

# 贝叶斯辅助分类预测的动态约束多目标优化算法

李二超<sup>†</sup>, 郭长庚

(兰州理工大学 自动化与电气工程学院, 兰州 730050)

**摘要:** 现有的动态约束多目标优化算法 (DCMOEA) 普遍存在对动态变化特征识别不清晰、预测策略适应性不足, 从而导致优化性能受限的问题. 为解决上述问题, 提出一种贝叶斯辅助分类预测的动态约束多目标优化算法 (BACP-DCMOA). 首先, 设计分类预测策略, 将环境变化划分为目标主导变化、约束主导变化、混合变化和静态/弱动态变化; 基于上述分类结果, 构建分层预测策略, 依据环境变化类型与程度匹配定制化预测器, 以提升约束 Pareto 前沿变化趋势的捕捉精度; 最后, 引入贝叶斯优化实现各参数的自动寻优. 为验证算法性能, 在现有的两大基准测试套件上开展对比实验, 实验结果表明, BACP-DCMOA 在动态环境追踪精度、收敛速度与性能稳定性上均优于现有主流算法, 为复杂动态约束多目标优化问题 (DCMOPs) 提供了更高效的优化方案.

**关键词:** 动态约束多目标优化; 进化算法; 动态变化特征; 预测策略; 贝叶斯优化

中图分类号: TP273 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2025.1308

引用格式: 李二超, 郭长庚. 贝叶斯辅助分类预测的动态约束多目标优化算法 [J]. 控制与决策.

## Dynamically constrained multi-objective optimization algorithm for bayesian-assisted classification prediction

LI Er-chao<sup>†</sup>, GUO Chang-geng

(College of Automation and Electrical Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China)

**Abstract:** Existing dynamic constrained multi-objective evolutionary algorithms (DCMOEAs) generally suffer from unclear identification of dynamic characteristics and inadequate adaptability of prediction strategies, which restrict their optimization performance. To address these issues, this paper proposes a dynamic constrained multi-objective optimization algorithm for Bayesian-assisted classification prediction (BACP-DCMOA). First, a classification-prediction strategy is designed to categorize environmental changes into objective-dominant, constraint-dominant, mixed, and static/weak dynamic changes. Based on this classification, a hierarchical prediction strategy is constructed, in which customized predictors are matched according to the type and severity of environmental changes to improve the accuracy of tracking the shifting constrained Pareto front. Finally, Bayesian optimization is introduced to automatically optimize the relevant parameters. To evaluate the algorithm's performance, comparative experiments are conducted on two widely used benchmark test suites. Experimental results show that BACP-DCMOA outperforms existing state-of-the-art algorithms in terms of dynamic tracking accuracy, convergence speed, and performance stability, providing a more efficient optimization solution for complex dynamic constrained multi-objective optimization problems (DCMOPs).

**Keywords:** dynamic constrained multi-objective optimization; evolutionary algorithm; dynamic changing features; prediction strategies; Bayesian optimization

## 0 引言

在工程调度、资源分配、智能制造等场景中, 多目标协同优化与约束条件满足始终是其核心诉求, 而当这类问题中的目标函数、约束条件都随时间或外部环境发生动态变化时, 便形成了更具挑战性的

动态约束多目标优化问题 (Dynamic Constrained Multi-Objective Optimization Problems, DCMOPs), 其核心难点在于平衡目标优化与约束满足的动态调整, 同时需兼顾种群多样性与收敛速度. 例如工业过程中的污水处理<sup>[1]</sup>与能源分配<sup>[2]</sup>, 提升关键指标往往面

收稿日期: 2025-12-19; 录用日期: 2026-04-12.

基金项目: 甘肃省科技计划重点研发计划项目 (25YFGA030); 甘肃省自然科学基金重点项目 (24JRRA173).

<sup>†</sup>通信作者. E-mail: lecstarr@163.com.

临动态约束下的多目标优化难题,需同时平衡质量、成本与系统稳定性.

多目标优化算法(MOEAs)作为一类优化技术,能够为决策者提供满足多样化需求的 Pareto 最优解集(PS)<sup>[3][4]</sup>.当同时引入动态与约束双重特征形成 DCMOPs 时,必须通过双重附加机制调整 MOEAs 以有效应对耦合挑战.解决 DCMOPs 的核心在于设计兼具约束突破与动态追踪的协同策略,既要能够跨越不可行区域以定位完整的约束 Pareto 前沿(CPF),又要能够稳健捕捉 CPF 随环境变化的动态轨迹,最终实现对动态 CPF 的快速收敛与精准追踪.

围绕这一核心焦点,近年来,国内外对 DCMOPs 已积累了较为丰富的研究成果,学者们已经提出了许多动态约束多目标优化算法(DCMOEAs)来预测环境变化和追踪动态变化的 CPF. Tian<sup>[5]</sup> 团队开发了进化多目标优化领域的经典开源平台 PlatEMO,为该领域提供了标准化实验环境. Jiao 等人<sup>[6]</sup> 基于参考点的 NSGA-III 算法进行改进以求解 DCMOPs,提出了一种 DCNSGA-III 算法,通过交配选择机制和环境选择算子,分别用于生成和筛选高质量的 $\varepsilon$ 可行后代解,但其动态约束调整完全依赖内置迭代驱动的预设指数函数,无任何外部环境预测能力,如果遭遇非预设的突发环境变化,可能导致约束收缩节奏与实际环境不匹配,而误导种群搜索方向. Chen 等人<sup>[7]</sup> 提出两阶段多样性补偿策略(TDCEA),结合变化检测与静态优化器解决 DCMOPs,但其环境变化响应依赖历史 Pareto 集中心点增量外推,如果遇到非平稳、非线性的复杂环境变化,可能因外推误差引入无效扰动,而降低初始种群质量与搜索效率. Zhang 等人<sup>[8]</sup> 从历史环境中提取并利用有效知识进一步优化进化过程,提出了一种历史辅助的双态辅助任务协同方法(HATC),通过执行更有效的辅助任务来解决 DCMOPs,但其 PSEI 模块完全依赖于预测模型的准确性,如果预测误差较大,可能引入“负迁移”,误导主任务.在文献[9]中,Guo 等人提出复合预测进化算法 DMOEA/CP,按原环境可行解保留情况将约束变化分为大小两类,通过组合 SDA、简单预测器和集成预测器应对动态变化,但其将目标与约束预测分离且依赖历史数据,面对突发变化或初始数据稀缺时易出现预测偏差.因此,为克服以上策略与动态特性适配性差等缺陷,设计出一款更加有效精细的进化算法,通过差异化预测策略快速识别和跟随动态环境显得格外重要.

在 DCMOPs 中,算法需同时应对目标与约束的动态变化,传统方法因缺乏对问题变化特征的精准

划分与针对性策略,难以实现高效优化.为此,本文提出一种贝叶斯辅助分类预测的动态约束多目标优化算法(BACP-DCMOA),通过对问题特征的精细拆解与优化策略的定制化设计,有效提升了算法适应性与优化性能,主要创新点如下:

1) 提出动态约束多目标问题的分类预测策略(CPM),针对 DCMOPs 中环境变化的复杂性,将问题划分为目标主导变化、约束主导变化、混合变化、静态/弱动态变化四类,为后续针对性策略设计提供精准的问题特征依据;

2) 结合上述四类问题变化类型与不同变化程度,构成分层预测策略(HPM),为不同动态环境匹配定制化的预测器,可更精准地捕捉动态环境中 CPF 的变化趋势,为种群进化提供有效指导;

3) 引入贝叶斯优化实现阈值与权重分配的自动化调整,针对传统方法依赖专家经验手动设置分类阈值与关联组权重参数、耗时且难以最优的缺陷,将贝叶斯优化方法融入算法配置过程,实现了对 CPM 阈值与 HPM 权重的自动化寻优.

本文剩余部分结构安排如下:第1节介绍动态约束多目标问题相关背景知识;第2节阐述所提算法 BACP-DCMOA 的基本原理与框架;第3、4节进行 BACP-DCMOA 算法的详细实验与讨论;最后,第5节对全文进行总结,并展望未来研究方向.

