:  $\|\zeta(t)\|_\infty$  为冲突最大分量,  $\delta_{\text{trigger}} > 0$  为冲突阈值,  $\Delta T_{\text{min}} > 0$  为最小触发间隔,  $t_{\text{last}}$  为上次触发时刻.

集群中各单机轨迹的修正通过邻居间的协商达成一致, 基于本地信息求解初始修正量  $\Delta q_i$  后, 与通信邻居交换意图, 通过一致性协议进行迭代协调, 有

$$\Delta q_i^{(k+1)} = (1 - \alpha) \Delta q_i^{(k)} + \frac{\alpha}{|\mathcal{N}_i|} \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij} \Delta q_j^{(k)}, \quad (51)$$

其中  $\alpha$  为一致性协议权重参数.

## 3 系统理论分析与参数设计

### 3.1 级联系统稳定性分析

#### 3.1.1 基本假设

为便于后续分析, 给出如下假设条件:

**假设 1** (ILAC 算法收敛性和 MPC 稳定性) ILAC 算法在线性约束规范条件下收敛至原问题 KKT 点, 系统  $(A_s, B_s)$  和  $(A_t, B_t)$  可镇定, 且时间层闭环矩阵满足  $\|\bar{A}_t\| < 1$ , 空间层、时间层终端代价矩阵  $P_s$ ,  $P_t$  和终端约束集  $\mathcal{X}_f^s, \mathcal{X}_f^t$  满足 MPC 稳定性要求.

**假设 2** (系统正则性条件) 系统扰动有界, 即  $\|w_s(k)\| \leq \bar{w}_s, \|w_t(k)\| \leq \bar{w}_t$ ; 控制约束集  $\mathcal{U}$  包含原点的邻域, 且存在足够的控制余量以补偿有界扰动.

**假设 3** (梯度矩阵有界性) 由链式法则确定的梯度矩阵  $H = \left(\frac{\partial \zeta}{\partial y}\right) \cdot \left(\frac{\partial y}{\partial q}\right) = \frac{\partial \zeta}{\partial q}$  有界、满秩, 且 Lipschitz 连续, 即存在常数  $M_{\text{grad}}$  和  $L_{\text{grad}}$ , 使得

$$\left\| \frac{\partial \zeta}{\partial q} \right\| \leq M_{\text{grad}}, \left\| \frac{\partial \zeta}{\partial q}(q_1) - \frac{\partial \zeta}{\partial q}(q_2) \right\| \leq L_{\text{grad}} \|q_1 - q_2\|. \quad (52)$$

### 3.1.2 子系统稳定性分析

为分析级联系统整体稳定性, 结合第 2 节时空解耦内容, DSTMPC 级联系统模型为

$$\begin{cases} \Sigma_s : x_s(k+1) = \\ \quad A_s x_s(k) + B_s u_s(k) + w_s(k) + d_s(k), \\ \Sigma_t : x_t(k+1) = \\ \quad A_t x_t(k) + B_t u_t(k) + w_t(k) + d_t(k). \end{cases} \quad (53)$$

其中:  $w_s(k), w_t(k)$  为系统外部扰动,  $d_s(k), d_t(k)$  为梯度反馈引起的层间耦合扰动.

轨迹参数修正量  $\Delta q(k)$  对于子系统的影响为

$$\begin{cases} d_i^s(k) = L_q^s \cdot \Delta q_i(k), \\ d_i^t(k) = L_q^t \cdot \Delta q_i(k). \end{cases} \quad (54)$$

其中:  $L_q^s$  轨迹控制点变化对于空间层跟踪误差的敏感度,  $L_q^t$  为轨迹曲率变化对于时间层的影响.

#### 1) 空间层子系统分析.

**引理 1** (空间层递归可行性与 ISS) 对于空间层 MPC 系统, 在满足假设 1 和假设 2 的前提下, 若初始状态  $x_s(0) \in \mathcal{X}_0$  可行, 则有:

① 优化问题对于所有  $k \geq 0$  递归可行.

② 无扰动时闭环系统渐近稳定.

③ 当存在扰动  $\omega_s^i = w_i^s + d_i^s$  时, 系统是输入-状态稳定的, 其 ISS 增益函数  $\gamma_s(\cdot)$  可表示为

$$\gamma_s(\|\omega_s\|) = c_s \cdot \|\omega_s\|. \quad (55)$$

其中: ISS 增益系数  $c_s = \frac{\|P_s\| \cdot \|B_s\| \cdot \Phi_s}{(1 - \rho_s) \cdot \lambda_{\min}(Q_s)}$ ,  $\Phi_s = \sum_{j=0}^{N_s-1} \|A_s\|^j$  为开环有限步扰动传播因子, 收缩因子  $\rho_s = 1 - \frac{\lambda_{\min}(Q_s)}{\lambda_{\max}(P_s)} < 1$  由 Riccati 方程性质保证.

