

## 二自由度机臂可倾转双旋翼飞行器滑模抗扰控制

廖禄伟<sup>1</sup>, 杨忠<sup>1†</sup>, 卓浩泽<sup>1,2</sup>, 许诺<sup>1,3</sup>, 游雨龙<sup>1</sup>, 陈旭<sup>1</sup>

- 南京航空航天大学自动化学院, 南京 211106;
- 广西电网有限责任公司电力科学研究院, 南宁 530000;
- 广东电网有限责任公司东莞供电局, 广东 东莞 523000

**摘要:** 针对常规多旋翼飞行器存在位姿耦合及动力系统冗余等问题, 将双旋翼旋翼数目精简的结构优势与倾转旋翼位姿解耦优势相结合, 提出一种二自由度机臂可倾转双旋翼飞行器 (Tiltable Bicopter with Two-degrees-of-freedom Arms, TBTA). 首先对其进行基于四元数的动力学建模与运动学建模, 并在此基础上研究解耦控制分配方法. 针对其变姿过程中强耦合、非线性和参数摄动与扰动问题, 设计位姿非奇异终端滑模自抗扰控制器 (NTSMC-ADRC). 通过仿真验证 NTSMC-ADRC 控制器良好的鲁棒性和抗扰性. 最后通过变姿与斜面应用飞行实验验证其在斜坡、树木和高空建筑等非水平面类型场景下起降的应用价值.

**关键词:** 双旋翼; 倾转旋翼; 动力学建模; 自抗扰控制; 非奇异终端滑模控制; 解耦控制分配

中图分类号: TP273 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2025.1089

引用格式: 廖禄伟, 杨忠, 卓浩泽, 等. 二自由度机臂可倾转双旋翼飞行器滑模抗扰控制 [J]. 控制与决策.

## Sliding mode disturbance rejection control of a tiltable bicopter with two-degrees-of-freedom arms

LIAO Lu-wei<sup>1</sup>, YANG Zhong<sup>1†</sup>, ZHUO Hao-ze<sup>1,2</sup>, XU Nuo<sup>1,3</sup>, YOU Yu-long<sup>1</sup>, CHEN Xu<sup>1</sup>

- College of Automation, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 211106, China;
- Guangxi Electric Power Research Institute, Guangxi Power Grid Co., Ltd., Nanning 530000, China;
- Dongguan Power Supply Bureau of Guangdong Power Grid Co., Ltd., Dongguan 523000, China

**Abstract:** To address the issues of pose coupling and power system redundancy in conventional multirotor aircraft, this paper integrates the structural advantage of reduced rotor count in bicopters with the pose decoupling advantage of tilt rotors, and proposes a Tiltable Bicopter with Two-degrees-of-freedom Arms (TBTA). First, quaternion-based dynamic and kinematic modeling is performed, and a decoupling control allocation method is investigated based on this modeling. Aiming at the challenges of strong coupling, nonlinearity, parameter perturbations, and external disturbances during its pose transformation process, a Non-singular Terminal Sliding Mode Active Disturbance Rejection Controller (NTSMC-ADRC) for position and attitude control is designed. Simulations verify that the NTSMC-ADRC controller exhibits excellent robustness and disturbance rejection capabilities. Finally, attitude transformation and inclined-surface flight experiments demonstrate its application value for takeoff and landing in non-horizontal plane scenarios, such as slopes, tree environments, and high-rise building areas.

**Keywords:** bicopter; tiltrotor; dynamic modeling; active disturbance rejection control; non-singular terminal sliding mode control; decoupling control allocation

## 0 引言

近年来, 低空经济的快速发展与全球局势推动了无人机技术的创新<sup>[1-2]</sup>. 低空经济涵盖了无人机在

物流、农业、监控等领域的广泛应用<sup>[3-6]</sup>, 展现了高效和可持续发展的潜力. 同时, 全球局势扩展了无人机的军事化应用场景<sup>[7-8]</sup>, 发挥出了中小型无人机在侦

收稿日期: 2025-10-18; 录用日期: 2026-03-27.

基金项目: 江苏省研究生科研与实践创新计划项目 (KYCX23\_0388); 广西电网公司 2024 年科技创新项目 (GXXJXM20240152); 广西电网公司 2023 年科技创新项目 (GXXJXM20230169); 贵州省科技计划项目 ([2020]2Y044).

责任编辑: 张海涛.

†通信作者. E-mail: yangzhong@nuaa.edu.cn.

察、打击和后勤支援中的重要作用,无人机技术因此受到了广泛关注.然而,军事侦察、灾难救援和工厂作业等不断拓展的复杂应用场景<sup>[9]</sup>对多旋翼飞行器的环境适应性和机动性能提出了更高的要求,给飞行器结构设计和控制策略带来了新的挑战.由于传统多旋翼飞行器位姿耦合导致控制自由度受限的问题,不能满足复杂场景下的变姿大机动飞行需求.位姿耦合<sup>[10]</sup>是指在常规多旋翼中,旋翼推力同时作用于平动与转动通道,使得位置和姿态不能独立控制.典型表现为在保持姿态稳定以抵消重力的前提下,水平向加速度必须通过倾斜机体实现,从而位置变化必然伴随姿态变化,系统的力和力矩分配存在耦合约束.

针对传统多旋翼飞行器存在的控制自由度受限问题,较为直观且可行的方式之一是通过增加推力矢量或采用倾转机构,从而增强控制分配能力,使系统表现出接近全驱动的特性<sup>[11-12]</sup>.倾转多旋翼飞行器是一种可以改变旋翼方向的矢量飞行器<sup>[13-14]</sup>.它通过在旋翼上增加自由度或静态改变推力方向来实现飞行器的独立位置和姿态控制,进而实现位置不变下的姿态变化,姿态不变下的位置变化等多种飞行模式.这种矢量倾转结构克服了传统固定推力飞行器的缺陷,提高了飞行器的运动性能.

研究者们针对具有推力矢量的多旋翼飞行器开展了大量研究.文献[15]提出了一种六旋翼推力矢量飞行器,可实现空间的六自由度倾转运动.文献[16]提出了一种四旋翼推力矢量飞行器.文献[17]提出了一种三旋翼推力矢量飞行器.文献[18]提出了一种静态八旋翼推力矢量飞行器.然而目前研究的倾转飞行器仍然存在诸多缺陷,旋翼数量过于冗余导致飞行器的生产和维护成本,同时降低飞行器的续航能力.此外传统X型布局多旋翼电机安装位置的偏移使得变姿运动时旋翼的推力矢量不会朝固定方向统一变化,带来旋翼间升力的相互抵消,最终会造成推力效率的降低和续航时间的进一步缩减<sup>[19]</sup>.

双旋翼仅需两个旋翼,是多旋翼中结构精简的类型,在提高飞行效率的同时具有较窄的机身与旋翼投影面.其机身狭窄的优势和较小的旋翼投影面可扩展其携带任务设备的操作空间,如图1所示,双旋翼由于旋翼仅在横向布置,其旋翼占用空间面积小,因而比四旋翼有较大的应用优势.因此,本文结合双旋翼的优势提出一种二自由度机臂可倾转双旋翼飞行器(Tiltable Bicopter with Two-degrees-of-freedom Arms, TBTA).该飞行器采用横置两旋翼电机和四舵机的构型布局,将双旋翼动力系统转子数

目少的优势与倾转旋翼独立解耦的优势相结合,使得飞行器可以在伺服舵机约束范围内的大角度倾转变姿飞行运动.同时在倾转过程中,两个电机推力都互相平行,不存在推力互相抵消的问题.TBTA兼具了双旋翼结构简单紧凑,动力精简,极大扩展了飞行器作业范围,可应用于管道、树林、城市等各种复杂环境下.如安装“爪”装置附着在树木、杆塔、高空建筑等非水平物体表面,以实现静默式侦察、打击与作业.安装“吸盘”等装置用于附着在管道表面进行探测;安装脚架装置用于在山地、滑坡等复杂的斜坡地形处起降.

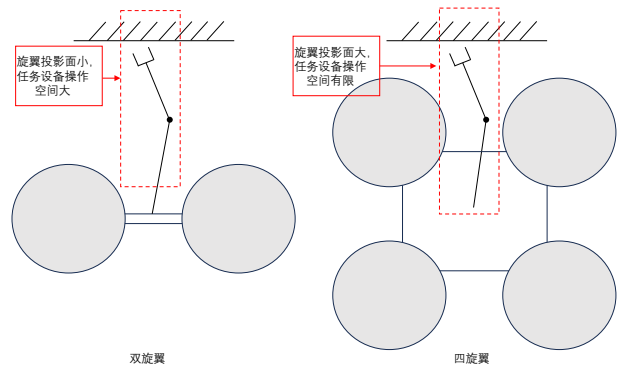


图1 双旋翼与四旋翼工作空间能力比较

然而, TBTA 作为倾转变姿双旋翼飞行器,存在强耦合、非线性、参数摄动及内外扰动等挑战,对 TBTA 的控制器开发相比常规多旋翼飞行器会变得更加的困难. 1) TBTA 旋翼和机身发生倾转时会带来系统不确定的内部参数摄动,增强了系统的非线性和耦合效应,需要考虑控制器的快速收敛性和动态鲁棒性. 2) 针对 TBTA 低空作业飞行过程中可能受到的高空湍流、阵风等外部不确定扰动,需要考虑控制器良好的抗扰性能. 3) TBTA 属于大角度旋转系统,针对其俯仰通道倾转变姿需求,需要从建模和姿态控制层面采取有效措施来规避欧拉角进入大角度范围时的飞行奇点,避免在俯仰姿态控制中产生万向节死锁.因而, TBTA 控制器的设计相比常规多旋翼飞行器更加困难.

非奇异终端滑模控制技术(Non-singular terminal sliding mode control, NTSMC)是一类鲁棒性较强的非线性控制方法,最初主要针对二阶非线性动态系统提出,但其设计思想已被推广应用于更复杂的多输入多输出及高阶非线性系统<sup>[20-21]</sup>,较传统滑模控制算法具有更高的稳态跟踪精度且避免了奇异区域的问题. NTSMC 在处理不确定性和外部扰动时具有更强的鲁棒性与收敛性能,在某些的飞行器控制场景中, NTSMC 可作比例-积分-微分(Proportional integral differentiation, PID)与线性二次

型调节器 (Linear quadratic regulator, LQR) 控制等方法的有效替代方案或补充<sup>[22-24]</sup>. 自抗扰控制 (Active disturbance rejection control, ADRC) 技术是不依赖于被控对象精准模型的一种抗扰控制方法<sup>[25-26]</sup>, 通过扩张状态观测器能够实时估计系统的内部扰动和外部环境未知扰动作用并予以补偿, 从而可以获得良好的抗扰性. 此外为了有效解决 TBTA 前述的大角度问题, 本文引入四元数法重新对系统进行建模与控制, 在此基础上设计一种兼顾鲁棒性和抗干扰性能的抗扰控制算法以实现 TBTA 的稳定高效的控制.

因此本文结合 NTSMC 的强鲁棒性与 ADRC 实时估计系统的扰动并予以补偿的特性, 提出一种非奇异终端滑模自抗扰控制方法 (NTSMC-ADRC), 以增强系统的抗扰性与鲁棒性. 本文的研究工作如下: 1) 提出了一种新型的二自由度机臂可倾转双旋翼飞行器 (TBTA) 构型, 并基于四元数建立了 TBTA 的全局动力学与运动学模型. 2) 针对 TBTA 可俯仰变姿的特点, 提出了变量代换的解耦控制分配矩阵方法. 3) 设计了基于四元数的位姿 NTSMC-ADRC 控制器并分析其稳定性. 4) 通过数值仿真和实物实验应用, 验证了本文方法的有效性和可行性和其应用价值.

