

时变多智能体系统的鲁棒自适应一致性跟踪控制

李艳辉^{1,2,3†}, 石远彬^{3,2}, 孙家兴^{3,2}

1. 东北石油大学 三亚海洋油气研究院, 海南 三亚 572000;
2. 东北石油大学 环渤海能源研究院, 河北 秦皇岛 066004;
3. 东北石油大学 电气信息工程学院, 黑龙江 大庆 163318)

摘要: 传统固定增益控制策略在多智能体系统面临时变参数不确定性时, 常存在收敛速度与控制精度难以兼顾, 以及鲁棒性不足的问题. 为此, 本文提出一种鲁棒自适应控制策略, 以提升系统在参数动态变化环境下的一致性跟踪性能. 首先, 基于系统的固定通信拓扑, 构造了图结构一致性误差, 该误差包含智能体与相邻跟随者以及领导者之间的状态误差. 其次, 设计了一种分布式控制律, 该控制律融合参数自适应律与基于全局代价函数梯度的优化机制, 可以实现在线优化控制增益. 此外, 基于 Lyapunov 稳定性理论, 证明闭环系统的一致最终有界性. 仿真结果进一步表明, 在固定通信拓扑且系统存在参数扰动的情况下, 所提出策略仍能实现快速、平滑的状态收敛, 有效提高了系统的跟踪性能与鲁棒性.

关键词: 多智能体系统; 时变参数不确定性; 鲁棒自适应控制; 一致性跟踪控制; 分布式控制; 固定拓扑

中图分类号: TP273 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2025.1178

引用格式: 李艳辉, 石远彬, 孙家兴. 时变多智能体系统的鲁棒自适应一致性跟踪控制 [J]. 控制与决策, xxxx, x(x): xxxx-xxxx.

Robust adaptive consensus tracking control for time-varying multi-agent systems

LI Yan-hui^{1,2,3†}, SHI Yuan-bin^{3,2}, SUN Jia-xing^{3,2}

1. Sanya Offshore Oil & Gas Research Institute, Northeast Petroleum University, Sanya 572000, China; 2. Bohai Rim Energy Research Institute, Northeast Petroleum University, Qinhuangdao 066004, China; 3. School of Electrical & Information Engineering, Northeast Petroleum University, Daqing 163318, China)

Abstract: When multi-agent systems are subject to time-varying parameter uncertainties, traditional fixed-gain control strategies often face the challenge of balancing convergence speed against control accuracy and exhibit limited robustness. To overcome these limitations, this paper proposes a robust adaptive control strategy to improve the system's consensus tracking performance in environments with dynamically varying parameters. Firstly, a graph-structured consensus error is formulated based on the fixed communication topology. For each agent, this error is defined as the weighted sum of its state deviations from its neighboring agents and the leader. Subsequently, a distributed control law is designed, which incorporates a parameter adaptation mechanism and an optimization strategy based on the gradient of a global cost function, enabling online tuning of the control gains. Furthermore, based on Lyapunov stability theory, the uniformly ultimately boundedness of the closed-loop system is rigorously proven. Simulation results further demonstrate that, under a fixed communication topology and in the presence of parametric disturbances, the proposed strategy achieves rapid and smooth state convergence, effectively improving both the tracking performance and robustness of the system.

Keywords: multi-agent systems; time-varying parameter uncertainty; robust adaptive control; consensus tracking control; distributed control; fixed topology

0 引言

随着智能控制技术的不断发展, 多智能体系统

(Multi-Agent Systems) 因其在无人机编队^[1]、机器人协同^[2]等领域的广泛应用而受到高度关注. 一致性

收稿日期: 2025-11-13; 录用日期: 2026-01-31.

基金项目: 海南省重点研发项目 (ZDYF2025GXJS002); 河北省自然科学基金面上项目 (F2023107002).

†通信作者. E-mail: liyanhui@nepu.edu.cn.

跟踪与协同控制是多智能体系统研究的核心问题^[3],按照控制结构可分类为领导者-跟随者一致性跟踪控制与无领导者一致性控制^[4].前者控制目标要求所有跟随者跟踪领导者的动态并保持全系统一致性,由领导者提供全局参考轨迹,跟随者通过控制律实现对领导者状态的动态跟踪^[5].

现有多智能体系统研究大多局限于时不变系统的建模与分析,且采取基于固定增益的控制策略.如Vázquez采用混合系统框架下的分布式控制方法解决了时不变系统在不确定性下的鲁棒协同输出调节问题^[6];梁东等提出的结合动态事件触发机制的控制策略,实现系统抑制干扰的同时保证系统鲁棒性^[7];以及张卓等提出的鲁棒最优控制策略,对不确定性进行分解,使得领导者-跟随者多智能体系统实现一致性控制^[8].以上这些研究虽然为时不变多智能体系统提供了高效、稳定的控制器设计方案,但在实际应用中通常面临建模误差、参数时变和外部扰动等情况^[9].继续选择基于固定增益的控制策略将缺乏对环境扰动和模型不确定性的动态适应能力,会导致系统对动态干扰响应迟缓,渐近收敛特性难以兼顾速度与精度等结果^[10].