**证明** ① 递归可行性由终端集  $\mathcal{X}_f^s$  的控制不变性保证. 设时刻  $k$  的最优控制序列为  $U_s^*(k)$ , 则时刻

$k+1$  的候选解可构造为将  $U_s^*(k)$  左移一步并附加终端控制律  $u_f = K_s(x_s - x_{\text{ref}})$ , 由终端集不变性, 候选解满足所有约束.

② 渐近稳定性: 选取最优值函数  $V(x) = V_s^*(x)$  作为 Lyapunov 函数. 由 Riccati 方程性质以及终端代价设计. 沿闭环轨迹的前向差分满足

$$\Delta V_s^* = V_s^*(x_s(k+1)) - V_s^*(x_s(k)) \leq -\lambda_{\min}(Q_s) \|x_s(k)\|^2. \quad (56)$$

由 Lyapunov 稳定性理论可知, 系统渐近稳定.

③ ISS 特性: 当存在扰动时, 利用控制余量构造约束候选解. 由于系统为线性时不变系统, Lipschitz 常数为  $\|A_s\|$ . 扰动预测时域内传播上界为

$$\begin{aligned} \|x_s(k+j) - x_s^*(k+j)\| &\leq \\ &\sum_{i=0}^{j-1} \|A_s\|^i \cdot \|B_s\| \cdot \|\omega_s\| \leq \\ &\Phi_s \cdot \|B_s\| \cdot \|\omega_s\|. \end{aligned} \quad (57)$$

结合代价函数的 Lipschitz 性质, Lyapunov 函数前向差分满足  $\Delta V_s^* \leq -\lambda_{\min}(Q_s) \|x_s\|^2 + M_s \|\omega_s\|$ ,  $M_s = \|P_s\| \cdot \|B_s\| \cdot \Phi_s$ , 由此可得到 ISS 增益.  $\square$

#### 2) 时间层子系统分析.

**引理 2** (时间层指数稳定性与 ISS) 对于时间层系统, 在满足假设 1 和假设 2 的条件下, 有:

① 系统是指数稳定的, 存在常数  $c_1, c_2 > 0$ , 使得

$$\|x_t(k)\| \leq c_1 e^{-c_2 k} \|x_t(0)\|. \quad (58)$$

② 对于扰动  $\omega_t^i = \omega_i^t + d_i^t$ , ISS 增益为

$$\begin{aligned} \gamma_t(\|\omega_t\|) &= \\ &(\|P_t\| \cdot \|B_t\|) \cdot \|\omega_t\| / [(1 - \|A_t - B_t((R_t + \\ &B_t^T P_t B_t)^{-1} B_t^T P_t A)\|) \cdot \lambda_{\min}(Q_t)]. \end{aligned} \quad (59)$$

**证明** ① 指数稳定性: 选取二次型 Lyapunov 函数  $V_t(x_t) = x_t^T P_t x_t$ . 由离散 Riccati 方程, 闭环系统  $x_t(k+1) = \bar{A}_t x_t(k)$  沿轨迹的前向差分满足

$$\Delta V_t = -x_t^T Q_t x_t \leq -\lambda_{\min}(Q_t) \|x_t\|^2, \quad (60)$$

可得到收敛率  $c_2 = -\frac{1}{2} \ln(1 - \lambda_{\min}(Q_t) / \lambda_{\max}(P_t)) > 0$ .

② ISS 特性: 当存在扰动时, 闭环动力学为  $x_t(k+1) = \bar{A}_t x_t(k) + B_t \omega_t(k)$ . 可得到前向差分为

$$\begin{aligned} \Delta V_t &\leq -\lambda_{\min}(Q_t) \|x_t\|^2 + 2x_t^T \bar{A}_t^T P_t B_t \omega_t + \\ &\omega_t^T B_t^T P_t B_t \omega_t. \end{aligned} \quad (61)$$

利用 Young 不等式  $2a^T b \leq \epsilon \|a\|^2 + \epsilon^{-1} \|b\|^2$  处理交叉项, 取适当的  $\epsilon$ , 可得到 ISS 增益表达式.  $\square$

#### 3) 梯度反馈收敛性分析.

**引理 3** (梯度反馈收敛性) 考虑基于 KKT 条件

的梯度反馈控制器, 如下所示:

$$\Delta q(k) = -K \cdot H^T \zeta(q(k)), \quad (62)$$

其中  $\zeta$  为冲突强度向量. 若  $H$  满足假设 3,  $K$  满足  $\lambda_{\max}(K) < 2/(L_{\text{grad}} \cdot \|H\|^2)$ , 则冲突  $\|\zeta\|$  指数收敛至 0.

