

# 考虑风险偏好的量子群共识融合方法

闫书丽<sup>†</sup>, 徐逸钊

(南京信息工程大学 管理工程学院, 南京 210044)

**摘要:** 在不确定复杂社交网络决策背景下, 决策者之间的风险偏好差异以及决策源之间的相互干扰对群体共识的达成存在显著影响. 针对这一问题, 本文提出了一种考虑风险偏好的量子群共识模型. 首先, 构建风险匹配函数以量化决策者之间的风险相似特性, 并结合 K-shell 算法和 Shapley 值测度节点综合影响力, 然后在此基础上结合风险匹配度计算决策者的权重. 其次, 构建了一个基于最小调整成本的考虑量子干扰的群共识模型, 考虑个体偏好与群体偏好两条路径间的干扰效应, 从而动态促进群共识的达成. 此外, 基于证据理论融合群体的属性偏好, 确定属性权重, 并计算各备选方案的优势值以进行排序. 最后, 通过低空救援的算例验证模型的有效性, 并结合对比分析, 敏感性分析与仿真分析, 评估所提出模型的鲁棒性与适用性. 研究表明, 本文提出的模型能够有效解决不确定决策过程中决策源之间的干扰问题, 提升群体共识的效率与质量.

**关键词:** 多属性群决策; 量子共识; K-shell 算法; 证据理论; 量子概率论

中图分类号: C934 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2024.1066

引用格式: 闫书丽, 徐逸钊. 考虑风险偏好的量子群共识融合方法 [J]. 控制与决策, xxxx, x(x): xxxx-xxxx.

## A quantum group consensus fusion method considering risk preference

YAN Shu-li<sup>†</sup>, XU Yi-zhao

(School of Management Science and Engineering, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing 210044, China)

**Abstract:** In the context of uncertain and complex social network decision-making, the differences in risk preferences among decision-makers (DMs) and the mutual interferences between decision sources have a significant impact on the achievement of group consensus. This paper proposes a quantum group consensus model for risk preference, combining evidence fusion approaches to address this issue. Firstly, a risk matching function is constructed to quantify the risk similarity among decision-makers, and combined with the K-shell algorithm and Shapley value to measure the comprehensive influence of nodes, on this basis, the weights of DMs are calculated with the risk matching degree. Secondly, a group consensus model incorporating quantum interference based on minimum adjustment costs is constructed, considering the interferences between individual and group preferences to dynamically facilitate consensus. In addition, based on the Dempster-Shafer evidence theory, the attribute preferences of the group are integrated, the attributes' weights are determined, and the advantage values of alternatives are calculated for ranking. Finally, the proposed model is validated through a case study involving the configuration of low-altitude rescue equipment. The robustness and applicability of the model are evaluated via comparative analysis, sensitivity analysis, and simulation experiments. The results demonstrate that the proposed method effectively addresses the interference problem among decision sources under uncertainty, and improves the efficiency and quality of group consensus.

**Keywords:** multi-attribute group decision-making; quantum consensus; K-shell algorithm; dempster-shafer evidence theory; quantum probability theory

## 0 引言

在不确定复杂决策的背景下, 基于社交网络背景的群共识研究逐渐成为解决多主体决策问题的重要方法. 在社交网络中, 各决策者通过信任关系形成

复杂的交互网络, 其意见不仅受自身偏好影响, 还受到信任网络结构和他人意见的动态交互作用<sup>[1]</sup>. 群共识的核心在于通过协调和优化多方意见, 达成一个所有决策者均能接受的方案<sup>[2,3]</sup>. 相比传统群体共识

收稿日期: 2025-10-14; 录用日期: 2026-03-01.

基金项目: 江苏省社会科学基金项目 (23GLB006); 国家自然科学基金项目 (72471124、72371137、71801085)

<sup>†</sup>通信作者. Email: yshuli@126.com.

模型, 基于社交网络的群共识方法更能揭示决策者间的信任关系和结构性特征, 从而更加精准地整合群体意见<sup>[4]</sup>.

在社交网络背景下, 基于信任关系可以有效确定决策者的权重, 从而反映其在群体决策过程中的相对重要性<sup>[5]</sup>. 信任强度不仅能够刻画信任关系, 还可以通过网络结构的传播效应反映间接信任的影响力, 从而更加全面地揭示决策者在群体中的地位<sup>[6]</sup>. K-shell 算法作为一种经典的网络分析工具, 被广泛用于评估节点的结构影响力<sup>[7]</sup>. 该算法通过递归剥离网络外层节点, 将节点划分为不同的核心层次, 用以识别网络中的关键节点及其核心地位. 因此, 在多属性群体决策中, K-shell 算法可将信任关系映射为网络中的连接结构, 通过识别核心节点来确定其在决策过程中的相对重要性, 并据此为影响力更大的决策者赋予更高的权重. 近年来, 针对传统 K-shell 方法的局限性, Luo 等<sup>[8]</sup>针对传统 k-shell 分解方法在影响力识别中过度依赖单一结构指标的局限, 提出了加权 k-shell 熵方法. Yang 等<sup>[9]</sup>进一步认为传统 K-shell 未充分利用网络的剩余结构特性, 并提出结构迭代因子模型以增强节点影响力排序的一致性与准确性. 尽管这些方法在结构层面显著提升了节点重要性识别能力, 但网络位置仅能反映决策者的潜在影响力, 而无法揭示其在实际共识过程中的行为作用.

在多属性群决策中, 决策者常面临不确定信息、潜在冲突和多种风险情境, 因而呈现出风险厌恶、风险偏好或模糊规避等差异化行为特征. 曹静等<sup>[10]</sup>指出决策者的风险态度会显著影响其对外部意见的接受程度, 并通过风险偏好相似度模型揭示了风险属性对意见演化和群体结构分化的重要影响. Xu 等<sup>[11]</sup>在群决策框架中引入心理状态与调整意愿, 以描述决策者在群体压力下的行为反应特征. 张发明等<sup>[12]</sup>从有限理性角度反映了风险态度对方案感知效用的影响, 但风险偏好主要作用于效用层面. 总体来看, 尽管上述研究从不同视角探讨了风险态度对群体决策行为的影响, 其作用通常仍以独立因素的形式引入, 并未形成系统得到耦合决策框架, 因而在处理高度互动和结构异质的复杂决策情境时仍存在一定局限.

量子决策理论是一种基于量子力学原理的决策框架, 主要通过量子叠加与干扰效应来解释人类决策行为中的不确定性与非理性<sup>[13,14]</sup>. 在传统决策模型中, 个体的选择通常被视为确定性的, 而量子决策理论则允许决策者在多种潜在判断之间形成叠加态,

从而产生概率化的决策结果<sup>[15,16]</sup>. 在群决策研究中, Yan 等<sup>[17]</sup>通过构建量子类贝叶斯网络刻画多源信息之间的干扰效应, Wu 等<sup>[18]</sup>利用量子概率结构模拟语言分布偏好之间的重叠与相互影响, 胡英杰和朱建军<sup>[19]</sup>则将量子干涉机制融入信任网络意见反馈过程, 以描述不同参考路径引发的认知干扰. 上述研究从不同角度展示了量子模型在处理群体互动不确定性与意见耦合方面的潜在优势. 通过量子叠加效应, 决策者在面对冲突意见时不仅可能产生即时的干扰反应, 还会动态调整对其他意见的评价, 从而形成更加灵活的共识演化过程. 然而, 现有研究大多未将量子干扰效应与意见更新机制系统结合, 尚不足以全面刻画共识形成过程中决策者偏好演化的动态特征.

针对现有方法难以同时刻画结构影响力与行为偏好的协同作用, 以及量子干扰效应尚未与群体意见演化机制有效耦合的问题, 本文提出了一种融合风险偏好的量子群共识模型. 本文的主要贡献如下:

(1) 提出一种考虑路径干扰的最小调整成本群共识模型. 不同于传统基于线性聚合或经典概率的共识方法, 本文将量子干扰概率引入共识反馈更新机制, 使多条偏好路径之间的相互干扰能够通过接受概率内生地影响决策者的意见调整强度, 从而在满足最小调整原则的同时刻画决策者在多路径情形下的认知权衡行为.

(2) 构建一种融合网络结构位置、协作边际贡献与风险偏好的决策者权重确定方法. 通过结合 K-shell 所刻画的节点层次结构与 Shapley 值所反映的边际贡献, 并引入风险偏好匹配函数对权重进行修正, 使决策者权重能够同时反映其结构影响力与行为特征, 从而提高权重刻画的合理性与稳定性.

(3) 提出一种基于共识达成后的群体偏好表征的属性权重确定方法. 在群体共识达到稳定状态后, 基于熵测度刻画属性信息量, 并利用证据理论对群体评价信息中的不确定性与冲突进行融合, 使属性权重能够随群体偏好结构的变化而自适应确定, 从而增强在不确定决策环境下权重确定结果的鲁棒性.

本文主要结构如下: 第 1 章介绍了二元语义模型和量子概率论, 为后续的群体决策模型奠定理论基础. 第 2 章提出一种考虑风险偏好的量子群共识模型, 重点讨论了如何在不确定性决策背景下, 考虑偏好路径的干扰效应下实现决策者意见的更新与群体共识的达成. 第 3 章通过一个低空救援的算例来验证所提模型的有效性, 并通过敏感性分析, 对比分析和仿真分析评估模型的鲁棒性与适用性. 第 4 章对本文的主要贡献进行总结, 并提出未来研究的方向.

向与展望.

## 1 预备知识

### 1.1 二元语义模型

二元语义是一种用二元数组  $(s_r, \alpha_r)$  表示专家评估信息的方法, 其中  $s_r$  为事先定义好的语言评价集  $S = \{s_0, s_1, \dots, s_g\}$  中的第  $r+1$  个短语,  $\alpha_r$  表示偏离评估值的程度,  $\alpha_r \in [-0.5, 0.5]$ .