## 1 二自由度机臂倾转双旋翼飞行器建模

### 1.1 构型定义

TBTA 是一种基于双旋翼构型的变种飞行器, 采用纵置两旋翼加四舵机的构型布局. 其机身精简为长方体, 并最小化横向飞行体积. 如图 2, 机臂结构设计为一组二自由度可倾转机臂, 旋转驱动器选用能精确控制角度位置的伺服舵机, 其两组伺服电机以上下结构安装, 并确保伺服的绕机体长轴转动, 且能同时或独立转动, 将旋翼电机推力矢量化并限制在俯仰平面内.

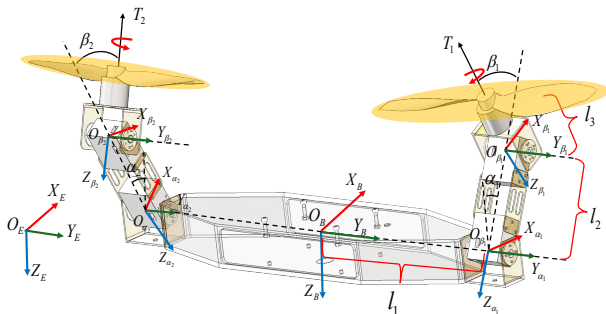


图2 二自由度机臂可倾转双旋翼飞行器总体结构

本文 TBTA 均采用“前右下”坐标系, 世界坐标系定义为  $\mathcal{F}^E: \{O^E X^E Y^E Z^E\}$ . 机体坐标系定义为

$\mathcal{F}^B: \{O^B X^B Y^B Z^B\}$ , 原点  $O^B$  与机身质心重合. 第一级伺服坐标系定义为  $\mathcal{F}^{\alpha_i}: \{O^{\alpha_i} X^{\alpha_i} Y^{\alpha_i} Z^{\alpha_i}\}$ . 第二级伺服坐标系定义为  $\mathcal{F}^{\beta_i}: \{O^{\beta_i} X^{\beta_i} Y^{\beta_i} Z^{\beta_i}\}$ , 其中  $i = 1, 2$ , 表示第  $i$  个旋翼.

定义  $\alpha_i$  为第  $i$  个一级伺服坐标系  $\mathcal{F}^{\alpha_i}$  绕机体坐标系  $\mathcal{F}^B$  的  $Y^B$  轴倾转的角度, 即第  $i$  个一级伺服坐标旋转角度. 定义  $\beta_i$  为第  $i$  个二级伺服坐标系  $\mathcal{F}^{\beta_i}$  绕第  $i$  个一级伺服坐标系  $\mathcal{F}^{\alpha_i}$  的  $Y^{\alpha_i}$  轴倾转的角度, 即第  $i$  个二级伺服坐标旋转角度. 第  $i$  个一级伺服的角度约束为  $\alpha_i \in [-135^\circ, 135^\circ]$ . 第  $i$  个二级伺服的角度约束为  $\beta_i \in [-45^\circ, 45^\circ]$ . 因此如图 3 所示, 本文 TBTA 可达俯仰角度范围为  $[-135^\circ, 135^\circ]$ . 其主要由  $\alpha_i$  决定俯仰倾转的角度,  $\beta_i$  用于稳定俯仰姿态.

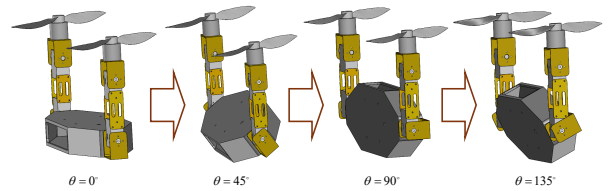


图3 TBTA 俯仰角可达工作范围示意图

定义机体原点  $O^B$  到第  $i$  个一级伺服中心的位移为

$$\mathbf{p}_1 = [0 \quad (-1)^{i-1} l_1 \quad 0]. \quad (1)$$

定义一级伺服坐标系原点到二级伺服坐标系原点的位移为

$$\mathbf{p}_2 = [0 \quad 0 \quad -l_2]. \quad (2)$$

定义二级伺服坐标系原点到旋翼平面距离的位移为

$$\mathbf{p}_3 = [0 \quad 0 \quad -l_3]. \quad (3)$$

同时, 伺服舵机绕  $Y$  轴的旋转方向定义为: 顺时针为正, 逆时针为负. 两旋翼旋转方向相反, 第一个顺时针、第二个逆时针. 在对 TBTA 建模前, 首先做出如下假设条件: 1) 假设机体、旋翼均为刚体; 2) 假设机体重心与一级伺服旋转中心在机体轴线上共线; 3) 假设一级伺服倾转轴与二级伺服倾转轴平行; 4) 假设伺服舵机动态性能与扭矩稳定, 不受旋翼的影响.

### 1.2 运动学建模

四元数表示法<sup>[27-28]</sup> 通过四个参数来表示三维旋转, 解决了欧拉角在大角度下发生奇点问题的缺陷. 四元数一般表示形式为

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_0 \\ \mathbf{q}_v \end{bmatrix}. \quad (4)$$

式中,  $q_0$  是  $\mathbf{q}$  的实数部分,  $\mathbf{q}_v = [q_1, q_2, q_3]^T$  是  $\mathbf{q}$  的虚数部分, 且  $\|\mathbf{q}\| = 1$ . 其中,  $\mathbf{q}_v$  的反对称矩阵为

$$\mathbf{S}_{\mathbf{q}_v} = \begin{bmatrix} 0 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & 0 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

四元数 $\mathbf{p}$ 和 $\mathbf{q}$ 相乘表示为

$$\mathbf{p} \otimes \mathbf{q} = \begin{bmatrix} p_0 q_0 - \mathbf{p}_v \cdot \mathbf{q}_v \\ p_0 \mathbf{q}_v + q_0 \mathbf{p}_v + \mathbf{p}_v \times \mathbf{q}_v \end{bmatrix}. \quad (6)$$

$\otimes$ 定义为四元数乘法,  $\cdot$ 为向量点积,  $\times$ 为向量叉积.

结合上述四元数表示法,可以得到TBTA的四元数运动学模型<sup>[29]</sup>为

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2} \mathbf{E}(\mathbf{q}) \boldsymbol{\omega}^B = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -\mathbf{q}_v^T \\ \ell \end{bmatrix} \boldsymbol{\omega}^B. \quad (7)$$

其中

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{E}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} -q_1 & -q_2 & -q_3 \\ q_0 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & q_0 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & q_0 \end{bmatrix} \\ \ell = q_0 \mathbf{I}_3 + \mathbf{S}_{\mathbf{q}_v} \end{array} \right. \quad (8)$$

式中,  $\boldsymbol{\omega}^B$ 为机体角速度,  $\mathbf{I}_3$ 为单位矩阵.

### 1.3 动力学建模

动力学模型描述了TBTA在受力和力矩作用下的运动行为,它不仅包括飞行器的线速度、角速度、位置和姿态角的变化,还考虑力和力矩如何影响这些运动参数.其用于描述力和线加速度,力矩和角加速度的关系.为聚焦于TBTA在近悬停与低速变姿场景下的控制器设计与验证<sup>[14-15,17]</sup>,机体受攻角变化影响较小,忽略未显式建模的气动力与其引起的力矩都统一并入干扰力和力矩中,由扩张状态观测器在线估计与补偿.根据牛顿-欧拉方程,TBTA的动力学模型表示为

$$\begin{bmatrix} m \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 3} \\ \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{v}}^B \\ \dot{\boldsymbol{\omega}}^B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \boldsymbol{\omega}^B \times \mathbf{J} \boldsymbol{\omega}^B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}^B \\ \mathbf{M}^B \end{bmatrix}. \quad (9)$$

其中,  $\mathbf{J} = \text{diag}(J_x, J_y, J_z)$ 为机体惯性矩阵,  $m$ 是机体质量,  $\mathbf{F}^B$ 是在机体坐标系下的合外力,  $\mathbf{M}^B$ 是在机体坐标系下的合外力矩,  $\mathbf{v}^B$ 为机体线速度.

合外力由推力、重力和干扰力组成,表示为

$$\mathbf{F}^B = \mathbf{F}_T^B + \mathbf{F}_G^B + \mathbf{F}_D^B. \quad (10)$$

重力表示为

$$\mathbf{F}_G^B = \mathbf{R}_E^B [0 \ 0 \ mg]^T. \quad (11)$$

其中,  $\mathbf{R}_E^B$ 为世界坐标系到机体坐标系的旋转矩阵.干扰力包括外部扰动 $\mathbf{F}_\delta$ 和系统内部未建模的气动等扰动 $\mathbf{F}_\zeta$ ,表示为

$$\mathbf{F}_D^B = \mathbf{F}_\delta + \mathbf{F}_\zeta. \quad (12)$$

推力表示为

$$\mathbf{F}_T^B = \sum_{i=1}^2 \mathbf{R}_{\beta_i}^B \mathbf{T}_i. \quad (13)$$

$\mathbf{R}_{\beta_i}^B$ 为二级伺服坐标系到机体坐标系的旋转矩阵为

$$\mathbf{R}_{\beta_i}^B = \mathbf{R}_{\alpha_i}^B \mathbf{R}_{\beta_i}^{\alpha_i}. \quad (14)$$

$\mathbf{R}_{\alpha_i}^B$ 为一级伺服坐标系到机体坐标系的旋转矩阵.

$\mathbf{R}_{\beta_i}^{\alpha_i}$ 为二级伺服坐标系到一级伺服坐标系的旋转矩阵,表示为

$$\mathbf{R}_{\alpha_i}^B = \begin{bmatrix} \cos \alpha_i & 0 & \sin \alpha_i \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha_i & 0 & \cos \alpha_i \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_{\beta_i}^{\alpha_i} = \begin{bmatrix} \cos \beta_i & 0 & \sin \beta_i \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta_i & 0 & \cos \beta_i \end{bmatrix}. \quad (15)$$

$\mathbf{T}_i$ 为在二级伺服坐标系下的旋翼推力,即

$$\begin{cases} \mathbf{T}_i = [0 \ 0 \ -T_i]^T \\ T_i = k_f n_i^2, \quad i = 1, 2 \end{cases} \quad (16)$$

其中,  $k_f$ 为旋翼升力系数,  $n_i$ 为旋翼的转速. TBTA合力矩由旋翼推力矩,旋翼反扭矩,干扰力矩等组成.

$$\mathbf{M}^B = \mathbf{M}_T^B + \mathbf{M}_Q^B + \mathbf{M}_D^B. \quad (17)$$

干扰力矩由外部干扰力矩 $\mathbf{M}_\delta$ 、系统内部未建模的干扰力矩 $\mathbf{M}_\zeta$ 组成,表示为

$$\mathbf{M}_D^B = \mathbf{M}_\delta + \mathbf{M}_\zeta. \quad (18)$$

推力力矩在机体坐标系表示如下

$$\mathbf{M}_T^B = \sum_{i=1}^2 (\mathbf{p}_i^B \times \mathbf{R}_{\beta_i}^B \mathbf{T}_i). \quad (19)$$

式中,  $\mathbf{p}_i^B$ 为旋翼相对于机体坐标系的位移,表示为

$$\mathbf{p}_i^B = \mathbf{R}_{\alpha_i}^B (\mathbf{R}_{\beta_i}^{\alpha_i} \mathbf{p}_3 + \mathbf{p}_2) + \mathbf{p}_1. \quad (20)$$

其中,  $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3$ 定义为式(1)-(3).旋翼反扭矩表示为

$$\begin{cases} \mathbf{M}_Q^B = \sum_{i=1}^2 \mathbf{R}_{\beta_i}^B \mathbf{Q}_i \\ \mathbf{Q}_i = [0 \ 0 \ Q_i]^T \\ Q_i = (-1)^{i-1} k_q n_i^2, \quad i = 1, 2 \end{cases} \quad (21)$$

其中,  $k_q$ 为旋翼反扭矩系数.在低速情况下,忽略科氏力等附加力<sup>[30]</sup>,用状态方程表示动力学模型为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{p}}^B = \mathbf{v}^B \\ \dot{\mathbf{v}}^B = \frac{1}{m} (\mathbf{F}_T^B + \mathbf{F}_G^B + \mathbf{F}_D^B) \\ \dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -\mathbf{q}_v^T \\ \ell \end{bmatrix} \boldsymbol{\omega}^B \\ \dot{\boldsymbol{\omega}}^B = \mathbf{J}^{-1} (\mathbf{M}_T^B + \mathbf{M}_Q^B + \mathbf{M}_D^B - \boldsymbol{\omega}^B \times \mathbf{J} \boldsymbol{\omega}^B) \end{cases} \quad (22)$$

TBTA的二自由度机臂结构在倾转变姿过程中会带来惯性耦合特性,这区别于传统固定机臂多旋翼飞行器.当机臂发生倾转( $\alpha_i, \beta_i$ 变化)时,旋翼位置 $\boldsymbol{p}_i^B$ 会随伺服角度动态变化,导致系统质心位置偏移和惯性矩阵的非对角耦合项,另外TBTA大角度倾转欧拉角奇异的问题,也会带来新的难点.此外,机臂动态倾转还会产生科氏力和离心力项.因此,TBTA全新的构型对控制产生了新的挑战.