**证明** 取 Lyapunov 函数  $V_{\text{fb}}(q) = \|\zeta(q)\|^2$ , 沿系统轨迹计算前向差分, 有

$$V_{\text{fb}} = \|\zeta(q + \Delta q)\|^2 - \|\zeta(q)\|^2. \quad (63)$$

由一阶泰勒展开, 有

$$\zeta(q + \Delta q) \approx \zeta(q) + H \cdot \Delta q = \zeta(q) - HKH^T \zeta(q). \quad (64)$$

将式 (64) 代入前向差分公式 (63) 并展开, 可得到

$$\Delta V_{\text{fb}} \approx \zeta^T (I - HKH^T)^T (I - HKH^T) \zeta - \zeta^T \zeta = -\zeta^T [2HKH^T - HKH^T HKH^T] \zeta. \quad (65)$$

定义  $m_{\text{grad}} = \inf_q \lambda_{\min}(H^T H) > 0$ , 当  $\lambda_{\max}(K) < 2/(L_{\text{grad}} \cdot \|H\|^2)$  时, 有

$$\Delta V_{\text{fb}} \leq -\rho_{\text{fb}} V_{\text{fb}}, \quad \rho_{\text{fb}} = 2\lambda_{\min}(K) \cdot m_{\text{grad}} - \lambda_{\max}^2(K) \cdot \|H\|^4. \quad (66)$$

由假设 3, 梯度矩阵有界且满秩,  $0 < \rho_{\text{fb}} < 1$  成立, 故冲突强度指数收敛.  $\square$

### 3.1.3 级联系统全局稳定性

**定理 1** (级联系统稳定性) 考虑包含梯度反馈的 DSTMPC 级联系统, 若满足如下条件, 则级联系统全局渐近稳定:

- 1) 子系统满足引理 1 和引理 2 的 ISS 条件.
- 2) 梯度反馈满足引理 3 的收敛条件.
- 3) 小增益条件  $\gamma_s^{\text{tot}} \cdot \gamma_t^{\text{tot}} \cdot \gamma_{\text{fb}} < 1$  成立. 其中:  $\gamma_s^{\text{tot}} = c_s \cdot L_q^s$ ,  $\gamma_t^{\text{tot}} = c_t \cdot L_q^t$ ,  $\gamma_{\text{fb}} = \lambda_{\max}(K) \cdot M_{\text{grad}}$ .

**证明** 构造复合 Lyapunov 函数, 如下所示:

$$V(x_s, x_t, q) = V_s^*(x_s) + \sigma_1 \cdot V_t(x_t) + \sigma_2 \cdot V_{\text{fb}}(q). \quad (67)$$

其中:  $\sigma_1, \sigma_2 > 0$  为设计参数.

分析  $V$  的前向差分  $\Delta V = V(k+1) - V(k)$ .

由引理 1 的 ISS 特性, 空间层满足

$$\Delta V_s \leq -\lambda_{\min}(Q_s) \|x_s\|^2 + \gamma_s(\|\omega_s\|) = -\lambda_{\min}(Q_s) \|x_s\|^2 + c_s \cdot \|w_s + d_s\|. \quad (68)$$

由引理 2 的 ISS 特性, 时间层满足

$$\Delta V_t \leq -\lambda_{\min}(Q_t) \|x_t\|^2 + \gamma_t(\|\omega_t\|) = -\lambda_{\min}(Q_t) \|x_t\|^2 + c_s \cdot \|w_t + d_t\|. \quad (69)$$

将耦合扰动界  $\|d_s\| \leq \|\Delta q\|, \|d_t\| \leq L_q^t \|q\|$  代入式 (69), 并由梯度反馈控制律  $\|\Delta q\| \leq \lambda_{\max}(K) \cdot M_{\text{grad}} \times \|\zeta\|$ , 可得到复合 Lyapunov 函数的前向差分满足

$$\Delta V \leq -\lambda_{\min}(Q_s) \|x_s\|^2 + c_s \cdot L_q^s \cdot \lambda_{\max}(K) \cdot M_{\text{grad}} \cdot \|\zeta\| -$$

$$\sigma_1 \lambda_{\min}(Q_t) \|x_t\|^2 + c_s \cdot \bar{w}_s + \sigma_1 c_t \cdot L_q^t \cdot \lambda_{\max}(K) \times M_{\text{grad}} \|\zeta\| + \sigma_1 c_t \cdot \bar{w}_t - \sigma_2 \rho_{\text{fb}} \|\zeta\|^2. \quad (70)$$