**定义 1** [18] 设  $s_r \in S$  是一个语言术语, 则相应的语言术语形式可通过如下函数  $\varphi$  获得:

$$\varphi: S \rightarrow S \times [-0.5, 0.5), \quad (1)$$

$$\varphi(s_r) = (s_r, 0), \quad s_r \in S. \quad (2)$$

**定义 2** [18] 假设  $\beta \in [0, g]$  为语言评价集  $S = \{s_0, s_1, \dots, s_g\}$  经过集结运算得到的实数, 则  $\beta$  可由如下的函数  $\hat{\Delta}$  表示为二元语义:

$$\hat{\Delta}: [0, g] \rightarrow S \times [-0.5, 0.5), \quad (3)$$

$$\hat{\Delta}(\beta) = \begin{cases} s_r, & r = \text{round}(\beta) \\ \alpha_r = \beta - r, & \alpha_r \in [-0.5, 0.5) \end{cases}. \quad (4)$$

其中,  $\text{round}$  为四舍五入取整算子.

**定义 3** [18] 假设  $(s_r, \alpha_r)$  是一个二元语义,  $s_r \in S$ ,  $\alpha_r \in [-0.5, 0.5)$ , 存在一个逆函数  $\hat{\Delta}^{-1}$  使其转换成相应的实数  $\beta \in [0, g]$ .

$$\hat{\Delta}^{-1}: S \times [-0.5, 0.5) \rightarrow [0, g], \quad (5)$$

$$\hat{\Delta}^{-1}(s_r, \alpha_r) = r + \alpha_r = \beta. \quad (6)$$

### 1.2 量子概率论

量子概率论是一种区别于经典概率论的概率计算框架, 其源于量子力学理论, 并被广泛应用于处理复杂性、不确定性和相互干扰显著的决策问题[20].

**定义 4** [20] 在量子概率论中, 假设决策问题的状态空间为复值希尔伯特空间  $\mathcal{H}$ , 则任一量子态可表示为一个归一化向量. 对于一个有限维希尔伯特空间  $\mathcal{H} = \mathbb{C}^n$ , 其中,  $\mathbb{C}$  表示复数域,  $\mathbb{C}^n$  表示  $n$  维复数空间, 即由  $n$  个复数组成的复向量空间. 则系统的量子态  $|\psi\rangle$  可表示为如下形式的列向量:

$$|\psi\rangle = \sum_{i=1}^n \alpha_i |e_i\rangle. \quad (7)$$

其中,  $|e_i\rangle$  表示希尔伯特空间中的标准正交基向量,  $\alpha_i \in \mathbb{C}$  为复振幅, 满足归一化条件:  $\sum_{i=1}^n |\alpha_i|^2 = 1$ .

## 2 基于信任网络的量子群共识模型

多属性群决策问题是一类典型的群体决策问题, 其特点在于多个决策者针对一组备选方案基于多个属性进行评价和选择, 具体包含以下要素: 1) 存在

$s$  个决策者  $D = \{d_1, d_2, \dots, d_s\}$  ( $s \geq 2$ ), 决策组权重集合为  $\Lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_s\}$ , 满足条件  $\lambda_k \geq 0$  ( $k = 1, 2, \dots, s$ ) 且  $\sum_{k=1}^s \lambda_k = 1$ . 2) 有限的替代备选方案集为  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$  ( $m \geq 2$ ), 它们是多属性群决策问题的潜在备选方案. 3) 属性集  $C = \{c_1, c_2, \dots, c_n\}$  ( $n \geq 2$ ), 属性权重集为  $W = \{\varpi_1, \varpi_2, \dots, \varpi_n\}$ , 满足条件  $\varpi_j \geq 0$  ( $j = 1, 2, \dots, n, k = 1, 2, \dots, s$ ) 且  $\sum_{j=1}^n \varpi_j = 1$ .

### 2.1 评价信息的收集与处理

假设每个决策者  $d_k$  ( $k = 1, 2, \dots, s$ ) 对方案  $a_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) 关于  $c_j$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ) 的评价信息用二元语义模型  $z_{ij}^k = (s_r, \alpha_r)$  来表示, 评价信息矩阵表示为  $Z^k = (z_{ij}^k)_{m \times n}$  ( $k = 1, 2, \dots, s$ ), 规范化计算如下:

$$\tilde{z}_{ij}^k = \begin{cases} \frac{\hat{\Delta}^{-1}(z_{ij}^k) - \min_i(\hat{\Delta}^{-1}(z_{ij}^k))}{\max_i(\hat{\Delta}^{-1}(z_{ij}^k)) - \min_i(\hat{\Delta}^{-1}(z_{ij}^k))}, & \text{效益型属性} \\ \frac{\max_i(\hat{\Delta}^{-1}(z_{ij}^k)) - \hat{\Delta}^{-1}(z_{ij}^k)}{\max_i(\hat{\Delta}^{-1}(z_{ij}^k)) - \min_i(\hat{\Delta}^{-1}(z_{ij}^k))}, & \text{成本型属性} \end{cases} \quad (8)$$

$i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n, k = 1, 2, \dots, s$

### 2.2 一种新颖的风险偏好匹配函数

在复杂的群体决策环境中, 风险偏好的差异可能导致个体间信息传递和信任建立的障碍. 因此本文构造了一个基于采用高斯核函数形式的风险偏好匹配函数, 目的是量化不同决策者之间的风险相似度, 以更好地模拟信任过程中风险偏好对决策者之间信任影响幅度.

$$f(R_k, R_h) = \text{EXP}\left(-\frac{\Delta^2}{2\sigma^2}\right), \quad h \neq k = 1, 2, \dots, s \quad (9)$$

其中,  $R_k \in [0, 1]$  和  $R_h \in [0, 1]$  分别表示决策者  $d_k$  和决策者  $d_h$  的风险偏好.  $\Delta$  表示为  $|R_k - R_h|$ ,  $\sigma$  ( $0 \leq \sigma \leq 1$ ) 为控制偏好差异的平滑程度,  $\sigma$  越大, 函数衰减越缓慢. 当  $|R_k - R_h|$  越大时, 匹配度迅速衰减, 反之,  $|R_k - R_h|$  越小时, 信任传递更为平滑, 见图 1.

**定理 1** 定理 1. 对于任意  $\Delta \in [0, 1]$ , 风险偏好匹配函数满足  $f(R_k, R_h) \in (0, 1]$ .

**证明** 当  $R_k = R_h$ , 即  $\Delta = 0$  时,  $f(R_k, R_h) = 1$ ; 当  $R_k \neq R_h$ , 则  $\Delta^2 > 0$ , 此时  $f(R_k, R_h) < 1$ , 由于指数函数恒为正, 因此  $f(R_k, R_h) \in (0, 1]$ .  $\square$

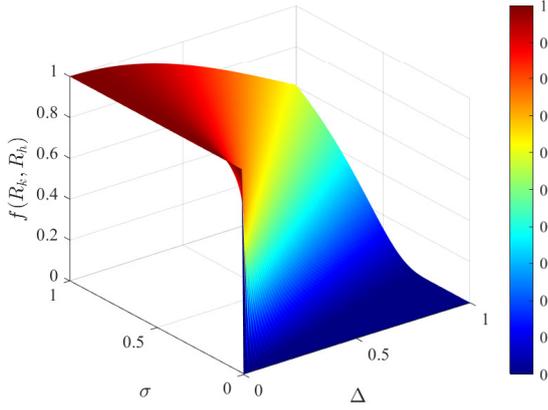


图1 一个新颖的风险偏好匹配函数

**定理 2** 定理 2. 风险偏好匹配函数  $f(R_k, R_h)$  关于  $\Delta$  是单调递减的.

**证明** 对函数进行一阶求导得:  $\frac{df(R_k, R_h)}{d\Delta} = \text{EXP}\left(-\frac{\Delta^2}{2\sigma^2}\right) \cdot \left(-\frac{\Delta}{\sigma^2}\right)$ , 由于指数函数恒为正, 且  $\Delta \geq 0$ , 因此  $\frac{df(R_k, R_h)}{d\Delta} \leq 0$ , 所以函数  $f(R_k, R_h)$  关于  $\Delta$  是单调递减的.  $\square$

**推论 1**  $f(R_k, R_h)$  在两个决策者风险偏好  $R_k$  和  $R_h$  完全相同时, 函数达到最大值 1, 表示两者之间的风险偏好完全一致, 信任传递无障碍.

**推论 2** 当  $|R_k - R_h|$  增大时,  $f(R_k, R_h)$  单调递减, 表示风险偏好差异越大, 信任传递的效果衰减越明显.

**推论 3**  $f(R_k, R_h)$  是连续且可微的, 这意味着其衰减特性平滑, 避免了突变或不连续的情况. 可以确保信任关系值更新迭代过程中能够平滑过渡, 不会出现突发的信任大幅变化或不稳定性问题.

### 2.3 考虑风险偏好的基于信任关系的决策者权重确定

本文节点之间的连接关系由邻接矩阵  $T = (t_{kh})$  表示, 其中  $t_{kh} \in \{0, 1\}$  分别表示决策者之间不存在或存在信任连接. 传统 K-shell 方法对节点结构稳定性的刻画仍存在一定局限, 因此, 本文在 K-shell 框架下引入混合度分解方法<sup>[7]</sup> 构造节点的结构核层次指标.

在此基础上, 考虑到结构位置相近的节点在群体决策过程中仍可能对整体影响力产生不同的增量作用, 本文进一步引入 Shapley 值对节点在给定结构收益函数下的边际贡献进行刻画, 并构建综合指标 KDN, 用于对节点在结构约束下所体现的贡献差异进行整合表征, 从而为决策者权重的合理分配提供依据.

首先, 决策者  $d_k$  所处网络的核层次计算如下:

$$K_s(d_k) = K_r(d_k) + \lambda \times K_e(d_k), \quad k = 1, 2, \dots, s \quad (10)$$

其中,  $\lambda (\lambda \in [0, 1])$  是一个权重系数.  $K_r(d_k)$  表示节点的剩余度, 反映节点在剔除部分邻居节点后的剩余连接特性, 定义为:

$$K_r(d_k) = K(d_k) - K'(d_k), \quad k = 1, 2, \dots, s \quad (11)$$

其中,  $K(d_k)$  表示节点  $d_k (k = 1, 2, \dots, s)$  的初始度,  $K'(d_k)$  表示节点  $d_k (k = 1, 2, \dots, s)$  已被移除的邻居数.