## 2 解耦控制分配策略

与常规矢量推力飞行器不同,TBTA采用二自由度机臂结构,其控制分配矩阵是关于伺服角度 $\alpha_i$ 和 $\beta_i$ 的动态矩阵,直接求解会导致计算复杂且难以保证实时性.本文通过构造虚拟控制量 $\boldsymbol{N}$ 的变量代换方法,将原本依赖于伺服转角的动态分配矩阵 $\boldsymbol{A}(\alpha_i, \beta_i)$ 转化为与伺服转角无关的静态常值矩阵 $\boldsymbol{A}_s$ ,从而将动态控制分配问题转化为静态矩阵的伪逆求解问题.此解耦策略的优势在于:1)针对TBTA双旋翼四舵机的特殊构型,通过分析推力矢量在 $O^B X^B Z^B$ 平面内的约束特性,构造了6维虚拟控制量 $\boldsymbol{N}$ ;2)通过变量代换将伺服角度 $\alpha_i$ 和 $\beta_i$ 的非线性耦合项 $\sin(\alpha_i + \beta_i)$ ,  $\cos(\alpha_i + \beta_i)$ ,  $\sin(\beta_i)$ ,  $\cos(\beta_i)$ 分离到虚拟控制量中,使得分配矩阵 $\boldsymbol{A}_s$ 变为静态常值矩阵;3)该方法不仅简化了二自由度倾转飞行器的计算,还保证了控制分配的实时性和数值稳定性.相比对动态求解等方法,本文的解耦策略在计算效率和数值稳定性方面具有明显优势.由于双旋翼反扭矩可以互相抵消,并可通过伺服旋转来产生偏航力矩,因此可以忽略反扭矩对偏航力矩的影响,在机体坐标系下,推力和推力力矩输入表示为

$$\begin{cases} \boldsymbol{F}_T^B = \sum_{i=1}^2 \boldsymbol{R}_{\beta_i}^B \boldsymbol{T}_i \\ \boldsymbol{M}_T^B = \sum_{i=1}^2 (\boldsymbol{p}_i^B \times \boldsymbol{R}_{\beta_i}^B \boldsymbol{T}_i) \end{cases} \quad (23)$$

旋翼在机体系下无法对Y轴产生作用力,则执行器产生的输入可以表示为,

$$\boldsymbol{\Gamma} = \begin{bmatrix} F_x^B & F_z^B & M_x^B & M_y^B & M_z^B \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} -k_f n_1^2 s_{\alpha_1 + \beta_1} - k_f n_2^2 s_{\alpha_2 + \beta_2} \\ -k_f n_1^2 c_{\alpha_1 + \beta_1} - k_f n_2^2 c_{\alpha_2 + \beta_2} \\ -k_f l_1 n_1^2 c_{\alpha_1 + \beta_1} + k_f l_1 n_2^2 c_{\alpha_2 + \beta_2} \\ k_f n_1^2 l_2 s_{\beta_1} + k_f n_2^2 l_2 s_{\beta_2} \\ k_f l_1 n_1^2 s_{\alpha_1 + \beta_1} - k_f l_1 n_2^2 s_{\alpha_2 + \beta_2} \end{bmatrix}. \quad (24)$$

其中, $\boldsymbol{\Gamma}$ 为TBTA在机体系下由旋翼推力可实现的等效虚拟输入向量.由可控合力分量 $F_x^B, F_z^B$ 与可控合力矩 $M_x^B, M_y^B, M_z^B$ 组成.由于两旋翼推力矢量被限制在 $O^B X^B Z^B$ 平面内,系统在该模型假设下不可

直接产生 $F_y^B$ ,因此 $\boldsymbol{\Gamma}$ 不包含 $F_y^B$ . $s_{\alpha_i + \beta_i}$ 表示为 $\sin(\alpha_i + \beta_i)$ , $c_{\alpha_i + \beta_i}$ 表示为 $\cos(\alpha_i + \beta_i)$ 函数. $s_{\beta_i}$ 表示为 $\sin(\beta_i)$ , $c_{\beta_i}$ 表示为 $\cos(\beta_i)$ , $i = 1, 2$ .构造一组虚拟控制量 $\boldsymbol{N}$ 为

$$\boldsymbol{N} = \begin{bmatrix} n_1^2 s_{\alpha_1 + \beta_1} \\ n_2^2 s_{\alpha_2 + \beta_2} \\ n_1^2 c_{\alpha_1 + \beta_1} \\ n_2^2 c_{\alpha_2 + \beta_2} \\ n_1^2 s_{\beta_1} \\ n_2^2 s_{\beta_2} \end{bmatrix}. \quad (25)$$

再将 $\boldsymbol{\Gamma}$ 按照 $\boldsymbol{N}$ 进行分解,可以得出

$$\boldsymbol{\Gamma} = \boldsymbol{A}_s \boldsymbol{N}. \quad (26)$$

其中

$$\boldsymbol{A}_s = \begin{bmatrix} -k_f & -k_f & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k_f & -k_f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k_f l_1 & k_f l_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_f l & k_f l_2 \\ k_f l_1 & -k_f l_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (27)$$

由上式可见, $\boldsymbol{A}_s$ 为静态常值矩阵,与伺服转角无关.根据执行器输入的力和力矩,对控制量进行求解

$$\boldsymbol{N} = \boldsymbol{A}_s^\dagger \boldsymbol{\Gamma} = \boldsymbol{A}_s^\dagger \begin{bmatrix} \boldsymbol{F}_T^B \\ \boldsymbol{M}_T^B \end{bmatrix}. \quad (28)$$

其中, $\boldsymbol{A}_s^\dagger$ 是 $\boldsymbol{A}_s$ 的伪逆矩阵.进一步的,解算出实际的电机转速 $n_i$ 和伺服角度 $\alpha_i$ 和 $\beta_i$ 为

$$\begin{aligned} n_i &= \sqrt[4]{N_i^2 + N_{2i+1}^2} \\ \beta_i &= \sin^{-1}\left(\frac{N_{i+4}}{n_i^2}\right) \\ \alpha_i &= \tan^{-1}\left(\frac{N_i}{N_{2i+1}}\right) - \beta_i. \end{aligned} \quad (29)$$

由此可见,采用构造中间虚拟控制器的方法,可以将问题分解为对常值矩阵的伪逆求解和对中间变量的求解,有效地将复杂的动态控制矩阵解耦处理.

## 3 非奇异终端滑模自抗扰控制

自抗扰控制存在快速性、鲁棒性不足等问题.本文为了解决自抗扰控制在这些方面的不足,同时保持其良好的抗扰鲁棒性能,将非奇异终端滑模与自抗扰控制相结合.其具体设计思路是设计非奇异终端面代替传统的非线性状态误差反馈控制律(NonLinear State Error Feedback, NLSEF)生成系统控制信号,从而加快系统的收敛速度,同时保留扩张状态观测器(Extended State Observer, ESO)环节,实现对系统中的扰动信号进行观测和补偿,全面提升控制系统的稳定性、鲁棒性和快速收敛性.

### 3.1 位置非奇异终端滑模自抗扰控制

#### 3.1.1 扩张状态观测器设计

TBTA 的位置动力学模型可扩展为

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{p}} = \boldsymbol{v} \\ \dot{\boldsymbol{v}} = \boldsymbol{f}_p + \boldsymbol{b}_p \boldsymbol{u}_p \\ \dot{\boldsymbol{f}}_p = \boldsymbol{h}_p \end{cases} \quad (30)$$

其中,  $\boldsymbol{f}_p$  是位置的总扰动, 并且  $\dot{\boldsymbol{f}}_p = \boldsymbol{h}_p$  存在且有界.  $\boldsymbol{b}_p = 1/m\boldsymbol{I}_3$ .  $\boldsymbol{u}_p$  为位置控制 NSTMC 的输出. 继而位置动力学模型可改写如下扩张状态观测器形式

$$\begin{cases} \boldsymbol{\epsilon}_p = \boldsymbol{p} - \hat{\boldsymbol{p}} \\ \dot{\hat{\boldsymbol{p}}} = \hat{\boldsymbol{v}} + \frac{\boldsymbol{l}_{p1}}{\varepsilon_p} \boldsymbol{\epsilon}_p \\ \dot{\hat{\boldsymbol{v}}} = \hat{\boldsymbol{f}}_p + \frac{\boldsymbol{l}_{p2}}{\varepsilon_p^2} \boldsymbol{\epsilon}_p + \boldsymbol{b}_p \boldsymbol{u}_p \\ \dot{\hat{\boldsymbol{f}}}_p = \frac{\boldsymbol{l}_{p3}}{\varepsilon_p^3} \boldsymbol{\epsilon}_p \end{cases} \quad (31)$$

$\hat{\boldsymbol{p}}$  是位置  $\boldsymbol{p}$  的估计值.  $\hat{\boldsymbol{v}}$  是速度的估计值.  $\hat{\boldsymbol{f}}_p$  是对扰动的估计值.  $\varepsilon_p > 0$  是观测器的尺度因子.  $\boldsymbol{l}_{p,i}, i = 1, 2, 3$  是正实数为观测器增益系数, 并且多项式满足  $s^3 + \boldsymbol{l}_{p1}s^2 + \boldsymbol{l}_{p2}s + \boldsymbol{l}_{p3}$  满足 Hurwitz 条件.