由梯度反馈控制律  $\|\Delta q\| \leq \lambda_{\max}(K) \cdot M_{\text{grad}} \cdot \|\zeta\|$ , 利用 Young 不等式处理耦合项, 有

$$c_s \cdot L_q^s \cdot \|\Delta q\| \cdot \|x_s\| \leq \frac{\epsilon_1}{2} \|x_s\|^2 + \frac{(c_s \cdot L_q^s \cdot \gamma_{\text{fb}})^2}{2\epsilon_1} \|\zeta\|^2. \quad (71)$$

选取适当  $\epsilon_1, \epsilon_2 > 0$  和权重  $\sigma_1, \sigma_2 > 0$ , 由小增益条件约束耦合项有界, 使得负定项主导耦合项, 可得到

$$\Delta V \leq -\alpha_3(\|(x_s, x_t, q)\|). \quad (72)$$

由 Lyapunov 理论, 级联系统全局渐近稳定.  $\square$

### 命题 1 (级联系统小增益设计准则) DSTMPC

级联系统参数满足如下条件时全局渐近稳定:

$$\underbrace{\frac{\|P_s\| \cdot \|B_s\| \cdot \Phi_s}{(1 - \rho_s) \cdot \lambda_{\min}(Q_s)}}_{\gamma_s^{\text{tot}}} \cdot L_q^s \cdot \underbrace{\frac{\|P_t\| \cdot \|B_t\|}{(1 - \|\bar{A}_t\|) \lambda_{\min}(Q_t)}}_{\gamma_t^{\text{tot}}} \cdot L_q^t \cdot \underbrace{\lambda_{\max}(K) \cdot M_{\text{grad}}}_{\gamma_{\text{fb}}} < 1. \quad (73)$$

其中:  $P_s, P_t$  分别为空间层、时间层 Riccati 方程的解矩阵;  $\Phi_s = \sum_{j=0}^{N_s-1} \|A_s\|^j$ ,  $N_s$  为空间层预测步长;  $\rho_s$  为空间层收缩因子;  $\bar{A}_t$  为时间层闭环系统矩阵, 由 Riccati 方程求解保证  $\rho(\bar{A}_t) < 1$ .

**证明** 由引理 1 ~ 引理 3, 各子系统增益上界分别为

$$\begin{cases} \gamma_s(r) = c_s \cdot r, & c_s = \frac{|P_s| \cdot |B_s| \cdot \Phi_s}{(1 - \rho_s) \cdot \lambda_{\min}(Q_s)}; \\ \gamma_t(r) = c_t \cdot r, & c_t = \frac{|P_t| \cdot |B_t|}{(1 - \rho(\bar{A}_t)) \cdot \lambda_{\min}(Q_t)}; \\ \gamma_{\text{fb}}(r) = \lambda_{\max}(K) \cdot M_{\text{grad}} \cdot r. \end{cases} \quad (74)$$

考虑耦合扰动 Lipschitz 映射  $L_q^s, L_q^t$ , 总增益为

$$\gamma_s^{\text{tot}} = c_s \cdot L_q^s, \quad \gamma_t^{\text{tot}} = c_t \cdot L_q^t, \quad (75)$$

其中小增益条件  $\gamma_s^{\text{tot}} \cdot \gamma_t^{\text{tot}} \cdot \gamma_{\text{fb}} < 1$ , 代入增益系数表达式即可得到所述参数约束条件.  $\square$

## 3.2 参数选择与敏感性分析

DSTMPC 框架的控制性能与系统参数密切相关, 本节基于控制系统设计原理, 分析 ADMM 惩罚参数  $\rho$ 、ILAC 信赖域初始半径  $\delta^{(0)}$  和迭代次数  $K_{\text{ILAC}}$  选取原则, 并通过仿真实验验证参数敏感性.

### 3.2.1 参数选择的理论分析

#### 1) ADMM 惩罚参数 $\rho$ .

由式 (24) 的增广拉格朗日函数, ADMM 惩罚参数  $\rho$  需要平衡局部优化目标与一致性约束. 局部子问题的 Hessian 矩阵主项为控制权重  $Q_u$ , 一致性约束

的惩罚强度由 $\rho$ 决定. 最优惩罚参数应使得原始残差与对偶残差的下降速率相当, 其量级满足

$$\rho^* \sim \mathcal{O}(\lambda_{\max}(Q_u)). \quad (76)$$

对于本文参数, 设 $Q_u = \text{diag}(0.1, 0.1, 0.1)$ , 理论预测 $\rho^* \sim \mathcal{O}(0.1 \sim 1)$ . 考虑分布式一致性约束的额外惩罚需求, 实际最优范围略高于理论预测.

