

控制与决策

Control and Decision

有界控制增益下异构多智能体系统的预设时间时变编队跟踪

刘恩豪, 贾新春, 段苏娜, 李宏鹏, 李寰宇

引用本文:

刘恩豪, 贾新春, 段苏娜, 等. 有界控制增益下异构多智能体系统的预设时间时变编队跟踪[J]. *控制与决策*, 2026, 41(5): 1265-1274.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2025.0990>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[基于移动传感器/执行器网络的时滞分布参数系统镇定控制](#)

Stabilization control for a class of distributed parameter systems with time-delay based on mobile sensor and actuator networks
控制与决策. 2021, 36(8): 1955-1962 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1309>

[多航天器系统分布式固定时间输出反馈姿态协同跟踪控制](#)

Distributed fixed-time output feedback attitude coordination tracking control for multiple rigid spacecraft
控制与决策. 2021, 36(5): 1049-1058 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0968>

[基于模型依赖驻留时间的异步切换控制](#)

Asynchronous switching control based on mode-dependent average dwell time
控制与决策. 2021, 36(3): 609-618 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0645>

[四旋翼无人机抗干扰轨迹跟踪控制](#)

Anti-interference trajectory tracking control of quadrotor UAV
控制与决策. 2021, 36(2): 379-386 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0875>

[基于神经动态优化的非线性系统近似最优跟踪控制](#)

Approximate optimal tracking control for nonlinear systems based on neurodynamic optimization
控制与决策. 2021, 36(1): 97-104 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0056>

有界控制增益下异构多智能体系统的预设时间时变编队跟踪

刘恩豪¹, 贾新春^{1†}, 段苏娜², 李宏鹏¹, 李寰宇¹

(1. 山西大学 自动化与软件学院, 太原 030031; 2. 山西大学 数学与统计学院, 太原 030006)

摘要: 研究有向图下具有有界控制增益的异构多智能体系统 (HMASs) 的预设时间时变编队跟踪 (TVFT) 问题. 首先, 为每个智能体提出一个预设时间切换观测器用于估计领导者的状态, 该观测器从一个基于时基生成器 (TBG) 项的观测器切换到另一个基于分数阶项的观测器. 基于预设时间切换观测器, 提出一个编队跟踪切换控制器, 该控制器从一个基于 TBG 反馈的控制器切换到另一个基于分数阶反馈的控制器. 所提出的预设时间切换观测器和编队跟踪切换控制器中的切换时刻均可由用户提前任意预设. 然后, 使用李雅普诺夫稳定性理论, 证明在所提控制器下可以使编队跟踪误差在预设切换时刻收敛到一个可调域内, 并在预设切换时刻后的另一个预设时间内收敛到零. 与现有的具有时变扩展函数的控制器相比, 所提出的控制器可以避免无界控制增益带来的数值实现问题. 最后, 通过两个仿真示例验证理论结果的有效性.

关键词: 异构多智能体系统; 时变编队跟踪; 预设时间切换观测器; 时基生成器; 有界控制增益; 切换控制器

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2025.0990

引用格式: 刘恩豪, 贾新春, 段苏娜, 等. 有界控制增益下异构多智能体系统的预设时间时变编队跟踪 [J]. 控制与决策, 2026, 41(5): 1265-1274.

Prescribed-time time-varying formation tracking of heterogeneous multi-agent systems with bounded control gains

LIU En-hao¹, JIA Xin-chun^{1†}, DUAN Su-na², LI Hong-peng¹, LI Huan-yu¹

(1. School of Automation and Software Engineering, Shanxi University, Taiyuan 030031, China; 2. School of Mathematics and Statistics, Shanxi University, Taiyuan 030006, China)

Abstract: This paper addresses the prescribed-time time-varying formation tracking (TVFT) problem for heterogeneous multi-agent systems (HMASs) with bounded control gains under a directed graph. First, a prescribed-time switching observer is proposed for each agent to estimate the leader's state. The prescribed-time switching observer switches from one observer with a time-based generator (TBG) term to another observer with a fractional-order term. Building on the prescribed-time switching observer, a formation tracking switching controller is presented and it switches from one TBG-based feedback controller to another controller with fractional-order feedback. The switching instants for the proposed prescribed-time switching observer and formation tracking switching controller can be arbitrarily pre-specified by a user. Then, using the Lyapunov stability theory, it is proven that the proposed controller can drive the formation tracking error to an adjustable domain at a prescribed switching instant and to zero within another prescribed time behind the prescribed switching instant. In contrast to the existing controllers with time-varying scaling functions, the proposed controller avoids the numerical realization problem caused by unbounded control gains. Finally, the effectiveness of the theoretical results are demonstrated through two simulation examples.

Keywords: heterogeneous multi-agent systems; time-varying formation tracking; prescribed-time switching observer; time-based generator; bounded control gains; switching controller

0 引言

近年来, 多智能体系统 (MASs) 的协同控制在自动化领域得到了广泛应用^[1], 例如多车辆协调^[2]、无人飞行器编队^[3] 和 水下机器人协同定位^[4] 等. 编队

跟踪控制作为 MASs 协同控制中的重要研究内容之一, 凭借其在灵活编队、复杂任务分解等方面的显著优势, 引发了学者们极大的研究兴趣. 编队跟踪控制的目标是设计一个适当的编队控制器, 在形成期望

收稿日期: 2025-09-19; 录用日期: 2026-01-05.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (62373231); 国家自然科学基金区域创新发展联合基金重点项目 (U24A20261).

责任编委: 左志强.

[†]通信作者. E-mail: xchjia@sxu.edu.cn.

队形的同时,跟踪由领导者产生的参考轨迹^[5].文献[6]主要研究了渐近控制,确保编队跟踪误差在时间趋向无穷大时收敛到零.渐近控制虽然在一些特定场景下有效,但不能很好地满足实际应用中对高精度和高速度的编队跟踪需求^[7].

随着对 MASs 编队跟踪控制研究的深入,稳态时间逐渐成为衡量控制性能的重要指标.有限时间控制^[8-9]提供了较高的收敛性能和更强的鲁棒性.然而,有限时间控制的稳态时间依赖于初始状态和控制参数,如果智能体的初始状态未知,则难以提前指定其稳态时间.为了克服这一点,学者们进一步提出了固定时间控制^[10].尽管固定时间控制的稳态时间仅依赖于控制参数,但控制参数之间的复杂关系导致很难提前预设系统的稳态时间^[11].

在许多实际工程应用中,瞬态过程需要在给定时间内结束,例如导弹制导^[12]、多区域电力系统控制^[13]和机器人系统中的避障^[14]等.为解决这一问题,通过在控制器的设计中引入一种时变扩展函数,文献[15]实现了规范型非线性系统的预设时间控制(稳态时间不依赖于智能体的初始状态和控制参数,且可以任意预先设定);随后,文献[16]通过采用与文献[15]中类似的方法解决了同构线性 MASs 的预设时间控制问题;文献[17]针对包含有向生成树的二阶 MASs 提出了一种预设时间状态观测器,并结合具有时变扩展函数的控制器实现了预设时间固定编队跟踪;考虑到实际应用中可能存在执行器故障,文献[18]提出了一个具有对加性故障和乘性故障容错性能的分布式协议,解决了预设时间容错编队包含控制问题.值得注意的是,上述文献中的控制器都是基于时变扩展函数设计的,可以实现精确的预设时间控制.但随着时间接近于预设时间,时变扩展函数的值会趋于无穷大,从而产生数值实现问题.

为了克服数值实现问题,文献[19]提出了一种时变扩展函数设计方法:通过在切换时刻减去一个充分小的常数,实现了预设时间跟踪控制且避免了数值实现问题;文献[20]在控制器的设计中引入一种时基生成器(TBG),实现了单积分器 MASs 的预设时间无领导者和领导-跟随一致性;文献[21]利用TBG方法解决了基于采样控制的单积分器 MASs 预设时间一致性问题;文献[22]将TBG方法扩展到具有未知扰动的高阶积分链系统中,结合非线性坐标变换方法实现了预设时间镇定.TBG增益的有界性避免了无界控制增益问题,但上述方法通常会降低控制精度.如何在避免数值实现问题的前提下保证控制精度,并解决预设时间时变编队跟踪(TVFT)

问题,仍然需进一步研究.此外,在上述研究中^[16-21],主要聚焦于同构和低阶 MASs,而在实际工程应用中,智能体常常具有不同的动力学和维度.因此,考虑异构多智能体系统(HMASs)的TVFT问题十分必要.