## 1 相关工作

### 1.1 动态约束多目标问题(DCMOPs)

从数学角度而言,一个 DCMOP 定义如下<sup>[10]</sup>:

$$\begin{aligned} \min F(x, t) &= (f_1(x, t), f_2(x, t), \dots, f_M(x, t))^T \\ \text{s.t.} \quad &\begin{cases} x \in \Omega, t \in \Omega_T \\ h_k(x, t) = 0, k = 1, 2, \dots, a \\ g_k(x, t) \leq 0, k = a + 1, a + 2, \dots, a + b \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

其中,  $x = (x_1, x_2, \dots, x_D)^T$  是一个  $D$  维决策向量,  $t$  是时间变量,  $\Omega$  和  $\Omega_T$  分别表示决策空间和时间空间,  $f_m(x, t)$  是第  $m$  个目标函数,  $F(x, t)$  是  $M$  维的目标向量.

根据目标和约束的动态特性,可将 DCMOPs 可分为以下三类<sup>[7]</sup>:

- 1) 目标随时间变化,而约束保持稳定;
- 2) 约束随时间变化,而目标保持稳定;
- 3) 目标和约束均随时间变化.

**定义 1 (可行解与不可行解).** 在  $t$  时刻,当且仅当  $CV(x, t) = 0$  时,称  $x$  为 DCMOPs 的可行解(PS);反之,  $CV(x, t) \neq 0$  时,称  $x$  为 DCMOPs 的不可行解.其

中,  $CV(x, t)$  表示  $x$  的总约束违反度, 其数学表述为:

$$CV(x, t) = \sum_{k=1}^{a+b} CV_k(x, t). \quad (2)$$

其中,

$$CV_k(x, t) = \begin{cases} \max(0, |h_k(x, t)| - \delta), & 1 \leq k \leq a \\ \max(0, g_k(x, t)), & a + 1 \leq k \leq a + b \end{cases} \quad (3)$$

**定义 2 (动态可行域).** 在  $t$  时刻, 由所有可行解组成的集合称为 DCMOPs 的可行域, 可定义为:

$$O(t) = \{x \in \Omega | CV(x, t) = 0\} \quad (4)$$

**定义 3 (动态约束 Pareto 最优解,  $DCPS^t$ ).** 当可行解  $x$  不被任何其他可行解支配时, 则将其定义为约束 Pareto 最优解. 所有时间  $t$  时的约束 Pareto 最优解共同构成  $DCPS^t$ :

$$DCPS^t = \{x^* \in O(t) | \nexists x \in O(t), x \prec_t x^*\}. \quad (5)$$

**定义 4 (动态约束 Pareto 最优前沿).**  $DCPS^t$  的目标向量构成动态约束 Pareto 最优前沿, 用  $DCPF^t$  表示:

$$DCPF^t = \{F(x^*, t) | x^* \in DCPS^t\}. \quad (6)$$

## 1.2 动态约束多目标优化算法 (DCMOEAs)

约束多目标进化算法 (CMOEAs) 致力于挖掘约束特性并设计针对性方法<sup>[11]</sup>, 通过设计差异化搜索机制平衡收敛性、多样性与可行性, 以高效逼近 CPF; 动态多目标优化算法 (DMOEAs) 的核心诉求是算法能实时追踪不断移动的动态 Pareto 前沿 (DPF), 并输出兼具收敛性与多样性的可行解集<sup>[12]</sup>; 而 DCMOEAs 既要平衡多目标间的冲突关系, 又要快速适配约束条件的突发性或渐进性变化, 其双重动态特性给算法的收敛性、多样性与约束适应性带来了挑战, 也推动着研究者不断探索高效的动态响应与约束处理融合机制. 基于以上问题, Chen 团队<sup>[13]</sup> 提出动态约束多目标进化算法 (dCMOEA), 集成非支配解选择、自适应交配和种群选择算子, 创新设计变化响应策略, 同时构建含四种类型、两种模式的 DCMOPs 测试问题集, 可有效检验算法的约束处理与动态追踪能力. 此外, 他们还引入了一种基于多种群进化的动态约束多目标进化算法 (DCMOEA)<sup>[14]</sup>, 将种群划分为不同部落, 以有效推动种群向 CPF 进化, 但其中均缺乏对动态环境变化趋势的精准预测. Li 等人<sup>[15]</sup> 设计动态约束 NSGA-III 算法 (DCNSGAI-DE), 将约束转化为违反目标函数并合并降维, 通过动态收缩的弹性约束边界构建 DCMOP, 结合差分进化生成后代, 平衡全局搜索与约束满足, 却对约束边界收缩依赖固定模型, 无动态预测逻辑. Wang 团队<sup>[16]</sup> 提出动态

约束多因子进化算法 (DC-MFEA), 基于进化多任务框架构建双协同任务, 创新性设计时空知识转移模块, 通过空间知识交互补充多样性、时间知识复用加速收敛, 还构建了含 14 个测试问题的 DCMOPs 基准套件, 但在空间知识转移 (SKT) 缺乏知识关联性预测, 无法动态适配环境变化. Gong 等人<sup>[17]</sup> 提出的多中心预测策略 (FCP), 核心是自适应罚函数聚类历史最优解获取多中心, 通过相邻环境中心距离预测新中心, 再利用中心间迁移生成均匀初始种群, 有效提升约束下 POS 预测精度与种群多样性; Hou 团队<sup>[18]</sup> 提出基于动态约束评估策略的多目标蚁群优化算法 (MOACO-DCE), 专门针对高维约束多目标优化问题的小而分散可行域挑战, 然而, 二者均未充分适配约束与目标的动态关联.

## 1.3 贝叶斯优化

贝叶斯参数优化是一种高效的全局优化方法<sup>[19]</sup>, 通过构建目标函数的概率分布模型, 逐步缩小搜索范围以找到最优参数组合. 其核心流程包括高斯过程回归建模和采集函数设计, 利用先验知识和历史评估数据生成后验分布, 再通过采集函数 (如期望改进、置信区间上界) 选择下一个评估点, 实现高效搜索, 适用于高成本函数评估场景.

本质上, 可假设目标函数  $f(x)$  在可行域上服从高斯过程<sup>[20]</sup>:

$$f(x) \sim \mathcal{GP}(m(x), k(x, x')). \quad (7)$$

其中,  $m(x)$  是均值函数,  $k(x, x')$  是协方差函数. 采用期望改进作为采集函数<sup>[21]</sup>:

$$EI(x) = \mathbb{E}[\max(0, f(x^+) - f(x))]. \quad (8)$$

在高斯过程假设下, 有解析表达式:

$$EI(x) = (\mu(x) - f(x^+) - \xi)\Phi(Z) + \sigma(x)\phi(Z). \quad (9)$$

其中,  $Z = \frac{\mu(x) - f(x^+) - \xi}{\sigma(x)}$ ,  $\Phi$  和  $\phi$  分别表示标准正态分布的累积分布函数和概率密度函数,  $\xi = 0.01$  是平衡探索与利用的参数.

## 1.4 研究动机

DCMOPs 的核心挑战在于目标函数与约束条件的动态耦合变化, 既需实时追踪动态约束 Pareto 前沿 (DCPOF), 又需应对不同场景下变化模式的异质性, 其优化性能直接影响智能调度、能源分配等实际工程问题的效率. 尽管现有研究已提出多类 DCMOEAs, 并构建了覆盖可行域时变、变化强度可控的测试套件<sup>[7]</sup>, 为 DCMOPs 的求解奠定了基础, 但结合 DCMOPs 的动态复杂性与算法设计逻辑深入分析, 现有方法仍在问题特征刻画、预测策略适配、

参数配置效率三方面存在显著不足<sup>[8]</sup>. 其中现有算法多将 DCMOPs 的动态变化笼统视为目标与约束的联合时变整体, 未对变化类型进行精细化划分, 直接导致策略设计缺乏场景针对性: 约束主导变化需强化约束满足优先, 目标主导变化则需侧重前沿追踪速度, 而现有统一化策略难以兼顾两类需求<sup>[6]</sup>, 易出现约束主导场景下收敛滞后、目标主导场景下约束违反率升高的矛盾, 无法为差异化策略设计提供精准的问题特征依据.