## 2) ILAC 信赖域半径 $\delta^{(0)}$ .

ILAC 算法对非凸约束 $h_{\text{obs}}(p)$ 进行一阶泰勒展开 (19), 其线性化误差由二阶余项控制, 有

$$\varepsilon_{\text{lin}} \leq \frac{1}{2} \|\nabla^2 h_{\text{obs}}\|_{\max} \cdot (\delta^{(0)})^2. \quad (77)$$

为保证凸近似有效性, 线性化误差应小于安全裕度, 即 $\varepsilon_{\text{lin}} \leq d_{\text{safe}} - d_{\text{obs}}$ . 对于半径为 $r_m$ 的球形障碍物, 其 Hessian 矩阵满足 $\|\nabla^2 h_{\text{obs}}\| \leq 1/(r_m + d_{\text{obs}})$ . 取 $r_{\min} = \min\{r_m\}$ 为最小障碍物半径, 可得到信赖域上界为

$$\delta^{(0)} \leq \mathcal{O}(\sqrt{r_{\min} \cdot (d_{\text{safe}} - d_{\text{obs}})}), \quad (78)$$

即信赖域半径应与障碍物尺度和安全裕度的几何平均同阶.

## 3) ILAC 迭代次数 $K_{\text{ILAC}}$ .

ILAC 算法的收敛速度取决于信赖域更新策略 (23). 当模型匹配度 $\rho^{(l)} > \eta_1$ 时, 信赖域扩张加速收敛; 当 $\rho^{(l)} < \eta_3$ 时触发收缩. 在约束曲率有界条件下, 算法呈线性收敛, 迭代次数满足

$$K_{\text{ILAC}} \leq \mathcal{O}\left(\log\left(\frac{1}{\delta^{(0)} \cdot \varepsilon_{\text{tol}}}\right)\right), \quad (79)$$

其中 $\varepsilon_{\text{tol}}$ 为收敛容差.

### 3.2.2 参数敏感性仿真实验

以 50 组障碍物场景为基准, 对上述 3 个关键参数进行单因素敏感性分析, 实验结果如图 7 ~ 图 9 所示.

图 7 为 ADMM 惩罚参数 $\rho$ 的敏感性分析结果. 编队误差在 $\rho \approx 1.0$ 附近取得最小值; 当 $\rho$ 偏离该区间时, ADMM 收敛迭代次数和编队误差均显著增加, 实验结果与式 (79) 的理论预测一致.

图 8 为 ILAC 信赖域半径 $\delta^{(0)}$ 敏感性分析结果. 线性化误差随 $\delta^{(0)}$ 呈二次增长, 与式 (77) 的理论预测吻合; ILAC 迭代次数随 $\delta^{(0)}$ 增大而减少, 表明适当增大信赖域可加速收敛, 但是需要权衡线性化精度.

图 9 为 ILAC 迭代次数 $K_{\text{ILAC}}$ 的敏感性分析结果. 解质量和约束满足率均呈对数收敛, 当 $K \geq 8$ 后性能趋于饱和, 与式 (79) 对数复杂度分析一致.

综合理论分析与实验验证, 给出如下参数选取建议:

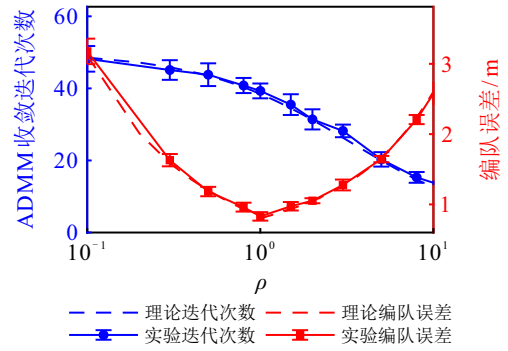


图7 ADMM 惩罚参数 $\rho$ 敏感性分析

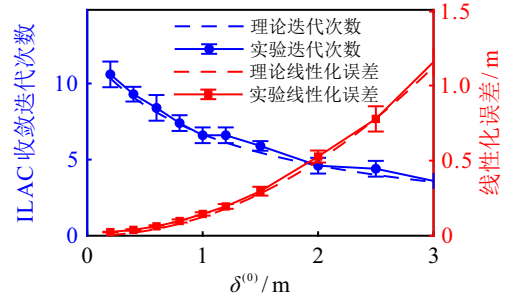


图8 ILAC 信赖域半径 $\delta^{(0)}$ 敏感性分析

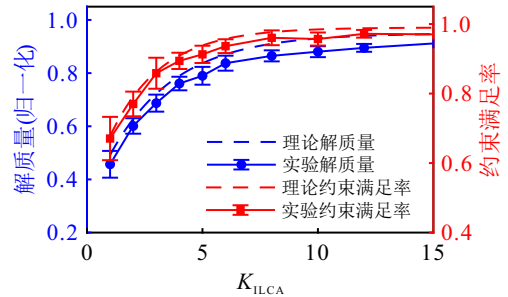


图9 ILAC 迭代次数 $K_{\text{ILAC}}$ 敏感性分析

1) ADMM 惩罚参数 $\rho$ : 参数取决于控制权重 $Q_u$ , 推荐选取 $\rho \in [0.5, 2.0]$ , 典型值 $\rho = 1.0$ .

2) 信赖域初始半径 $\delta^{(0)}$ : 其参数与场景相关, 可根据安全距离 $d_{\text{obs}}$ 配置, 推荐 $\delta^{(0)} \in [0.3d_{\text{obs}}, 0.5d_{\text{obs}}]$ .

3) ILAC 最大迭代次数 $K_{\text{ILAC}}$ : 该参数为通用经验上界, 推荐 $K_{\text{ILAC}} \leq 8$ .

上述参数配置下, 算法在保证安全性和编队精度的同时, 能够获得良好的计算效率.

## 4 仿真实验

为验证所提出方案的有效性, 本节设计与集中式 MPC、EGO-Swarm 的递进式对比仿真实验.

### 4.1 大规模巡检任务仿真

仿真环境构建于 $120\text{ m} \times 120\text{ m} \times 30\text{ m}$ 的三维空间, 模拟城市复杂环境下的无人机集群巡检任务. 集群系统由 1 架领航机和 24 架跟随机组成, 需要依次对目标点 1、目标点 2、目标点 3 进行巡检飞行. 障碍物环境由静态障碍物与动态障碍物混合构成: 静

态障碍物采用圆柱、三棱柱、四棱柱 3 种几何形状随机生成, 模拟城市建筑群、通信塔架等典型环境; 动态障碍物以随机移动球体模拟其他飞行器、飞鸟等动态目标. 为评估算法对于不同约束复杂度的适应

能力, 实验分别设置 30 个、50 个、70 个障碍物 3 种工况, 每种随机进行 20 次, 考察各方法在约束密度递增条件下的性能演变规律. 对比仿真实验示例如图 10 所示, 仿真平均性能统计如表 1 所示.