受到上述成果的启发,本文旨在研究有界控制增益的HMASs的精确预设时间TVFT问题.本文主要创新点如下:1)为了实现精确的预设时间TVFT,本文为HMASs设计编队跟踪切换控制器.该控制器是从一个基于TBG反馈的控制器切换到另一个基于分数阶反馈的控制器.其中,基于TBG反馈的控制器可确保编队跟踪误差在预设切换时刻收敛到一个可调域内.之后,基于分数阶反馈的控制器确保编队跟踪误差在预设切换时刻后的另一个预设时间内收敛到零.相较于只基于TBG的预设时间控制器^[20-22],本文所提控制器具有更高的控制精度.2)与有限时间控制^[8-9]和固定时间控制^[10-11]相比,本文提出的编队跟踪切换控制器可在预设时间内实现HMASs的精确编队跟踪.此外,不同于具有时变扩展函数的控制器^[16-18],由于TBG增益的有界特性,所提出的控制器可避免数值实现问题.

1 问题描述

符号说明:在本文中, I_n 表示 n 维单位矩阵, \mathbb{R}^m 和 $\mathbb{R}^{n \times m}$ 分别表示 m 维行向量和 $n \times m$ 矩阵空间的集合, $\text{diag}\{b_1, b_2, \dots, b_N\}$ 表示一个对角线上元素为 $b_i (i = 1, 2, \dots, N)$ 的对角矩阵, \otimes 表示克罗内克积, $\|\cdot\|$ 表示一个矩阵或向量的欧几里得范数.设 $\text{sig}(\cdot)^\alpha = \text{sgn}(\cdot) \cdot |\cdot|^\alpha$,其中 $\text{sgn}(\cdot)$ 表示符号函数.

1.1 图论

图 $\mathcal{G} = \{\mathcal{V}, \mathcal{E}, \mathcal{A}\}$ 表示跟随者之间的通信.其中: $\mathcal{V} = \{v_1, v_2, \dots, v_N\}$ 表示节点集, $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{V} \times \mathcal{V}$ 表示边集, $\mathcal{A} = [a_{ij}] \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 表示图 \mathcal{G} 的邻接矩阵.如果 $(v_j, v_i) \in \mathcal{E}$,则 $a_{ij} = 1$,否则 $a_{ij} = 0$.节点 v_i 的加权入度定义表示为 $d_{\text{in}}(v_i) = \sum_{j=1}^N a_{ij}$. $D = \text{diag}\{d_{\text{in}}(v_1), d_{\text{in}}(v_2), \dots, d_{\text{in}}(v_N)\} \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 表示入度矩阵.图 \mathcal{G} 的拉普拉斯矩阵由 $L = D - \mathcal{A}$ 表示. $\bar{\mathcal{G}} = 0 \cup \mathcal{G}$ 表示包含一个领导者和 N 个跟随者的有向图.定义领导者与跟随者之间的牵引矩阵为 $B = \text{diag}\{a_{10}, a_{20}, \dots, a_{N0}\} \in \mathbb{R}^{N \times N}$,如果跟随者 i 能直接获取领导者的信息,则 $a_{i0} > 0$,否则 $a_{i0} = 0$.此外,定义 $\mathcal{H} = L + B$.

1.2 时基生成器(TBG)

当一个连续可微的函数 $\theta(t)$ 满足如下两个条

件时,称 $\theta(t)$ 为一个 TBG: 1) 如果 $t = 0$, 则 $\theta(t) = 0$, 并且对于 $t \geq T_w$, $\theta(t) = 1$, 其中 T_w 表示一个任意正常数; 2) 如果 $\theta(t)$ 的导数满足 $t \in (0, T_w)$, 则 $\dot{\theta}(t) > 0$, 否则 $\dot{\theta}(t) = 0$.

注 1 文献 [22] 提出了一个如下典型的 TBG:

$$\begin{cases} \theta(t) = \frac{10}{T_w^6}t^6 - \frac{24}{T_w^5}t^5 + \frac{15}{T_w^4}t^4, & 0 \leq t \leq T_w; \\ 1, & t > T_w. \end{cases} \quad (1)$$

1.3 系统模型

考虑一个由 N 个跟随者组成的 HMAS

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = A_i x_i(t) + B_i u_i(t), & i = 1, 2, \dots, N; \\ y_i(t) = C_i x_i(t), & i = 1, 2, \dots, N. \end{cases} \quad (2)$$

其中: $x_i(t) \in \mathbb{R}^{n_i}$, $u_i(t) \in \mathbb{R}^{m_i}$ 和 $y_i(t) \in \mathbb{R}^p$ 分别是智能体 i 的状态、控制输入和输出; A_i , B_i 和 C_i 都是具有相容维数的常数矩阵, 表示每个智能体 i 的异构动力学.

领导者的动力学为

$$\begin{cases} \dot{x}_0(t) = A_0 x_0(t), \\ y_0(t) = C_0 x_0(t). \end{cases} \quad (3)$$

其中: $x_0(t) \in \mathbb{R}^{n_0}$ 和 $y_0(t) \in \mathbb{R}^p$ 分别是领导者的状态和输出, $A_0 \in \mathbb{R}^{n_0 \times n_0}$ 和 $C_0 \in \mathbb{R}^{p \times n_0}$ 是常数矩阵.

HMAS 的时变编队形状为

$$\dot{h}_i(t) = A_h h_i(t). \quad (4)$$

其中: A_h 与领导者矩阵 A_0 具有相同维数, 并且 $A_h \neq A_0$, $h_i(t) \in \mathbb{R}^{n_0}$ 是分段连续可微向量.

1.4 相关引理及定义

引理 1^[20] 考虑一个具有如下形式的系统:

$$\dot{x}(t) = f(t, x(t)), \quad x(0) = x_0. \quad (5)$$

其中: $x(t) \in \mathbb{R}^n$, $f(t, x(t))$ 在 \mathbb{R}^n 上是连续的并且 $f(0, x_0) = 0$. 如果存在一个正定函数 $V(x)$ 满足

$$\dot{V}(x) + \frac{\dot{\theta}(t)}{1 - \theta(t) + \tau} V(x) \leq 0,$$

其中 $0 < \tau \ll 1$ 且 $\theta(t)$ 是一个 TBG, 则

$$V(T_w) \leq \frac{\tau}{1 + \tau} V(0),$$

其中 T_w 是一个可以提前设定的任意正常数.

引理 2^[23] 对于系统 (5), 如果存在一个 Lyapunov 函数 $V(x)$, 使得

$$\dot{V}(x) + bV^\mu(x) \leq 0, \quad (6)$$

其中 $\mu \in (0, 1)$ 且 $b > 0$, 则 $V(x)$ 在有限时间内趋于 0. 此外, 稳态时间 T_d 满足

$$T_d \leq \frac{V^{1-\mu}(x_0)}{b(1-\mu)}. \quad (7)$$

引理 3^[24] 设 $z = [z_1^T, z_2^T, \dots, z_N^T]^T \in \mathbb{R}^{Nn}$. 其中: $z_i \in \mathbb{R}^n$, $i = 1, 2, \dots, N$. 下面不等式满足:

$$z^T \text{sig}(z)^\beta \geq (z^T z)^{\frac{1+\beta}{2}}, \quad (8)$$

其中 $\beta \in (0, 1)$. 为了解决 HMAS(2) 和 HMAS(3) 的预设时间 TVFT 问题, 本文对智能体之间的通信拓扑以及跟随者和领导者的系统矩阵作如下假设.

假设 1 图 \mathcal{G} 是无向且连通的. 此外, 至少存在一个可以从领导者那里获得信息的跟随者.

注 2 本文只考虑跟随者之间的网络为无向连通的情况, 最近一些新的研究成果^[25] 中也采用了这一假设. 实际上, 有向网络比无向网络更一般, 更能准确描述传感器网络和社交网络等实际系统^[17-18]. 然而, 由于有向网络的拉普拉斯矩阵具有不对称性, 特征值分析更为复杂, 收敛条件也更严格, 将本文结论推广到有向网络还需进一步研究.

假设 2 矩阵 A_0 的所有特征值都没有负实部.

注 3 假设 2 是求解线性输出调节问题的标准假设, 这意味着跟随者 (2) 的传输零点与领导者 (3) 的特征值不重合, 称为传输零点条件. 该假设在文献 [26] 中也曾被提出, 具体原因可参考文献 [27] 中的注 1.3.