现有多智能体系统中的不确定性研究主要集中在以下两个方面,系统参数时变不确定性,如智能体自身动态模型的未知参数、非线性特性等^[11];外部不确定性,如未知的环境扰动、风阻、通信噪声等^[12].而研究的核心问题是,在通信拓扑固定的前提下,如何克服上述不确定性进行控制器设计,确保多智能体系统可以实现一致性跟踪、编队形成等任务^[13].徐子强等提出神经网络自适应事件触发脉冲控制策略,有效兼顾了控制性能与通信效率^[14].王兆新提出分布式自适应控制与空间坐标变换相结合,解决了非线性多智能体系统的协同调节问题^[15].夏丽娜等通过结合偏移补偿与状态空间变换方法,将输出形成问题转化为传统跟踪问题,进而设计最优控制器^[16].Shahriari等提出的一种融合Nussbaum函数、模糊逼近与神经网络的自适应分布式协同控制策略,解决了多重不确定性下的共识问题^[17].根据对当前研究的分析,大部分针对多智能体系统的一致性跟踪控制问题的研究未考虑实际系统的时变特性.尤其在无人机集群、智能交通系统等实时性要求高的场景下,更需设计动态调节的控制律来提升控制性能,以更好地应对可能存在的复杂性与不确定性.

基于此,本文提出一种鲁棒自适应控制策略,旨在解决存在时变参数不确定性的多智能体系统的一致性跟踪控制问题.主要贡献如下:(a)针对系统时

变特性,设计结合全局代价函数梯度积分的自适应鲁棒控制策略以实现系统一致性跟踪控制;(b)采用图结构一致性误差来同时反映智能体对相邻跟随者和对领导者的状态误差,以提升系统一致性跟踪性能;(c)提出动态增益调节机制,通过在线实时优化控制增益,减小参数不确定性对系统性能的影响.

1 问题描述

考虑如下一类多智能体系统,由受时变不确定性影响的1个领导者 M 个跟随者组成.

领导者的状态模型为:

$$\dot{x}_{M+1}(t) = [A_0(t) + \Delta A(t)]x_{M+1}(t). \quad (1)$$

第 i 个跟随者的状态模型为:

$$\dot{x}_i(t) = [A_0(t) + \Delta A(t)]x_i(t) + B(t)u_i(t). \quad (2)$$

其中: $i = 1, 2, \dots, M$, $x_{M+1}(t) \in \mathbb{R}^N$ 表示领导者状态, $x_i(t) \in \mathbb{R}^N$ 和 $u_i(t) \in \mathbb{R}^N$ 表示第 i 个跟随者的状态和控制输入, $A_0(t)$ 表示已知动态标称矩阵, $\Delta A(t) = E\alpha(t)F$ 表示系统时变匹配不确定性, E 和 F 表示已知定常矩阵, $\alpha(t)$ 满足 $\alpha(t)^T\alpha(t) \leq \delta_A^2 I_M$.

注1 若原始不确定性满足 $\alpha(t)^T\alpha(t) \leq \delta_A^2 I_M$,那么删去最后一行和最后一列(领导者)的子矩阵 $\hat{\alpha}(t)$ 依然满足 $\hat{\alpha}(t)^T\hat{\alpha}(t) \leq \delta_A^2 I_{M-1}$.

注2 本文考虑通信拓扑固定的情况,即Laplacian矩阵 L 为常矩阵.系统的不确定性主要来源于时变的系统参数及匹配不确定性 $\Delta A(t)$.

为便于描述多智能体系统,固定通信拓扑结构定义如下:

定义1 设通信拓扑 $G_p = (V, \mathcal{E}, A)$ 包含:拓扑的边集合 $\mathcal{E}_p \subseteq V \times V$ 及拓扑的邻接矩阵 $A = [a_{ij}] \in \mathbb{R}^{M \times M}$.若智能体 i 与 j 之间存在着从 i 到 j 的有向通信,即 $(\nu_i, \nu_j) \in \mathcal{E}$,则 $a_{ij} > 0$ 否则 $a_{ij} = 0$.

对于拓扑 G ,跟随者子图的Laplacian矩阵 $L_1 \in \mathbb{R}^{M \times M}$ 及组合矩阵为:

$$L_1 = L_f - A. \quad (3)$$

$$L = L_1 + D. \quad (4)$$

其中: $[L_1]_{ij} = \begin{cases} \sum_{k \neq i} a_{ik}, & i = j \\ -a_{ij}, & i \neq j \end{cases}$,度矩阵 $L_f = \text{diag}(\sum_{j=1}^M a_{1j}, \dots, \sum_{j=1}^M a_{Mj}) \in \mathbb{R}^{M \times M}$.矩阵 $D = \text{diag}(d_1, \dots, d_M)$ 表示领导者与跟随者之间的信息交换权重,若 $d_i > 0$,则说明跟随者可直接获得领导者信息.

定义2 图结构一致性误差 $\xi_i(t)$:

$$\xi_i(t) = \sum_{j=1}^M a_{ij}[x_i(t) - x_j(t)] + d_i[x_i(t) - x_{M+1}(t)]. \quad (5)$$

注3 相较于传统误差 $e_i(t) = x_i(t) - x_{M+1}(t)$, 本研究采用图结构一致性误差 $\xi_i(t)$, 同时包含了第 i 个跟随者与领导者之间的跟踪误差 $d_i(x_i(t) - x_{M+1}(t))$, 以及与其他跟随者之间的状态误差和 $\sum_{i=1}^M a_{ij}(x_i(t) - x_j(t))$. 当 $\xi_i(t) \rightarrow 0$ 时, 表示既保持系统跟随者间的一致性, 也实现整个系统对领导者的渐近跟随.

假设1 多智能体系统通信拓扑中存在一个以 v_{M+1} 为根节点的生成树, 即领导者与所有跟随者间都存在至少一条有向连接, 表明拓扑结构为所有智能体之间"强连通、无孤立分支". 此结构能清晰地表示领导者与跟随者之间单向的信息流动, 确保系统能够按照期望目标执行一致性跟踪.