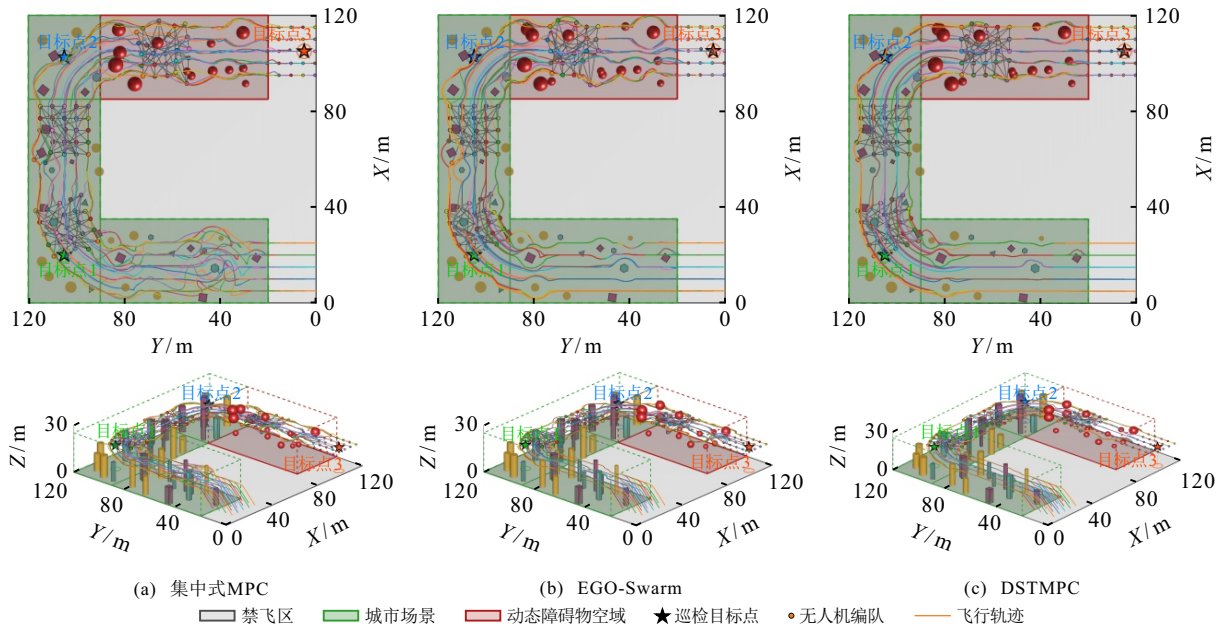


图10 城市巡检场景仿真对比实验

表1 仿真性能统计

障碍物数量	方法	碰撞次数	编队误差/m	轨迹平滑度	单机计算总时间/s	轨迹长度/m
30	集中式MPC	0	0.26	10.51	68	259.25
	EGO-Swarm	0	0.42	<b>8.84</b>	21.5	257.81
	DSTMPC	0	<b>0.22</b>	10.83	<b>18.6</b>	<b>255.43</b>
50	集中式MPC	1	0.32	12.3	85.0	263.76
	EGO-Swarm	0	0.51	<b>10.5</b>	30.8	261.54
	DSTMPC	0	<b>0.31</b>	12.6	<b>25.5</b>	<b>259.56</b>
70	集中式MPC	3	0.45	16.8	125.84	272.55
	EGO-Swarm	0	0.68	<b>13.5</b>	36.73	270.62
	DSTMPC	0	<b>0.36</b>	15.8	<b>29.41</b>	<b>268.76</b>

### 4.2 性能分析

由表 1 可见: 3 种方法中集中式 MPC 计算时间最长, 编队精度和轨迹平滑度适中, 但是安全性随着复杂度增加明显下降, 这是因为全局联合优化的  $O(N^3T^2)$  复杂度导致求解器在约束密集时无法充分收敛, 被迫牺牲安全裕度; EGO-Swarm 轨迹平滑度最优、安全性良好、计算效率适中, 但是编队误差始终最大, 源于分散式架构缺乏显式编队协调机制, 智能体间仅通过避碰约束隐式交互; DSTMPC 编队精度始终最优、安全性良好、计算效率最高、轨迹平滑度适中, 得益于时空解耦架构将计算负担分散至两个序贯子问题, 保留了显式的编队协调能力.

上述结果揭示了集群控制中全局协调能力与计

算可扩展性间的固有矛盾: 集中式方法追求联合最优但是难以实时求解, 分散式方法可扩展性强但是协调精度受限. 从环境复杂度递增的演变趋势来看, 集中式 MPC 退化最剧烈, EGO-Swarm 编队误差增幅最大, 而 DSTMPC 各指标退化幅度均为最小且可控. 这表明时空解耦策略有效缓解了上述矛盾, 在复杂动态环境下实现了安全性、编队精度与计算效率的综合平衡.

### 5 总结与展望

本文提出了分布式时空解耦模型预测控制 (DSTMPC) 框架, 以解决无人机集群协同控制中的高维非凸优化难题. 所提出框架通过空间层融合凸化与安全约束处理非凸几何限制, 时间层转化为高效分布式凸优化问题, 并创新性地引入冲突观测器实现了闭环时空协同, 有效兼顾了全局协调性与计算可扩展性. 理论证明了框架的递归可行性和稳定性, 实验验证了其在动态环境中能够更好地平衡安全性、编队精度与计算效率. 与集中式 MPC 和 EGO-Swarm 方法的对比实验表明, DSTMPC 框架在复杂动态环境下实现了安全性、编队精度与计算效率的综合平衡, 为大规模无人机集群的协同控制问题提供了一种有效的解决方案.