假设 3 矩阵对 (A_i, B_i) ($i = 1, 2, \dots, N$) 是可镇定的.

假设 4 输出调节方程

$$\begin{aligned} X_i A_0 &= A_i X_i + B_i U_i, \\ C_i X_i &= C_0, \end{aligned} \quad (9a)$$

$$\begin{aligned} X_{hi} A_h &= A_i X_{hi} + B_i U_{hi}, \\ C_i X_{hi} &= C_0, \end{aligned} \quad (9b)$$

分别有解对 (X_i, U_i) , (X_{hi}, U_{hi}) ($i = 1, 2, \dots, N$).

定义 1 对于 HMAS(2) 和 HMAS(3), 如果存在一个控制器使得

$$\begin{cases} \lim_{t \rightarrow t_p} \|y_i(t) - y_0(t) - C_0 h_i(t)\| = 0, \\ \|y_i(t) - y_0(t) - C_0 h_i(t)\| = 0, \quad \forall t \geq t_p, \end{cases} \quad (10)$$

其中稳态时间 t_p 可以任意预先设定, 则称 HMAS(2) 和 HMAS(3) 实现了精确的预设时间 TVFT.

2 主要结果

2.1 预设时间切换观测器设计

由于只有一部分跟随者可以直接获得领导者的状态 $x_0(t)$, 为每一个跟随者设计如下预设时间切换观测器:

$$\dot{\hat{x}}_i(t) = A_0 \hat{x}_i(t) - \Pi_i(t). \quad (11)$$

$$\Pi_i(t) = \begin{cases} (\rho_1 + \rho_2\eta_1(t))\varepsilon_{\hat{x}_i}(t), & t \in [0, T_{w_1}); \\ \rho_1\varepsilon_{\hat{x}_i}(t) + \rho_2\text{sig}(\varepsilon_{\hat{x}_i}(t))^{\mu_1}, & t \in [T_{w_1}, \infty). \end{cases} \quad (12)$$

其中: $\hat{x}_i(t)$ 是 $x_0(t)$ 的估计; $\varepsilon_{\hat{x}_i}(t) = \sum_{j \in N_i} a_{ij}(\hat{x}_i(t) - \hat{x}_j(t)) + a_{i0}(\hat{x}_i(t) - x_0(t))$; ρ_1 和 ρ_2 是待设计的常数; $\mu_1 \in (0, 1)$; $\eta_1(t) = \frac{\dot{\theta}_1(t)}{1 - \theta_1(t) + \tau_1}$ 是 TBG 增益, $0 < \tau_1 \ll 1$; T_{w_1} 是预设时间切换观测器 (11) 的切换时刻.

定义智能体 i 的估计误差为 $e_{\hat{x}_i}(t) = \hat{x}_i(t) - x_0(t)$, 且有 $\varepsilon_{\hat{x}}(t) = (\mathcal{H} \otimes I_{n_0})e_{\hat{x}}(t)$, $e_{\hat{x}}(t) = [e_{\hat{x}_1}^T(t), e_{\hat{x}_2}^T(t), \dots, e_{\hat{x}_N}^T(t)]^T$, 以及 $\varepsilon_{\hat{x}}(t) = [\varepsilon_{\hat{x}_1}^T(t), \varepsilon_{\hat{x}_2}^T(t), \dots, \varepsilon_{\hat{x}_N}^T(t)]^T$, 根据假设 4 可得

$$\dot{e}_{\hat{x}}(t) = (I_N \otimes A_0)e_{\hat{x}}(t) - \Pi(t). \quad (13)$$

$$\Pi(t) = \begin{cases} (\rho_1 + \rho_2\eta_1(t))(\mathcal{H} \otimes I_{n_0})e_{\hat{x}}(t), & t \in [0, T_{w_1}); \\ \rho_1(\mathcal{H} \otimes I_{n_0})e_{\hat{x}}(t) + \rho_2\text{sig}((\mathcal{H} \otimes I_{n_0})e_{\hat{x}}(t))^{\mu_1}, & t \in [T_{w_1}, \infty). \end{cases} \quad (14)$$

其中 $\Pi(t) = [\Pi_1^T(t), \Pi_2^T(t), \dots, \Pi_N^T(t)]^T \in \mathbb{R}^{Nn_0}$.

定理 1 在假设 1 成立的情形下, 如果参数满足 $\mu_1 \in (0, 1)$, 且有

$$\rho_1 > \frac{\|\mathcal{H}\| \|A_0\|}{\lambda_{\min}(\mathcal{H}^2)}, \quad (15)$$

$$\rho_2 > \max \left\{ \frac{1}{2\lambda_{\min}(\mathcal{H})}, \frac{1}{2\lambda_{\min}(\mathcal{H})^{\frac{\mu_1+1}{2}}} \right\}, \quad (16)$$

则预设时间切换观测器 (11) 能够在预设时间 t_{p_1} 内实现对领导者状态的估计, 并在之后保持估计性能.

证明 证明分为两步.

第 1 步: 证明估计误差 $e_{\hat{x}_i}(t)$ 在切换时刻 T_{w_1} 进入一个可调域. 由式 (13) 可得

$$\dot{e}_{\hat{x}}(t) = (I_N \otimes A_0)e_{\hat{x}}(t) - (\rho_1 + \rho_2\eta_1(t))(\mathcal{H} \otimes I_{n_0})e_{\hat{x}}(t). \quad (17)$$

构造如下 Lyapunov 函数:

$$V(t) = e_{\hat{x}}^T(t)(\mathcal{H} \otimes I_{n_0})e_{\hat{x}}(t). \quad (18)$$

随后, $V(t)$ 的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= 2e_{\hat{x}}^T(t)(\mathcal{H} \otimes I_{n_0})\dot{e}_{\hat{x}}(t) = \\ &= 2e_{\hat{x}}^T(t)(\mathcal{H} \otimes I_{n_0})[(I_N \otimes A_0)e_{\hat{x}}(t) - \\ &= (\rho_1 + \rho_2\eta_1(t))(\mathcal{H} \otimes I_{n_0})e_{\hat{x}}(t)]. \end{aligned} \quad (19)$$

根据式 (15) 和 (16) 可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &\leq 2(\|\mathcal{H}\| \|A_0\| - \rho_1\lambda_{\min}(\mathcal{H}^2))\|e_{\hat{x}}(t)\|^2 - \\ &= 2\rho_2\eta_1(t)e_{\hat{x}}^T(t)(\mathcal{H}^2 \otimes I_{n_0})e_{\hat{x}}(t) \leq \\ &= \eta_1(t)V(t). \end{aligned} \quad (20)$$

由引理 1 可以推断出 $V(t)$ 收敛到 $\frac{\tau_1}{1 + \tau_1}V(0)$.

第 2 步: 证明估计误差 $e_{\hat{x}}(t)$ 在预设时间 t_{p_1} 时收敛到 0, 并在此后保持为 0. 对于 $t \in [T_{w_1}, \infty)$, 有

$$\dot{e}_{\hat{x}}(t) = (I_N \otimes A_0)e_{\hat{x}}(t) - \rho_1(\mathcal{H} \otimes I_{n_0})e_{\hat{x}}(t) - \rho_2\text{sig}((\mathcal{H} \otimes I_{n_0})e_{\hat{x}}(t))^{\mu_1}. \quad (21)$$

然后, $V(t)$ 的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= 2e_{\hat{x}}^T(t)(\mathcal{H} \otimes I_{n_0})\dot{e}_{\hat{x}}(t) = \\ &= 2[e_{\hat{x}}^T(t)(\mathcal{H} \otimes A_0)e_{\hat{x}}(t) - \rho_1e_{\hat{x}}^T(t)(\mathcal{H}^2 \otimes I_{n_0})e_{\hat{x}}(t) - \\ &= 2\rho_2e_{\hat{x}}^T(t)(\mathcal{H} \otimes I_{n_0})\text{sig}((\mathcal{H} \otimes I_{n_0})e_{\hat{x}}(t))^{\mu_1}. \end{aligned} \quad (22)$$