$K_e(d_k)$  为耗尽度, 是剩余度的对偶指标, 表示节点已耗尽的连接特性. 它反映了节点已失去的影响力或网络联系. 具体如下:

$$K_e(d_k) = K(d_k) - K_r(d_k), \quad k = 1, 2, \dots, s \quad (12)$$

由于  $K_s(d_k)$  表示决策者  $d_k (k = 1, 2, \dots, s)$  所处网络的核层次, 其值越大表明决策者处于网络的核心区域. 在此基础上, 测度决策者子集  $S (S \subseteq V)$  在社交网络中的综合影响力, 子集影响力特征函数定义如下:

$$v(S) = \sum_{d_k \in S} K_s(d_k), \quad k = 1, 2, \dots, s \quad (13)$$

其次, 为了公平衡量单个决策者在全局网络中的边际影响力, 通过 Shapley 进行计算各决策者的边际影响力, 计算如下:

$$\phi(d_k) = \sum_{S \subseteq D \setminus \{d_k\}} \frac{|S|!(s - |S| - 1)!}{s!} \times (v(S \cup \{d_k\}) - v(S)), \quad k = 1, 2, \dots, s. \quad (14)$$

在此基础上, 为了反映决策者的局部影响力及其与邻域决策者之间的协作效应, 决策者在局部网络中的综合影响力计算如下:

$$IA(d_k) = \sum_{d_l \in S} \phi(d_l), \quad l \neq k, \quad k = 1, 2, \dots, s \quad (15)$$

最后, 为了进一步整合决策者  $d_k (k = 1, 2, \dots, s)$  的全局和局部影响力特性, 通过累加决策者邻域的综合影响力, 定义如下:

$$KDN(d_k) = \sum_{d_l \in S} IA(d_l), \quad k = 1, 2, \dots, s. \quad (16)$$

其中, 节点  $d_k (k = 1, 2, \dots, s)$  KDN 值越大, 说明节点的重要性最高.

此外, 对各节点的 KDN 值进行归一化处理, 观察其在群体网络中的相对重要程度.

$$KDN'(d_k) = \frac{KDN(d_k)}{\sum_{k=1}^s KDN(d_k)}, \quad k = 1, 2, \dots, s. \quad (17)$$

在此基础上, 考虑决策者之间的风险偏好水平, 结合全局相对影响力, 可以更全面地评估每个决策

者在群体决策中的作用. 决策者权重计算如下:

$$\lambda_k = \frac{\sum_{h \neq k} f(R_k, R_h) \times KDN'(d_k)}{\sum_{k=1}^s \sum_{h \neq k} f(R_k, R_h) \times KDN'(d_k)},$$

$$k = 1, 2, \dots, s. \quad (18)$$

## 2.4 考虑群体偏好影响的量子群共识模型

在不确定性群体决策中, 个体偏好异质性强、意

见交互结构复杂以及干扰效应显著. 针对这些特征, 本文提出了一种融合量子干扰机制、动态意见更新及边际贡献分配的群共识方法, 并能够有效处理偏好依赖、结构差异与多路径干扰所导致的非线性共识演化过程.

为刻画决策者在群体共识过程中对个体意见的调整行为, 本文首先构建基于最小调整成本思想的传统群共识模型, 具体如下:

$$M_1 : \text{Min} \sum_{k=1}^s \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n |\overset{\sim}{z}_{ij}^k - \overset{\sim}{z}_{ij}^k|$$

$$s.t. \begin{cases} \overset{\sim}{z}_{ij}^o = \sum_{k=1}^s \lambda_k \overset{\sim}{z}_{ij}^k \\ \sum_{k=1}^s \lambda_k (1 - \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n |\overset{\sim}{z}_{ij}^k - \overset{\sim}{z}_{ij}^o|}{mn}) = \eta^* \\ 0 \leq \overset{\sim}{z}_{ij}^k \leq 1; |\overset{\sim}{z}_{ij}^k - \overset{\sim}{z}_{ij}^k| \leq b_{ij}^k \\ i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n, k = 1, 2, \dots, s \end{cases} \quad (19)$$

其中,  $\overset{\sim}{z}_{ij}^k$  表示决策者的初始评估信息,  $\overset{\sim}{z}_{ij}^k$  表示最高决策者给予各个决策者的反馈建议,  $b_{ij}^k$  表示置信度,  $\overset{\sim}{z}_{ij}^o$  表示群共识意见,  $\eta^*$  ( $\eta^* \in [0, 1]$ ) 表示最优的群共识水平, 即  $\eta^*$  越接近 1 越优.

为进一步刻画决策者在群体互动中的意见演化过程, 本文提出了考虑量子干扰效应的意见更新机制, 具体而言, 通过反馈意见接受概率  $P(\text{accept})$  及临界阈值  $\mu \in [0, 1]$  调节意见的调整幅度, 反馈调整

函数定义如下:

$$\hat{z}_{ij}^k = z_{ij}^k + \frac{\overset{\sim}{z}_{ij}^k - \overset{\sim}{z}_{ij}^k}{1 + e^{-\alpha(P_k(\text{accept}) - \mu)}},$$

$$i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n,$$

$$k = 1, 2, \dots, s. \quad (20)$$

其中,  $\alpha$  ( $\alpha \in [0, 1]$ ) 表示接受调整的敏感度.

在此基础上, 本文提出了一种基于量子干扰效应的群共识模型如下:

$$M_2 : \text{min} \sum_{k=1}^s \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n |\hat{z}_{ij}^k - \overset{\sim}{z}_{ij}^k|$$

$$s.t. \begin{cases} P_k(\text{accept}) = \sum_{l=1}^t P_k(L_l) P_k(\text{accept}|L_l) + \\ 2 \sum_{l=1}^{t-1} \sum_{\hat{i}=l+1}^t \sqrt{P_k(L_l) P_k(\text{accept}|L_l) \times P_k(L_{\hat{i}}) P_k(\text{accept}|L_{\hat{i}})} \cos(\theta_{li}) \\ \hat{z}_{ij}^k = z_{ij}^k + \frac{\overset{\sim}{z}_{ij}^k - \overset{\sim}{z}_{ij}^k}{1 + e^{-\alpha(P_k(\text{accept}) - \mu)}} \\ \text{模型 } M_1 \text{ 中的约束条件} \end{cases} \quad (21)$$

其中,  $l$  和  $\hat{l}$  分别表示群体偏好路径和个体偏好路径.

为了更加公平和有效地评估决策者在群体决策过程中的相对贡献, 解决因个体影响力差异而导致的意见调整不合理问题, 本文进一步引入合作博弈中的 Shapley 值, 以更精确地衡量各决策者在群体决策过程中的边际贡献. 具体如下:

$$M_3 : \text{Min} \sum_{k=1}^s \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n |\hat{z}_{ij}^k - \overset{\sim}{z}_{ij}^k| + \phi_k$$

$$s.t. \begin{cases} \phi_k = \sum_{S \subseteq D \setminus \{d_k\}} \frac{|S|!(|D| - |S| - 1)!}{|D|} \\ (v(S \cup \{d_k\}) - v(S)) \\ v(S) = \sum_{d_k \in S} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n |\hat{z}_{ij}^k - \overset{\sim}{z}_{ij}^k| \\ \hat{z}_{ij}^k = \sum_{k=1}^s \lambda_k \overset{\sim}{z}_{ij}^k \\ \text{模型 } M_2 \text{ 中的约束条件} \end{cases} \quad (22)$$

在此基础上,考虑到不同决策者对群体共识影响程度的差异,基于 Shapley 值的动态惩罚机制,将决策者的边际贡献与调整成本之间建立动态关联,构建了一个指示函数  $I(\phi_k)$  来进行区分不同贡献水平的决策者. 即对贡献水平较高的决策者适当降低调整成本,以保障其在群体决策中的核心作用;而对于贡献水平较低的决策者,施加额外约束,以引导其意见更加接近群体目标,从而提升整体共识度和决策效率. 具体模型如下:

$$M_4: \text{Min} \sum_{k=1}^s \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n |\hat{z}_{ij}^k - z_{ij}^k| + I(\phi_k) \cdot \varepsilon$$

$$s.t. \begin{cases} I(\phi_k) = \begin{cases} 0, & \phi_k \geq \frac{1}{s} \sum_{k=1}^s \phi_k \\ 1, & \phi_k < \frac{1}{s} \sum_{k=1}^s \phi_k \end{cases} \\ \varepsilon = \frac{1}{\phi_k} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n |\hat{z}_{ij}^k - z_{ij}^k| \\ \text{模型 } M_3 \text{ 中的约束条件} \end{cases} \quad (23)$$

**定理 3** 模型  $M_4$  存在最优解.

**证明** 首先,模型的目标函数是最小化

$\sum_{k=1}^s \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n |\hat{z}_{ij}^k - z_{ij}^k|$  和  $I(\phi_k) \cdot \varepsilon$ , 由于绝对值函数本身是连续且凸的,因此目标函数是分段线性且连续的,在优化解空间内一定存在极小值点. 其次,  $0 \leq \hat{z}_{ij}^k \leq 1$  等约束条件限定了解空间为一个非空且有限的闭区域. 根据凸优化理论,连续函数在紧致集合上必然具有最优解,因而目标函数在解空间中存在全局最优解. 综上,模型  $M_4$  存在最优解.  $\square$

## 2.5 基于证据理论的属性权重确定

本文引入证据理论<sup>[20]</sup>以系统处理多决策者之间的评价差异和潜在冲突,并在此基础上确实群体属性权重. 在此基础上,利用证据组合规则融合多主体的信任信息,得到属性的重要性评估,最终对融合结果进行归一化,从而获得反映群体偏好的属性权重.