引理1^[18] 设矩阵 $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{p \times q}$, 则 A 与 B 的Kronecker积 $A \otimes B$ 是一个维度为 $(mp) \times (nq)$ 的矩阵, 定义为: $A \otimes B = [a_{ij}B]_{i,j}$. 其中: $i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n$. 并且具有混合积性质:

$$(A \otimes B)(C \otimes D) = (AC) \otimes (BD).$$

基于此, 一致性误差全局向量形式为:

$$\xi(t) = (L_1 + D) \otimes I_m x(t) - D \otimes I_m x_{M+1}(t). \quad (6)$$

其中: $\xi(t) = [\xi_1^T(t), \xi_2^T(t), \dots, \xi_M^T(t)]^T$, $D \otimes I_m = \text{diag}(d_1 I_m, d_2 I_m, \dots, d_M I_m)$.

定义3 一致性控制目标, 所有跟随者的状态渐近收敛到领导者的状态:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\xi_i(t)\| = 0, \quad \forall i = 1, 2, \dots, M. \quad (7)$$

2 主要结果

2.1 鲁棒自适应控制器设计

设计如下形式的分布式控制律:

$$u_i(t) = -cK_i(t)\xi_i(t). \quad (8)$$

其中: $c \geq \frac{1}{\sigma_{\min}(L_1)}$ 是全局共享的标量增益, 为所有跟随者智能体提供统一的协作强度调节; $K_i(t)$ 是动态控制增益矩阵. 将(8)式控制律代入(2)式, 综合考虑(5)式, 整理得误差动力学方程为:

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_i(t) = & B(t)[(\sum_{j=1}^M a_{ij} + d_i)u_i(t) - \\ & \sum_{j=1}^M a_{ij}u_j(t)] + \\ & [A_0(t) + \Delta A(t)]\xi_i(t). \end{aligned} \quad (9)$$

对于多智能体系统误差动力学方程为:

$$\begin{aligned} \dot{\xi}(t) = & [I_M \otimes (A_0(t) + \Delta A(t))] \xi(t) + \\ & (L \otimes B(t))U(t). \end{aligned} \quad (10)$$

其中: $U(t) = [u_1(t), \dots, u_M(t)]^T$.

注4 针对选取的多智能体系统, 若其在 $(0, t)$ 内一致可控, 则存在唯一对称半正定矩阵 $P(t)$, 满足以下微分黎卡提方程:

$$\begin{aligned} \dot{P}(t) = & -A^T(t)P(t) - P(t)A(t) - Q(t) - \\ & P(t)B(t)R^{-1}(t)B^T(t)P(t). \end{aligned} \quad (11)$$

其中: $Q(t) = Q^T(t) \geq 0$, $R(t) = R^T(t) \geq 0$.

定义4 局部代价函数为:

$$\begin{aligned} J_i(t) = & \int_0^t [e^{-\lambda(t-\tau)}(\xi_i^T(\tau)Q_{ii}(\tau)\xi_i(\tau) + \\ & u_i^T(\tau)Q_{ui}(\tau)u_i(\tau))]d\tau. \end{aligned} \quad (12)$$

全局代价函数为:

$$J(t) = \sum_{i=1}^M J_i(t). \quad (13)$$

注5 (a) 遗忘因子 $e^{-\lambda(t-\tau)}$ 能够实现对历史数据的衰减, 衰减因子 λ 决定了遗忘速度; (b) $Q_{ii}(t)$ 、 $Q_{ui}(t)$ 为权重矩阵, $\xi_i^T(\tau)Q_{ii}(\tau)\xi_i(\tau)$ 量化一致性误差, $u_i^T(\tau)Q_{ui}(\tau)u_i(\tau)$ 约束控制能量, 以避免为追求跟踪目标而产生过大的控制输入.

可自适应调整的动态控制增益设计为:

$$\begin{aligned} \dot{K}_i(t) = & -\gamma_K(\tilde{K}_i(t)\xi_i(t)\xi_i^T(t) - \\ & \lambda_K K_i(t) + \beta \frac{\partial J_i(t)}{\partial K_i(t)}). \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_i(t)}{\partial K_i(t)} = & 2 \int_0^t e^{-\lambda(t-\tau)} Q_{ui}(\tau) c^2 K_i(\tau) \xi_i^T(\tau) \xi_i(\tau) d\tau. \end{aligned} \quad (15)$$

其中: $\tilde{K}_i(t) = K_i(t) - K^*(t)$, 控制增益期望值 $K^*(t) = R^{-1}(t)B^T(t)P(t) \leq \bar{k}$.

将自适应律融入时变增益的设计中, 旨在依据跟踪误差与历史反馈在线优化控制增益. 不仅保证系统在不确定性影响下的鲁棒性, 还能合理约束控制能量的分配.

2.2 稳定性分析

本节旨在给出保证闭环系统稳定的充分条件. 首先给出以下引理, 为后续分析奠定基础:

引理2^[19] 杨氏不等式: 对于任意实数 $a, b \geq 0$ 和满足 $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$ 的常数 $p, q > 1$ (称为共轭指数), 存在: $ab \leq \frac{a^p}{p} + \frac{b^q}{q}$, 等号成立当且仅当 $a^p = b^q$; 对于 $X, Y \in \mathbb{R}^N$ 为任意两个 N 维实列向量, 存在:

$$X^T Y \leq \frac{1}{2} X^T X + \frac{1}{2} Y^T Y.$$

引理 3^[20] 当且仅当存在常矩阵 $P_\Delta = P_\Delta^T > 0$, $\delta_A > 0$, 使得以下线性矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix} A_0^T(t)P_\Delta + P_\Delta A_0(t) + \delta_A^2 F^T F & P_\Delta E \\ E^T P_\Delta & -\delta_A^2 I_M \end{bmatrix} < 0.$$

则多智能体系统在满足 $\Delta A(t)$ 约束的不确定性作用下渐近稳定.