由式 (15) 和 (16) 可以推导出

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &\leq \\ &= 2(\|\mathcal{H}\| \|A_0\| - \rho_1\lambda_{\min}(\mathcal{H}^2))\|e_{\hat{x}}(t)\|^2 - \\ &= 2\rho_2e_{\hat{x}}^T(t)(\mathcal{H} \otimes I_{n_0})\text{sig}((\mathcal{H} \otimes I_{n_0})e_{\hat{x}}(t))^{\mu_1} \leq \\ &= -2\rho_2(\lambda_{\min}(\mathcal{H})V(t))^{\frac{\mu_1+1}{2}} < V^{\frac{1+\mu_1}{2}}(t). \end{aligned} \quad (23)$$

由于 $\mu_1 \in (0, 1)$, 根据引理 2 可知, 估计误差 $e_{\hat{x}}(t)$ 从可调域收敛到 0 所需要的时间是 $T_{d_1} \leq \frac{2V^{\frac{1-\mu_1}{2}}(T_{w_1})}{1 - \mu_1}$, 然后可以得到

$$T_{d_1} \leq \frac{2 \left[\frac{\tau_1}{1 + \tau_1} V(0) \right]^{\frac{1-\mu_1}{2}}}{1 - \mu_1}, \quad (24)$$

其中 $0 < \tau_1 \ll 1$. 此外, 可以调节参数 τ_1 使得 $T_{d_1} + T_{w_1} \leq t_{p_1}$. 最终可以得出估计误差 $e_{\hat{x}}(t)$ 在 $[T_{w_1}, t_{p_1})$ 收敛到零. 然后对于 $t \in [t_{p_1}, \infty)$, 估计误差 $e_{\hat{x}}(t) \equiv 0$, 这意味着对领导者状态的估计可以在 $[t_{p_1}, \infty)$ 上保持. 由此可得, 预设时间切换观测器 (11) 可以在预设时间 t_{p_1} 内估计到领导者的状态, 并在之后保持估计性能. \square

2.2 预设时间编队跟踪切换控制器设计

本节将设计一个基于 TBG 反馈和分数阶反馈的编队跟踪切换控制器. 首先, 为使控制器具有有界增益, 设计基于 TBG 反馈的控制器来确保编队跟踪误差在预设切换时刻收敛到一个可调域内; 其次, 为使 HMASs 的 TVFT 在预设时间内实现高精度收敛, 利用基于分数阶反馈的控制器的有限时间收敛特性使得编队跟踪误差从可调域进一步精确收敛到 0, 从而实现控制目标.

基于预设时间切换观测器 (11), 对于跟随者 i ($i = 1, 2, \dots, N$), 其控制输入 $u_i(t)$ 构造如下:

$$u_i(t) = K_{1i}x_i(t) + K_{2i}\hat{x}_i(t) + K_{4i}h_i(t) - q_1I_i^r(\tilde{x}_i(t)). \quad (25)$$

$$\Gamma_i(\tilde{x}_i(t)) = \begin{cases} \eta_2(t)K_{3i}\tilde{x}_i(t), & t \in [0, T_{w_2}); \\ \text{sig}(B_i^T M_i \tilde{x}_i(t))^{\mu_2}, & t \in [T_{w_2}, \infty). \end{cases} \quad (26)$$

其中: 编队跟踪误差是 $\tilde{x}_i(t) = x_i(t) - X_i \hat{x}_i(t) - X_{hi} h_i(t)$, K_{1i} 和 K_{3i} 是待设计的增益矩阵, $K_{2i} = U_i - K_{1i} X_i$, $K_{4i} = U_{hi} - K_{1i} X_{hi}$, (X_i, U_i) 是输出调节方程 (9) 的解对, q_1 是待设计的常数, $\mu_2 > 0$, 并且 $M_i > 0$.

$\eta_2(t) = \frac{\dot{\theta}_2(t)}{1 - \theta_2(t) + \tau_2}$ 是另一个 TBG 增益, 其中 $0 < \tau_2 \ll 1$. T_{w_2} 是编队跟踪切换控制器 (25) 的切换时刻. 由式 (2) 和 (25) 可以得到

$$\dot{x}_i(t) = A_i x_i(t) + B_i K_{1i} x_i(t) + B_i K_{2i} \hat{x}_i(t) + B_i K_{4i} h_i(t) - q_1 B_i \Gamma_i(\tilde{x}_i(t)). \quad (27)$$

注 4 $u_i(t)$ 中包含一个切换项 $\Gamma_i(\tilde{x}_i(t))$, 当 $t \in [0, T_{w_2})$ 时, $\Gamma_i(\tilde{x}_i(t)) = \eta_2(t)K_{3i}\tilde{x}_i(t)$ 是线性项, 其幅值与状态 $|\tilde{x}_i(t)|$ 成正比; 当 $t \in [T_{w_2}, \infty)$ 时, $\Gamma_i(\tilde{x}_i(t)) = \text{sig}(B_i^T M_i \tilde{x}_i(t))^{\mu_2}$ 是分数阶项, 幅值为 $|B_i^T M_i \tilde{x}_i(t)|^{\mu_2}$, 其大小与误差 $\tilde{x}_i(t)$ 的幂次 μ_2 相关. 在切换时刻 T_{w_2} 时, 会引起控制输入的幅值跳变, 在实际工程中需考虑平滑切换或确保连续性. 此外, 编队跟踪切换控制器较早切换有利于提高收敛速度, 较晚切换则可以保持线性阶段的平滑性, 减小切换幅值跳变. 在实际应用中, 应根据需要选择适当的切换时间.

如下定理给出了本文的主要结果.

定理 2 考虑在假设 1 ~ 假设 4 下的 HMAS(2) 和 HMAS(3). 如果控制参数满足 $\mu_2 \in (0, 1)$, $P = M_i B_i K_{3i} + K_{3i}^T B_i^T M_i$, $P_1 = M_i B_i B_i^T M_i$, 且

$$q_1 > \max \left\{ \frac{\lambda_{\max}(M_i)}{\lambda_{\min}(P)}, \frac{1}{2} \left(\frac{\lambda_{\max}(M_i)}{\lambda_{\min}(P_1)} \right)^{\frac{1+\mu_2}{2}} \right\}. \quad (28)$$

增益矩阵 K_{1i} 和 K_{3i} 满足

$$(A_i + B_i K_{1i})^T M_i + M_i (A_i + B_i K_{1i}) < 0, \quad (29)$$

$$M_i B_i K_{3i} + K_{3i}^T B_i^T M_i > 0, \quad (30)$$

其中 $M_i > 0$, 则编队跟踪切换控制器 (25) 能够在预设时间 t_{p_2} 内实现精确的 TVFT, 并在之后保持. 此外, 控制输入 $u_i(t)$ 在 $t \in [0, \infty)$ 是一致有界的.

证明 证明分为两步.

第 1 步: 证明编队跟踪误差 $\tilde{x}_i(t)$ 在切换时刻 T_{w_2} 进入可调域.

对于 $t \in [0, T_{w_2})$, 根据定理 1, 当 $t \geq t_{p_1}$ 时, 估计误差 $e_{\hat{x}}(t) \equiv 0$. 因此对于 $t \in [t_{p_1}, \infty)$, $\hat{x}_i(t) = x_0(t)$. $\tilde{x}_i(t)$ 可写为 $\tilde{x}_i(t) = x_i(t) - X_i x_0(t) - X_{hi} h_i(t)$. 由于 $U_i = K_{2i} + K_{1i} X_i$, $U_{hi} = K_{4i} + K_{1i} X_{hi}$, 结合假

设 4 和式 (27) 有

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_i(t) &= \dot{x}_i(t) - X_i \dot{x}_0(t) - X_{hi} \dot{h}_i(t) = \\ &= A_i x_i(t) + B_i K_{1i} x_i(t) + B_i K_{2i} \hat{x}_i(t) + \\ &+ B_i K_{4i} h_i(t) - q_1 B_i \Gamma_i(\tilde{x}_i(t)) - (A_i X_i x_0(t) + \\ &+ B_i K_{2i} x_0(t) + B_i K_{1i} X_i x_0(t)) - (A_i X_{hi} h_i(t) + \\ &+ B_i K_{4i} h_i(t) + B_i K_{1i} X_{hi} h_i(t)) = \\ &= A_i \tilde{x}_i(t) + B_i K_{1i} \tilde{x}_i(t) - q_1 B_i \Gamma_i(\tilde{x}_i(t)). \end{aligned} \quad (31)$$

对于 $t \in [t_{p_1}, T_{w_2})$, 根据式 (26) 可以得出

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_i(t) &= \\ &= (A_i + B_i K_{1i}) \tilde{x}_i(t) - q_1 \eta_2(t) B_i K_{3i} \tilde{x}_i(t). \end{aligned} \quad (32)$$