首先,对每个属性  $c_j (j = 1, 2, \dots, n)$  计算其熵值.

$$H_j^k = -\frac{1}{\ln m} \sum_{i=1}^m \hat{z}_{ij}^k \ln(\hat{z}_{ij}^k),$$

$$j = 1, 2, \dots, n, k = 1, 2, \dots, s. \quad (24)$$

其次,根据每个属性的重要性确定其基本信任分配,计算如下:

$$m_j^{d_k} = \frac{\text{EXP}(1 - H_j^k)}{\sum_{j=1}^n \text{EXP}(1 - H_j^k)},$$

$$j = 1, 2, \dots, n, k = 1, 2, \dots, s. \quad (25)$$

为了综合不同决策者的意见,根据证据理论组合规则,将所有决策者的信任分配进行组合,从而得到每个属性的综合信任分配. 对于两个决策者  $d_k$  和  $d_h$  的信任分配  $m_j^{d_k}$  和  $m_j^{d_h}$ , 组合规则如下:

$$m_j^{d_k \oplus d_h} = \frac{\sum_{m_j^{d_k} \cap m_j^{d_h}} m_j^{d_k} \cdot m_j^{d_h}}{1 - \sum_{m_j^{d_k} \cap m_j^{d_h} = \emptyset} m_j^{d_k} \cdot m_j^{d_h}},$$

$$j = 1, 2, \dots, n, k \neq h = 1, 2, \dots, s. \quad (26)$$

最后,对得到的  $m_j$  进行归一化处理,获得每个属性的权重.

$$\omega_j = \frac{m_j}{\sum_{j=1}^n m_j}, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (27)$$

在此基础上,采用 OWA 算子计算各个备选方案的得分值,计算如下:

$$Q(a_i) = \sum_{j=1}^n \omega_j \hat{z}_{ij}^o, \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (28)$$

## 2.6 决策步骤

本文提出了一种基于证据融合的考虑风险偏好的量子群共识模型,分析了群体共识达成过程中决策者之间的相互干扰效应及其风险偏好差异. 模型同时引入了决策者的边际贡献,以确保群体共识过程中的合理性与公平性. 基于证据理论,融合决策者的属性偏好,确定了群体共识属性的权重. 本文所提方法的主要决策步骤如下:

**步骤 1** 收集各个决策者基于二元语义模型所给出的评估信息,并根据公式 (8) 对其进行规范化处理.

**步骤 2** 收集各决策者之间的信任关系信息与偏好水平,获得决策者信任关系的邻接矩阵,基于公式 (10-17) 计算决策者的相对综合影响力,在此基础上,根据公式 (18) 计算确定决策者的权重.

**步骤 3** 根据模型  $M_4$  获得各个决策者的反馈调整意见,并计算此时的群共识水平,如果低于群共识阈值  $\varsigma (\varsigma \in [0, 1])$ ,则将此反馈意见作为初始意见再次输入至模型  $M_4$ , 获得新一轮的反馈调整意见以及群共识水平,直到满足群共识阈值为止.

**步骤 4** 基于证据理论融合决策者的评估意见,根据公式 (24-27) 确定群体属性权重.

**步骤 5** 基于公式 (28) 计算各个备选方案的优

势度,在此基础上对各备选方案进行排序.

### 3 算例分析

#### 3.1 算例背景

2025年1月7日,西藏日喀则市定日县发生了6.8级强烈地震,由于地理环境复杂且交通和通信设施严重受损,传统的地面救援手段受到极大限制,灾后救援的难度和紧迫性进一步加剧.为应对这一复杂的救灾局面,中华人民共和国西藏自治区应急管理厅决定依托低空救援技术,开展灾后紧急响应.为确保救援决策的科学性和综合性,五位不同领域的专家参与了本次决策过程:救援指挥官、技术专家、

经济分析师、环境影响专家、后勤支持专家.决策者们依据以下5个属性对备选方案进行评估:1)救援效果.2)救援时间效率.3)安全性.4)经济成本.5)资源消耗.根据不同的救援需求和技术手段,拟定了以下五个备选方案:1)无人机群协同救援.2)高性能单架无人机救援.3)无人机与地面机器人联合救援.4)无人机与直升机联合救援.5)小型无人机快速响应救援.

#### 3.2 决策步骤

**步骤1** 收集各个决策者基于二元语义模型所给出的评估信息,具体如下:

$$Z^1 = \begin{bmatrix} (s_5, 0.2) & (s_0, 0.5) & (s_6, -0.1) & (s_0, -0.4) & (s_5, -0.4) \\ (s_6, -0.2) & (s_1, 0.2) & (s_4, -0.3) & (s_4, -0.3) & (s_5, 0.2) \\ (s_3, 0.4) & (s_3, -0.1) & (s_2, 0.1) & (s_0, -0.5) & (s_1, -0.5) \\ (s_3, 0.3) & (s_1, 0) & (s_5, 0.3) & (s_0, 0.4) & (s_0, 0.1) \\ (s_2, -0.1) & (s_3, -0.2) & (s_2, 0) & (s_4, 0.3) & (s_2, 0.4) \end{bmatrix},$$

$$Z^2 = \begin{bmatrix} (s_4, 0.5) & (s_1, 0.2) & (s_1, -0.4) & (s_2, 0.2) & (s_0, 0.4) \\ (s_2, 0) & (s_1, -0.5) & (s_4, -0.5) & (s_3, -0.3) & (s_4, -0.3) \\ (s_3, 0.3) & (s_0, -0.1) & (s_0, 0.1) & (s_5, 0.1) & (s_4, 0) \\ (s_0, 0.4) & (s_0, -0.1) & (s_5, 0) & (s_1, -0.3) & (s_1, 0.3) \\ (s_6, -0.3) & (s_4, 0.5) & (s_0, 0.1) & (s_3, 0.2) & (s_3, -0.1) \end{bmatrix},$$

$$Z^3 = \begin{bmatrix} (s_4, 0.4) & (s_5, -0.1) & (s_1, -0.4) & (s_6, -0.1) & (s_2, -0.2) \\ (s_1, 0.1) & (s_0, -0.4) & (s_1, 0.1) & (s_1, 0) & (s_4, 0.2) \\ (s_1, 0) & (s_4, 0.2) & (s_6, -0.4) & (s_5, 0.2) & (s_3, 0.3) \\ (s_3, 0.2) & (s_4, -0.2) & (s_5, 0) & (s_3, 0) & (s_4, -0.2) \\ (s_2, 0.2) & (s_2, 0.3) & (s_5, -0.4) & (s_5, -0.1) & (s_6, -0.1) \end{bmatrix},$$

$$Z^4 = \begin{bmatrix} (s_5, -0.1) & (s_4, -0.4) & (s_2, -0.4) & (s_3, 0.2) & (s_4, 0.3) \\ (s_6, 0.1) & (s_1, -0.1) & (s_0, -0.2) & (s_4, 0.1) & (s_4, 0.1) \\ (s_0, -0.5) & (s_6, 0.2) & (s_3, -0.4) & (s_6, -0.3) & (s_3, 0.2) \\ (s_3, -0.4) & (s_3, 0.4) & (s_5, -0.1) & (s_4, -0.1) & (s_5, 0.1) \\ (s_0, 0) & (s_5, 0.3) & (s_1, 0) & (s_6, 0.1) & (s_1, -0.4) \end{bmatrix},$$

$$Z^5 = \begin{bmatrix} (s_1, 0.3) & (s_4, -0.3) & (s_5, -0.3) & (s_1, 0) & (s_0, -0.4) \\ (s_0, -0.1) & (s_0, 0.1) & (s_3, 0.1) & (s_3, -0.4) & (s_4, -0.5) \\ (s_4, -0.4) & (s_6, 0.3) & (s_2, -0.3) & (s_2, -0.3) & (s_6, 0) \\ (s_3, 0.2) & (s_3, -0.5) & (s_3, -0.1) & (s_3, -0.3) & (s_0, -0.1) \\ (s_2, -0.3) & (s_1, 0) & (s_2, 0.3) & (s_4, 0.4) & (s_1, 0.2) \end{bmatrix}.$$

并根据公式(8)对其进行规范化处理.

**步骤2** 收集各决策者之间的信任关系信息与偏好水平,在此基础上构建决策者信任关系的邻接

矩阵:  $T = \begin{bmatrix} \times & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \times & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & \times & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & \times & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & \times \end{bmatrix}$ . 此外,假设各决

策者 $d_k$ 的风险偏好水平 $R_k$ 分别为:0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9. 根据公式(10-14)计算各节点的Shapley值: $\phi(d_1) = 0.7$ ,  $\phi(d_2) = 2.8$ ,  $\phi(d_3) = 1.4$ ,  $\phi(d_4) = 2.8$ ,  $\phi(d_5) = 1.4$ .

在此基础上,根据公式(15-17)计算各决策者的相对重要程度 $KDN'(d_k)$ :  $KDN'(d_1) = 0.0909$ ,  $KDN'(d_2) = 0.2955$ ,  $KDN'(d_3) = 0.1818$ ,

$$KDN'(d_4) = 0.2500, KDN'(d_5) = 0.1818.$$

最后,根据公式(18)计算各决策者的权重,如下:

$$\Lambda = \{0.0527, 0.3419, 0.2108, 0.2893, 0.1053\}.$$

**步骤3** 假设每个决策者对于路径 $l$ 和 $\hat{l}$ 的权重均为0.5,两条路径的条件概率为: $P(\text{accept}|L_l) = 0.3$ ,  $P(\text{accept}|L_{\hat{l}}) = 0.7$ ,各个决策者的偏好路径干扰角度分别为: $\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{6}$ . 因此,可以进一步计算得到各决策者的量子反馈意见接受概率: $P_1(\text{accept}) = 0.7291$ ,  $P_2(\text{accept}) = 0.7291$ ,  $P_3(\text{accept}) = 0.7291$ ,  $P_4(\text{accept}) = 0.5000$ ,  $P_5(\text{accept}) = 0.8969$ . 上述量子反馈意见接受概率作为公式(20)的重要输入参数,用于刻画不

同决策者在共识反馈过程中对外部意见的接受程度.

在此基础上, 利用模型  $M_1$  对各决策者的评价信息进行反馈调整, 并在目标函数中综合考虑调整偏离程度, 从而得到当轮更新后的决策者评价矩阵及对应的群共识水平. 若未达到预设阈值  $\eta = 0.85$ , 则以该反馈意见作为下一轮的初始输入继续更新. 经过三轮迭代后, 群共识水平达到  $\eta^* = 0.8708$ , 因此可获得最终的群共识矩阵如下:

$$\hat{Z}^o = \begin{bmatrix} 0.6865 & 0.5310 & 0.4642 & 0.5686 & 0.5957 \\ 0.4233 & 0.2573 & 0.3097 & 0.5464 & 0.6491 \\ 0.2729 & 0.7861 & 0.4865 & 0.2591 & 0.3698 \\ 0.6429 & 0.6813 & 0.6020 & 0.5048 & 0.3754 \\ 0.4340 & 0.5377 & 0.5177 & 0.3456 & 0.4792 \end{bmatrix}.$$

**步骤 4** 基于证据理论融合决策者的评估意见, 根据公式 (24-27) 确定群体属性权重如下:

$$W = \{0.2577, 0.2097, 0.2325, 0.1623, 0.1378\}.$$

**步骤 5** 基于公式 (28) 计算各个备选方案的得分值如下:

$$Q(a_1) = 0.5706, Q(a_2) = 0.4132, Q(a_3) = 0.4413, \\ Q(a_4) = 0.5822, Q(a_5) = 0.4671.$$

在此基础上, 根据得分值对各备选方案进行排序:  $a_4 \succ a_1 \succ a_5 \succ a_3 \succ a_2$ , 即无人机与直升机联合救援方案为最优备选方案.