为追踪 DCPOF, 现有 DCMOEAs 多采用单一预测器, 未同时考虑变化类型和变化程度, 如可行域从连续分裂为离散, 需侧重可行域边界捕捉的预测器; 而目标函数微调, 应侧重局部开发的预测器. 单一预测器无法覆盖这类差异, 导致在部分场景下难以快速精准地捕捉 CPF 的变化趋势, 要么因预测范围过宽导致种群分散, 要么因预测局限陷入局部最优, 无法为种群进化提供有效指导.

此外, 现有 DCMOEAs 中, 关键参数大多依赖专家经验手动设置. 一方面, 手动调试需反复迭代测试, 耗时且难以覆盖所有 DCMOPs 场景, 对于未知的场景, 已设参数可能不适配; 另一方面, 经验参数无法适配变化类型与参数需求的非线性关联, 对于约束主导变化需更小的约束分类阈值以快速识别变化, 而目标主导变化需更大的目标分类阈值以避免误判, 手动设置易导致参数与场景错配, 最终引发算法在不同 DCMOPs 场景下性能波动大, 稳定性难以保障.

基于上述考量, 本研究提出了一种贝叶斯辅助分类预测的优化算法 (BACP-DCMOA). 下文将详细阐述所提方法的实现细节.

## 2 贝叶斯辅助分类预测的动态约束多目标优化算法

### 2.1 算法整体流程

为了更直观的表述算法总流程, 文中图 1 展示了所提出的 BACP-DCMOA 框架示意图. 如图所示, BACP-DCMOA 主要由分类预测策略和分层预测策略组成, 并由贝叶斯优化策略辅助其参数分配, 具体细节见算法 1. 根据伪代码, 首先加载经贝叶斯优化得到的参数, 为后续策略提供最优配置; 当检测到环境变化时, 通过贝叶斯优化参数执行变化检测, 结合所提出的 CPM 划分四类变化类型, 接着通过贝叶斯优化实现的动态权重调整执行 HPM, 最终依据变化类型与程度匹配定制化预测器, 得到分类预测结果; 若历史数据不足, 则回退至传统方法. 利用预测的 CPF, 通过 HATC 算法对种群进行优化, 分别提取约束 Pareto 解 (CPS) 与无约束 Pareto 解 (UPS), 同时进行性能监控与参数在线微调. 这一过程中, 分类预测与定制化预测器的结合可精准捕捉 CPF 变化趋势, 贝叶斯优化的参数则保障策略适配的高效性, 最终助力种群在收敛性、多样性与可行性间实现动态平衡. 下文将详细介绍贝叶斯参数优化、分类预测策略及分层预测策略的具体实现.

#### 算法 1 BACP-DCMOA

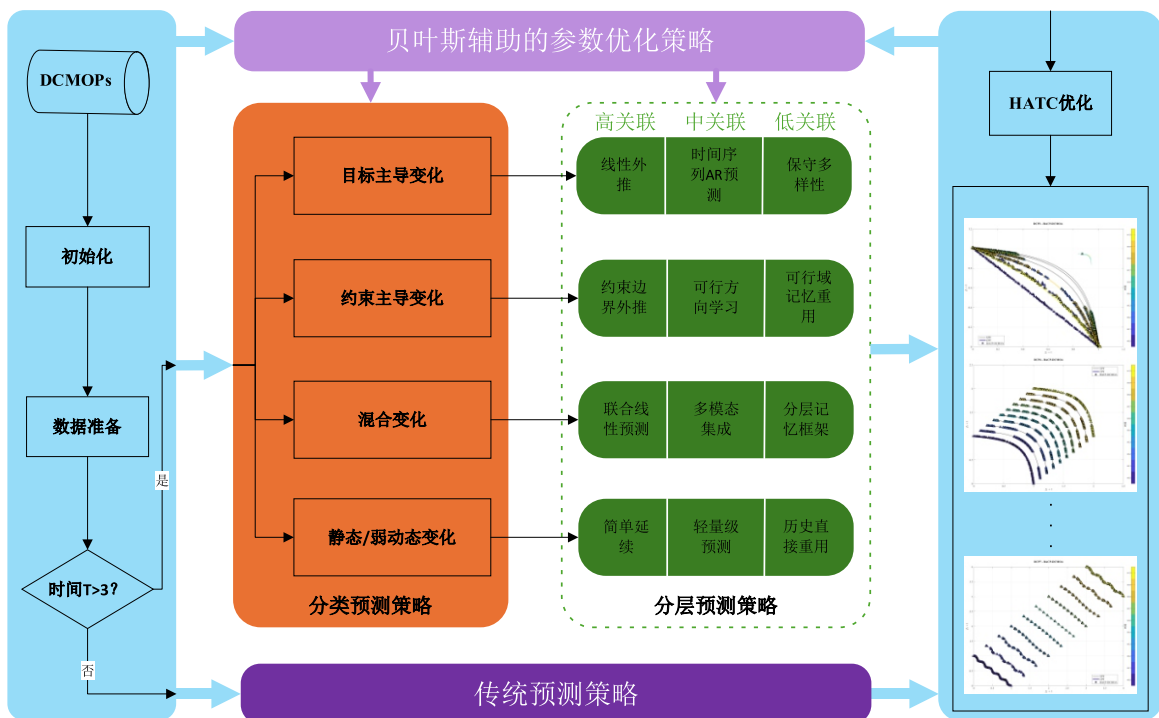


图1 BACP-DCMOA 整体框架

输入:  $F(x, t)$ : 一个 DCMOP;  $N$ : 种群大小;  $Pop_t$ : 时间  $t$  的初始种群

输出:  $CPSs$ : 各时间步的约束 Pareto 最优解集

step1: **while** 若未满足终止条件 **do**  
 step2:  $t \leftarrow 0$ ;  
 step3:  $Pop_t \leftarrow$  生成的初始种群;  
 step4: 加载贝叶斯优化参数;  
 step5: **if** 检测到环境变化 **then**  
 step6:  $t \leftarrow t + 1$ ;  
 step7: **if**  $t \geq 3$   
 step8: 基于贝叶斯参数的变化检测;  
 step9: 调用分类预测策略 (算法 2);  
 step10: 基于贝叶斯的动态权重调整;  
 step11: 调用分层预测策略 (算法 3);  
 step12: 基于分类进行预测器选择;  
 step13:  $Pop_t \leftarrow$  分类预测结果;  
 step14: **else** 历史数据不足, 回退到传统方法;  
 step15: **end**  
 step16: HATC 优化种群  $Pop_t$ ;  
 step17:  $CPS \leftarrow$  提取约束 Pareto 解;  
 step18:  $UPS \leftarrow$  提取无约束 Pareto 解;  
 step19: 性能监控与参数在线微调;  
 step20: **end**  
 step21: **end**

## 2.2 分类预测策略 (CPM)

分类预测策略 (CPM) 旨在精准识别 DCMOPs 的变化类型并匹配定制化预测器, 解决传统 DCMOEs 对变化类型笼统处理、预测器适配性不足的核心缺陷. 根据 1.1 节中对 DCMOPs 的分类, 结合实际中可能出现目标和约束均不随时间变化的情况, 本研究将 DCMOPs 的动态变化类型进一步细化为目标主导变化、约束主导变化、混合变化、静态/弱动态变化.