构造如下 Lyapunov 函数:

$$V_1(t) = \tilde{x}_i^T(t) M_i \tilde{x}_i(t). \quad (33)$$

此外, $V_1(t)$ 的导数满足

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) &= 2\tilde{x}_i^T(t) M_i \dot{\tilde{x}}_i(t) = \\ &= 2\tilde{x}_i^T(t) M_i [(A_i + B_i K_{1i}) \tilde{x}_i(t) - \\ &- q_1 \eta_2(t) B_i K_{3i} \tilde{x}_i(t)]. \end{aligned} \quad (34)$$

根据式 (28) 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) &= \\ &= \tilde{x}_i^T(t) [M_i (A_i + B_i K_{1i}) + \\ &+ (A_i + B_i K_{1i})^T M_i] \tilde{x}_i(t) - \\ &- q_1 \eta_2(t) \tilde{x}_i^T(t) (M_i B_i K_{3i} + K_{3i}^T B_i^T M_i) \tilde{x}_i(t) \leq \\ &- q_1 \eta_2(t) \frac{\lambda_{\min}(P)}{\lambda_{\max}(M_i)} V_1(t) < -\eta_2(t) V_1(t). \end{aligned} \quad (35)$$

根据引理 1, 进一步可得 $V_1(t)$ 收敛到 $\frac{\tau_2}{1 + \tau_2} V_1(0)$.

因此, 使编队跟踪误差 $\tilde{x}_i(t)$ 在切换时刻 T_{w_2} 进入可调域.

第 2 步: 证明编队跟踪误差 $\tilde{x}_i(t)$ 在预设时间 t_{p_2} 收敛到 0, 并在之后保持为 0. 对于 $t \in [T_{w_2}, \infty)$, 根据式 (31) 可写为

$$\dot{\tilde{x}}_i(t) = (A_i + B_i K_{1i}) \tilde{x}_i(t) - q_1 B_i \text{sig}(B_i^T M_i \tilde{x}_i(t))^{\mu_2}. \quad (36)$$

进一步可得 $V_1(t)$ 的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) &= 2\tilde{x}_i^T(t) M_i \dot{\tilde{x}}_i(t) = \\ &= 2\tilde{x}_i^T(t) M_i [(A_i + B_i K_{1i}) \tilde{x}_i(t) - \\ &- q_1 B_i \text{sig}(B_i^T M_i \tilde{x}_i(t))^{\mu_2}]. \end{aligned} \quad (37)$$

根据式 (28) 可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) &= \tilde{x}_i^T(t) [M_i (A_i + B_i K_{1i}) + \\ &+ (A_i + B_i K_{1i})^T M_i] \tilde{x}_i(t) - \\ &- 2q_1 \tilde{x}_i^T(t) M_i B_i \text{sig}(B_i^T M_i \tilde{x}_i(t))^{\mu_2} = \\ &- 2q_1 \left(\frac{\lambda_{\min}(P_1)}{\lambda_{\max}(M_i)} \right)^{\frac{1+\mu_2}{2}} V_1^{\frac{1+\mu_2}{2}}(t) < \\ &- V_1^{\frac{1+\mu_2}{2}}(t). \end{aligned} \quad (38)$$

由于 $\mu_2 \in (0, 1)$, 结合式 (38) 和引理 2 可以推

断出编队跟踪误差 $\tilde{x}_i(t)$ 从可调域收敛到 0 所需要的时间为 $T_{d_2} \leq \frac{2V_1^{\frac{1-\mu_2}{2}}(T_{w_2})}{1-\mu_2}$. 因此进一步可得

$$T_{d_2} \leq \frac{2\left[\frac{\tau_2}{1+\tau_2}V_1(0)\right]^{\frac{1-\mu_2}{2}}}{1-\mu_2}. \quad (39)$$

令 $t_{p_2} = T_{d_2} + T_{w_2}$, 基于上述分析可以得到

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow t_{p_2}} \|\tilde{x}_i(t)\| &= 0, \text{ 进一步证明了} \\ \lim_{t \rightarrow t_{p_2}} \|y_i(t) - y_0(t) - C_0 h_i(t)\| &= \lim_{t \rightarrow t_{p_2}} \|C_i \tilde{x}_i(t)\| = 0. \end{aligned} \quad (40)$$

由于式 (38) 在 $t \in [t_{p_2}, \infty)$ 上仍成立, 从而编队跟踪误差 $\tilde{x}_i(t)$ 在预设时间 t_{p_2} 之后恒为 0.

此外, 由文献 [20] 可知, TBG 增益 $\eta_2(t)$ 在 $[0, T_{w_2})$ 上有界并且存在一个最大值. 因此, 基于 TBG 增益 $\eta_2(t)$ 的控制输入 $u_i(t)$ 在 $t \in [0, \infty)$ 上是一致有界的. 综上所述, HMAS(2) 和 HMAS(3) 在所提编队跟踪切换控制器 (25) 下可精确地实现预设时间 TVFT. \square

注 5 由式 (25) 和定理 2 可知, 编队跟踪切换控制器的性能主要与 q_1 和 μ_2 有关. q_1 的选择要求满足式 (28), q_1 过大可能会导致控制器幅值过大, 引发执行器饱和. $\mu_2 \in (0, 1)$ 是分数阶项 $\text{sig}(B_i^T M_i \tilde{x}_i(t))^{\mu_2}$ 的指数, μ_2 越接近 1, 分数阶项 $\text{sig}(B_i^T M_i \tilde{x}_i(t))^{\mu_2}$ 越趋近于线性, 编队跟踪切换控制器的输出轨迹越平滑. 若 $\mu_2 \geq 1$, 则受控系统失去有限时间收敛特性.

注 6 从文中可知 $t_{p_2} = T_{d_2} + T_{w_2}$. 其中: $T_{d_2} \leq \frac{2\left[\frac{\tau_2}{1+\tau_2}V_1(0)\right]^{\frac{1-\mu_2}{2}}}{1-\mu_2}$ 是 $\tilde{x}_i(t)$ 从可调域收敛到 0 所需的时间, T_{d_2} 只与 τ_2 、 μ_2 和 $V_1(0)$ 有关. 在实际应用中: 首先, 给定一个预设时间 t_{p_2} ; 其次, 在区间 (t_{p_1}, t_{p_2}) 内任意选取切换时刻 T_{w_2} , t_{p_1} 是跟随者估计到领导者的状态所需时间; 最后, 通过选择合适的 τ_2 使得 $\frac{2\left[\frac{\tau_2}{1+\tau_2}V_1(0)\right]^{\frac{1-\mu_2}{2}}}{1-\mu_2} \leq t_{p_2} - T_{w_2}$.

注 7 文献 [16-18] 都是基于时变扩展函数解决预设时间控制问题的, 但随着时间趋向于预设时间, 时变扩展函数的值会趋向于无穷大, 从而导致数值实现问题. 由于 TBG 增益 $\eta_2(t)$ 在 $[0, T_{w_2})$ 上是有界的, 所提出的编队跟踪切换控制器 (25) 避免了由无界控制增益导致的数值实现问题.

3 仿真示例

例 1 这部分提供了一个仿真示例验证所提预

设时间切换观测器和编队跟踪切换控制器的有效性. 考虑由 1 个领导者与 5 个跟随者组成的 HMAS, 其中智能体之间的通信拓扑如图 1 所示.