### 3.3 敏感性分析

#### (1) 考虑决策者置信度对群共识过程的影响

在群共识决策过程中, 决策者的置信度是一个重要的影响因素, 其直接影响着调整成本和群体共识水平. 当最高决策者给出的调整意见超出其他决策者的置信区间时, 会引发额外的调整成本以及决策者对于公平的感知. 为了便于分析, 假设各个决策者的置信度同步变化, 敏感性分析见图 2.

从图 2 可以看出, 置信度  $b_j^k (j = 1, 2, \dots, 5,$

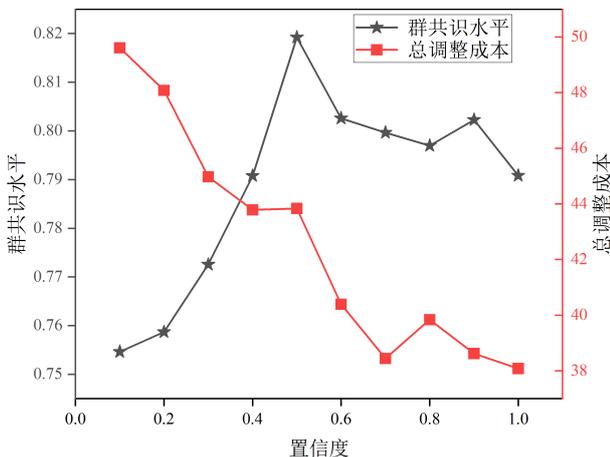


图2 置信度对群共识过程的影响

$k = 1, 2, \dots, 5)$  的变化对调整成本和共识水平具有显著的影响, 具体如下:

1) **调整成本**. 随着置信度从 0.1 增加到 1, 调整成本呈现逐渐下降的趋势, 这表明更高的置信度能够有效减少由于意见调整超出区间范围而产生的额外成本. 这一结果在不确定性群决策背景下尤为关键, 因为置信度越高, 意味着决策者对其判断的确信程度越强, 在一定程度上减少了调整范围的不确定性, 从而降低了调整成本的波动性和随机性.

2) **群共识水平**. 随着置信度的提升, 群共识水平呈现先升高后出现小幅回落的非线性变化趋势. 在置信度处于中低水平 (约 0.0 至 0.5) 时, 决策者对反馈意见具有较高的接受度, 意见调整幅度充足, 能够有效缩小群体内部的偏差, 因此共识水平随置信度增加而稳定上升. 当置信度继续提高至较高区间 (约 0.6 以上) 时, 决策者对自身判断的坚持程度增强, 意见更新过程对外部信息的敏感性降低, 导致部分关键个体的收敛速度减缓, 从而使共识水平在高区间出现波动或轻微下降. 此外, 置信度的敏感度会直接影响模型的收敛特性: 适度的置信度使意见更新函数保持平稳变化, 系统对初始意见差异不敏感, 有利于在阈值区间形成稳定收敛; 而过高或过低的置信度可能分别导致意见更新的饱和效应或过度响应, 使系统更容易陷入局部稳定点或产生振荡.

因此, 适度的置信度水平 (如 0.5-0.7) 是降低调整成本和提升共识水平的关键. 在实际决策中, 这一范围的置信度为决策者提供了足够的调整灵活性, 同时避免了因置信区间过窄而导致的额外成本增加以及因置信区间过宽而导致的共识水平下降.

#### (2) 考虑干扰角度数对群共识过程的影响

在群决策的过程中, 干扰效应是影响群体共识过程的重要因素, 其反映了决策者偏好的交互程度. 在本文的量子群共识模型中, 干扰角  $\theta$  量化了偏好路径间的相互作用, 刻画了决策者在群体决策中的动态权衡过程. 其中, 干扰角的不同取值表示了从强正干扰 ( $\theta = 0^\circ$ ) 到独立 ( $\theta = 90^\circ$ ), 再到强负干扰 ( $\theta = 180^\circ$ ) 的转变. 干扰角度变化对群体共识过程的影响见图 3.

从图 3 可以看出, 干扰角度数的变化对调整成本和共识水平具有显著影响, 具体如下:

1) **调整成本**. 调整成本随着干扰角度数从  $0^\circ$  增加到  $180^\circ$  呈现出先下降后上升的趋势, 并在  $\theta = 40^\circ$  附近达到最低值. 这表明, 适度的正干扰能够有效降低调整成本. 这是因为在该范围内, 个体偏好与群体偏好之间的适度互动能够增强群体趋同性, 减少调

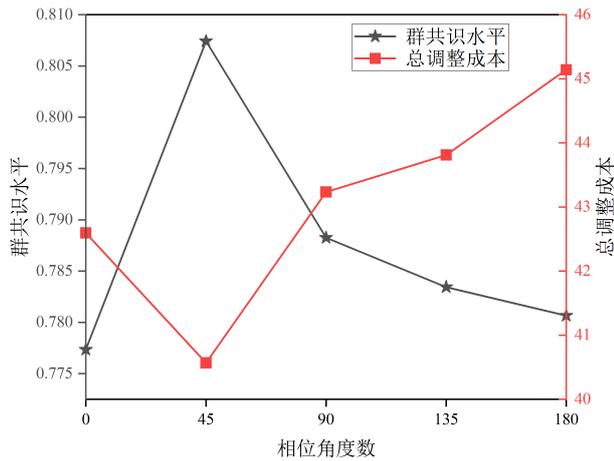


图3 相位角度数对群共识过程的影响

整所需的资源投入. 然而, 当干扰角接近 180°时, 调整成本显著上升, 这表明强负干扰导致个体偏好与群体偏好的严重对立, 迫使决策者在达成共识时付出更大的努力以克服这种矛盾.

2) 群共识水平. 群共识水平随着相位角度的增大呈现先小幅度上升后大幅度下降趋势, 并在相位角超过 90°后出现更明显的衰减. 这一变化反映了干扰角在量子群共识模型中所刻画的偏好路径间相互作用的方向性特征. 当相位角处于 0°至 90°的范围内时, 偏好路径之间以正向干扰为主, 个体意见在叠加过程中具有一定的趋同性, 有助于推动群体在多样化偏好之间形成协调, 从而维持较高的共识水平. 然而, 当相位角超过 90°转入负干扰区域后, 偏好路径之间的相互作用逐渐转向抵触方向, 量子干扰项对意见融合的抑制作用增强, 导致个体偏好与群体偏好之间难以建立稳定的调和关系. 在这种负干扰效

应下, 决策者更倾向坚持自身原始判断, 对群体意见的响应幅度明显降低, 从而使共识过程中的意见收缩能力下降, 最终导致群共识水平呈现显著回落.

综上所述, 干扰角的敏感性分析揭示了决策者在个体偏好和群体偏好之间的权衡对于群共识过程的关键影响. 适度的干扰角能够在降低调整成本的同时保持较高的共识水平, 为群体决策提供更高的效率和协调性. 而当干扰角过大时, 过强的负干扰不仅显著增加调整成本, 还使得共识水平大幅下降.

(3) 考虑参数  $\sigma$  与  $\lambda$  对各决策者权重的影响

在不确定且复杂的决策情境下, 决策者之间的交互关系以及个体风险偏好的差异都会显著影响群体共识的形成程度, 因此合理确定决策者权重对于推动群体共识达成十分重要. 因此, 本文对参数  $\lambda$  与  $\sigma$  进行了敏感性分析, 如图 4 所示.

从图 4 可以看出, 参数  $\lambda$  与参数  $\sigma$  的变化对决策者权重的影响存在显著差异, 具体表现如下: 参数  $\lambda$  对决策者权重的总体影响较为有限; 而随着参数  $\sigma$  的减小, 各决策者的权重呈现出明显的分化趋势. 对于决策者  $d_1$  与  $d_5$ , 其权重随着  $\sigma$  的减小而整体下降, 这意味着在风险偏好敏感性增强的情境下, 微小的风险差异会进一步加剧这两位决策者与其他成员之间的偏好冲突, 从而导致其相对重要性逐步降低. 相比之下, 随着  $\sigma$  的减小, 决策者  $d_2$  与  $d_4$  的权重则呈现显著的整体上升趋势, 表明其偏好更容易与群体总体偏好保持一致, 而风险偏好敏感性的提升进一步强化了其在群体决策中的重要性. 对于决策者  $d_3$ , 其权重随  $\sigma$  的减小先上升后下降, 呈现非