在算法 2 中详细描述了 CPM 的判断流程. 对于一个 DCMOP, 当环境发生变化时, 基于历史数据可量化其变化幅度, 其中目标空间与决策空间的变化幅度为向量差形式, 因此采用欧几里得范数计算该类变化幅度; 而约束违反度为标量值, 故通过绝对值计算其变化幅度, 具体公式如下:

$$\Delta_{obj} = \frac{1}{N} \sum_i^N \|F_t^i - F_{t-1}^i\|_2, \quad (10)$$

$$\Delta_{dec} = \frac{1}{N} \sum_i^N \|X_t^i - X_{t-1}^i\|_2, \quad (11)$$

$$\Delta_{cv} = \frac{1}{N} \sum_i^N |CV_t^i - CV_{t-1}^i|. \quad (12)$$

为消除各分量量纲差异的影响, 使用历史数据中各变化幅度的全局范围对上述结果进行归一化, 如下:

$$\hat{\Delta}_{obj} = \frac{\Delta_{obj}}{\max_{\forall t, i} F_t^i - \min_{\forall t, i} F_t^i + \xi}, \quad (13)$$

$$\hat{\Delta}_{dec} = \frac{\Delta_{dec}}{\max_{\forall t, i} X_t^i - \min_{\forall t, i} X_t^i + \xi}, \quad (14)$$

$$\hat{\Delta}_{cv} = \frac{\Delta_{cv}}{\max_{\forall t, i} CV_t^i - \min_{\forall t, i} CV_t^i + \xi}. \quad (15)$$

最后, 综合归一化后的各维度变化幅度, 计算得到环境的总变化幅度, 如下:

$$\hat{\Delta}_{total} = \hat{\Delta}_{obj} + \hat{\Delta}_{dec} + \hat{\Delta}_{cv} + \varepsilon. \quad (16)$$

其中,  $\Delta_{obj}$  为目标空间变化幅度,  $\Delta_{dec}$  为决策空间变化幅度,  $\Delta_{cv}$  为约束违反变化幅度,  $N$  是种群大小,  $F_t^i$  为第  $i$  个个体在时间  $t$  的目标向量,  $X_t^i$  为第  $i$  个个体在时间  $t$  的决策向量,  $CV_t^i$  为第  $i$  个个体在时间  $t$  的约束违反值,  $\xi$  和  $\varepsilon$  均为避免除零的小常数. 基于以上定义, 可进一步计算其目标函数变化率  $R_{obj} = \frac{\hat{\Delta}_{obj}}{\hat{\Delta}_{total}}$

和约束违反变化率  $R_{cv} = \frac{\hat{\Delta}_{cv}}{\hat{\Delta}_{total}}$ . 之后调用经贝叶斯优化的分类阈值  $\theta^* = \{\theta_{obj}^*, \theta_{cv}^*, \theta_{mixed}^*\}$ . 当  $\Delta_{obj} + \Delta_{cv} < 0.1\tau$  时, 则直接判定为静态/弱动态变化. 当满足  $\Delta_{cv} > \tau \times \theta_{con}^*$ 、 $R_{cv} > 0.4$  且  $R_{cv} > 1.5R_{obj}$ , 则判定为约束主导变化. 当满足  $\Delta_{obj} > \tau \times \theta_{obj}^*$ 、 $R_{obj} > 0.5$  且  $R_{obj} > 1.5R_{cv}$ , 则判定为目标主导变化. 若上述三类条件均不满足, 则通过公式 (17) 计算混合变化类型的证据值:

$$E_{mixed} = 0.4I_{both} + 0.3I_{no} + 0.3H_{his}. \quad (17)$$

其中, 当目标和约束变化均显著时, 即  $\Delta_{obj} > \tau \times \theta_{obj}^*$  且  $\Delta_{cv} > \tau \times \theta_{con}^*$  时  $I_{both} = 1$ , 其余均为 0; 当且仅当非目标主导变化、非约束主导变化且目标和约束至少有一个显著时  $I_{no} = 1$ , 其余均为 0;  $H_{his}$  表示是历史混合变化在总时间步数中所占比例, 可有效防止干扰引起的混合变化类型判断错误. 若  $E_{mixed} > \theta_{mix}^*$  时, 则判定为混合变化, 否则重新分配主导类型.

### 算法 2 分类预测策略 (CPM)

输入: 历史数据, 贝叶斯优化阈值

输出: 变化类型, 置信度, 基础策略选择

step1: 初始化;

step2: 计算多维度变化幅度, 如公式 (10)-(16);

step3: 加载贝叶斯优化阈值;  
step4: **if**  $\Delta_{obj} + \Delta_{cv} < 0.1\tau$  **then**  
step5: 静态/弱动态变化;  
step6: **else if**  $\Delta_{cv} > \tau \times \theta_{con}^*$  **&&**  $R_{cv} > 0.4$  **&&**  
 $R_{cv} > 1.4R_{obj}$  **then**  
step7: 约束主导变化;  
step8: **else if**  $\Delta_{obj} > \tau \times \theta_{obj}^*$  **&&**  $R_{obj} > 0.5$   
**&&**  $R_{obj} > 1.5R_{cv}$  **then**  
step9: 目标主导变化;  
step10: **else**  
step11: 计算混合变化类型证据, 公式 (17);  
step12: **if**  $E_{mixed} > \theta_{mix}^*$  **then**  
step13: 混合变化;  
step14: **else**  
step15: 重新分配主导类型;  
step16: **if**  $R_{obj} > 1.2R_{cv}$  **then**  
step17: 目标主导变化;  
step18: **else if**  $R_{cv} > 1.2R_{obj}$  **then**  
step19: 约束主导变化;  
step20: **else**  
step21: 混合变化;  
step22: **end**  
step23: **end**  
step24: **end**

### 2.3 分层预测策略 (HPM)

分层预测策略 (HPM) 以 CGLP<sup>[22]</sup> 的相关性分层思想为基础, 结合 CPM 的变化类型判定结果进行改进, 同步兼顾解的关联特征差异与预测器的场景适配性. 针对约束条件的动态变化, 高关联组的个体与历史变化趋势高度一致, 算法使用约束感知预测或激进线性外推, 使其沿可行方向快速推进; 中关联组采用可行方向学习和时间序列 AR 预测等方法, 基于个体历史约束违反的改进情况动态调整步长, 既保持收敛速度又避免过度偏离可行域; 而对于低关联组则负责维持种群多样性, 算法使用可行域记忆重用和多样性保持预测策略, 根据个体的可行/不可行状态施加不同程度的随机扰动. 具体流程如算法 3 所示, HPM 以 CPM 输出的变化类型、历史数据及贝叶斯优化权重为输入, 其首先加载贝叶斯优化的权重向量  $\omega^* = \{\omega_h^*, \omega_m^*, \omega_l^*\}$ , 结合解的进化轨迹、目标梯度等特征, 计算每个解关联度得分, 并按得分降序排序. 随后, 引入动态调整因子  $\alpha = \{\alpha_{severity}, \alpha_{pattern}\}$  对基础比例进行修正, 修正公式如下所示:

$$\omega = \omega^* \cdot \alpha_{severity} \cdot \alpha_{pattern} \quad (18)$$

其中,  $\alpha_{severity}$  为变化程度因子,  $\alpha_{pattern}$  为变化模式因子,  $\omega = \{\omega_h, \omega_m, \omega_l\}$  为修正后的权重向量, 在此基础上, 基于修正后的权重向量完成种群的关联度分组, 如下:

$$N_h = \lfloor \omega_h \times N \rfloor, \quad (19)$$

$$N_m = \lfloor \omega_m \times N \rfloor, \quad (20)$$

$$N_l = N - N_h - N_m. \quad (21)$$

其中,  $N$  为初始种群大小,  $N_h$ 、 $N_m$  和  $N_l$  分别为高关联组、中关联组和低关联组的个体数量. 最终参照表 1 所示规则, 为不同分组适配定制化预测器, 输出与 DCPOF 趋势精准匹配的预测种群  $Pop_t$ .