#### 3.1.2 非奇异终端滑模控制设计

位置的非奇异终端滑模控制误差量为

$$\begin{cases} \boldsymbol{e}_p = \boldsymbol{p}_d - \boldsymbol{p} \\ \dot{\boldsymbol{e}}_p = \dot{\boldsymbol{p}}_d - \dot{\boldsymbol{p}} \\ \ddot{\boldsymbol{e}}_p = \ddot{\boldsymbol{p}}_d - \ddot{\boldsymbol{p}} - \boldsymbol{b}_p \boldsymbol{u}_p \end{cases} \quad (32)$$

为避免向量的矩阵次幂的歧义, 先定义向量与矩阵作用的算子, 对任意向量  $\boldsymbol{v} \in \mathbb{R}^n$ , 指数矩阵  $\boldsymbol{\alpha} = \text{diag}(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ , 参考<sup>[31]</sup> 定义

$$\begin{aligned} \Phi_{\boldsymbol{\alpha}}(\boldsymbol{v}) &\triangleq [v_1^{\alpha_1}, v_2^{\alpha_2}, \dots, v_n^{\alpha_n}] \\ \frac{d}{dt} \Phi(\boldsymbol{v}) &\triangleq \boldsymbol{\alpha} \text{diag}(\Phi_{(\boldsymbol{\alpha}-\boldsymbol{I}_n)} \boldsymbol{v}) \dot{\boldsymbol{v}}. \end{aligned} \quad (33)$$

定义位置非奇异终端滑模面为

$$\boldsymbol{s}_p = \boldsymbol{e}_p + \boldsymbol{\beta}_p^{-1} \Phi_{\frac{\boldsymbol{q}_p}{q_p}}(\dot{\boldsymbol{e}}_p). \quad (34)$$

其中  $\frac{\boldsymbol{q}_p}{q_p} = \text{diag}(\frac{q_{p1}}{q_p}, \frac{q_{p2}}{q_p}, \frac{q_{p3}}{q_p})$ ,  $\boldsymbol{\beta}_p = \text{diag}(\beta_{p1}, \beta_{p2}, \beta_{p3})$ ,  $\beta_{p,i} > 0, \forall i \in [1, 3]$ ,  $q_{p,i}$  为正奇数, 并且  $1 < \frac{q_{p,i}}{q_p} < 2$ . 采用指数趋近律, 基于扩张状态观测器扰动补偿<sup>[32-33]</sup> 的位置非奇异终端滑模控制律可设计为

$$\boldsymbol{u}_p = \frac{1}{\boldsymbol{b}_p} [\ddot{\boldsymbol{p}}_d + \boldsymbol{\beta}_p \frac{\boldsymbol{q}_p}{\boldsymbol{g}_p} \Phi_{(2\boldsymbol{I}_3 - \frac{\boldsymbol{q}_p}{\boldsymbol{g}_p})}(\dot{\boldsymbol{e}}_p) + \boldsymbol{\eta}_p \text{sgn}(\hat{\boldsymbol{s}}_p) + \boldsymbol{\delta}_p \hat{\boldsymbol{s}}_p - \hat{\boldsymbol{f}}_p]. \quad (35)$$

其中,  $\hat{\boldsymbol{e}}_p = \boldsymbol{p}_d - \hat{\boldsymbol{p}}$ ,  $\dot{\hat{\boldsymbol{e}}}_p = \dot{\boldsymbol{p}}_d - \dot{\hat{\boldsymbol{p}}}$ .  $\boldsymbol{\delta}_p = \text{diag}(\delta_{p1}, \delta_{p2}, \delta_{p3})$ .  $\boldsymbol{\eta}_p = \text{diag}(\eta_{p1}, \eta_{p2}, \eta_{p3})$  为位置 NTSMC 指数趋近律的控制参数.

#### 3.1.3 跟踪微分器

由于位置非奇异终端滑模自抗扰控制需要使用期望位置的一阶导数和二阶导数, 因而设计跟踪微分器形式<sup>[34]</sup> 为

$$\begin{cases} \boldsymbol{e} = \boldsymbol{v}_1 - \boldsymbol{p}_{t,i} \\ \boldsymbol{f} = \text{fhan}(\boldsymbol{e}, \boldsymbol{v}_3, \boldsymbol{r}, \boldsymbol{h}) \\ \dot{\boldsymbol{v}}_1 = \boldsymbol{v}_1 + \boldsymbol{h}\boldsymbol{v}_2 \\ \dot{\boldsymbol{v}}_2 = \boldsymbol{v}_2 + \boldsymbol{h}\boldsymbol{v}_3 \\ \dot{\boldsymbol{v}}_3 = \boldsymbol{v}_3 + \boldsymbol{h}\boldsymbol{f} \end{cases} \quad (36)$$

式中,  $\boldsymbol{v}_1$  是  $\boldsymbol{p}_{t,i}$  的跟踪信号.  $\boldsymbol{v}_2$  是  $\boldsymbol{v}_1$  是  $\boldsymbol{p}_{t,i}$  的一阶微分信号.  $\boldsymbol{v}_3$  是  $\boldsymbol{p}_{t,i}$  的二阶微分信号.  $\boldsymbol{r}$  为快速因子,  $\boldsymbol{h}$  为滤波因子,  $\text{fhan}(\boldsymbol{e}, \boldsymbol{v}_3, \boldsymbol{r}, \boldsymbol{h})$  是最速跟踪函数<sup>[35]</sup>. 综合以上步骤, 位置 NTSMC-ADRC 的控制结构如图 4 所示.

图 4 中,  $\boldsymbol{p}_{i,t}$  为各通道的期望值,  $\boldsymbol{p}_{i,d}, \dot{\boldsymbol{p}}_{i,d}, \ddot{\boldsymbol{p}}_{i,d}$  为经过 TD 跟踪微分器的跟踪期望值及其一阶和二阶导数值.  $\hat{\boldsymbol{p}}_i, \dot{\hat{\boldsymbol{p}}}_i$  为各通道的 ESO 观测值及导数,  $\hat{\boldsymbol{f}}_{p,i}$  为各通道的扰动观测值.  $\boldsymbol{u}_{p,i}$  由 NTSMC 控制器 (35) 得出.

### 3.2 姿态非奇异终端滑模自抗扰控制

#### 3.2.1 状态观测器设计

将姿态四元数动力学方程改写成误差形式为

$$\boldsymbol{q}_e = \hat{\boldsymbol{q}} \otimes \boldsymbol{q}_d^{-1}, \boldsymbol{q}_{ev} = \text{vec}(\boldsymbol{q}_e). \quad (37)$$

其中  $\boldsymbol{q}_{ev}$  为误差四元数的向量部分,  $\boldsymbol{q}_d$  为期望四元数,

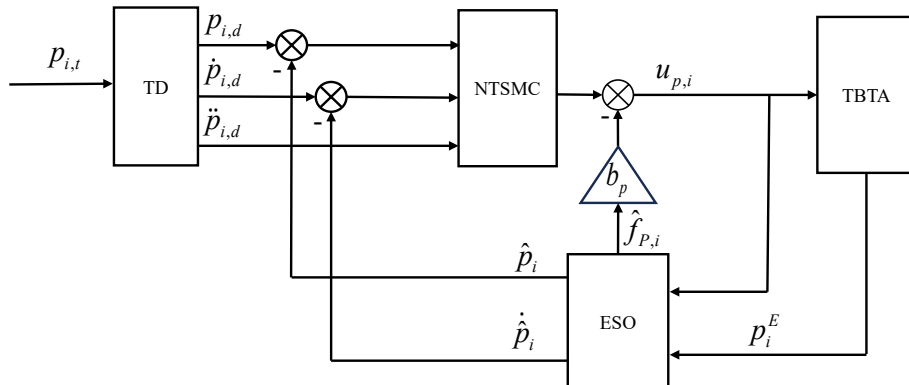


图4 位置 NTSMC-ADRC 控制结构

$\hat{q}$ 为四元数的估计值.  $\otimes$ 为四元数乘法, 定义为(6). 基于误差四元数的姿态动力学表示为

$$\dot{q}_e = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -q_{ev}^T \\ \ell_e \end{bmatrix} \omega_e^B. \quad (38)$$

式中,  $\ell_e = q_{e0} \mathbf{I}_3 + \mathbf{S}_{q_{ev}}$ .  $\omega_e^B = \omega_d^B - \omega^B$ 为角速度误差. 根据文献[36], 姿态动力学模型的扩张状态观测器可写为

$$\begin{cases} q_e = \hat{q}^{-1} \otimes q \\ \dot{q} = \mathbf{E}(\hat{q}) \mathbf{C}^{-1}(q_e) \frac{1}{2} \ell^{-1}(q_e) \hat{\omega}^B + \\ \frac{l_{q1}}{\varepsilon_q} \ell^{-1}(q_e) q_{ev} + \frac{2l_{q4}}{q_{e0}(1 - q_{ev}^T q_{ev})} q_{ev} \\ \mathbf{J} \dot{\omega}^B = -\hat{\omega}^B \times \mathbf{J} \hat{\omega}^B + \mathbf{u}_q + \hat{f}_\omega + \frac{l_{q2}}{\varepsilon_q^2} \mathbf{J} q_{ev} \\ \hat{f}_\omega = \frac{l_{q3}}{\varepsilon_q^3} \mathbf{J} q_{ev} \end{cases} \quad (39)$$

其中,  $\hat{q}$ 为实际四元数姿态 $q$ 的观测值.  $\hat{q}_e$ 为四元数误差的观测值.  $\hat{q}_{ev}$ 为 $\hat{q}_e$ 的矢量部分.  $\hat{\omega}^B$ 为角速度估计值.  $\mathbf{C}(q_e)$ 为 $\hat{q}_e$ 对应的姿态矩阵.  $\mathbf{E}(\hat{q}) = \frac{1}{2}(\hat{q}_0 \mathbf{I}_3 + \mathbf{S}_{\hat{q}_v})$ .  $\hat{f}_\omega$ 为对扰动的估计值.  $\mathbf{u}_q$ 为控制输出.  $l_{q1}, l_{q2}, l_{q3}$ 均为正整数且满足 $l_{q1}l_{q2} > l_{q3}$ , 即保证 $l_{q1}, l_{q2}, l_{q3}$ 为Hurwitz多项式, 同时 $0 < \varepsilon_q \ll 1$ ,  $l_{q4}$ 与 $\|q_e\|$ 的界有关,  $l_{q4}$ 越大, 则 $\|q_e\|$ 的界越小.

### 3.2.2 非奇异终端滑模控制设计

选取姿态四元数的滑模面为

$$s_q = q_{ev} + \beta_q^{-1} \Phi_{\frac{g_q}{q_q}}(\dot{q}_{ev}). \quad (40)$$

其中  $\frac{g_q}{q_q} = \text{diag}(\frac{g_{q1}}{q_{q1}}, \frac{g_{q2}}{q_{q2}}, \frac{g_{q3}}{q_{q3}})$ .  $1 < \frac{g_{q,i}}{q_{q,i}} < 2$ .  $\beta_q = \text{diag}(\beta_{q1}, \beta_{q2}, \beta_{q3})$ .  $\beta_{q,i} > 0$ . 进而, 姿态非奇异终端滑模控制律设计为

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_q = \mathbf{J}^{-1} \ell_e^{-1} [\hat{\omega}_d^B + 2\beta_q \frac{q_q}{g_q} \Phi_{(2\mathbf{I}_3 - \frac{g_q}{q_q})}(\dot{q}_{ev}) + \\ \eta_q \text{sgn}(s_q) + \delta_q s_q - \hat{f}_q]. \end{aligned} \quad (41)$$

式中,  $\delta_q = \text{diag}(\delta_{q1}, \delta_{q2}, \delta_{q3})$ ,  $\eta_q = \text{diag}(\eta_{q1}, \eta_{q2}, \eta_{q3})$ 为姿态NTSMC的控制参数.  $\ell_e^{-1}$ 为 $\ell_e$ 的逆矩阵.