定理 1 考虑系统采用式 (8) 和 (14) 中设计的控制律, 在假设 1 成立的前提下, 多智能体系统跟随者可接收到领导者信息, 若满足不确定性匹配条件 $\alpha(t)^T \alpha(t) \leq \delta_A^2 I_M$. 则有以下结果:

- (a) 多智能体系统一致性误差 $\xi(t)$ 渐近收敛至 0;
- (b) 动态增益 $K_i(t)$ 收敛到期望值.

证明 首先构造 Lyapunov 函数:

$$V(t) = V_1(t) + V_2(t). \quad (16)$$

$$\begin{aligned} V_1(t) &= \frac{1}{2} \xi(t)^T (I_M \otimes P(t)) \xi(t), \\ V_2(t) &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^M \text{tr}(\tilde{K}_i(t)^T \Gamma_K^{-1} \tilde{K}_i(t)). \end{aligned} \quad (17)$$

对上述 Lyapunov 函数 $V(t)$ 进行求导:

$$\dot{V}(t) = \dot{V}_1(t) + \dot{V}_2(t). \quad (18)$$

首先针对 $\dot{V}_1(t)$ 进行分析:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) &= \xi(t)^T (I_M \otimes P(t)) \dot{\xi}(t) + \\ &\quad \frac{1}{2} \xi(t)^T (I_M \otimes \dot{P}(t)) \xi(t). \end{aligned} \quad (19)$$

将全系统误差动力学方程中 $\dot{\xi}_i(t)$ 带入可得:

$$\dot{V}_1(t) = T_1 + T_2 + T_3. \quad (20)$$

$$\begin{aligned} T_1 &= \xi(t)^T [I_M \otimes (P(t) \Delta A(t))] \xi(t), \\ T_2 &= \xi(t)^T (I_M \otimes P(t)) (L \otimes B(t)) U(t), \\ T_3 &= \xi(t)^T [I_M \otimes (P(t) A_0(t) + \frac{1}{2} \dot{P}(t))] \xi(t). \end{aligned} \quad (21)$$

针对 T_1 项存在的不确定项进行处理, 根据柯西-施瓦茨不等式和引理 1-2 的性质, 可得:

$$\begin{aligned} \xi(t)^T [I_M \otimes (P(t) \Delta A(t))] \xi(t) &\leq \\ &\quad \frac{1}{2} \xi(t)^T [I_M \otimes (P(t) P(t)^T)] \xi(t) + \\ &\quad \frac{1}{2} \xi(t)^T [I_M \otimes (\Delta A(t) \Delta A(t)^T)] \xi(t) \leq \\ &\quad \frac{1}{2} \xi(t)^T [I_M \otimes P(t) P(t)^T + \delta_A^2] \xi(t). \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} T_2 &= -c \xi(t)^T [L \otimes (P(t) B(t))] K(t) \xi(t) = \\ &\quad -c \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M L_{ij} \xi_i^T(t) P(t) B(t) \tilde{K}_j(t) \xi_j(t) = \\ &\quad -c \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M L_{ij} \xi_i^T(t) P(t) B(t) K^*(t) \xi_j(t) = \\ &\quad T_{2a} + T_{2b}. \end{aligned} \quad (23)$$

T_{2b} 项仅依赖理想增益 $K^*(t)$ 和状态误差 $\xi(t)$:

$$T_{2b} = -c \xi(t)^T [L \otimes (P(t) B(t) K^*(t))] \xi(t). \quad (24)$$

其中: 标量增益 c 与矩阵 $L \otimes (P(t) B(t) K^*(t))$ 的二次型均非负, 因此 T_{2b} 项为负半定项, 其对 $\dot{V}(t)$ 的负定性做出直接贡献, 而非是需要补偿的项. 此外, $K^*(t)$ 、 $P(t)$ 、 $B(t)$ 的有界性保证了系数矩阵的范数有界, 从而确保该项在稳定性分析中的有效性.

对 T_{2a} 项中的交叉项 $\xi_i^T(t) P(t) B(t) \tilde{K}_j(t) \xi_j(t)$ 采用引理 2 进行放缩, 并假设 $\|P(t) B(t)\| \leq M_{PB}$:

$$\begin{aligned} |\xi_i^T(t) P(t) B(t) \tilde{K}_j(t) \xi_j(t)| &\leq \\ &\quad \frac{1}{2} \|P(t) B(t)\|^2 \|\xi_i(t)\|^2 + \frac{1}{2} \|\tilde{K}_j(t) \xi_j(t)\|^2 \leq \\ &\quad \frac{1}{2} M_{PB}^2 \|\xi_i(t)\|^2 + \frac{1}{2} \|\tilde{K}_j(t) \xi_j(t)\|^2. \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} |T_{2a}| &\leq c \sum_i \sum_j |L_{ij}| \left(\frac{1}{2} M_{PB}^2 \|\xi_i(t)\|^2 + \right. \\ &\quad \left. \frac{1}{2} \|\tilde{K}_j(t) \xi_j(t)\|^2 \right) \leq \\ &\quad \frac{c}{2} M_{PB}^2 l_{\max} \|\xi(t)\|^2 + l_{\max} \|\tilde{K}(t) \xi(t)\|^2. \end{aligned} \quad (26)$$

$$T_{2a} \geq - \left(\frac{c}{2} M_{PB}^2 l_{\max} \|\xi(t)\|^2 + \frac{c}{2} l_{\max} \|\tilde{K}(t) \xi(t)\|^2 \right). \quad (27)$$

T_3 项为标称部分, 根据黎卡提方程:

$$\begin{aligned} T_3 &= \xi(t)^T [I_M \otimes (P(t) A_0(t) + \frac{1}{2} \dot{P}(t))] \xi(t) \leq \\ &\quad - \frac{1}{2} \lambda_{\min} Q(t) \|\xi(t)\|^2. \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) &\leq -\frac{1}{2} \lambda_{\min} Q(t) \|\xi(t)\|^2 + \frac{c}{2} M_{PB}^2 l_{\max} \|\xi(t)\|^2 + \\ &\quad \frac{c}{2} l_{\max} \sum_{j=1}^M \|\tilde{K}_j(t) \xi_j(t)\|^2 + d_1. \end{aligned} \quad (29)$$

d_1 包含了其他有界扰动项的总和, 是一个常数.