表1 预测策略分配表

|          | 高关联组   | 中关联组     | 低关联组    |
|----------|--------|----------|---------|
| 目标主导变化   | 线性外推   | 时间序列AR预测 | 保守多样性   |
| 约束主导变化   | 约束边界外推 | 可行方向学习   | 可行域记忆重用 |
| 混合变化     | 联合线性预测 | 多模态集成    | 分层记忆框架  |
| 静态/弱动态变化 | 简单延续   | 轻量级预测    | 历史直接重用  |

### 算法3 分层预测策略 (HPM)

输入: 历史数据, 变化类型, 贝叶斯优化权重  
输出: 关联度向量, 分组信息, 预测种群  $Pop_t$

step1: 加载贝叶斯优化权重;  
step2: 计算每个解的关联度得分;  
step3: 按关联度降序排序;  
step4: 自适应分组;  
step5: 基于不同分类与分层进行预测器选择;  
step6: 检查边界约束与多样性;  
step7: 输出预测种群  $Pop_t$ ;

### 2.4 贝叶斯辅助的参数优化策略 (BAPOM)

为解决传统 DCMOEs 依赖专家经验手动配置关键参数, 适配性差且调试效率低下的核心缺陷, 本研究将贝叶斯优化方法融入总优化框架, 构建离线预优化和在线微调的双阶段参数优化机制, 实现 CPM 分类阈值与 HPM 关联组权重的自动化寻优.

在离线阶段, 利用贝叶斯优化在已知真实 Pareto 前沿的 DCP 标准测试集问题上, 以最小化平均 IGD 为目标, 离线搜索最优参数配置, 该测试问题集涵盖了现实世界中 DCMOPs 的典型特征, 包含可行域的复杂变化、可控的变化强度以及狭窄的可行区域<sup>[7]</sup>, 该参数优化策略的架构如图 2 所示. 在贝叶斯参数优化过程中, 核心优化参数为  $P^* = \{\theta_i^*, \omega_i^*, \alpha^*, \beta^*\}$ , 其中  $\alpha^*$  为最优调整因子,  $\beta^*$  为最优置信度权重, 阈值初始设定搜索空间为  $\theta_{obj}^* \in [0.15, 0.25]$ 、 $\theta_{con}^* \in$

$[0.1, 0.2]$ 、 $\theta_{mix}^* \in [0.75, 0.85]$ , 将目标函数定义为加权平均的反向世代距离 IGD:

$$f(x) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \rho_i \cdot IGD_i(x). \quad (22)$$

其中,  $M$ 表示测试问题数量, 权重 $\rho_i \in \{1, 1.2, 2\}$ 基于问题类型进行分配. 由于完整算法评估成本高, 采用启发式估计:

$$IGD_{est}(x, problem) = IGD(problem) + \lambda \cdot P(x). \quad (23)$$

其中,  $IGD_{est}$ 为估计的IGD值,  $\lambda$ 为惩罚系数, 惩罚项 $P(x)$ 包括:

$$P_{thres} = \sum |\theta_i - \theta_i^*|, \quad (24)$$

$$P_{weight} = \sum |\omega_i - 1|, \quad (25)$$

$$P_{dist} = \sum |\omega'_i - \omega_i^*|. \quad (26)$$

其中,  $P_{thres}$ 为阈值偏差惩罚项,  $P_{weight}$ 为权重合理性惩罚项,  $P_{dist}$ 为权重分布惩罚项.

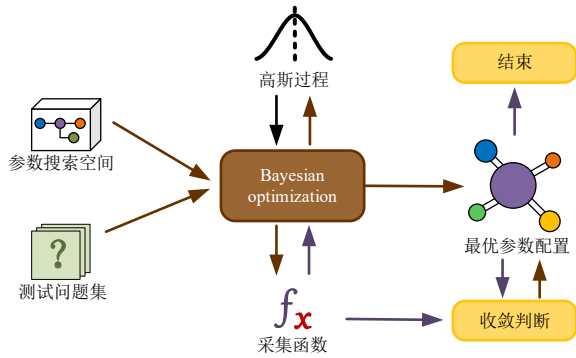


图2 BAPOM 结构图

离线优化阶段结束后, 得到贝叶斯优化的最优参数  $P^* = \{\theta_i^*, \omega_i^*, \alpha^*, \beta^*\}$ . 在 BACP-DCMOA 算法实际运行过程中, 将贝叶斯参数优化离线运行所得最优参数直接嵌入算法框架中, 首先通过优化分类阈值识别当前环境的变化类型, 再基于优化权重系数动态分配高、中、低关联组的分配比例. 该参数迁移策略的有效性, 依托于 DCP 测试问题集对 DCMOPs 典型动态场景的覆盖, 使参数能够学习到应对不同场景的通用策略, 可充分保障最优参数的跨场景泛化能力.

算法 4 描述了贝叶斯辅助的参数优化策略的执行过程, 包含初始化、迭代优化与收敛判断三个关键阶段. 初始化阶段使用拉丁超立方采样<sup>[23]</sup>生成初始点集, 对每个初始配置评估目标函数值, 构建初始数据集  $D_0$ . 在迭代优化阶段, 首先进行模型训练, 基于当前数据集  $D_t$  训练高斯过程代理模型, 通过该模型拟合参数与目标函数间的映射关系并量化预测不确

定性; 随后进入候选点选择环节, 以最大化  $EI$  函数为采集准则获取下一个评估点:

$$x_{t+1} = \underset{x \in X}{argmax} EI_t(x). \quad (27)$$

完成候选点确定后, 在 19 个 DCMOPs 测试问题上对目标函数  $f(x_{t+1})$  进行性能评估, 最终对数据集进行更新, 即  $D_{t+1} = D_t \cup \{(x_{t+1}, f(x_{t+1}))\}$ . 收敛判断阶段设置三重停止条件, 满足任一条件即可终止迭代: 一是连续 10 轮迭代过程中, 最优目标函数值的改进幅度均小于  $10^{-4}$ , 表明参数性能已趋于稳定; 二是  $EI$  函数的最大值低于  $10^{-6}$ , 意味着参数空间内已无显著潜力的优化区域, 此时迭代终止并输出全局最优参数组合; 三是达到预设的最大评估次数  $K = 40$ .

**算法 4:** 贝叶斯辅助的参数优化策略 (BAPOM)

输入: 测试问题集; 参数搜索空间

输出: 最优参数配置

step1: **for**  $i = 1 : K$  **do**

step2: 构建高斯过程模型, 如公式 (7);

step3: 通过  $EI$  函数选择下一个评估点, 如公式 (9);

step4: 评估新点;

step5: 更新最佳配置;

step6:  $t \leftarrow t + 1$ ;

step7: **if** 检测到收敛 **then**

step8: **break**;

step9: **end**

step10: **end**

step11: 验证参数合理性;

step12: 结果保存;

## 2.5 四维分类互斥性分析

本文提出的分类预测策略采用层次化决策树结构判别环境变化类型. 各类型的判断条件均基于量化指标设计, 确保四种类型在数学意义上互斥, 即任一组观测数据仅能唯一地满足其中一个类型的判别条件. 下面详细阐述各类型条件的数学定义及其互斥性证明, 同时说明判定体系的完备性保障机制.

1) 静态/弱动态变化与其他动态类型的互斥性证明:

静态/弱动态变化要求  $\Delta_{obj} + \Delta_{cv} < 0.1\tau$ , 而其他动态变化类型均要求至少一个维度的变化显著, 即  $\Delta_{obj} > \tau \times \theta_{obj}^*$  或  $\Delta_{cv} > \tau \times \theta_{con}^*$ , 由于  $\theta_{obj}^* \geq 0.15$ 、 $\theta_{con}^* \geq 0.1$ , 则  $\Delta_{obj} + \Delta_{cv} \geq 0.25\tau$ , 故静态/弱动态变化与其他动态变化类型无法同时成立.

2) 目标主导变化与约束主导变化的互斥性证明:

假设某样本同时满足目标主导变化和约束主导变化的判断条件, 则有  $R_{cv} > 1.5R_{obj}$  且  $R_{obj} > 1.5R_{cv}$ , 联立可得:

$$1.5R_{cv} < R_{obj} < \frac{R_{cv}}{1.5}. \quad (28)$$

显然矛盾, 故假设不成立, 目标主导变化与约束主导变化严格互斥.