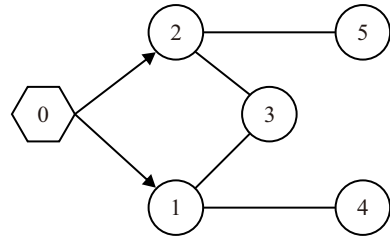


图1 通信拓扑

智能体 1 ~ 智能体 5 的动力学行为 (2), 智能体 0 的动力学行为 (3), 时变编队形状 $h_i(t)$ 的动力学行为 (4). 其中 HMAS 的系数矩阵选择为

$$\begin{aligned} A_h &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\omega^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\omega^2 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ A_0 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -0.4 \\ 0 & 0 & 0.6 & 0 \\ 0 & -0.3 & 0 & 0 \\ 0.8 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ C_0 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \\ A_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ A_3 &= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ C_3 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

这里 $\omega = 0.1$, $B_1 = I_3$, $B_3 = I_5$. 智能体 2 具有与智能体 1 相同的系统矩阵, 智能体 4 和智能体 5 具有与智能体 3 相同的系统矩阵. 可以看到 $A_0 \neq A_h$, 时变编队形状 $h_i(t)$ 设计为

$$\begin{aligned} h_{i1} &= r \sin(\omega t + (i-1)\pi/3) - r \cos(\omega t + (i-1)\pi/3), \\ h_{i2} &= 2r \sin(\omega t + (i-1)\pi/3), \\ h_{i3} &= r\omega \sin(\omega t + (i-1)\pi/3) + r\omega \cos(\omega t + (i-1)\pi/3), \\ h_{i4} &= 2r\omega \cos(\omega t + (i-1)\pi/3), \quad i = 1, 2, \dots, 5. \end{aligned}$$

选择 $r = 1$, $\rho_1 = 1.2$, $\rho_2 = 1.6$, $\mu_1 = \mu_2 = 0.9$ 和 $q_1 = 0.8$. 根据输出调节方程 (9), 满足定理 2 的部

分增益矩阵适当地选择为

$$X_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$U_1 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & -0.4 \\ 1 & 0 & -0.4 & 0 \\ 0 & -0.3 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

通过求解线性矩阵不等式 (29) 和 (30), 结合 (26) 下的参数可以得到

$$K_{11} = \begin{bmatrix} -0.5 & 0 & 0 \\ 0 & -0.5 & -0.5 \\ 0 & -0.5 & -0.5 \end{bmatrix},$$

$$K_{31} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 \end{bmatrix}.$$

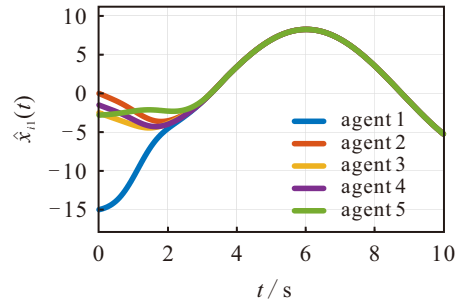
同理可得其余增益矩阵. 设 $t_{p_1} = 4, t_{p_2} = 6, T_{w_1} = 3.8, T_{w_2} = 5.8$. 领导者和预设时间切换观测器的初始值选择如下: $x_0(0) = [-8, -6, 4, 3]^T, \hat{x}_1(0) = [-15, -10, 10, 6]^T, \hat{x}_2(0) = [0, 0, 1.8, 1.5]^T, \hat{x}_3(0) = [-2.5, -1.8, 1.5, 2]^T, \hat{x}_4(0) = [-1.5, -1, 1.2, 1]^T$, 以及 $\hat{x}_5(0) = [-2.8, -2.5, 0.5, 0.2]^T$.

图 2 表明预设时间切换观测器 (11) 在预设时间 4 s 内实现了对领导者状态的估计. 如图 3 所示, 跟随者状态的估计误差在预设时间 4 s 内收敛到零, 验证了定理 1 的有效性. 由图 4(a) 可知, 5 个跟随者初始状态都不同, 但它们的编队跟踪误差在预设时间 6 s 内都能收敛到零, 验证了定理 2 中收敛的精确性. 此外, 从图 4 中可以看出, 图 4(a) 的切换时刻 T_{w_2} 为 5.8 s, 预设时间 t_{p_2} 为 6 s. 如图 4(b) 所示, 当预设切换时刻 T_{w_2} 选择为 4.8 s 时, 通过调节 T_{d_2} 预设时间 t_{p_2} 仍为 6 s, 说明不同的切换时刻都可以实现预设时间收敛.

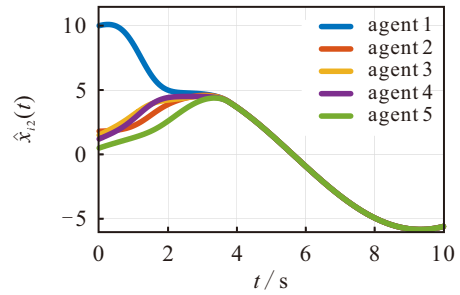
从图 5 中可以看出, 图 5(a) 的参数 q_1 为 0.8 时, 预设时间 t_{p_2} 为 6 s. 如图 5(b) 所示, 当参数 q_1 增大为 1.2 时, 预设时间 t_{p_2} 保持不变, 说明预设时间 t_{p_2} 可以由用户提前指定, 而不受其他任何控制参数的影响.

从图 6 中可以看出, 5 个跟随者的控制输入幅值始终维持在 0~35 的有限区间内, 控制输入幅值虽有波动, 但不存在幅值无限增大的情况, 验证了在所提预设时间 TVFT 协议 (25) 下的控制输入是有界的结论. 该控制输入的有界性可以确保控制器在工程上的可实现性.

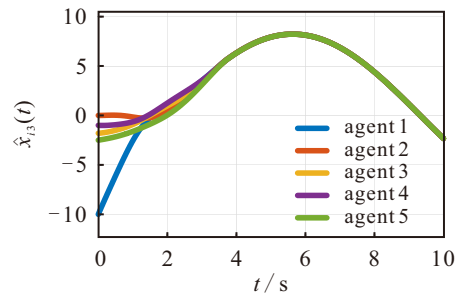
图 7 给出了领导者和 5 个跟随者在 8 s 内的输出轨迹. 可以看出, HMAS 可以在预设时间 6 s 内实现 TVFT, 并在之后保持期望的队形.



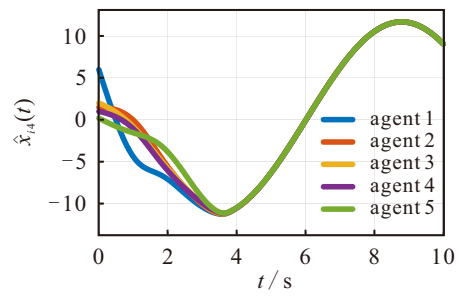
(a) 第1分量状态响应 $\hat{x}_{1i}(t)$



(b) 第2分量状态响应 $\hat{x}_{2i}(t)$



(c) 第3分量状态响应 $\hat{x}_{3i}(t)$



(d) 第4分量状态响应 $\hat{x}_{4i}(t)$

图2 预设时间切换观测器 (11) 下的状态响应 $\hat{x}_{ij}(t)$ ($i = 1, 2, \dots, 5, j = 1, 2, 3, 4$)

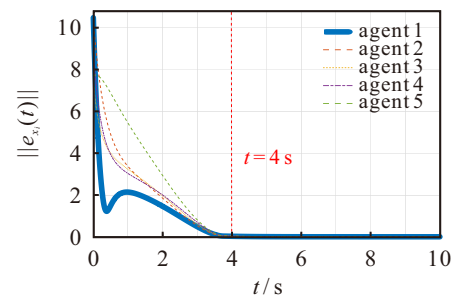
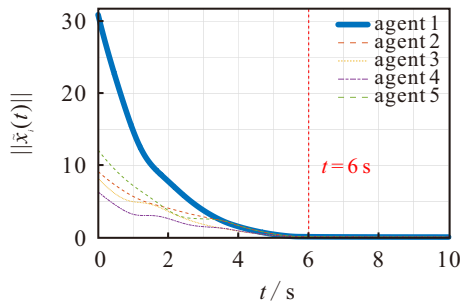
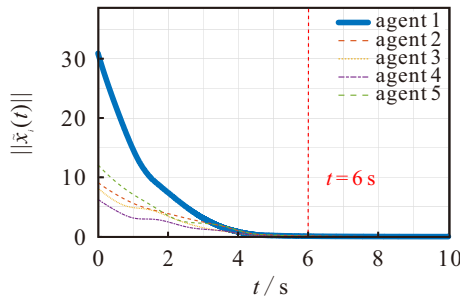


图3 预设时间切换观测器 (11) 下的估计误差 $\|e_{\hat{x}_i}(t)\|$ ($i = 1, 2, \dots, 5$)

上述仿真结果意味着 HMAS 精确地实现了预设时间 TVFT, 验证了定理 2 的有效性.