### 3.3 稳定性分析

对于位置扩张状态观测器, 定义误差变量

$$\eta = [\eta_1 \quad \eta_2 \quad \eta_3]^T. \quad (42)$$

其中,  $\eta_1 = \frac{p - \hat{p}}{\varepsilon_p^2}$ ,  $\eta_2 = \frac{v - \hat{v}}{\varepsilon_p}$ ,  $\eta_3 = f_p - \hat{f}_p$ . 取Lyapunov函数

$$V_o = \varepsilon_p \eta^T \mathbf{P} \eta. \quad (43)$$

在 $\hat{f}_p$ 有界且观测器增益满足Hurwitz条件时<sup>[37]</sup>, 由Lyapunov分析可得

$$\dot{V}_o \leq -\alpha_0 V_o + \mu \varepsilon_p^2 |\hat{f}_p|^2. \quad (44)$$

其中 $\alpha_0 > 0$ ,  $\mu > 0$ 由观测器参数与Lyapunov方程解共同决定. 因而ESO误差一致最终有界, 且满足

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} \|\eta(t)\| \leq \frac{2\|\mathbf{P}\hat{\mathbf{B}}\|}{\lambda_{\min}(\mathbf{Q})} \sqrt{\frac{\lambda_{\max}(\mathbf{P})}{\lambda_{\min}(\mathbf{P})}} \varepsilon_p \bar{F}. \quad (45)$$

进一步地, 对位置非奇异终端滑模闭环系统取Lyapunov函数

$$V_p = \frac{1}{2} s_p^T s_p. \quad (46)$$

结合控制律(35)与式(45)给出的ESO误差界, 可将闭环系统整理为

$$\dot{V}_p \leq -\alpha V_p + \rho. \quad (47)$$

其中 $\alpha > 0$ ,  $\rho > 0$ 由观测器参数、滑模参数及扰动上界共同决定. 进一步有<sup>[38-39]</sup>

$$V_p(t) \leq e^{-\alpha(t-t_0)} V_p(t_0) + \rho \int_{t_0}^t e^{-\alpha(t-\tau)} d\tau. \quad (48)$$

因此 $V_p(t)$ 最终收敛到有界邻域内, 即 $s_p$ 一致最终有界, 系统稳定性得到保证. TBTA总的系统控制框图如图5所示.

图中,  $q_t, p_t$ 为期望姿态四元数和期望位置.  $q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d, p_d, \dot{p}_d, \ddot{p}_d$ 为跟踪微分器输出的跟踪期望姿态四元数和期望位置.  $q^B, \omega^B, p^B, v^B$ 为TBTA反馈的四元数角速度与位置速度.  $u_{q,1}, u_{q,2}, u_{q,3}$ 与 $u_{p,1}, u_{p,2}, u_{p,3}$ 为姿态四元数NTSMC-ADRC与位置NTSMC-ADRC的控制输出.  $\alpha_i, \beta_i, n_i$ 为经过控制分配输出的关节角度与电机转速.

## 4 实验验证

本文基于MATLAB/Simulink仿真, 仿真时间设置为25s, 仿真步长为0.001s. 仿真参数如表1所示. 表2为NTSMC-ADRC控制参数.

### 4.1 变姿飞行仿真

为验证NTSMC-ADRC控制器的快速收敛性和鲁棒性, 本节分别不同倾转姿态下的螺旋攀升轨迹跟踪实验, 并分析此过程中TBTA处于不同倾转姿态下的位姿跟踪性能和跟踪误差. 设定期望位置轨迹为 $p_d = [\sin(t), \cos(t), 0.1t]^T$ . 设定仿真时间为25s, 从第10s开始, 设定期望俯仰角为 $\theta_d = 10t$ . 基于PID, SMC, NTSMC, NTSMC-ADRC控制方法的TBTA在不同倾转姿态下的跟踪曲线如图6所示.

从图6-图9可知, 基于NTSMC和NTSMC-ADRC控制器的TBTA在理想情况下能顺利完成不同倾转姿态下的螺旋线轨迹跟踪, 跟踪效果近乎一致, 并具有良好的跟踪精度, 同时姿态四元数NTSMC-ADRC和NTSMC控制器在理想情况下的跟踪性能

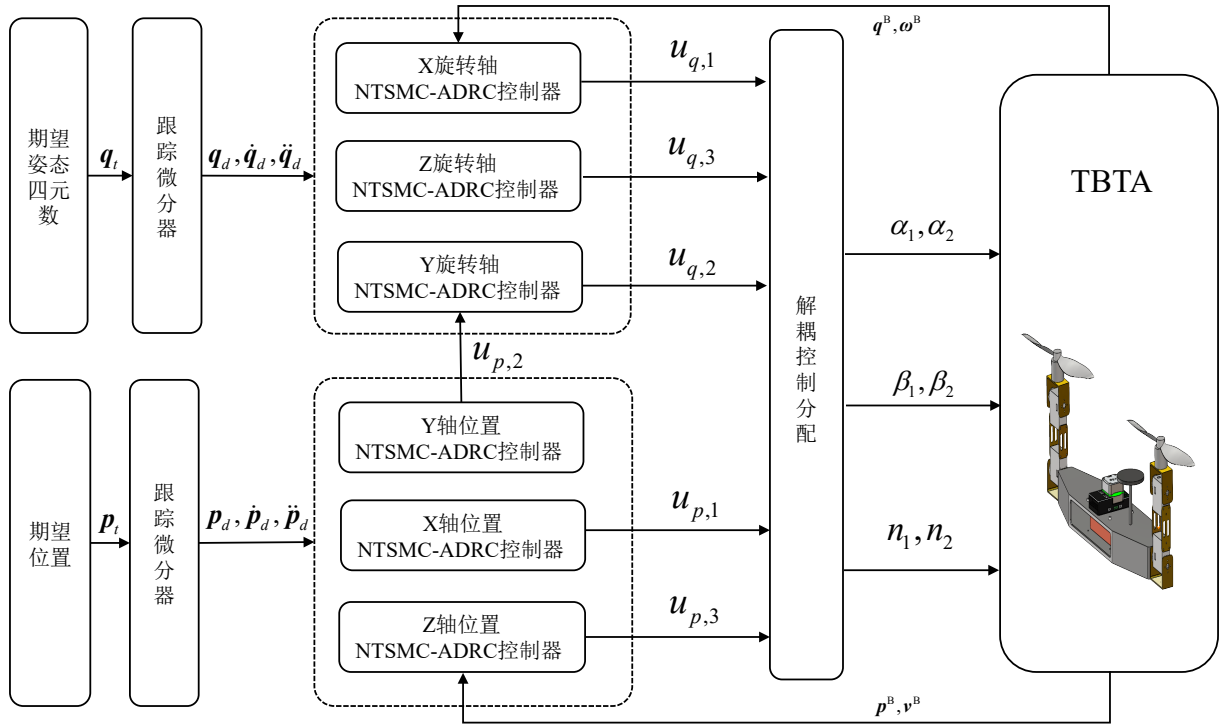


图5 TBTA 总体控制框图

表1 TBTA 系统参数

参数	符号	数值
升力系数	$k_f$	$4 \times 10^{-5} \text{N}/(\text{rad} \cdot \text{s}^{-1})^2$
反扭矩系数	$k_m$	$5 \times 10^{-7} \text{N} \cdot \text{m}/(\text{rad} \cdot \text{s}^{-1})^2$
转动惯量	$J$	$[0.5, 0.3, 0.5] \text{kg} \cdot \text{m}^2$
机体质量	$m$	1.65kg
机体到旋翼关节的长度	$l_1$	0.4m
一二级旋翼关节的长度	$l_2$	0.5m
二级到旋翼的长度	$l_3$	0.3m

表2 NTSMC-ADRC 控制参数

参数	通道						
	$x$	$y$	$z$	$q_{ev1}$	$q_{ev2}$	$q_{ev3}$	
TD	$r$	20	20	20	50	50	50
	$h$	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
ESO	$l_1$	10	10	10	5	5	5
	$l_2$	100	100	100	50	50	50
	$l_3$	500	500	500	200	200	200
	$l_4$	-	-	-	100	100	100
	$\varepsilon$	0.1	0.1	0.1	0.05	0.05	0.05
NTSMC	$\beta$	3	3	4	5	5	5
	$\delta$	2	2	3	4	4	4
	$\eta$	1	1	2	2	2	2
	$g/q$	7/5	7/5	7/5	5/3	5/3	5/3

接近。而PID在俯仰姿态变化过程中，会出现较大的位置误差与姿态振荡。SMC控制效果较PID好，但是仍存在稳态误差和振荡。因此，NTSMC-ADRC的波动幅度更小，跟踪精度更高，更能体现出其良好的快速响应性能和鲁棒性。

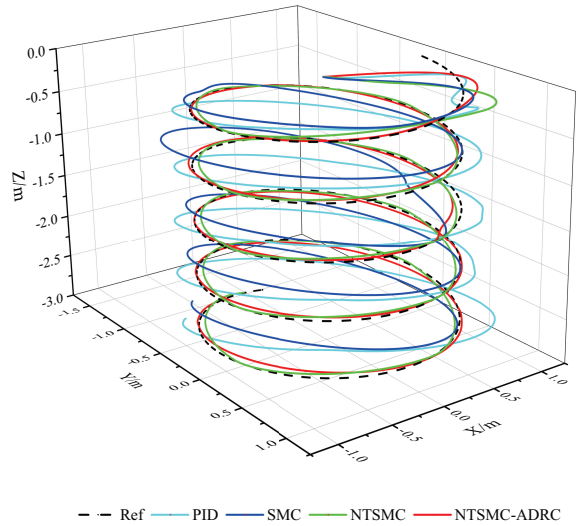


图6 不同俯仰姿态下的螺旋跟踪曲线图

从图8中可知，欧拉角表示法在接近90°时出现万向节死锁奇异问题，因此使用欧拉角进行控制时会出现不可预测的后果，这不适于大角度变姿的TBTA。因此，欧拉角控制仅适用于小角度假设下的场景，而四元数控制具有任意角度的连续控制效果，但实际可达姿态范围仍受执行器行程与结构约束。此处的姿态欧拉角数据由四元数转换而来，在实际仿真控制中仍然采用四元数法控制。

图10中当在NTSMC-ADRC作用下的TBTA以变化的倾转角执行螺旋线攀升运动时， $\alpha_i$ 伺服角度发生着积极的动态调整，并最终在-90°附近保持着左右的动态调整，以此提供X轴螺旋运动分量； $\beta_i$ 伺服角度动态微调，始终保持旋翼推力朝上，起到

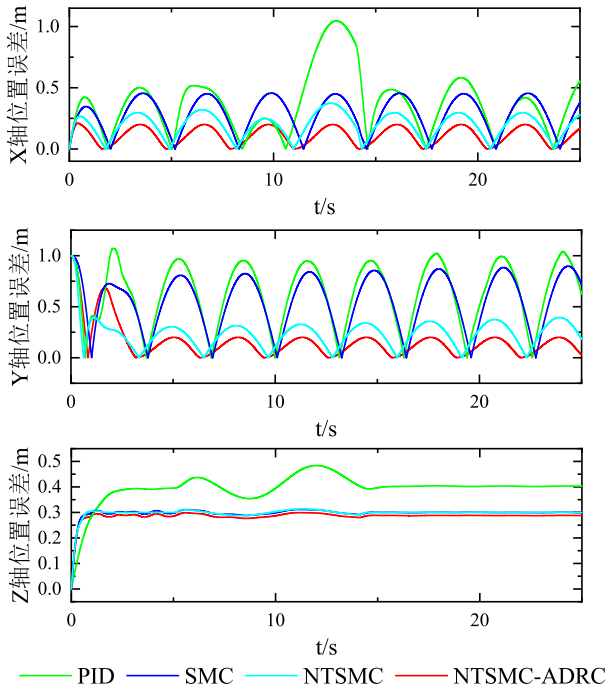


图7 不同俯仰姿态下的位置误差曲线

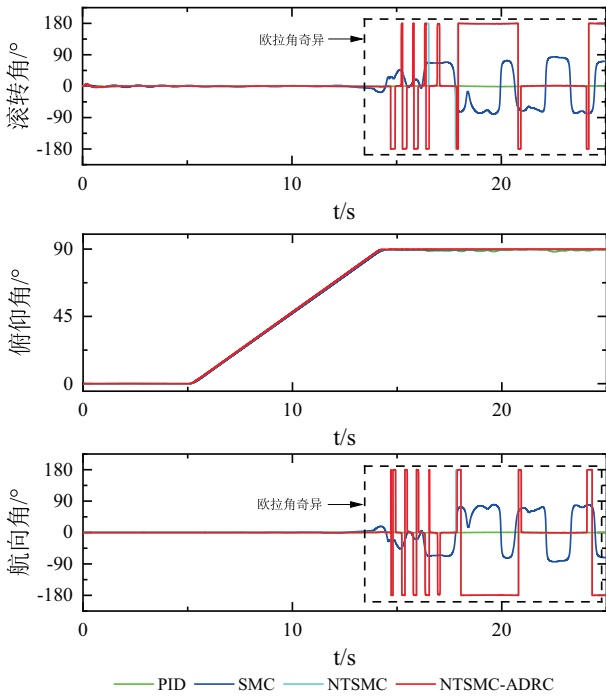


图8 不同俯仰姿态下的欧拉角曲线

稳姿效果;电机转速在 $200(\text{rad}/\text{s})$ 附近保持正弦振荡,利用转速差驱动横滚运动,提供Y轴螺旋运动分量和Z轴运动分量,最终实现TBTA变姿状态下的螺旋线攀升飞行运动.此过程中,执行机构响应呈现连续变化,PID、NTSMC与NTSMC-ADRC并未出现剧烈抖振,呈现出控制的连续性、稳定性,而SMC在过程中会出现较剧烈的抖振,在实际系统中难以应用,因此验证了基于四元数建模与NTSMC-ADRC控制的有效性以及实际工程应用的可行性.