3) 混合变化与主导性变化的互斥性证明:

混合变化的判定建立在静态/弱动态变化、目标主导变化与约束主导变化判别条件均不成立的基础上, 因此混合变化与主导性类型自然互斥.

4) 完备性保证:

当静态/弱动态变化、目标主导变化与约束主导变化均不成立且  $E_{mixed} \leq \theta_{mix}^*$  时, 算法根据  $R_{obj}$  与  $R_{cv}$  的相对大小将样本强制归为目标主导变化、约束主导变化和混合变化, 该回退机制确保所有可能的观测数据均能被唯一地划分到某一变化类型, 有效避免无类型的模糊状态.

### 3 实验研究

#### 3.1 对比算法

所提出的 BACP-DCMOA 算法与多种前沿算法进行了对比测试, 包括 dCMOEA<sup>[13]</sup>、TDCEA<sup>[7]</sup>、DCNSGA-III<sup>[6]</sup>、SGEA<sup>[24]</sup> 及 HATC<sup>[8]</sup>. 其中 DCNSGA-III 是对 NSGA-III 进行改进以求解 DCMOPs, dCMOEA 通过引入配对选择策略与种群选择算子来提升进化效率, TDCEA 则致力于为进化过程提供更具潜力的初始种群, SGEA 通过稳态进化与归档集机制来平衡探索与开发能力, 而 HATC 设计了一种新型双态辅助任务来促进主任务的演化, 特别值得注意的是, TDCEA 与 HATC 均采用了辅助任务进行协同优化. 这些对比算法均属于具有代表性的 DCMOEA, 在处理 DCMOPs 时已展现出竞争优势. 为确保公平比较, 各对比算法的参数设置均与其原始论文保持一致.

#### 3.2 测试问题

所有对比算法均在两个基准测试套件上进行评估. 第一个是包含 DCF1-DCF10 的 IEEE CEC 2023 动态多目标基准问题套件<sup>[25]</sup>, 第二个是包含 DCP1-DCP9 的 DCP 套件<sup>[7]</sup>, 该套件涵盖了现实世界 DCMOPs 的典型特征. 这两个基准套件涉及动态变化的形状、强度、位置、变量关联性等多重特征.

#### 3.3 性能指标

采用两个性能指标来评估算法有效性: 平均反向世代距离 (MIGD) 和平均超体积 (MHV), 其定义

如下:

平均反向世代距离: IGD 是一种通过估算真实 CPF 与估计 CPF 之间差异来评估算法收敛性和多样性的常用指标, IGD 值越小表明整体性能越优<sup>[26]</sup>, 其数学定义为:

$$IGD(CPF^*, CPF) = \frac{\sum_{p^* \in CPF^*} \min_{p \in CPF} \|p^* - p\|}{|CPF^*|}. \quad (29)$$

其中,  $CPF^*$  是真实的 CPF,  $CPF$  为估计 CPF. 对于 DCMOPs, IGD 计算次数会随环境变化频率而波动, 因此引入新指标 MIGD, 其计算方式为多次环境变化中 IGD 值的平均值, 从而更全面评估 DCMOEA 性能<sup>[27]</sup>, MIGD 定义为:

$$MIGD(CPF_t^*, CPF_t) = \frac{\sum_{t \in T} IGD(CPF_t^*, CPF_t)}{|T|}. \quad (30)$$

其中,  $T$  是运行中的一组离散时间点,  $|T|$  为  $T$  的基数.

平均超体积指标: HV 指标用于衡量由估计 PF 所组成的支配区域体积<sup>[28]</sup>, HV 值越大表明整体性能越优, 该指标可定义为:

$$HV(CPF, ref) = \wedge \left( \bigcup_{p \in CPF} \{p' | ref \succ p' \succ p\} \right). \quad (31)$$

其中,  $\wedge$  表示勒贝格测度,  $ref$  为参考点, MHV 即 HV 值的平均数.

#### 3.4 参数设置

参数  $t$  控制着 DCMOPs 的演变规律, 其定义为  $t = \frac{1}{n_t} \lfloor \tau / \tau_t \rfloor$ , 其中  $n_t$ 、 $\tau$  和  $\tau_t$  分别表示变化强度、迭代次数和变化频率. 根据定义, 环境变化会以  $\tau_t$  为固定间隔发生, 每次环境变化时, 时间变量  $t$  会递增  $n_t$  单位.

本研究中, 种群规模、空间边界值以及决策变量维度在每次优化运行过程中均保持固定, 所有算法的关键参数设置如下:

- 1) 决策变量维度: 每个问题设置 10 个变量;
- 2) 种群规模  $N$ : 所有算法统一设置为 100;
- 3) 运行次数: 每个问题独立运行 20 次;
- 4) 动态参数设置:  $n_t$  分别取 5 和 10,  $\tau_t$  分别取 30 和 50, 构成 4 种不同的动态参数配置方案;
- 5) 环境变化次数: 动态环境在整个优化过程中变化 60 次, 在首次变化前, 执行 60 代运算, 则总迭代数设定为  $60 + 60 \times \tau_t$ .

#### 3.5 实验结果与分析

表 2 展示了测试套件 DCF 和 DCP 上 MIGD 指

标的均值与标准差, 其中, 所有对比算法在各测试问题上取得的最佳值均以粗体标出. 此外, 本研究采用

置信度为 95% 的 Wilcoxon 秩和检验<sup>[29]</sup> 来分析实验结果中观测到的显著性差异, 符号“+”、“-”和“=”