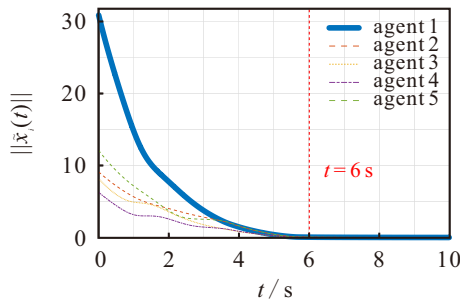


(a) 切换时刻 T_{w_2} 为 5.8s

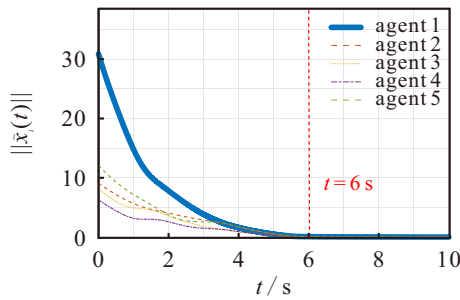


(b) 切换时刻 T_{w_2} 为 4.8s

图4 不同切换时刻 T_{w_2} 下的编队跟踪误差 $\|\tilde{x}_i(t)\|$ ($i = 1, 2, \dots, 5$)



(a) 参数 q_1 为 0.8



(b) 参数 q_1 为 1.2

图5 不同参数 q_1 下的编队跟踪误差 $\|\tilde{x}_i(t)\|$ ($i = 1, 2, \dots, 5$)

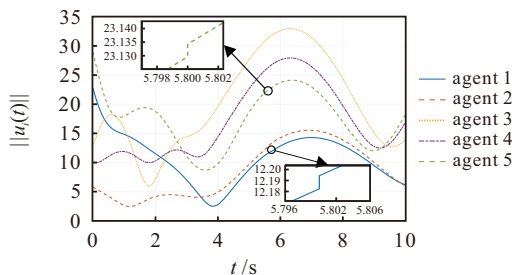


图6 预设时间 TVFT 协议 (25) 下的控制输入 $\|u_i(t)\|$ ($i = 1, 2, \dots, 5$)

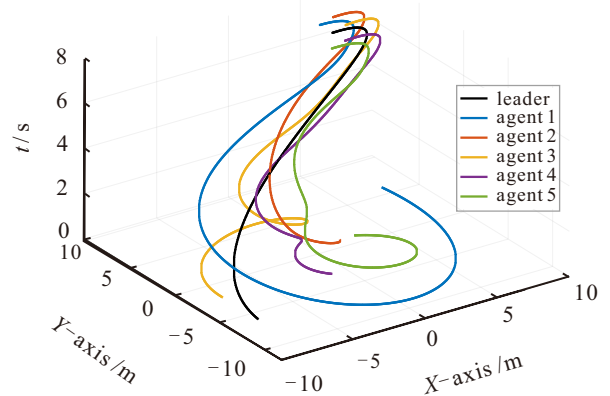


图7 领导者和 5 个跟随者在 8 s 内的输出轨迹

例 2 考虑由 6 个 F-18 战斗机组成的 HMAS 执行空中协同编队任务, 其中 F-18 战斗机 0 为领导者, F-18 战斗机 1 ~ 战斗机 5 为跟随者. F18 战斗机的系统矩阵引自文献 [28]. 此外, 跟随者与领导者之间的通信拓扑如图 8 所示.

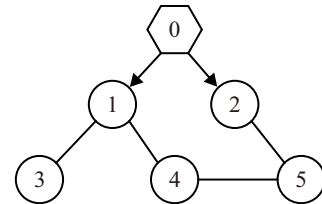


图8 F-18 战斗机的通信拓扑

F-18 战斗机解耦线性化的纵向状态动力学方程为

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha}_{i1}(t) \\ \dot{q}_{i2}(t) \end{bmatrix} = A_{\text{Long}}^i \begin{bmatrix} \alpha_{i1}(t) \\ q_{i2}(t) \end{bmatrix} + B_{\text{Long}}^i \begin{bmatrix} \delta_E(t) \\ \delta_{\text{PTV}}(t) \end{bmatrix}. \quad (41)$$

其中: $\dot{\alpha}_{i1}$ 是攻角变化率, \dot{q}_{i2} 是俯仰角加速度, α_{i1} 是攻角, q_{i2} 是俯仰角速率, δ_E 是对称升降舵位置, δ_{PTV} 是对称俯仰推力矢量喷嘴位置. 则 F-18 战斗机 i 的状态向量为 $x_i(t) = [\alpha_{i1}^T(t), q_{i2}^T(t)]^T, i = 1, 2, \dots, 5$, 且 F-18 战斗机 i 的控制输入表示为 $u_i(t) = [\delta_E^T(t), \delta_{\text{PTV}}^T(t)]^T$.

在此基础上, 取 0.9 Mach 速度和 10 kft 高度作为 F-18 战斗机 0、战斗机 1 和战斗机 2 的飞行条件, 取 0.8 Mach 速度和 10 kft 高度作为 F-18 战斗机 3、战斗机 4 和战斗机 5 的飞行条件, 然后可以得到下列纵向状态矩阵 A_{Long}^i 和纵向控制输入矩阵 B_{Long}^i :

$$A_{\text{Long}}^1 = \begin{bmatrix} -2.452 & 0.9856 \\ -38.61 & -1.34 \end{bmatrix},$$

$$B_{\text{Long}}^1 = \begin{bmatrix} -0.2757 & -0.05226 \\ -37.36 & -7.247 \end{bmatrix},$$

$$A_{\text{Long}}^3 = \begin{bmatrix} -1.675 & 0.9853 \\ -16.16 & -1.212 \end{bmatrix},$$

$$B_{\text{Long}}^3 = \begin{bmatrix} -0.2449 & -0.04649 \\ -28.34 & -5.742 \end{bmatrix}.$$

$C_i = I_2, A_h = A_{\text{Long}}^3$. 时变编队形状表示为 $h_i(t) = [r \sin(\omega t + (i - 5)\pi/2), 2r \cos(\omega t + (i - 5)\pi/2)]^T$, 选择 $r = 0.1, \omega = 0.1, \rho_1 = 1.5, \rho_2 = 1.8; \mu_1 = \mu_2 = 0.9$ 和 $q_1 = 4$. 根据输出调节方程 (9), 满足定理 2 的增益矩阵适当地选择为

$$U_3 = \begin{bmatrix} -0.777 & 0.0003 \\ -22.45 & -0.128 \end{bmatrix},$$

$$U_{h_1} = \begin{bmatrix} 0.777 & -0.0003 \\ 22.45 & 0.128 \end{bmatrix}.$$

此外, $X_i = I_2, U_3 = U_{h_3} = 0$, 类似例 1, 通过求解线性矩阵不等式 (29) 和 (30), 并且结合 (26) 下的参数可以得到其余增益矩阵.

设 $t_{p_1} = 2, t_{p_2} = 3, T_{w_1} = 1.8, T_{w_2} = 2.8$. 领导者的动力学 (3) 和预设时间分布式切换观测器 (13) 的初始值选择如下:

$$\hat{x}_0(0) = [-1, 1]^T, \hat{x}_1(0) = [1, -3]^T,$$

$$\hat{x}_2(0) = [-3, 0]^T, \hat{x}_3(0) = [1, -2]^T,$$

$$\hat{x}_4(0) = [2, -1]^T, \hat{x}_5(0) = [-2, 3]^T.$$

图 9 表明 F-18 战斗机 1 ~ 战斗机 5 在预设时间 2 s 内实现对 F-18 战斗机 0 状态的估计. 如图 10 所示, F-18 战斗机 1 ~ 战斗机 5 的编队跟踪误差在预设时间 3 s 内收敛到 0, 实现了 TVFT, 这意味着所设计的预设时间 TVFT 协议 (25) 是可行的.

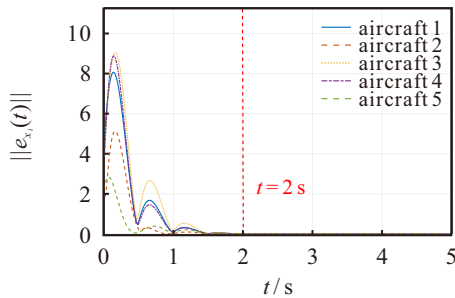


图9 F-18 战斗机 i 的编队跟踪误差 $\|e_{x_i}(t)\|$ ($i = 1, 2, \dots, 5$)

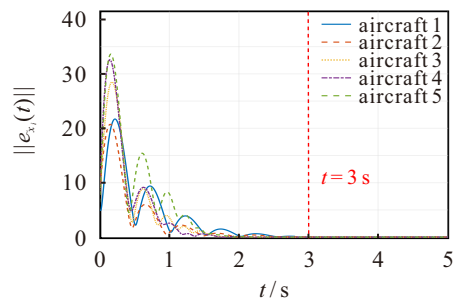


图10 F-18 战斗机 i 的编队跟踪误差 $\|\hat{x}_i(t)\|$ ($i = 1, 2, \dots, 5$)

图 11 给出了领导者战斗机和 5 个跟随者战斗机在 5 s 内的输出轨迹, 从局部放大图可看出, HMAS 可以在预设时间 3 s 后保持编队队形.