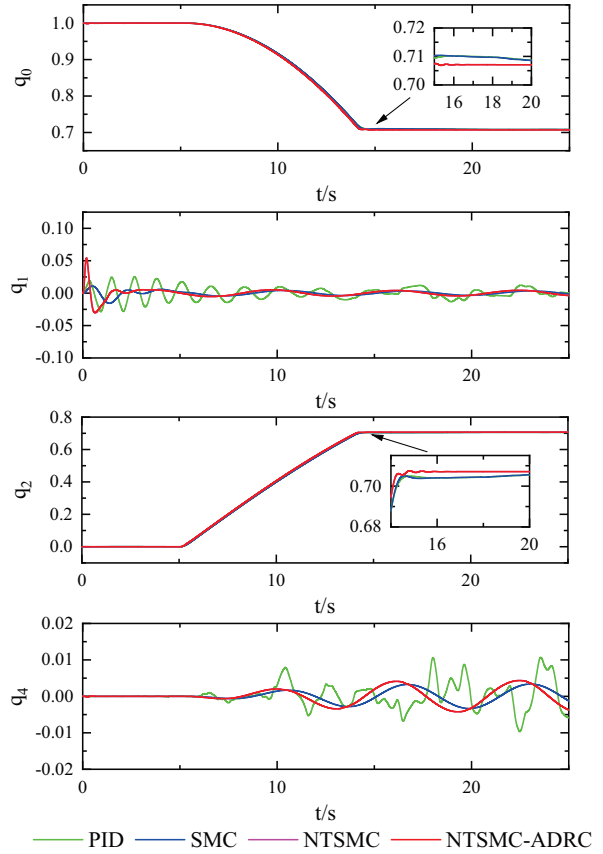


图9 不同俯仰姿态下的四元数曲线

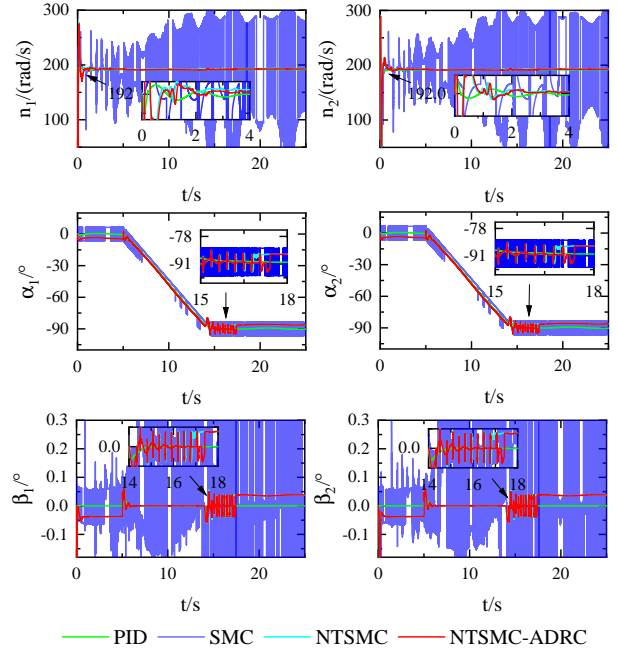


图10 不同俯仰姿态下的执行器曲线

#### 4.2 抗扰变姿仿真

TBTA在实际飞行过程中,常常受到内外部干扰,为了验证NTSMC-ADRC控制器的抗扰性能,参考文献<sup>[40]</sup>设置了以下空气动力学力和力矩扰动

$$F_D^B = m \begin{bmatrix} 0.5 \sin(10t) \\ 0.5 \cos(10t) \\ 0.5 \sin(10t) \end{bmatrix}, M_D^B = J \begin{bmatrix} 0.5 \sin(10t) \\ 0.5 \cos(10t) \\ 0.5 \sin(10t) \end{bmatrix}. \quad (49)$$

设定期望位置轨迹为  $\mathbf{p}_d = [\sin(t) \quad \cos(t) \quad 0.1t]^T$ . 从第 10s 开始, 设定期望俯仰角为  $\theta_d = 10t$ .

从图 11-图 13 可以看出, 处于外部扰动力矩持续作用下的 TBTA 六通道响应均发生程度不一的误差. 在 PID 和 SMC 作用下的 TBTA 漂移幅度较大并存在一定的稳态误差和振荡; 在 NTSMC 控制下的漂移幅度较小, 但仍然存在较大周期性振荡; NTSMC-ADRC 在扰动作用下的周期振荡较小且跟踪误差较小, 体现出本文设计的 NTSMC-ADRC 兼顾抗扰性和快速收敛性, 且相比于传统滑模控制, 具有更出色的控制性能.

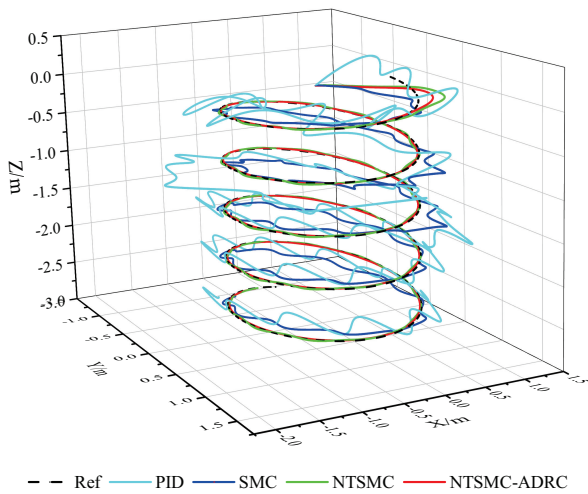


图11 扰动下不同俯仰姿态下的螺旋跟踪曲线

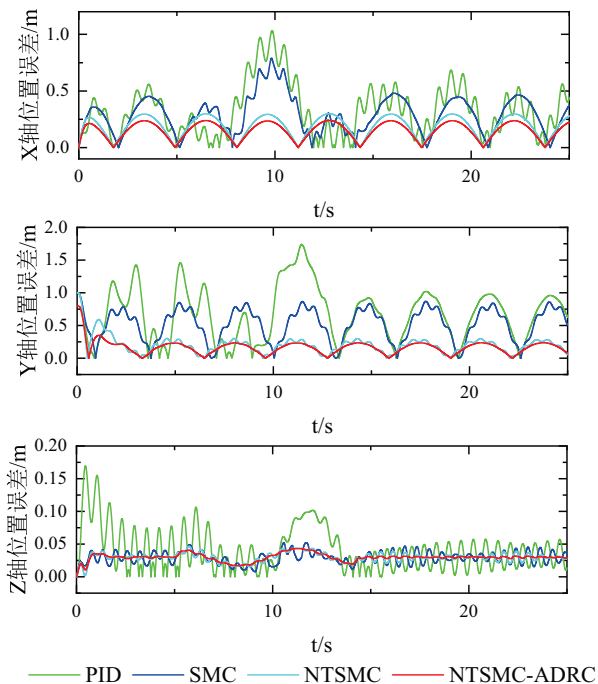


图12 扰动下不同姿态下的位置误差曲线

此外, 对各通道扰动估计的 ESO 观测估计进行分析. 如图 14 所示, NTSMC-ADRC 的 ESO 能够实时的估计包含内外部扰动作用在内的总扰动, 并以

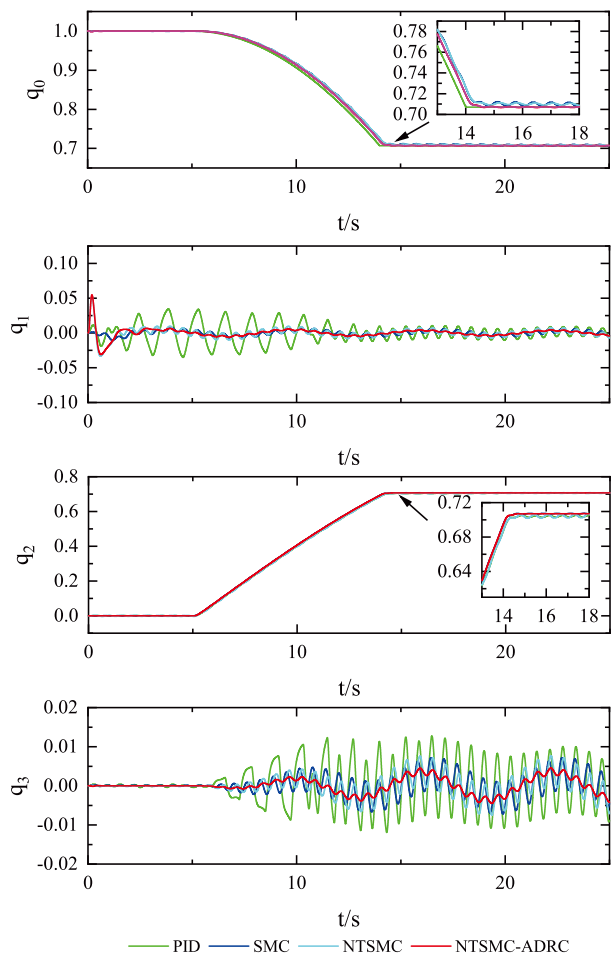


图13 扰动下不同姿态下的四元数曲线

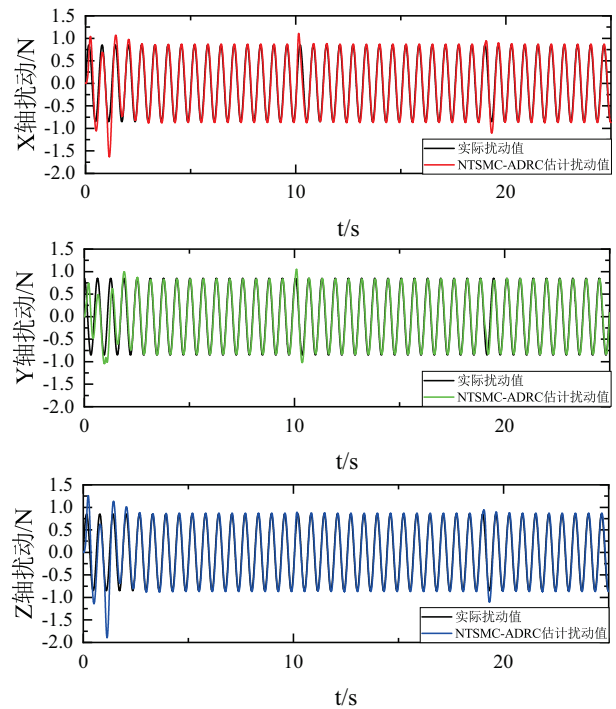


图14 扰动力估计

此进行动态补偿, 其扰动估计方向、大小与实际扰动基本一致, 且呈现出超前估计效果, 体现出 ESO 能够预测扰动并实时补偿扰动的特性. 进一步验证了

NTSMC-ADRC 控制器整体良好的控制性能。

### 4.3 实物飞行

为与前文仿真实验进行验证, TBTA 原型机如图 15 所示, TBTA 结构通过碳纤维和铝合金材料构成, TBTA 包含 Pixhawk 飞控、GNSS 模块, 在此基础上开发了基于 NTSMC-ADRC 的 TBTA 飞行控制算法与解耦控制分配算法, 室外飞行实验制定了三组实验方案. 第一组实验设定为悬停状态下的倾转变姿实验, 第二组实验设定为不同俯仰倾转角度下的环形飞行实验, 第三组实验设定为斜坡起降实验.