表2 不同参数设置下各算法在动态约束多目标测试问题上获得的 MIGD 均值与标准差

| Problem | $n_t, \tau_t$ | dCMOEA                  | TDCEA                   | DCNSGA-III                     | SGEA                    | HATC                           | BACP-DCMOA                  |
|---------|---------------|-------------------------|-------------------------|--------------------------------|-------------------------|--------------------------------|-----------------------------|
| DCF1    | 5, 30         | 5.330e-01(2.405e-03)(-) | 5.149e-01(1.330e-03)(-) | 4.312e-01(1.782e-02)(-)        | 8.711e-01(6.040e-02)(-) | 5.305e-02(7.204e-03)(-)        | <b>4.793e-02(3.029e-03)</b> |
|         | 10, 30        | 5.379e-01(1.539e-03)(-) | 5.265e-01(1.033e-03)(-) | 3.744e-01(1.727e-02)(-)        | 9.186e-01(5.851e-02)(-) | <b>3.114e-02(2.522e-03)(+)</b> | 3.542e-02(2.122e-03)        |
|         | 5, 50         | 5.305e-01(1.690e-03)(-) | 5.101e-01(1.454e-03)(-) | 4.644e-01(2.029e-02)(-)        | 8.750e-01(6.069e-02)(-) | <b>4.024e-02(2.268e-03)(=)</b> | 4.042e-02(1.750e-03)        |
|         | 10, 50        | 5.351e-01(2.069e-03)(-) | 5.250e-01(5.920e-04)(-) | 4.023e-01(1.376e-02)(-)        | 1.011e+00(1.120e-01)(-) | <b>2.559e-02(1.308e-03)(+)</b> | 2.921e-02(1.097e-03)        |
| DCF2    | 5, 30         | 5.062e-02(3.387e-03)(-) | 7.640e-02(6.398e-03)(-) | 6.602e-02(2.276e-03)(-)        | 2.531e-01(1.494e-02)(-) | 1.817e-02(3.292e-03)(-)        | <b>1.011e-02(2.766e-03)</b> |
|         | 10, 30        | 2.766e-02(1.945e-03)(-) | 3.591e-02(2.160e-03)(-) | 3.681e-02(2.019e-03)(-)        | 1.922e-01(1.186e-02)(-) | 1.768e-02(3.761e-03)(-)        | <b>9.554e-03(2.416e-03)</b> |
|         | 5, 50         | 1.114e-02(1.006e-03)(-) | 2.489e-02(2.593e-03)(-) | 1.882e-02(1.164e-03)(-)        | 2.334e-01(1.665e-02)(-) | 6.005e-03(1.170e-03)(-)        | <b>5.122e-03(1.286e-03)</b> |
|         | 10, 50        | 8.182e-03(1.618e-03)(-) | 1.190e-02(1.133e-03)(-) | 1.239e-02(1.174e-03)(-)        | 1.886e-01(1.923e-02)(-) | 4.869e-03(6.603e-04)(-)        | <b>4.051e-03(3.071e-04)</b> |
| DCF3    | 5, 30         | 2.904e-02(1.017e-03)(-) | 9.625e-02(8.725e-03)(-) | 4.747e-02(1.322e-03)(-)        | 2.803e-01(4.066e-02)(-) | 7.165e-03(1.247e-04)(-)        | <b>6.854e-03(1.212e-04)</b> |
|         | 10, 30        | 1.507e-02(3.778e-04)(-) | 2.937e-02(1.241e-03)(-) | 2.317e-02(8.012e-04)(-)        | 1.433e-01(2.803e-02)(-) | 5.717e-03(4.846e-05)(-)        | <b>5.649e-03(5.594e-05)</b> |
|         | 5, 50         | 8.775e-03(3.295e-04)(-) | 2.496e-02(1.641e-03)(-) | 1.303e-02(4.017e-04)(-)        | 1.985e-01(3.005e-02)(-) | 5.418e-03(2.454e-05)(-)        | <b>5.363e-03(3.466e-05)</b> |
|         | 10, 50        | 6.775e-03(1.399e-04)(-) | 1.265e-02(2.454e-04)(-) | 8.741e-03(2.772e-04)(-)        | 7.566e-02(3.343e-03)(-) | 5.198e-03(2.291e-05)(-)        | <b>5.145e-03(2.665e-05)</b> |
| DCF4    | 5, 30         | 2.298e-01(1.974e-03)(-) | 2.268e-01(1.233e-03)(-) | 4.988e-01(1.533e-02)(-)        | 5.471e-01(2.956e-02)(-) | 1.743e-01(5.528e-02)(-)        | <b>7.030e-02(1.499e-02)</b> |
|         | 10, 30        | 2.264e-01(1.878e-03)(-) | 2.272e-01(9.941e-04)(-) | 4.472e-01(1.549e-02)(-)        | 5.629e-01(3.025e-02)(-) | 1.013e-01(4.014e-02)(-)        | <b>3.587e-02(7.604e-03)</b> |
|         | 5, 50         | 2.239e-01(3.376e-03)(-) | 2.217e-01(9.685e-04)(-) | 4.869e-01(1.555e-02)(-)        | 5.564e-01(4.888e-02)(-) | 1.128e-01(2.735e-02)(-)        | <b>5.670e-02(1.052e-02)</b> |
|         | 10, 50        | 2.223e-01(1.573e-03)(-) | 2.221e-01(1.040e-03)(-) | 4.332e-01(1.280e-02)(-)        | 6.091e-01(4.004e-02)(-) | 4.304e-02(1.380e-02)(-)        | <b>2.468e-02(3.084e-03)</b> |
| DCF5    | 5, 30         | 1.340e-01(3.217e-03)(-) | 2.455e-01(3.764e-02)(-) | 1.123e-01(3.788e-03)(-)        | 1.305e+00(1.559e-01)(-) | <b>7.984e-03(1.313e-04)(=)</b> | 8.062e-03(1.918e-04)        |
|         | 10, 30        | 1.171e-01(1.319e-03)(-) | 1.330e-01(2.552e-03)(-) | 5.002e-02(1.634e-03)(-)        | 1.033e+00(2.740e-01)(-) | 6.353e-03(2.963e-04)(-)        | <b>6.177e-03(6.954e-05)</b> |
|         | 5, 50         | 1.009e-01(7.026e-04)(-) | 1.122e-01(2.206e-03)(-) | 4.086e-02(1.136e-03)(-)        | 1.297e+00(1.582e-01)(-) | 5.601e-03(4.836e-05)(-)        | <b>5.580e-03(5.642e-05)</b> |
|         | 10, 50        | 1.042e-01(1.788e-04)(-) | 1.079e-01(4.119e-04)(-) | 2.380e-02(1.107e-03)(-)        | 1.029e+00(1.897e-01)(-) | 5.214e-03(4.669e-05)(-)        | <b>5.127e-03(2.454e-05)</b> |
| DCF6    | 5, 30         | 4.050e-01(3.592e-02)(-) | 3.135e-01(2.267e-02)(-) | 1.564e-01(1.624e-02)(-)        | 9.162e-01(7.955e-02)(-) | 1.091e-02(6.207e-03)(-)        | <b>7.258e-03(2.249e-03)</b> |
|         | 10, 30        | 1.380e-01(4.074e-02)(-) | 8.789e-02(8.381e-03)(-) | 4.384e-02(2.835e-03)(-)        | 5.956e-01(5.744e-02)(-) | 8.657e-03(6.425e-03)(-)        | <b>6.895e-03(2.729e-03)</b> |
|         | 5, 50         | 2.144e-01(2.938e-02)(-) | 1.058e-01(1.263e-02)(-) | 5.892e-02(6.242e-03)(-)        | 8.822e-01(1.125e-01)(-) | 6.284e-03(3.364e-03)(=)        | <b>6.114e-03(2.511e-03)</b> |
|         | 10, 50        | 5.472e-02(1.984e-02)(-) | 2.680e-02(1.314e-03)(-) | 1.647e-02(1.833e-03)(-)        | 4.058e-01(4.657e-02)(-) | 6.405e-03(4.168e-03)(-)        | <b>4.949e-03(2.228e-03)</b> |
| DCF7    | 5, 30         | 9.128e-01(1.368e-03)(-) | 9.207e-01(2.460e-02)(-) | 4.178e-02(2.124e-03)(-)        | 7.220e-01(1.002e-01)(-) | 1.787e-02(1.073e-03)(-)        | <b>1.671e-02(8.994e-04)</b> |
|         | 10, 30        | 9.088e-01(1.569e-03)(-) | 8.935e-01(1.582e-02)(-) | <b>2.286e-02(1.614e-03)(+)</b> | 4.333e-01(1.723e-02)(-) | 2.471e-02(9.653e-04)(-)        | 2.384e-02(9.950e-04)        |
|         | 5, 50         | 9.032e-01(6.153e-04)(-) | 8.757e-01(1.904e-02)(-) | 2.577e-02(3.952e-03)(-)        | 5.791e-01(3.830e-02)(-) | 1.887e-02(7.406e-04)(-)        | <b>1.782e-02(6.233e-04)</b> |
|         | 10, 50        | 9.017e-01(1.662e-03)(-) | 8.556e-01(2.360e-02)(-) | <b>1.527e-02(1.425e-03)(+)</b> | 3.945e-01(1.210e-02)(-) | 2.716e-02(5.818e-04)(=)        | 2.726e-02(8.227e-04)        |
| DCF8    | 5, 30         | 1.972e-02(7.691e-04)(-) | 2.038e-02(1.120e-03)(-) | 9.879e-02(1.037e-02)(-)        | 3.477e-01(5.509e-02)(-) | <b>9.003e-03(1.021e-04)(+)</b> | 9.350e-03(1.384e-04)        |
|         | 10, 30        | 1.636e-02(2.283e-04)(-) | 1.661e-02(2.231e-04)(-) | 1.135e-01(1.402e-02)(-)        | 2.793e-01(6.782e-02)(-) | <b>8.563e-03(1.068e-04)(+)</b> | 9.102e-03(1.052e-04)        |
|         | 5, 50         | 1.489e-02(2.019e-04)(-) | 1.439e-02(9.131e-05)(-) | 1.762e-01(1.975e-02)(-)        | 2.777e-01(4.186e-02)(-) | <b>7.294e-03(5.825e-05)(+)</b> | 7.369e-03(4.416e-05)        |
|         | 10, 50        | 1.488e-02(7.496e-05)(-) | 1.457e-02(7.151e-05)(-) | 1.655e-01(1.043e-02)(-)        | 3.223e-01(8.495e-02)(-) | <b>7.187e-03(5.639e-05)(+)</b> | 7.329e-03(5.663e-05)        |
| DCF9    | 5, 30         | 1.595e-01(7.432e-03)(-) | 1.520e-01(1.247e-02)(-) | 1.631e-01(6.141e-03)(-)        | 4.641e-01(7.774e-02)(-) | 1.029e-02(3.249e-03)(-)        | <b>8.128e-03(2.865e-04)</b> |
|         | 10, 30        | 5.251e-02(3.281e-03)(-) | 4.897e-02(1.054e-03)(-) | 8.831e-02(9.718e-03)(-)        | 2.246e-01(3.992e-02)(-) | 3.491e-02(2.852e-02)(-)        | <b>8.301e-03(4.341e-04)</b> |
|         | 5, 50         | 1.116e-01(4.544e-03)(-) | 1.155e-01(1.052e-02)(-) | 1.016e-01(5.540e-03)(-)        | 4.595e-01(5.801e-02)(-) | 8.663e-03(2.546e-03)(-)        | <b>6.663e-03(2.225e-04)</b> |
|         | 10, 50        | 3.824e-02(1.434e-03)(-) | 3.571e-02(2.889e-04)(-) | 3.395e-02(5.368e-03)(-)        | 2.062e-01(2.682e-02)(-) | 1.529e-02(9.473e-03)(-)        | <b>7.180e-03(3.076e-04)</b> |
| DCF10   | 5, 30         | 2.392e-01(2.542e-02)(-) | 4.750e-01(3.844e-02)(-) | 2.215e-01(1.622e-02)(-)        | 1.473e+00(1.120e-01)(-) | <b>1.324e-02(6.620e-04)(+)</b> | 1.520e-02(1.331e-03)        |
|         | 10, 30        | 1.282e-01(2.143e-02)(-) | 2.381e-01(1.859e-02)(-) | 1.115e-01(1.029e-02)(-)        | 5.598e-01(4.804e-02)(-) | 7.665e-03(1.691e-04)(-)        | <b>7.499e-03(2.938e-04)</b> |
|         | 5, 50         | 1.823e-01(1.589e-02)(-) | 1.967e-01(1.631e-02)(-) | 1.140e-01(1.359e-02)(-)        | 1.098e+00(1.322e-01)(-) | 6.074e-03(1.297e-04)(=)        | <b>5.952e-03(1.222e-04)</b> |
|         | 10, 50        | 7.142e-02(9.996e-03)(-) | 8.779e-02(1.222e-02)(-) | 3.712e-02(5.903e-03)(-)        | 4.957e-01(6.642e-02)(-) | 5.492e-03(9.026e-05)(-)        | <b>5.310e-03(8.265e-05)</b> |
| DCP1    | 5, 30         | 9.632e-01(5.660e-03)(-) | 9.829e-01(1.575e-02)(-) | 1.063e-01(5.086e-02)(-)        | 5.523e-01(1.529e-02)(-) | <b>9.036e-03(5.295e-04)(+)</b> | 9.857e-03(4.582e-04)        |
|         | 10, 30        | 9.228e-01(3.455e-03)(-) | 9.369e-01(8.443e-03)(-) | 4.857e-02(3.060e-03)(-)        | 5.568e-01(1.396e-02)(-) | <b>1.379e-02(5.101e-04)(+)</b> | 1.457e-02(4.844e-04)        |
|         | 5, 50         | 9.071e-01(2.100e-03)(-) | 9.369e-01(7.900e-03)(-) | 3.112e-02(2.138e-03)(-)        | 5.243e-01(1.844e-02)(-) | 8.975e-03(5.426e-04)(=)        | <b>8.744e-03(5.028e-04)</b> |
|         | 10, 50        | 8.992e-01(1.329e-03)(-) | 8.950e-01(2.540e-03)(-) | <b>1.346e-02(1.253e-03)(+)</b> | 4.561e-01(1.408e-02)(-) | 1.524e-02(5.131e-04)(=)        | 1.543e-02(6.722e-04)        |
| DCP2    | 5, 30         | 3.054e-01(1.518e-02)(-) | 3.922e-01(1.675e-02)(-) | 1.892e-01(7.240e-03)(-)        | 9.912e-01(5.284e-02)(-) | <b>1.652e-02(1.594e-03)(+)</b> | 1.776e-02(9.966e-04)        |
|         | 10, 30        | 3.109e-01(1.031e-02)(-) | 3.516e-01(1.348e-02)(-) | 1.883e-01(5.591e-03)(-)        | 5.685e-01(3.948e-02)(-) | 1.692e-02(1.210e-04)(-)        | <b>1.659e-02(4.187e-04)</b> |
|         | 5, 50         | 2.155e-01(1.039e-02)(-) | 2.825e-01(1.027e-02)(-) | 1.107e-01(6.271e-03)(-)        | 9.729e-01(4.502e-02)(-) | 1.394e-02(2.395e-04)(=)        | <b>1.344e-02(1.084e-03)</b> |
|         | 10, 50        | 2.550e-01(7.788e-03)(-) | 2.922e-01(1.221e-02)(-) | 1.273e-01(5.762e-03)(-)        | 5.245e-01(2.284e-02)(-) | 1.560e-02(5.612e-05)(-)        | <b>1.547e-02(3.563e-04)</b> |
| DCP3    | 5, 30         | 2.346e+00(2.977e-02)(-) | 2.389e+00(2.295e-02)(-) | 1.585e+00(3.162e-02)(-)        | 1.975e+00(5.381e-02)(-) | 1.378e+00(1.026e-01)(-)        | <b>9.915e-01(1.124e-01)</b> |
|         | 10, 30        | 2.285e+00(2.482e-02)(-) | 2.322e+00(2.380e-02)(-) | 1.573e+00(2.853e-02)(-)        | 1.802e+00(4.915e-02)(-) | <b>7.572e-01(3.027e-01)(=)</b> | 8.784e-01(9.437e-02)        |
|         | 5, 50         | 2.182e+00(6.027e-02)(-) | 2.273e+00(3.310e-02)(-) | 1.415e+00(4.014e-02)(-)        | 2.031e+00(6.513e-02)(-) | <b>2.835e-01(2.259e-01)(+)</b> | 3.683e-01(2.632e-01)        |
|         | 10, 50        | 2.164e+00(4.402e-02)(-) | 2.275e+00(3.569e-02)(-) | 1.450e+00(2.815e-02)(-)        | 1.878e+00(4.848e-02)(-) | <b>1.913e-01(2.135e-02)(+)</b> | 6.261e-01(1.660e-01)        |