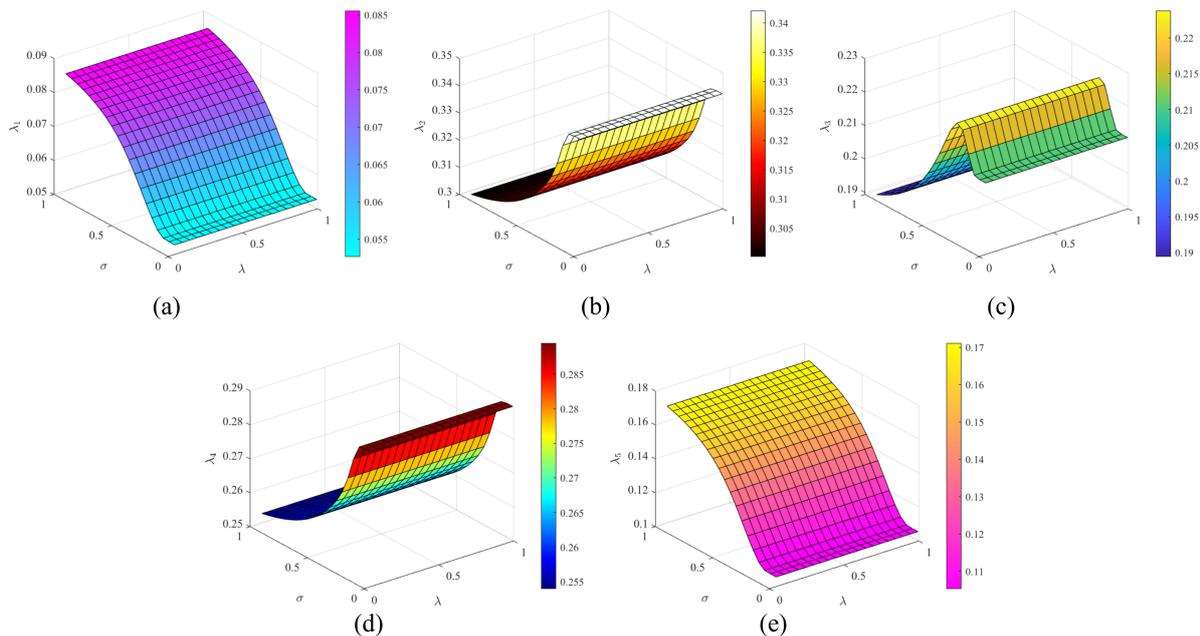


图4 各决策者权重随参数  $\sigma$  与  $\lambda$  的变化情况

单调变化趋势,反映出其风险偏好与其他决策者之间存在更为复杂的交互关系,使得其权重在风险敏感性变化过程中出现拐点现象。

综上所述,图4的结果表明,在本文所提出的模型中,风险偏好敏感性参数 $\sigma$ 是影响决策者权重变化的主导因素,而参数 $\lambda$ 的作用相对较弱.其原因在于本文基于Shapley值对网络中节点的边际贡献与影响力进行了综合度量,该度量方式已充分体现节点的结构特征差异,从而使得参数 $\lambda$ 对整体权重分配的影响较为有限.因此,在不确定性群决策问题中,需要同时关注网络结构特征与决策者个体差异这两个维度,以优化个体决策者与群体之间的偏好交互过程,从而进一步提升群体共识水平与决策质量。

### 3.4 对比分析

#### (1) 群共识效率对比

为了验证本文方法的有效性与优越性,本文选取Jiang和Liu<sup>[21]</sup>以及Guo等<sup>[22]</sup>所提出的群共识方法作为对比对象.其中,文献[21]属于考虑量子干扰机制的群共识模型,文献[22]则为典型的传统群共识方法.对比实验均采用相同的评价矩阵数据,其余参数设置与原文保持一致,以保证对比结果的公正性和可比性,见图5。

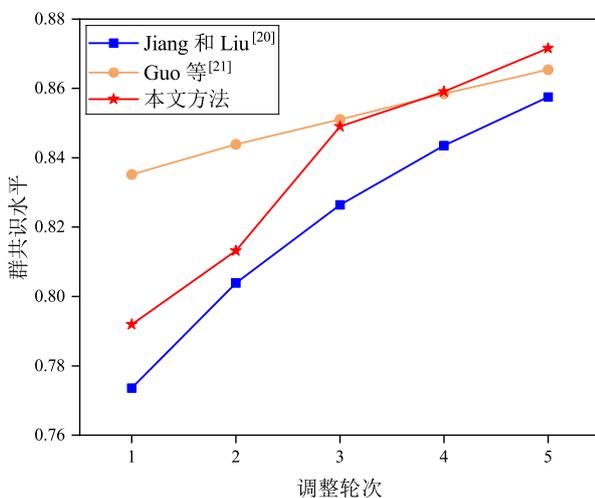


图5 不同群共识方法的群共识水平迭代对比

由图5可得,三种方法在迭代过程中均能提升群共识水平,但收敛速度存在差异. Jiang和Liu<sup>[21]</sup>的方法提升幅度整体平缓; Guo等<sup>[22]</sup>的方法在首轮即快速收敛到较高水平,但随后的提升速度减缓; 本文方法在初始阶段略低于Guo等<sup>[22]</sup>,但在第三轮后收敛速度明显加快,最终群共识水平最高.这是由于Guo等<sup>[22]</sup>的方法通过多维度和多轮次迭代机制,并结合奖惩措施,在初始阶段能够迅速压缩意见分歧,因此首轮共识水平较高;但由于后续主要依赖线性

迭代与成本更新,未能充分考虑决策者的心理差异与结构特征,导致提升速度逐渐放缓. Jiang和Liu<sup>[21]</sup>的方法虽然考虑了量子干扰效应,能够刻画决策者间心理冲突与叠加效应,然而,该方法未能结合决策者之间的网络关系及属性维度差异,因此在调整过程中对个体间系统性差异的捕捉不足,导致群体意见趋同的速度相对缓慢。

本文方法同时引入风险匹配函数以量化个体差异,结合K-shell与Shapley值测度决策者的结构性影响力,并通过量子干扰来模拟动态调整意见路径直接的影响,从而在初期保持稳定收敛的同时,在中后期能够持续加速群体意见融合,最终达到更高的群共识水平。

#### (2) 备选方案排序对比

为验证本文排序方法的有效性与合理性,本文选取若干在多属性群体决策领域中具有代表性的经典排序模型及量子排序模型作为对比方法.上述方法虽在权重确定方式与排序机理上存在差异,但均以权重与评价信息为输入,并以备选方案排序作为输出结果,因此在排序层面具有可比性.本文基于相同的评价数据,对不同方法得到的排序结果进行对比分析,见表2。

表1 不同模型数值实验排序结果比较

方法	排序指标	排序结果
TOPSIS <sup>[23]</sup>	$C_1^* = 0.5843, C_2^* = 0.2440,$ $C_3^* = 0.6327, C_4^* = 0.7698,$ $C_5^* = 0.4668$	$a_4 \succ a_3 \succ a_1$ $\succ a_5 \succ a_2$
VIKOR <sup>[24]</sup>	$\varphi_1 = 0.0000, \varphi_2 = 0.9067,$ $\varphi_3 = 1.0000, \varphi_4 = 0.4118,$ $\varphi_5 = 0.9054$	$a_1 \succ a_4 \succ a_5$ $\succ a_2 \succ a_3$
Wu等 <sup>[18]</sup>	$P(a_1) = 0.2466, P(a_2) = 0.1590,$ $P(a_3) = 0.1349, P(a_4) = 0.2618,$ $P(a_5) = 0.1977$	$a_2 \succ a_5 \succ a_4$ $\succ a_1 \succ a_3$
本文方法	$Q(a_1) = 0.5706, Q(a_2) = 0.4132,$ $Q(a_3) = 0.4413, Q(a_4) = 0.5822,$ $Q(a_5) = 0.4671$	$a_4 \succ a_1 \succ a_5$ $\succ a_3 \succ a_2$

从表2可以看出,与传统决策模型相比,本文方法得出的备选方案排序存在较为显著的差异. TOPSIS<sup>[23]</sup>方法选取 $a_4$ 作为最优方案,这一点与本文模型一致,但其余方案的排序存在明显不同. TOPSIS<sup>[23]</sup>的基本思想是基于正负理想解构造加权距离,并依据方案与理想解的贴近程度进行排序.然而,该方法将属性视为相互独立,默认决策者偏好聚合过程中不受其他评价源的影响,因此无法反映群体决策中普遍存在的意见耦合. VIKOR<sup>[24]</sup>方法通过折衷方案综合群体效益与个体最小后悔度,并将 $a_1$ 作为最优方案.尽管该方法能够处理多属性之间

的折衷关系,但其本质仍建立在线性加权与独立评价的假设基础上,未考虑决策者之间的风险偏好差异、交互影响以及结构关系.因此,在存在干扰效应与结构性依赖的决策背景下,VIKOR<sup>[24]</sup>所得到的排序难以准确刻画真实的群体偏好生成机制.

在量子模型比较中,Wu等<sup>[18]</sup>的方法得到 $a_2$ 为最优方案.该方法通过语言分布加权平均算子整合群体意见,并利用量子概率框架模拟个体层面的干扰效应,在语言分布型群决策问题中具有一定优势.然而,该模型主要关注输入信息的静态聚合,对群体意见的动态演化缺乏刻画,也未考虑决策者之间的风险偏好差异与结构关系.因此,在复杂与不确定的决策情境下,其对群体干扰效应的模拟能力仍不充分,这也是其排序结果与本文方法存在差异的关键原因.

相比之下,本文提出的量子群体共识模型在排序机制中同时融合了风险偏好差异、信任结构信息以及量子干扰机制.通过相位叠加刻画决策源之间的非线性影响,并结合K-shell与Shapley值确定决策者权重 $\lambda_k$ .在此基础上,计算得到的方案量子概率不仅反映方案的属性效用,也体现群体互动、意见干扰与结构差异对偏好形成的综合影响.因此,本文方法将 $a_4$ 识别为最优方案,且该排序结果在复杂决策背景下具有更高的合理性与解释能力.

### (3) 排序结果的鲁棒性对比

然而,已有研究指出仅依据单一算例下的排序结果难以全面评估方法有效性,有必要结合量化分析与理论解释对排序方法进行系统检验<sup>[25]</sup>.在群体决策问题中,排序结果的有效性不仅体现在单一评价条件下的优劣比较,还取决于其在评价信息存在波动时所表现出的稳定性.基于这一考虑,本文在相同初始决策矩阵条件下,通过构造蒙特卡罗扰动实验,从排序稳定性角度将本文方法与三种对比方法进行系统比较.设决策问题包含 $m$ 个备选方案 $a_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ )、 $n$ 个属性 $c_j$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ )以及 $s$ 位决策者 $d_k$  ( $k = 1, 2, \dots, s$ ),决策者 $d_k$ 对方案 $a_i$ 在属性 $c_j$ 下给出的评价信息记为 $z_{ij}^k$ .在实际群体决策过程中,上述评价信息往往难以保持完全稳定,其数值可能随认知状态、信息获取条件及外部环境变化而发生偏移.为刻画这种不可避免的评价波动,本文在原始评价信息基础上引入随机扰动,并通过设置扰动强度参数 $\delta$ 对扰动幅度进行控制,从而构造蒙特卡罗实验,以系统检验不同排序方法在评价扰动条件下的敏感性与稳健性.