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) &= \sum_{i=1}^M \text{tr}[\tilde{K}_i(t)^T \Gamma_K^{-1} \dot{\tilde{K}}_i(t)] - \\ &\quad \sum_{i=1}^M \text{tr}[\tilde{K}_i(t)^T \Gamma_K^{-1} \dot{K}^*(t)] = S_1 - S_2. \end{aligned} \quad (30)$$

将式 (14) 带入可得: S_1 中包含阻尼项、梯度项以及负定项 $-\sum \|\tilde{K}_i(t) \xi_i(t)\|^2$.

选取 $\|\dot{K}^*(t)\|_F \leq M_{K^*}$, $\|\frac{\partial J_i(t)}{\partial K_i(t)}\|_F \leq M_{\nabla J}$, 其中 M_{K^*} 和 $M_{\nabla J}$ 是已知的正实数.

$$\begin{aligned} |\tilde{K}_i(t)^T \Gamma_K^{-1} \dot{K}^*(t)| &\leq \|\tilde{K}_i(t) \Gamma_K^{-1}\|_F \cdot \|\dot{K}^*(t)\|_F \leq \\ &\quad \|\tilde{K}_i(t)\|_F \cdot \|\Gamma_K^{-1}\| \cdot M_{K^*} \leq \\ &\quad \frac{\eta}{2} \|\tilde{K}_i(t)\|_F + \frac{1}{2\eta} \left(\frac{M_{K^*}}{\gamma_K} \right)^2. \end{aligned} \quad (31)$$

$$|S_2| \leq \sum_{i=1}^M \left(\frac{\eta}{2} \|\tilde{K}_i(t)\|_F + \frac{1}{2\eta} \left(\frac{M_{K^*}}{\gamma_K} \right)^2 \right). \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) \leq & - \sum_{i=1}^M \|\tilde{K}_i(t)\xi_i(t)\|^2 + \\ & d_2 \sum_{i=1}^M \|\tilde{K}_i(t)\|_F^2 + d_3. \end{aligned} \quad (33)$$

其中: $d_2 = \frac{3\lambda_K}{2} + \frac{|\beta|}{2} + \frac{\eta}{2}$ 合并了阻尼项、梯度项和时变项的系数; $d_3 = \sum_{i=1}^M (\frac{\lambda_K M_{K^*}^2}{2} + \frac{|\beta| M_{\nabla J}^2}{2}) + \frac{M}{2\eta} (\frac{M_{K^*}}{\gamma_K})^2$ 是常数扰动项。

综上,若参数满足: $\lambda_K > 0, \gamma_K > 0, \gamma_c > 0, c < \min\{\frac{\lambda_{\min} Q(t)}{M_{PB}^2 l_{\max}}, \frac{2}{l_{\max}}\}$ 则 $\dot{V}(t)$ 是负定的。

根据 Lyapunov 稳定性定理和 LaSalle 不变性原理,可证明闭环系统所有信号是一致最终有界的. 系统的一致性跟踪误差 $\xi(t)$ 能够快速收敛并稳定,动态增益 $K_i(t)$ 不会无界增长,而是收敛到期望值 $K^*(t)$. 基于此,本文所设计的鲁棒自适应控制律有效地保证了多智能体系统实现领导者-跟随者一致性跟踪控制,证明成立。

3 数值仿真

为验证所提鲁棒自适应控制策略的有效性,考虑一个由 1 个领导者(标记为智能体 5)和 4 个跟随者组成的线性时变多智能体系统. 系统通信拓扑固定,如图 1 所示:

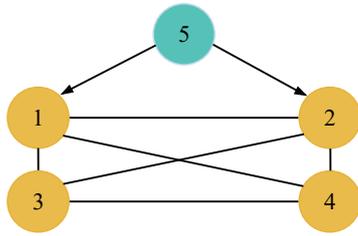


图1 智能体通信拓扑图

跟随者的邻接拉普拉斯矩阵以及领导者的邻接矩阵分别为: $L_1 = 4I_4 - J_4, D = \text{diag}(1, 1, 0, 0)$. 其中: I_4 是 4×4 单位矩阵, J_4 是 4×4 全 1 矩阵。

(1) 系统具体动态参数如下: 为模拟系统参数的缓慢特性,时变标称系统矩阵 $A_0(t)$ 为: $A_0(t) = \text{diag}(A'_0(t), A''_0(t))$, 其中: $A'_0(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0.5 \sin t & 0.2 \cos t \end{bmatrix}$, $A''_0(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0.3 \sin t & 0.4 \cos t \end{bmatrix}$ 匹配参数不确定性: $E = \text{diag}(1, 1, 1, 1), F = \text{diag}(3, 2, 4, 5), \alpha(t) = \sin t \times I_4$ 控制输入矩阵:

$$B(t)^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 + 0.1 \sin t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 - 0.1 \cos t \end{bmatrix}.$$

(2) 控制器参数如下: 全局标量增益 $c = 4.0$. 为模拟实际工程中的异构性,为每个跟随者设计不同的时变期望增益:

$$K^*(t) = \text{diag}[K_{11}^*(t) \ K_{22}^*(t) \ K_{33}^*(t) \ K_{44}^*(t)].$$

其中: $K_{11}^*(t) = 1.5 + 0.5 \sin(0.05t), K_{22}^*(t) = 1.2 + 0.3 \sin(0.06t), K_{33}^*(t) = 1.5 + 0.4 \sin(0.04t), K_{44}^*(t) = 1.2 + 0.2 \sin(0.05t)$.