然而, 当前研究主要聚焦于集群安全和编队保持, 对任务执行效率的系统优化仍有不足. 未来工作

将在保障安全和编队精度的基础上,引入任务导向的速度规划策略,并进一步研究通信受限等非理想条件下的鲁棒控制方法。

### 参考文献 (References)

- [1] Javed S, Hassan A, Ahmad R, et al. State-of-the-art and future research challenges in UAV swarms[J]. *IEEE Internet of Things Journal*, 2024, 11(11): 19023-19045.
- [2] Ding Y H, Yang Z H, Pham Q V, et al. Distributed machine learning for UAV swarms: Computing, sensing, and semantics[J]. *IEEE Internet of Things Journal*, 2024, 11(5): 7447-7473.
- [3] Yao C H, Tian H, Wang C, et al. Joint optimization of control and communication in autonomous UAV swarms: Challenges, potentials, and framework[J]. *IEEE Wireless Communications*, 2021, 28(5): 28-35.
- [4] 赵畅, 刘允刚, 陈琳, 等. 面向元启发式算法的多无人机轨迹规划现状与展望[J]. *控制与决策*, 2022, 37(5): 1102-1115.  
(Zhao C, Liu Y G, Chen L, et al. Research and development trend of multi-UAV path planning based on metaheuristic algorithm[J]. *Control and Decision*, 2022, 37(5): 1102-1115.)
- [5] Fu X W, Pan J, Wang H X, et al. A formation maintenance and reconstruction method of UAV swarm based on distributed control[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2020, 104: 105981.
- [6] Luo L B, Wang X Y, Ma J F, et al. GrpAvoid: Multigroup collision-avoidance control and optimization for UAV swarm[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2023, 53(3): 1776-1789.
- [7] 鲜斌, 宋宁. 基于模型预测控制与改进人工势场法的多无人机轨迹规划[J]. *控制与决策*, 2024, 39(7): 2133-2141.  
(Xian B, Song N. A multiple UAVs path planning method based on model predictive control and improved artificial potential field[J]. *Control and Decision*, 2024, 39(7): 2133-2141.)
- [8] Hanna S, Krijestorac E, Cabric D. UAV swarm position optimization for high capacity MIMO backhaul[J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2021, 39(10): 3006-3021.
- [9] 何云凤, 史贤俊, 卢建华, 等. 基于同步 DMPC 的无人机编队跟踪与避障控制[J]. *控制与决策*, 2024, 39(11): 3557-3566.  
(He Y F, Shi X J, Lu J H, et al. UAV formation tracking and obstacle avoidance control based on synchronous DMPC[J]. *Control and Decision*, 2024, 39(11): 3557-3566.)
- [10] Du H B, Zhu W W, Wen G H, et al. Distributed formation control of multiple quadrotor aircraft based on nonsmooth consensus algorithms[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2019, 49(1): 342-353.
- [11] 邵壮, 祝小平, 周洲, 等. 三维动态环境下多无人机编队分布式保持控制[J]. *控制与决策*, 2016, 31(6): 1065-1072.  
(Shao Z, Zhu X P, Zhou Z, et al. Distributed formation keeping control of UAVs in 3-D dynamic environment[J]. *Control and Decision*, 2016, 31(6): 1065-1072.)
- [12] 赵超轮, 戴邵武, 赵国荣, 等. 基于分布式模型预测控制的无人机编队控制[J]. *控制与决策*, 2022, 37(7): 1763-1771.  
(Zhao C L, Dai S W, Zhao G R, et al. Formation control of multi-UAV based on distributed model predictive control algorithm[J]. *Control and Decision*, 2022, 37(7): 1763-1771.)
- [13] Richter C, Bry A, Roy N. Polynomial trajectory planning for aggressive quadrotor flight in dense indoor environments[C]. *Proceedings of Robotics Research*. Singapore, 2016: 649-666.
- [14] Gao F, Wu W, Lin Y, et al. Online safe trajectory generation for quadrotors using fast marching method and Bernstein basis polynomial[C]. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Brisbane, 2018: 348-355.
- [15] Mellinger D, Kumar V. Minimum snap trajectory generation and control for quadrotors[C]. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Shanghai, 2011: 2520-2525.
- [16] Zhou B Y, Gao F, Wang L Q, et al. Robust and efficient quadrotor trajectory generation for fast autonomous flight[J]. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2019, 4(4): 3529-3536.
- [17] Chen Y F, Cutler M, How J P. Decoupled multiagent path planning via incremental sequential convex programming[C]. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Seattle, 2015: 5954-5961.

### 作者简介

常绪成 (1983-), 男, 副教授, 博士, 主要研究方向为多智能体协同控制、智能导航与自主避障, E-mail: [changxc@zua.edu.cn](mailto:changxc@zua.edu.cn);

王敬宇 (1999-), 男, 硕士生, 主要研究方向为无人机集群控制, E-mail: [jywang0802@163.com](mailto:jywang0802@163.com);

朱锋 (2000-), 男, 硕士生, 主要研究方向为无人机路径规划, E-mail: [zhuf@zua.edu.cn](mailto:zhuf@zua.edu.cn);

任高峰 (1983-), 男, 副教授, 博士, 主要研究方向为飞行器动力学与控制、导航制导与控制, E-mail: [rengaofeng@zua.edu.cn](mailto:rengaofeng@zua.edu.cn);

李康 (2000-), 男, 硕士生, 主要研究方向为无人机集群协同控制, E-mail: [its\\_likang@163.com](mailto:its_likang@163.com);

刘代军 (1970-), 男, 教授, 博士, 主要研究方向为导航制导与控制、飞行器动力学与控制, E-mail: [liudaijun@zua.edu.cn](mailto:liudaijun@zua.edu.cn).