具体而言,在给定扰动强度 $\delta$ 的条件下,考虑到评价信息的不确定性主要表现为围绕原始判断值的小幅随机偏移,而非系统性方向偏差,本文采用加性随机扰动方式对每一个评价信息 $z_{ij}^k$ 进行扰动,即对 $z_{ij}^k$ 叠加随机扰动项 $\varepsilon \sim U[-\delta, \delta]$ ,并将扰动后的评价信息表示为 $z_{ij}^k(\varepsilon) = \min\{1, \max\{0, z_{ij}^k + \varepsilon\}\}$ .通过调节参数 $\delta$ ,可以模拟不同不确定水平下评价信息的波动幅度.当 $\delta$ 较小时,对应评价信息仅受到轻微随机扰动;当 $\delta$ 较大时,则反映评价信息受不确定因素显著影响的情形.在每一扰动强度下,重复进行300次随机采样,并分别基于扰动后的评价矩阵计算各方法对应的备选方案排序结果.

为对不同方法在扰动前后排序结构变化情况进行客观比较,本文选取Spearman秩相关系数、Kendall's  $\tau$ 以及TOP-2稳定率三类尺度无关的排序稳定性指标.设无扰动条件下得到的基准排序对应的名次向量为 $\pi^{(0)} = (\pi_1^{(0)}, \dots, \pi_m^{(0)})$ ,第 $\ell$  ( $\ell = 1, 2, \dots, 300$ )次扰动实验下得到的排序名次向量为 $\pi^{(\ell)} = (\pi_1^{(\ell)}, \dots, \pi_m^{(\ell)})$ .各指标计算如下:

(1) Spearman秩相关系数计算如下:

$$\rho_s(\pi^{(0)}, \pi^{(\ell)}) = \frac{\sum_{i=1}^m (\pi_i^{(0)} - \bar{\pi}^{(0)}) (\pi_i^{(\ell)} - \bar{\pi}^{(\ell)})}{\sqrt{\sum_{i=1}^m (\pi_i^{(0)} - \bar{\pi}^{(0)})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^m (\pi_i^{(\ell)} - \bar{\pi}^{(\ell)})^2}} \quad (29)$$

其中 $\bar{\pi}^{(0)}$ 与 $\bar{\pi}^{(\ell)}$ 分别表示对应名次向量的均值.该指标的取值区间为 $[-1, 1]$ ,用于刻画两次排序在整体秩次结构上的一致程度,其取值越接近于1,表示整体排序结构越稳定.

(2) Kendall's  $\tau$ 相关系数计算如下:

$$\tau(\pi^{(0)}, \pi^{(\ell)}) = \frac{C - D}{\sqrt{(C + D + T_0)(C + D + T_\ell)}} \quad (30)$$

其中, $C$ 表示在两次排序中任意两个备选方案保持相同相对顺序的方案对数量, $D$ 表示相对顺序发生变化的方案对数量, $T_0$ 与 $T_\ell$ 分别表示在对应排序中出现的并列方案对数量.Kendall's  $\tau$ 的取值区间同样为 $[-1, 1]$ ,该指标从成对比较角度衡量排序结果的一致性,其取值越大,表示两次排序在成对顺序层面的一致性越强.

(3) TOP-2稳定率作为局部排序稳定性指标,计算如下:

$$\text{TOP-2}(\pi^{(0)}, \pi^{(\ell)}) = \frac{|\mathcal{T}_2(\pi^{(0)}) \cap \mathcal{T}_2(\pi^{(\ell)})|}{2} \quad (31)$$

其中  $\mathcal{T}_2(\pi)$  表示排序  $\pi$  中排名前两位的备选方案集合. 该指标的取值区间为  $[0, 1]$ , 用于刻画扰动前后优选方案集合的一致程度, 其取值越大, 表示排序结果在优选方案层面越稳定.

基于上述三类稳定性指标, 在每一扰动强度  $\delta$  下对 300 次下的扰动实验结果取平均值, 从而得到不同方法在不确定扰动环境下的排序稳定性评价, 其定量对比结果汇总见表 3.

表2 不同扰动强度  $\delta$  下各方法排序稳定性对比

$\delta$	方法	Spearman相关系数	Kendall's相关系数 $\tau$	Top-2稳定率	$\delta$	方法	Spearman相关系数	Kendall's相关系数 $\tau$	Top-2稳定率
0	TOPSIS <sup>[23]</sup>	<b>1.0000</b>	<b>1.0000</b>	<b>1.0000</b>	0.05	TOPSIS <sup>[23]</sup>	0.8270	0.7367	0.6800
	VIKOR <sup>[24]</sup>	<b>1.0000</b>	<b>1.0000</b>	<b>1.0000</b>		VIKOR <sup>[24]</sup>	0.7563	0.6547	0.7483
	Wu等 <sup>[18]</sup>	<b>1.0000</b>	<b>1.0000</b>	<b>1.0000</b>		Wu等 <sup>[18]</sup>	0.7090	0.6133	0.7217
	本文方法	0.9790	0.9580	0.9033		本文方法	<b>0.9493</b>	<b>0.9033</b>	<b>0.8150</b>
0.01	TOPSIS <sup>[23]</sup>	0.9567	0.9160	0.7967	0.08	TOPSIS <sup>[23]</sup>	0.7760	0.6773	0.7033
	VIKOR <sup>[24]</sup>	0.9190	0.8380	0.7867		VIKOR <sup>[24]</sup>	0.6280	0.5307	0.7000
	Wu等 <sup>[18]</sup>	0.9640	0.9287	<b>0.9817</b>		Wu等 <sup>[18]</sup>	0.6030	0.5033	0.6933
	本文方法	<b>0.9743</b>	<b>0.9487</b>	0.8800		本文方法	<b>0.8943</b>	<b>0.8200</b>	<b>0.7467</b>
0.03	TOPSIS <sup>[23]</sup>	0.8587	0.7767	0.7050	0.10	TOPSIS <sup>[23]</sup>	0.6907	0.5827	0.6433
	VIKOR <sup>[24]</sup>	0.8577	0.7627	0.7667		VIKOR <sup>[24]</sup>	0.5513	0.4560	0.6700
	Wu等 <sup>[18]</sup>	0.7960	0.7040	0.8033		Wu等 <sup>[18]</sup>	0.6140	0.5153	0.6867
	本文方法	<b>0.9690</b>	<b>0.9393</b>	<b>0.8717</b>		本文方法	<b>0.8750</b>	<b>0.7940</b>	<b>0.7667</b>

从表 3 可以看出, 随着扰动强度参数  $\delta$  的逐步增大, 各种排序方法的稳定性指标均呈现下降趋势, 表明评价信息不确定性会对排序结果产生不同程度的影响. 然而, 不同方法在稳定性退化速度与整体水平上存在显著差异. 相比其他方法, 本文方法在 Spearman 秩相关系数与 Kendall's  $\tau$  指标上始终保持较高数值, 且随扰动增强的下降幅度相对较缓, 说明其整体排序结构与成对顺序关系对评价扰动具有更强的鲁棒性. 同时, 在 TOP-2 稳定率指标下, 本文方法在多数扰动水平下均能够较好地保持优选方案集合的一致性, 表明其对关键方案识别具有较强稳定性.

综合表 2 与表 3 的分析结果可以得出如下结论: 不同方法在备选方案排序上的差异主要源于其对群体决策过程建模假设与信息处理方式的不同, 而本文方法所给出的排序结果在不确定扰动条件下表现出更高的稳定性. 表 2 反映了各方法在单一算例下的排序差异, 而表 3 的扰动分析进一步表明, 随着评

价信息不确定性增强, 本文方法在 Spearman 秩相关系数、Kendall's  $\tau$  以及 TOP-2 稳定率指标上均能够保持相对较高水平, 且其退化幅度明显小于对比方法. 这说明, 本文方法所得排序并非依赖于特定算例条件, 而是在评价信息波动情形下仍能维持较为一致的排序结构与优选方案判断, 从而在复杂多属性群体决策环境中体现出更高的排序稳定性与决策鲁棒性.

### 3.5 仿真分析

为了验证本文所提出的共识模型的鲁棒性和适用性, 本节进行了仿真测验. 具体而言, 基于 MATLAB 中的“rand”函数, 随机生成不同维度的决策矩阵, 以模拟不同决策情境下的背景, 假设决策者完全接受上一轮最高决策者提供的反馈建议, 并作为下一轮的初始决策信息, 循环迭代 5 次, 研究不同数量的决策者在 5 轮内的共识水平演化情况, 其余参数设置与算例保持一致, 仿真结果见图 6.

仿真结果表明, 提出的共识模型在不同决策情

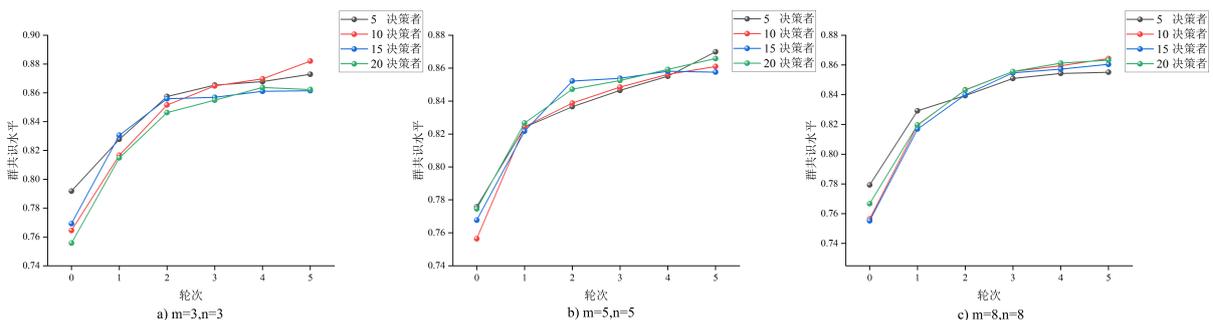


图6 不同矩阵维度下不同决策者数量的群共识水平演化情况

境和群体规模下表现出较好的鲁棒性和适用性. 首先, 在所有情境中, 群体共识水平均随着决策轮次的增加显著提高, 且初始阶段能够快速推动共识水平达到较高值, 展现了模型在加速共识形成方面的高效性. 此外, 无论是简单情境 ( $m = 3, n = 3$ ) 还是复杂情境 ( $m = 8, n = 8$ ), 模型都能够实现较高度度的共识水平, 表明其对问题复杂度具有良好的适应性. 其次, 随着群体规模的变化, 模型的表现依然稳定, 特别是在决策者数量较多的情境下, 模型能够很好地保持共识水平的稳定增长, 凸显了其对不同群体规模的鲁棒性. 此外, 仿真结果显示, 模型在中等复杂度的情境下 ( $m = 5, n = 5$ ) 表现尤为突出, 既能够快速提升群体共识, 又能在较少轮次内实现高水平收敛. 这表明模型不仅适用于简单情境, 还可以高效处理较为复杂的多决策者、多决策属性情境.