期望增益 $k^*(t)$ 采用异构时变增益配置,旨在模拟实际工程中因设备个体差异和所处环境不同而导致的参数异构性与缓变特性,构建一个接近实际动态特性的验证环境,从而严格检验控制算法在复杂时变场景下的跟踪性能与鲁棒性。

控制增益 $K_i(t)$ 的自适应参数: $\gamma_K = 0.4$, 此取值为一个相对保守的中小值. 其目的在于使控制增益能以平滑、无超调的方式渐近跟踪时变的理想增益. 自然衰减系数 $\lambda_K = 0.12$, 限制 $K_i(t)$ 无约束增长,避免过度响应. 代价函数梯度系数 $\beta = 0.05$. 代价函数中的遗忘因子 $\lambda = 0.18$.

(3) 仿真环境与对比设置: 领导者初始状态, $x_5(0) = [0 \ 0.62 \ 1.0 \ 0]^T$, 跟随者初始状态, $x_1(0) = [1.5 \ 0 \ 1.5 \ 0]^T, x_2(0) = [0.5 \ 0 \ -0.5 \ 0]^T, x_3(0) = [-0.5 \ 0 \ -0.5 \ 0]^T, x_4(0) = [-1 \ 0 \ 0.5 \ 0]^T$.

对比策略: 为验证本文所提控制策略的对系统跟踪虚拟的提升,设计如下对比实验. 传统固定增益控制作为基准,经典分布式自适应控制作为自适应控制代表,以及本文提出的鲁棒自适应控制. 通过比较三种方法的位置和速度跟踪误差,验证本文提出的控制方法在扰动恢复、稳态精度和鲁棒性方面的优越性能. 对比仿真取值如下: 传统固定增益 $k_p = 8, k_i = 0.08, k_d = 2$. 分布式自适应增益 $\gamma_{AC} = 0.1, \lambda_{AC} = 0.01$, 初始耦合增益 $c_0 = 1.5 + 0.3U(0, 1)$. $K_{01} = K(5.1, 2.05), K_{02} = K(5.3, 2.12), K_{03} = K(5.2, 2.1), K_{04} = K(5.0, 2.0)$. 其中: $K(p, q) = \text{diag}([p \ q], [p \ q])$.

上图直观展示了三种控制策略下的轨迹跟踪差异. 图 2 采用传统固定增益控制方法,跟随者轨迹会出现明显的跟踪偏差,轨迹呈现"削顶"现象,且在轨迹转换区域存在持续的振荡,控制参数僵化导致跟踪性能下降. 图 3 采用分布式自适应控制方法,较传统固定增益控制避免了显著的"削顶"现象和持续振荡. 但在椭圆轨迹曲率变化较大的区域,部分跟随者轨迹仍存在微小偏差和轻微相位滞后,表明参数自适应机制虽能改善跟踪性能,但在应对快速动态变化时仍存在一定的调节延迟. 相比之下,图 4 采用鲁棒自适应控制方法,跟随者能够快速、平滑地收敛到领导者轨迹,保持对领导者的精确跟踪,轨迹重合度高,无明显滞后或超前现象。

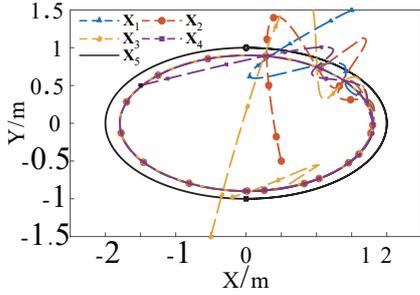


图2 采用固定增益控制的智能体运动轨迹图

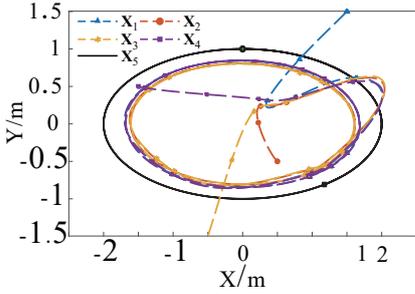


图3 采用分布式自适应控制的智能体运动轨迹图

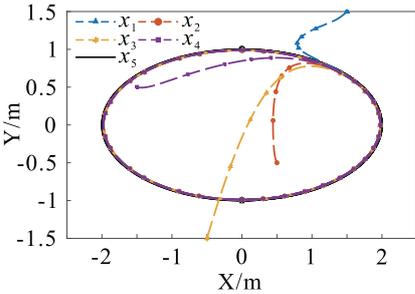


图4 采用鲁棒自适应控制的智能体运动轨迹图

上图对比了三种控制策略在多智能体系统协同跟踪任务中的动态响应特性. 对比仿真两个核心评价指标如下: (1) 位置误差范数: $e_{p,i}(t) = \sqrt{[x_i(t) - x_i(t)]^2 + [y_i(t) - y_i(t)]^2}$, 用于衡量各跟随者与领导者之间的实际空间距离偏差, 直接反映对领导者的跟踪精度. (2) 速度误差范数: $e_{v,i}(t) = \sqrt{[v_{x,i}(t) - v_{x,i}(t)]^2 + [v_{y,i}(t) - v_{y,i}(t)]^2}$, 用于评估各跟随者与领导者之间的运动状态匹配程度, 直接反映运动的协调性和同步性. 传统固定增益控制方法表现出明显的性能局限: 位置误差范数收敛缓慢, 即使在 10 秒后仍存在约 0.4 m 的持续波动; 速度误差范数在 0.3m/s 范围内持续振荡, 在 22 秒和 29 秒的外部冲击扰动下, 位置误差达到峰值, 恢复时间长达 3-4 秒, 且各跟随者响应差异显著, 表明固定参数在面对系统不确定性和外部扰动时调节能力有限. 分布式自适应控制方法性能有所改善: 位置误差范数在 10 秒内收敛至 0.3 m 以内, 速度误差范数收敛至 0.2 m/s 以内, 扰动后恢复时间缩短至 2-3 秒, 但仍存在明显超调和振荡, 表明经典自适应方法在鲁棒