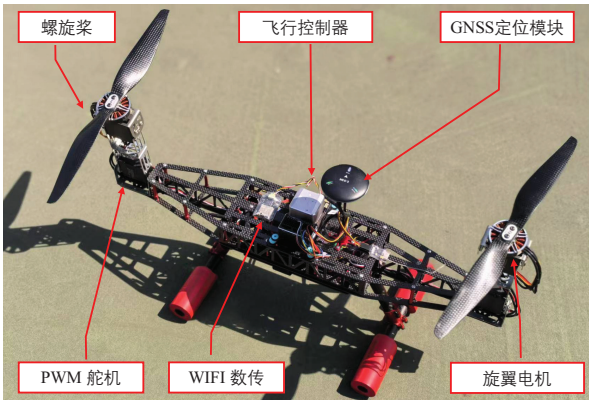


图15 TBTA 实物

#### 4.3.1 悬停倾转变姿实验

悬停倾转变姿实验中, TBTA 第一阶段完成俯仰角从为 $0^\circ$ 到 $90^\circ$ 的倾转变形. 第二阶段完成俯仰角从 $90^\circ$ 到 $-90^\circ$ 的倾转变形, 并回到 $0^\circ$ 姿态水平飞行状态. 从图 16-图 21 可以看出, TBTA 原型机的飞行过程展示了从水平起飞到垂直的姿态转换. 一级伺服倾转角度从 $0^\circ$ 开始增加, 直至 $-90^\circ$ , 此过程中机体发生倾转, 机身倾转角度与一级伺服倾转角度保持一致, 特别当机身倾转至 $90^\circ$ 时, 一级伺服倾转角度同样接近至 $-90^\circ$ , 确保了旋翼推力方向始终朝上; 与此同时, 二级伺服倾转角度作为被动输入量动态微调, 起到稳姿效果.

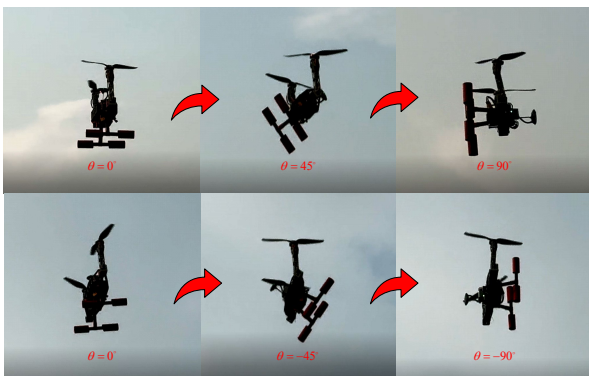


图16 悬停倾转变姿实物

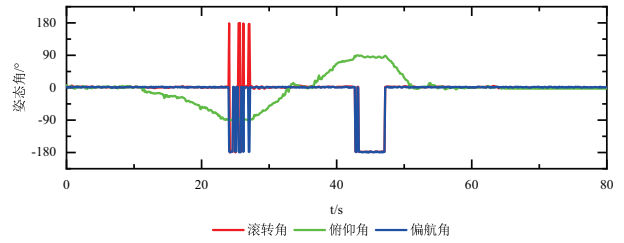


图17 悬停倾转变姿角曲线

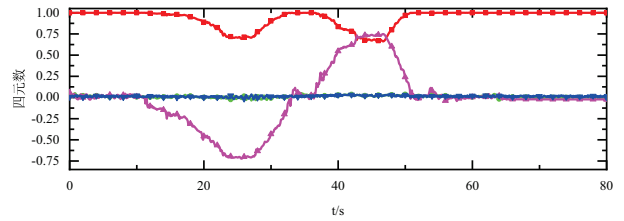


图18 悬停倾转四元数曲线

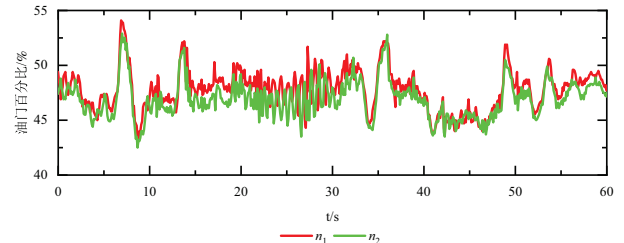


图19 电机油门曲线

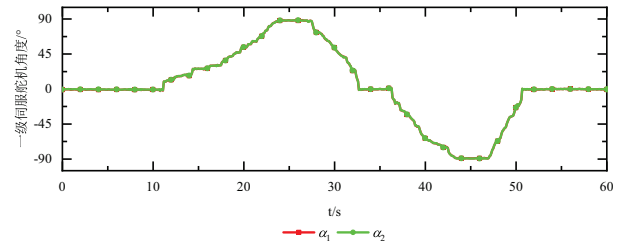


图20 一级伺服舵机曲线

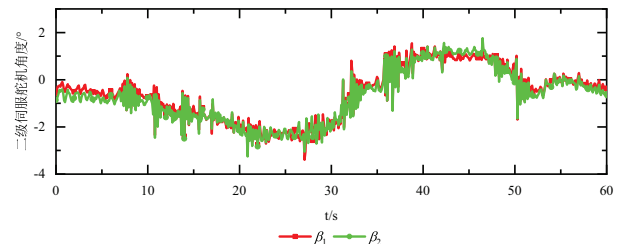


图21 二级伺服舵机曲线

从图 20-21 不难看出, IMU 姿态解算下的滚转、偏航角响应维持在微小范围内, 保持小角度动态调整, 实际机身俯仰角发生了显著变化, 并成功完成了从水平到垂直的大角度倾转变形, 完美契合了本文所设计的倾转控制策略的预想, 同时四元数解算下的姿态始终连续光滑, 而欧拉角解算下的姿态出现奇异点. 总而言之, TBTA 系统在整个飞行过程中展现出了良好的控制性能, 在悬停状态下实现了平滑的垂直倾转变姿, 并确保了位姿通道的稳定性, 验证了 TBTA 位姿解耦技术的可行性与控制的有效性.

### 4.3.2 非水平面地形起降实验

为了进一步验证 TBTA 在非水平面环境下的适应性, 由于斜面越大摩擦力越小, 因此本节实验在室外空地设置了一处约 $30^\circ$ 的斜坡面来模拟崎岖不平的山地地形. 在实验第一阶段, TBTA 在斜坡上空悬停, 根据斜坡角度进行变姿调整, 并完成着陆, 第二阶段 TBTA 从斜坡处以非水平面姿态起飞, 并调整至水平, 最终降落至地面.

图 22 展现了 TBTA 斜坡地形起降飞行实验的全过程. 第一阶段 TBTA 在斜坡上方发生倾转至 $30^\circ$ 左右, 使得脚架着落点与斜面平行; 第二阶段 TBTA 保持倾转姿态, 并稳定降落在斜坡上; 第三阶段 TBTA 从斜坡处以 $30^\circ$ 倾斜姿态起飞, 并在空中保持悬停; 第四阶段 TBTA 悬停状态下发生倾转, 回到水平姿态, 并顺利最终降落在地面, 完成起降飞行全过程. 由于传统飞机缺乏推力矢量能力, 在崎岖不平的山地地形环境无法完成起降操作, 只能在水平条件下执行起降任务. 相比之下, 拥有二自由度矢量推力的 TBTA 可以根据地形倾斜程度调整机身倾斜程度, 以满足斜坡起降条件.

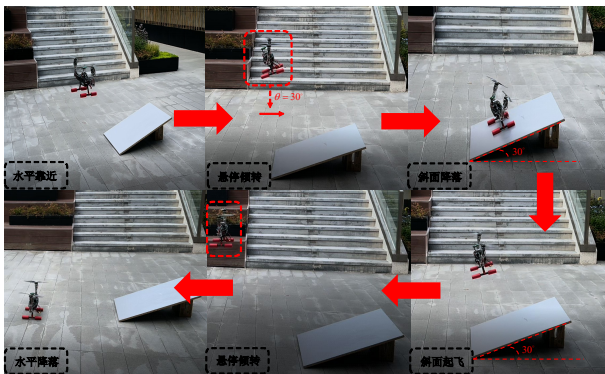


图22 斜面起降过程实物

图 23 显示了斜坡起降实验下姿态数据, 为了直观观察, 姿态数据是通过四元数转换而来的. 整个起降过程包含倾转变姿、降落、起飞和倾转着陆这四个阶段. IMU 解算下的 TBTA 姿态角波动较小, 在工程实际中是可行的. 此实验结果展现了 TBTA 原型

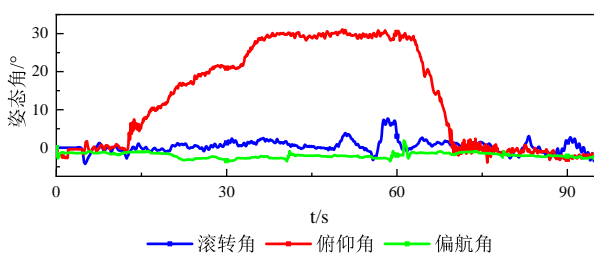


图23 斜面起降过程姿态变化曲线

机的位姿解耦能力在非水平面地形下的应用优势, 增强了飞行器机动性和灵活性, 拓展了双旋翼飞行器的应用场景, 具有极大的应用价值.

## 5 结论

本文针对传统多旋翼欠驱动和现有倾转多旋翼存在的动力系统冗余、推力效率低等问题, 将双旋翼高动力效率优势和倾转旋翼位姿解耦的优势结合起来, 提出了一种新型二自由度机臂可倾转双旋翼构型, 并针对大角度欧拉角奇异的问题通过四元数对其系统进行建模分析, 设计了非奇异终端滑模自抗扰控制算法以解决运动过程所受强耦合、非线性、参数扰动与内外扰动问题, 最终在此基础上进行了数值仿真和实验样机系统的开发和设计. 通过仿真与外场实物飞行实验, 验证了 TBTA 原型机良好的位姿解耦控制飞行能力, 并在水平至垂直应用场景下展现出了极大的应用价值. 在接下来的工作中, 我们将针对 TBTA 这类多自由度倾转飞行器深入研究控制分配方法与先进智能控制方法, 并进行更加复杂的飞行实验验证.