## 4 结论

本文针对多属性群体决策中普遍存在的不确定性、偏好异质性及结构性干扰等问题, 提出了一个融合风险偏好与量子干扰机制的量子群共识模型. 该模型综合运用量子概率理论、K-shell 算法、Shapley 值及证据理论, 系统刻画了决策者间的意见更新过程、风险偏好匹配机制以及群体意见的不确定性与冲突. 首先, 本文构建了一个新颖的风险匹配函数, 并结合决策者的综合影响力实现了权重的合理分配. 其次, 针对偏好路径在群体决策中的干扰效应, 本文提出了基于最小调整成本的量子群共识模型, 通过引入相位干扰机制与边际贡献分析动态调整决策者意见, 有效推动群体达成稳定共识. 同时, 利用证据理论进一步优化属性权重计算, 提升模型对不确定信息的处理能力. 数值结果表明, 本文模型在群体共识水平、干扰效应刻画能力及排序稳定性方面均具有显著优势, 能够有效提升复杂情境下的群体决策效率.

此外, 本文方法在多类现实群体决策任务中均具有较强的应用潜力. 由于模型能够同时处理决策者意见的相关性、信息干扰和风险偏好差异等实际情境中较为常见的问题, 因此适合用于专家协同评估、灾害应急救援以及部分复杂工程与管理问题等需要综合多方意见的场景. 在此类应用中, 量子群共识框架能够在控制调整成本的前提下推动决策者形成可接受的共识结果, 减少反复协商带来的时间与资源消耗. 同时, 本方法的权重分配机制具有较好的可解释性, 有助于提高群体决策过程的透明度与可追溯性.

尽管本文提出的模型在群体决策中取得了较好的效果, 但仍存在一些不足之处. 首先, 本文主要考虑了群共识过程中的偏好路径干扰, 但模型中对干扰效应的全面性仍有限, 未来可进一步探索其他复杂决策情境中的偏好路径干扰, 提升模型对更广泛情况的适应性. 其次, 虽然模型考虑了决策者的风险偏好差异, 但对于不同决策者在群体决策过程中的动态作用仍缺乏深入分析, 未来可以进一步探讨如何更好地捕捉和反映决策者在群体决策过程中的变化趋势, 以提高决策结果的稳定性和合理性.

## 参考文献 (References)

- [1] Zhu Z G, Zhang X, Cao M S, et al. A dynamic trust and prospect theory driven bilateral feedback mechanism for maximizing consensus income in social network group decision making[J]. *Information Fusion*, 2025, 117: 102904.
- [2] 刘亚婷, 徐维军, 陈霞, 等. 群体决策中基于最小成本的个体偏好策略操纵模型研究[J]. *控制与决策*, 2026, 41(2): 445-454.  
(Liu Y T, Xu W J, Chen X, et al. Strategic manipulation model on individual preference with minimum cost in group decision making[J]. *Control and Decision*, 2026, 41(2): 445-454.)
- [3] 夏璇, 巩在武. 移情网络下有序回归残缺值估计和应急决策共识建模[J]. *控制与决策*, 2025, 40(7): 2203-2212.  
(Xia X, Gong Z W. Incomplete values ordinal regression estimation and consensus modeling for emergency decision-making under empathetic network[J]. *Control and Decision*, 2025, 40(7): 2203-2212.)
- [4] Liu N N, Zhang X Z, Wu H Y. A consensus-reaching model considering decision-makers' willingness in social network-based large-scale group decision-making[J]. *Information Fusion*, 2025, 116: 102797.
- [5] Tan X, Zhu J J, Palomares I, et al. On consensus reaching process based on social network analysis in uncertain linguistic group decision making: Exploring limited trust propagation and preference modification attitudes[J]. *Information Fusion*, 2022, 78: 180-198.
- [6] 缙迅杰, 徐鑫茹, 徐泽水. 基于动态社会网络的能源转型路径评估多属性群决策建模研究[J]. *中国管理科学*, 2025, 33(6): 346-359.  
(Gou X J, Xu X R, Xu Z S. Research on multi-attribute group decision-making modeling of energy transition path evaluation based on dynamic social network[J]. *Chinese Journal of Management Science*, 2025, 33(6): 346-359.)
- [7] Nikougoftar E. Strategic node identification in complex network dynamics[J]. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2024, 187: 115348.
- [8] Li S B, Quan Y R, Luo X Y, et al. Identifying influential nodes in complex networks via weighted k-shell

- entropy-based approach[J]. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2025, 199: 116909.
- [9] Yang Q, Wang Y H, Yu S B, et al. Identifying influential nodes through an improved  $k$ -shell iteration factor model[J]. *Expert Systems with Applications*, 2024, 238: 122077.
- [10] 曹静, 徐选华, 陈晓红. 极端偏好影响的大群体应急决策风险演化模型[J]. *系统工程理论与实践*, 2019, 39(3): 596-614.  
(Cao J, Xu X H, Chen X H. Risk evolution model for large group emergency decision-making influenced by extreme preference[J]. *Systems Engineering-Theory & Practice*, 2019, 39(3): 596-614.)
- [11] Xu Y Z, Yan S L, Li Y X. A multi-attribute quantum group consensus model considering psychological preference[J]. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2025, 144: 110086.
- [12] 张发明, 朱姝琪. 基于 EDAS 和共识模型的动态概率语言多属性群决策方法[J]. *控制与决策*, 2024, 39(4): 1379-1386.  
(Zhang F M, Zhu S Q. A dynamic probabilistic linguistic multi-attribute group decision making method based on EDAS and consensus model[J]. *Control and Decision*, 2024, 39(4): 1379-1386.)
- [13] 汤辰悦, 朱建军, 刘微俏. 基于三元群智信息量子态证据体融合的突发事件风险危重度研判[J]. *控制与决策*, 2024, 39(11): 3829-3838.  
(Tang C Y, Zhu J J, Liu W Q. Emergency risk severity judgment based on fusion of quantum state evidence bodies of ternary crowd intelligence information[J]. *Control and Decision*, 2024, 39(11): 3829-3838.)
- [14] 辛潇洋, 徐晨虹, 陈宏玉, 等. 一种新决策模型——量子决策模型[J]. *心理科学进展*, 2018, 26(8): 1365-1373.  
(Xin X Y, Xu C H, Chen H Y, et al. Quantum models for decision making[J]. *Advances in Psychological Science*, 2018, 26(8): 1365-1373.)
- [15] 字映萍, 刘新旺, 韩世莲. 基于量子认知的信任网络概率语言多属性群决策方法[J]. *系统工程理论与实践*, 2024, 44(8): 2645-2667.  
(Zi Y P, Liu X W, Han S L. Quantum cognition based on trust network multi-attribute group decision-making method with probabilistic linguistic information[J]. *Systems Engineering-Theory & Practice*, 2024, 44(8): 2645-2667.)
- [16] 蔡玫, 简兴莲, 王雅. 社交网络群决策环境下基于量子干涉的信任测度[J]. *控制与决策*, 2024, 39(5): 1697-1706.  
(Cai M, Jian X L, Wang Y. Trust measure based on quantum interference in social network group decision making environment[J]. *Control and Decision*, 2024, 39(5): 1697-1706.)
- [17] Yan S L, Xu Y Z, Gong Z W, et al. Fuzzy quantum group decision making and its application in meteorological disaster emergency[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2025, 33(5): 1441-1454.
- [18] Wu Q, Liu X W, Zhou L G, et al. A quantum framework for modeling interference effects in linguistic distribution multiple criteria group decision making[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2022, 52(6): 3492-3507.
- [19] 胡英杰, 朱建军. 考虑量子干涉的信任网络群体共识决策方法[J]. *控制与决策*, 2024, 39(12): 4007-4016.  
(Hu Y J, Zhu J J. Group consensus decision-making method for trust networks considering quantum interference[J]. *Control and Decision*, 2024, 39(12): 4007-4016.)
- [20] Yan S L, Xu Y Z, Gong Z W, et al. A quantum group decision model for meteorological disaster emergency response based on D-S evidence theory and Choquet integral[J]. *Information Sciences*, 2024, 674: 120707.
- [21] Jiang J, Liu X W. A quantum cognition based group decision making model considering interference effects in consensus reaching process[J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2022, 173: 108705.
- [22] Guo W W, Wang H T, Zhang W G, et al. Multi-dimensional multi-round minimum cost consensus models with iterative mechanisms involving reward and punishment measures[J]. *Knowledge-Based Systems*, 2024, 293: 111710.
- [23] Irfan M, Elavarasan R M, Ahmad M, et al. Prioritizing and overcoming biomass energy barriers: Application of AHP and G-TOPSIS approaches[J]. *Technological Forecasting and Social Change*, 2022, 177: 121524.
- [24] 林文豪, 陈梅倩, 周礼刚, 等. 一种区间 Pythagorean 模糊 VIKOR 多属性群决策方法[J]. *运筹与管理*, 2021, 30(3): 57-64.  
(Lin W H, Chen M Q, Zhou L G, et al. An approach to interval Pythagorean fuzzy VIKOR multi-attribute group decision making[J]. *Operations Research and Management Science*, 2021, 30(3): 57-64.)
- [25] 赵程伟, 徐选华, 刘瑞环, 等. 模糊异构环境下考虑双重交互及不完全理性心理的多属性群决策及应用[J]. *中国管理科学*, 2025, 33(6): 182-195.  
(Zhao C W, Xu X H, Liu R H, et al. Multi-attribute group decision-making and its application considering dual interaction and incomplete rational psychology in fuzzy heterogeneous environment[J]. *Chinese Journal of Management Science*, 2025, 33(6): 182-195.)

## 作者简介

闫书丽 (1982-), 女, 副教授, 博士, 硕士生导师, 从事决策分析、灰色系统理论等研究, Email: yshuli@126.com;

徐逸钊 (1999-), 男, 在读硕士, 研究生, 从事量子群决策分析、灰色系统理论等研究, Email: xuyz124@163.com.