性方面仍有不足. 相比之下, 本文提出的鲁棒自适应控制方法展现出显著优势: 位置误差范数在 3 秒内从 1.5m 快速收敛至 0.1 m 以内, 速度误差范数在 2 秒内从 1.0 m/s 收敛至 0.08 m/s 以内, 各跟随者误差曲线趋近一致, 整个过程平滑稳定无超调.

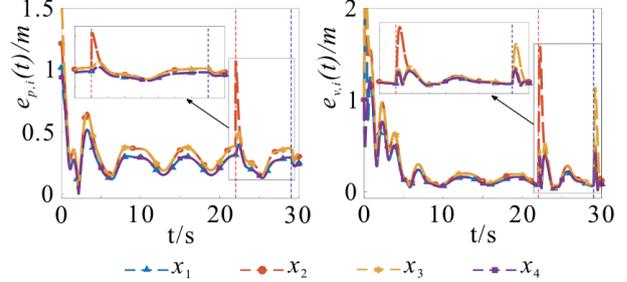


图5 采用固定增益控制的位置和速度误差范数图

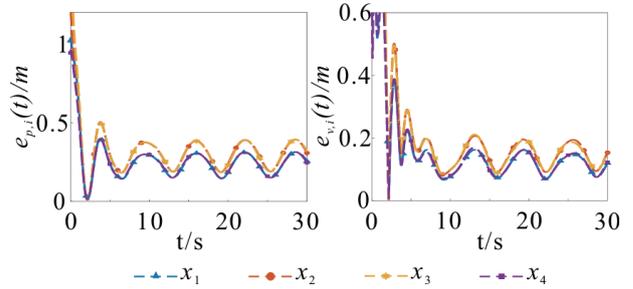


图6 采用分布式自适应控制的位置和速度误差范数图

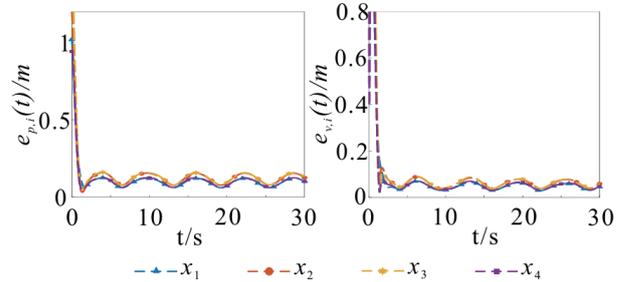


图7 采用鲁棒自适应控制的位置和速度误差范数图

为评估控制增益的自适应性能, 计算每个跟随者动态增益的 Frobenius 范数 $\|K_i(t)\|_F = \sqrt{\text{tr}(K_i(t)^T K_i(t))}$. 在本仿真研究中, 该范数主要作为一个无量纲相对指标, 用于展现控制增益矩阵 $K_i(t)$ 的整体幅值强度. 图 8 描绘了各跟随者智能体的控制增益矩阵范数随时间的演化过程. 图中所有跟随者的增益范数均从初始值出发, 经动态调整后, 最终稳定地收敛到理想增益范数 $\|K_i^*(t)\|_F$ 附近. 该结果验证了所设计控制律的有效性, 表明控制增益 $K_i(t)$ 能够在线调整并渐近逼近期望的理想值.

4 结论

本文针对存在时变不确定性领导者-跟随者多智能体系统一致跟踪控制问题, 提出鲁棒自适应控制方法, 并推证出系统一致性跟踪控制的充分条件, 仿真验证了所提出方案的有效性. 主要结论如下:

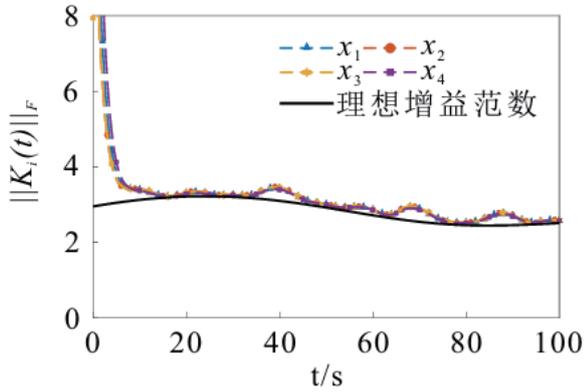


图8 鲁棒自适应控制跟随者增益范数演化过程图

(1) 本文设计的鲁棒自适应控制律, 通过在线调整控制增益, 实现了对误差的快速响应. 控制律引入全局代价函数的梯度信息, 实现对控制性能的优化, 有效平衡系统鲁棒性与控制效率.

(2) 提出的图结构一致性误差, 其将跟随者之间的协同误差及其对领导者的跟踪误差融为一体, 实现建立统一的误差动力学模型.

(3) 基于 Lyapunov 稳定性理论, 分析闭环系统的稳定性. 证明即使在时变不确定性作用下, 系统仍能保证一致最终有界, 且跟踪误差能收敛至一个可调的小范围内.