## 参考文献 (References)

- [1] 徐亮. 低空经济背景下小型无人机在城市轨道交通行业的应用展望[J]. *智能建筑与智慧城市*, 2025(4): 17-19.  
(Xu L. Application prospects of small uAVs in the urban rail transit industry under the background of low-altitude economy[J]. *Intelligent Building & Smart City*, 2025(4): 17-19.)
- [2] 寇昆湖, 刘北, 钱峰. 近几场局部战争中无人机运用特点与启示[J]. *舰船电子工程*, 2024, 44(7): 5-7.  
(Kou K H, Liu B, Qian F. Role characteristics and enlightenment of UAV in recent local wars[J]. *Ship Electronic Engineering*, 2024, 44(7): 5-7.)
- [3] Lekidis A, Anastasiadis A G, Vokas G A. Electricity infrastructure inspection using AI and edge platform-based UAVs[J]. *Energy Reports*, 2022, 8: 1394-1411.
- [4] 于彦鹏, 余墨多, 汤奇荣, 等. 面向城市应急物资配送的多无人机协同路径规划算法[J]. *控制与决策*, 2025, 40(4): 1098-1106.  
(Yu Y P, Yu M Y, Tang Q R, et al. Multi-UAV collaborative path planning algorithm for urban emergency material distribution[J]. *Control and Decision*, 2025, 40(4): 1098-1106.)
- [5] Liang X, Zhang Z, Yu H, et al. Antiswing control for aerial transportation of the suspended cargo by dual quadrotor UAVs[J]. *ASME Transactions on Mechatronics*, 2022, 27(6): 5159-5172.
- [6] 梁潇, 刘冰冰, 叶慧樱, 等. 旋翼无人机吊运系统研究综述[J]. *控制与决策*, 2025, 40(4): 1079-1097.  
(Liang X, Liu B B, Ye H Y, et al. A review of research on cable-suspended payload transportation systems by

- rotorcraft unmanned aerial vehicles[J]. *Control and Decision*, 2025, 40(4): 1079-1097.)
- [7] Ayamga M, Akaba S, Nyaaba A A. Multifaceted applicability of drones: A review[J]. *Technological Forecasting and Social Change*, 2021, 167: 120677.
- [8] de Swarte T, Boufous O, Escalle P. Artificial intelligence, ethics and human values: The cases of military drones and companion robots[J]. *Artificial Life and Robotics*, 2019, 24(3): 291-296.
- [9] 朱明月, 陈铖, 吴佳骏, 等. 地震场景下无人机路径规划设计[J]. *航空计算技术*, 2023, 53(4): 24-27.  
(Zhu M Y, Chen C, Wu J J, et al. UAV path planning problem in earthquake scenario[J]. *Aeronautical Computing Technique*, 2023, 53(4): 24-27.)
- [10] 徐一村, 李豪, 杨炯, 等. 全驱动三轴可倾转旋翼飞行器位姿解耦控制研究[J]. *重庆理工大学学报: 自然科学*, 2025, 39(5): 170-178.  
(Xu Y C, Li H, Yang J, et al. Research on decoupled position and attitude control of a fully actuated tri-copter with tiltable rotors[J]. *Journal of Chongqing University of Technology: Natural Science*, 2025, 39(5): 170-178.)
- [11] Anderson R B, Marshall J A, L'Afflito A. Constrained robust model reference adaptive control of a tilt-rotor quadcopter pulling an unmodeled cart[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2021, 57(1): 39-54.
- [12] Ji R H, Ma J, Sam Ge S. Modeling and control of a tilting quadcopter[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2020, 56(4): 2823-2834.
- [13] Ryll M, Bicego D, Franchi A. Modeling and control of FAST-Hex: A fully-actuated by synchronized-tilting hexarotor[C]. *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. Daejeon, 2016: 1689-1694.
- [14] 卢凯文, 杨忠, 张秋雁, 等. 推力矢量可倾转四旋翼自抗扰飞行控制方法[J]. *控制理论与应用*, 2020, 37(6): 1377-1387.  
(Lu K W, Yang Z, Zhang Q Y, et al. Active disturbance rejection flight control method for thrust-vectorized quadrotor with tiltable rotors[J]. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(6): 1377-1387.)
- [15] Kamel M, Verling S, Elkhatib O, et al. The voliro omniorientational hexacopter: An agile and maneuverable tiltable-rotor aerial vehicle[J]. *IEEE Robotics & Automation Magazine*, 2018, 25(4): 34-44.
- [16] Zheng P, Tan X K, Kocer B B, et al. TiltDrone: A fully-actuated tilting quadrotor platform[J]. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2020, 5(4): 6845-6852.
- [17] Li H Z, Zheng X M, He H R, et al. Design and longitudinal dynamics decoupling control of a tilt-rotor aerial vehicle with high maneuverability and efficiency[J]. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2023, 8(3): 1191-1198.
- [18] Brescianini D, D'Andrea R. Design, modeling and control of an omni-directional aerial vehicle[C]. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Stockholm, 2016: 3261-3266.
- [19] 张飞, 路平, 江涛, 等. 倾转三旋翼无人机纵向推力矢量控制研究[J]. *飞行力学*, 2017, 35(6): 70-74.  
(Zhang F, Lu P, Jiang T, et al. Study on the control of longitudinal thrust vector of a tilt tri-rotor UAV[J]. *Flight Dynamics*, 2017, 35(6): 70-74.)
- [20] Zuo Z Y. Non-singular fixed-time terminal sliding mode control of non-linear systems[J]. *IET Control Theory & Applications*, 2015, 9(4): 545-552.
- [21] Al-Ghanimi A, Zheng J C, Man Z H. Robust and fast non-singular terminal sliding mode control for piezoelectric actuators[J]. *IET Control Theory & Applications*, 2015, 9(18): 2678-2687.
- [22] 赵振华, 肖亮, 姜斌, 等. 基于扩张状态观测器的四旋翼无人机快速非奇异终端滑模轨迹跟踪控制[J]. *控制与决策*, 2022, 37(9): 2201-2210.  
(Zhao Z H, Xiao L, Jiang B, et al. Fast nonsingular terminal sliding mode trajectory tracking control of a quadrotor UAV based on extended state observers[J]. *Control and Decision*, 2022, 37(9): 2201-2210.)
- [23] Houari A, Bachir I, Mohamed D K, et al. PID vs LQR controller for tilt rotor airplane[J]. *International Journal of Electrical and Computer Engineering*, 2020, 10(6): 6309-6318.
- [24] Zhou L R, Pljonkin A, Singh P K. Modeling and PID control of quadrotor UAV based on machine learning[J]. *Journal of Intelligent Systems*, 2022, 31(1): 1112-1122.
- [25] Jin H Y, Song J C, Lan W Y, et al. On the characteristics of ADRC: A PID interpretation[J]. *Science China Information Sciences*, 2020, 63(10): 209201.
- [26] 吴艳, 王丽芳, 李芳. 基于滑模自抗扰的智能车路径跟踪控制[J]. *控制与决策*, 2019, 34(10): 2150-2156.  
(Wu Y, Wang L F, Li F. Intelligent vehicle path following control based on sliding mode active disturbance rejection control[J]. *Control and Decision*, 2019, 34(10): 2150-2156.)
- [27] Chou J C K. Quaternion kinematic and dynamic differential equations[J]. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1992, 8(1): 53-64.
- [28] Shevidi A, Hashim H A. Quaternion-based adaptive backstepping fast terminal sliding mode control for quadrotor UAVs with finite time convergence[J]. *Results in Engineering*, 2024, 23: 102497.
- [29] 范睿超, 孔宪仁, 胡文坤, 等. 基于扩张观测器的航天器无速度旋量信息姿轨一体化控制[J]. *南京信息工程大学学报: 自然科学版*, 2021, 13(1): 1-9.  
(Fan R C, Kong X R, Hu W K, et al. Integrated attitude-orbit control for spacecraft without velocity screw information based on extended state observer[J]. *Journal of Nanjing University of Information Science & Technology*, 2021, 13(1): 1-9.)
- [30] He X, Wang Y X. Design and trajectory tracking control of a new bi-copter UAV[J]. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2022, 7(4): 9191-9198.
- [31] Yang L, Yang J Y. Nonsingular fast terminal sliding-mode control for nonlinear dynamical systems[J].

- International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2011, 21(16): 1865-1879.
- [32] 李鹏, 茅靖峰, 吴爱华, 等. 基于终端滑模自抗扰的混合储能系统功率控制[J]. *计算机应用与软件*, 2024, 41(5): 54-62.  
(Li P, Mao J F, Wu A H, et al. Power control for hybrid energy storage system based on terminal sliding mode auto-disturbance rejection[J]. *Computer Applications and Software*, 2024, 41(5): 54-62.)
- [33] 高雨轩, 侯远龙, 高强, 等. 机载光电跟踪系统的自抗扰与快速非奇异终端滑模组合控制方法[J]. *兵工学报*, 2023, 44(4): 1071-1075.  
(Gao Y X, Hou Y L, Gao Q, et al. Compound control method of ADRC and FNTSM for airborne object tracking system[J]. *Acta Armamentarii*, 2023, 44(4): 1071-1075.)
- [34] Fan Y Q, Shao J P, Sun G T, et al. Active disturbance rejection control design using the optimization algorithm for a hydraulic quadruped robot[J]. *Computational Intelligence and Neuroscience*, 2021, 2021: 6683584.
- [35] Han J Q. From PID to active disturbance rejection control[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2009, 56(3): 900-906.
- [36] 龚立纲, 王青, 董朝阳, 等. 航天器姿态输出反馈抗干扰跟踪控制[J]. *控制理论与应用*, 2017, 34(12): 1547-1560.  
(Gong L G, Wang Q, Dong C Y, et al. Output feedback tracking control of spacecraft attitude with disturbance rejection[J]. *Control Theory & Applications*, 2017, 34(12): 1547-1560.)
- [37] Wu Z H, Guo B Z. Extended state observer for MIMO nonlinear systems with stochastic uncertainties[J]. *International Journal of Control*, 2020, 93(3): 424-436.
- [38] Ioannou P A, Sun J. Robust adaptive control[M]. Upper Saddle River: PTR Prentice-Hall, 1996.
- [39] Ren J C, Sun J, Fu J. Finite-time event-triggered sliding mode control for one-sided Lipschitz nonlinear systems with uncertainties[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2021, 103(1): 865-882.
- [40] Mokhtari M R, Braham A C, Cherki B. Extended state observer based control for coaxial-rotor UAV[J]. *ISA Transactions*, 2016, 61: 1-14.

### 作者简介

廖禄伟 (1997-), 男, 博士生, 主要研究方向为无人系统控制与管理, E-mail: [llw@nuaa.edu.cn](mailto:llw@nuaa.edu.cn);

杨忠 (1969-), 男, 教授, 博士, 博士生导师, 主要研究方向为智能机器人及飞行器的设计与控制, E-mail: [yangzhong@nuaa.edu.cn](mailto:yangzhong@nuaa.edu.cn);

卓浩泽 (1986-), 男, 正高级工程师, 博士生, 主要研究方向为无人机系统控制与管理、智能检查与控制技术, E-mail: [zhuohaoze@nuaa.edu.cn](mailto:zhuohaoze@nuaa.edu.cn);

许诺 (1986-), 男, 高级工程师, 博士生, 主要研究方向为无人机导航、多传感器融合、配电网数字孪生技术, E-mail: [xunuo\\_nuaa@nuaa.edu.cn](mailto:xunuo_nuaa@nuaa.edu.cn);

游雨龙 (1997-), 男, 博士生, 主要研究方向为智能车辆与非线性控制系统, E-mail: [youyulong@nuaa.edu.cn](mailto:youyulong@nuaa.edu.cn);

陈旭 (2000-), 男, 硕士生, 主要研究方向为无人机飞行控制系统, E-mail: [chenjiuri@nuaa.edu.cn](mailto:chenjiuri@nuaa.edu.cn).