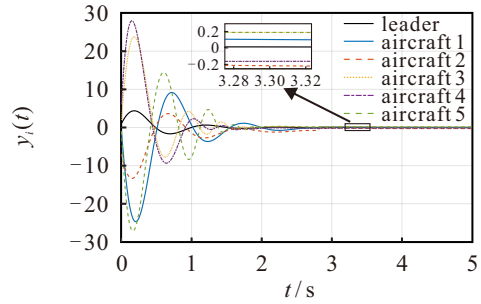


图11 6 个 F-18 战斗机在 5 s 内的输出轨迹 $y_i(t)$ ($i = 0, 1, \dots, 5$)

4 结论

本文研究了有向图下具有有界控制增益的 HMASs 的精确预设时间 TVFT 问题. 首先, 设计了一种新颖的预设时间切换观测器, 可以在预设时间内估计出领导者的状态. 在此基础上, 设计了一种包含 TBG 反馈和分数阶反馈的编队跟踪切换控制器, 不仅可以任意精确地选择编队跟踪误差的收敛时间, 而且避免了由无界控制增益导致的数值实现问题. 值得注意的是, 本文所提方法仅适用于假设跟随者之间的网络是无向连通的, 且传输信道是安全的. 事实上, 有向图比无向图更具有通用性, 并且数字网络容易受到攻击, 网络攻击可能导致系统延迟和数据丢失等情况, 这可能会影响 HMASs 的预设时间编队控制性能. 因此, 在未来的工作中将进一步考虑网络攻击下 HMASs 的预设时间编队控制问题.

参考文献 (References)

- [1] 路则欢, 张志强, 孙元功. 有限域上多智能体系统的分布式协同控制研究综述[J]. *控制与决策*, 2025, 40(2): 367-374.
(Lu Z H, Zhang Z Q, Sun Y G. A survey of distributed cooperative control of multi-agent systems over finite fields[J]. *Control and Decision*, 2025, 40(2): 367-374.)
- [2] Abdessameud A, Tayebi A. Formation control of VTOL unmanned aerial vehicles with communication delays[J]. *Automatica*, 2011, 47(11): 2383-2394.
- [3] Ren W, Atkins E. Distributed multi-vehicle coordinated control via local information exchange[J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2007, 17(10/11): 1002-1033.
- [4] Wang H, Tian Y, Xu H L. Neural adaptive command filtered control for cooperative path following of multiple underactuated autonomous underwater vehicles along one path[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2022, 52(5): 2966-2978.
- [5] Liu X M, Ge S S, Goh C H, et al. Event-triggered coordination for formation tracking control in constrained space with limited communication[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2019, 49(3): 1000-1011.
- [6] 何云凤, 史贤俊, 卢建华, 等. 基于同步 DMPC 的无人

- 机编队跟踪与避障控制[J]. *控制与决策*, 2024, 39(11): 3557-3566.
(He Y F, Shi X J, Lu J H, et al. UAV formation tracking and obstacle avoidance control based on synchronous DMPC[J]. *Control and Decision*, 2024, 39(11): 3557-3566.)
- [7] Jiang W, Wen G G, Peng Z X, et al. Fully distributed formation-containment control of heterogeneous linear multiagent systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2019, 64(9): 3889-3896.
- [8] Dai S L, Lu K, Fu J. Adaptive finite-time tracking control of nonholonomic multirobot formation systems with limited field-of-view sensors[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2022, 52(10): 10695-10708.
- [9] 朱志斌, 刘忠信, 王付永, 等. 基于混合事件触发机制的多智能体系统有限时间包容控制[J]. *控制与决策*, 2025, 40(5): 1494-1502.
(Zhu Z B, Liu Z X, Wang F Y, et al. Finite-time containment control for multi-agent systems via hybrid event-triggered mechanism[J]. *Control and Decision*, 2025, 40(5): 1494-1502.)
- [10] Polyakov A. Nonlinear feedback design for fixed-time stabilization of linear control systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, 57(8): 2106-2110.
- [11] Duan S N, Jia X C, Chi X B. Fixed-time cluster optimization for multi-agent systems based on piecewise power-law design[J]. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2024, 11(5): 1301-1303.
- [12] Zarchan P. Tactical and strategic missile guidance[M]. Reston: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2012: 411-438.
- [13] Jia X C, Lv T, Li B, et al. Decentralized secure load frequency control for multi-area power systems under complex cyber attacks[J]. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 2024, 15(5): 5043-5054.
- [14] 赵丹丹, 王亚刚, 张一勤, 等. 基于模糊人工势场法的智能助行人机共享控制策略[J]. *控制与决策*, 2025, 40(5): 1474-1484.
(Zhao D D, Wang Y G, Zhang Y Q, et al. Human-machine shared control strategy for intelligent mobility aid based on fuzzy artificial potential field method[J]. *Control and Decision*, 2025, 40(5): 1474-1484.)
- [15] Song Y D, Wang Y J, Holloway J, et al. Time-varying feedback for regulation of normal-form nonlinear systems in prescribed finite time[J]. *Automatica*, 2017, 83: 243-251.
- [16] Holloway J, Krstic M. Prescribed-time output feedback for linear systems in controllable canonical form[J]. *Automatica*, 2019, 107: 77-85.
- [17] Ding T F, Ge M F, Xiong C H, et al. Prescribed-time formation tracking of second-order multi-agent networks with directed graphs[J]. *Automatica*, 2023, 152: 110997.
- [18] Gong X, Li X X. Fault-tolerant practical prescribed-time formation-containment control of multi-agent systems on directed graphs[J]. *IEEE Transactions on Network Science and Engineering*, 2024, 11(1): 352-365.
- [19] Luo D H, Wang Y J, Song Y D. Practical prescribed time tracking control with bounded time-varying gain under non-vanishing uncertainties[J]. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2024, 11(1): 219-230.
- [20] Ning B D, Han Q L, Zuo Z Y. Practical fixed-time consensus for integrator-type multi-agent systems: A time base generator approach[J]. *Automatica*, 2019, 105: 406-414.
- [21] Gao K, Liu Y F, Zhou Y, et al. Practical fixed-time affine formation for multi-agent systems with time-based generators[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2022, 69(11): 4433-4437.
- [22] Guo C Q, Hu J P. Time base generator-based practical predefined-time stabilization of high-order systems with unknown disturbance[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2023, 70(7): 2670-2674.
- [23] Bhat S P, Bernstein D S. Finite-time stability of continuous autonomous systems[J]. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 2000, 38(3): 751-766.
- [24] Zhang H G, Duan J, Wang Y C, et al. Bipartite fixed-time output consensus of heterogeneous linear multiagent systems[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2021, 51(2): 548-557.
- [25] Zhang Z N, Wu Y B, Wang X, et al. Practical prescribed-time consensus of uncertain multi-agent systems via intermittent dynamic event-triggered control[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2025, 72(11): 7358-7370.
- [26] Qian Y Y, Liu L, Feng G. Distributed dynamic event-triggered control for cooperative output regulation of linear multiagent systems[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2020, 50(7): 3023-3032.
- [27] Huang J. Nonlinear Output Regulation: Theory and applications[M]. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2004: 3-6.
- [28] Adams R J, Buffington J M, Sparks A G, et al. Robust multivariable flight control[M]. London: Springer, 1994: 150-152.

作者简介

刘恩豪 (1999-), 男, 硕士生, 主要研究方向为多智能体系统协同控制, E-mail: enhliu@sina.com;

贾新春 (1964-), 男, 教授, 博士, 博士生导师, 主要研究方向为网络化控制系统、多智能体系统, E-mail: xchjia@sxu.edu.cn;

段苏娜 (1996-), 女, 博士生, 主要研究方向为多智能体系统一致性和优化, E-mail: duan_suna@foxmail.com;

李宏鹏 (1995-), 男, 博士, 主要研究方向为多智能体系统、预设时间控制, E-mail: hongpli@sina.cn;

李寰宇 (2000-), 男, 硕士生, 主要研究方向为多智能体系统协同控制, E-mail: lihuanyu280@foxmail.com.