参考文献 (References)

- [1] 李海峰, 杨宏安, 盛梓茂, 等. 基于 MAPPO 的多无人机协同分布式动态任务分配[J]. 控制与决策, 2025, 40(5): 1429-1437.
(Li H F, Yang H A, Sheng Z M, et al. Multi-UAV collaborative distributed dynamic task allocation based on MAPPO[J]. *Control and Decision*, 2025, 40(5): 1429-1437.)
- [2] 张书凡, 毛剑琳, 张凯翔, 等. 面向不确定性的多机器人路径鲁棒规划研究综述[J]. 控制与决策, 2024, 39(12): 3873-3888.
(Zhang S F, Mao J L, Zhang K X, et al. Survey on robust multi-robot path planning under uncertainty[J]. *Control and Decision*, 2024, 39(12): 3873-3888.)
- [3] 任微, 禹梅. 具有扰动的非线性多智能体系统在非周期间歇通信下的一致性问题的[J]. 控制与决策, 2025, 40(12): 3743-3751.
(Ren W, Yu M. Consensus of nonlinear multi-agent systems with disturbances under aperiodic intermittent communications[J]. *Control and Decision*, 2025, 40(12): 3743-3751.)
- [4] 路则欢, 张志强, 孙元功. 有限域上多智能体系统的分布式协同控制研究综述[J]. 控制与决策, 2025, 40(2): 367-374.
(Lu Z H, Zhang Z Q, Sun Y G. A survey of distributed cooperative control of multi-agent systems over finite fields[J]. *Control and Decision*, 2025, 40(2): 367-374.)
- [5] Gao R, Huang J S, Su X J, et al. Event-based leader-follower consensus of nonlinear multi-agent systems under denial-of-service[J]. *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems*, 2023, 50: 101412.
- [6] García-Vázquez H, Larios-Navarro U, Castillo-Toledo B, et al. Robust cooperative output regulation for linear multi-agent systems under intermittent measurements[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2025, 362(2): 107473.
- [7] Liang D, Dong Y. Robust cooperative output regulation of linear uncertain multi-agent systems by distributed event-triggered dynamic feedback control[J]. *Neurocomputing*, 2022, 483: 1-9.
- [8] Zhang Z, Zhang S X, Li H P, et al. Cooperative robust optimal control of uncertain multi-agent systems[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2020, 357(14): 9467-9483.
- [9] 李艳辉, 张国旭, 毛帅. 基于事件触发机制的分布时滞离散切换 LPV 系统 H_∞ 滤波器和控制器同步设计[J]. 东北石油大学学报, 2022, 46(6): 112-120.
(Li Y H, Zhang G X, Mao S. Synchronization design of H_∞ filter and controller for discrete switched LPV systems with distributed delays based on event-triggered mechanism[J]. *Journal of Northeast Petroleum University*, 2022, 46(6): 112-120.)
- [10] Wang Y M, Kang J L, Du L L. Robust H_∞ consensus for uncertain nonlinear multi-agent systems with disturbances[J]. *Journal of Donghua University: English Edition*, 2024, 41(2): 206-213.
- [11] Yan C, Fang H Z. A new encounter between leader-follower tracking and observer-based control: Towards enhancing robustness against disturbances[J]. *Systems & Control Letters*, 2019, 129: 1-9.
- [12] Fan S, Yue D, Wang B H, et al. Distributed optimization for uncertain nonlinear MASs under event-triggered communication[J]. *Automatica*, 2025, 177: 112134.
- [13] Wang L H, Li A J, Di F Q, et al. Distributed two-channel dynamic event-triggered adaptive finite-time fault-tolerant containment control for multi-leader UAV formations[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2024, 155: 109678.
- [14] Xu Z Q, Li Y, Zhan X S, et al. Time-varying formation of uncertain nonlinear multi-agent systems via adaptive feedback control approach with event-triggered impulsive estimator[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2024, 475: 128707.
- [15] Wang Z X, Liu J C. Cooperative regulation based on virtual vector triangles asymptotically compressed in multidimensional space for time-varying nonlinear multi-agent systems[J]. *ISA Transactions*, 2025, 157: 258-268.
- [16] Xia L N, Li Q, Song R Z, et al. Leader-follower time-

- varying output formation control of heterogeneous systems under cyber attack with active leader[J]. [Information Sciences](#), 2022, 585: 24-40.
- [17] Shahriari-kahkeshi M, Meskin N. Adaptive cooperative control of nonlinear multi-agent systems with uncertain time-varying control directions and dead-zone nonlinearity[J]. [Neurocomputing](#), 2021, 464: 151-163.
- [18] 李俊, 戴星宇, 宋伊萍. 矩阵的 Kronecker 积的性质[J]. [大学数学](#), 2023, 39(6): 57-66.
(Li J, Dai X Y, Song Y P. Properties of the kronecker product of matrices[J]. [College Mathematics](#), 2023, 39(6): 57-66.)
- [19] Huy D Q, Van D T T, Xinh D T. Some generalizations of real power form for Young-type inequalities and their applications[J]. [Linear Algebra and Its Applications](#), 2023, 656: 368-384.
- [20] Li Z K, Duan Z S, Xie L H, et al. Distributed robust control of linear multi-agent systems with parameter uncertainties[J]. [International Journal of Control](#), 2012, 85(8): 1039-1050.

作者简介

李艳辉 (1970-), 女, 教授, 博士, 博士生导师, 主要研究方向为鲁棒控制及滤波、智能控制等, E-mail: liyanhui@nepu.edu.cn;

石远彬 (2001-), 男, 硕士生, 主要研究方向为多智能体系统鲁棒控制、智能控制, E-mail: 3519898680@qq.com;

孙家兴 (1993-), 男, 博士生, 主要研究方向为时间序列预测、提高采收率、预测控制, E-mail: SJX_change@126.com.