表 2 (续)

| Problem  | $n_t, \bar{\tau}_t$ | dCMOEA                  | TDCEA                   | DCNSGA-III              | SGEA                    | HATC                           | BACP-DCMOA                  |
|----------|---------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|--------------------------------|-----------------------------|
| DCP4     | 5, 30               | 2.003e-02(1.056e-03)(-) | 1.279e-02(7.838e-05)(-) | 2.273e-02(7.444e-04)(-) | 2.015e-02(7.139e-04)(-) | 3.250e-03(1.836e-05)(=)        | <b>3.247e-03(2.074e-05)</b> |
|          | 10, 30              | 3.393e-02(4.922e-03)(-) | 1.504e-02(6.624e-05)(-) | 3.515e-02(2.042e-03)(-) | 2.479e-02(4.910e-04)(-) | 5.100e-03(2.625e-03)(-)        | <b>3.129e-03(2.011e-05)</b> |
|          | 5, 50               | 1.817e-02(4.202e-04)(-) | 1.276e-02(9.486e-05)(-) | 2.237e-02(4.068e-04)(-) | 2.128e-02(6.701e-04)(-) | 3.275e-03(1.584e-05)(=)        | <b>3.273e-03(1.523e-05)</b> |
|          | 10, 50              | 2.970e-02(2.993e-03)(-) | 1.612e-02(6.767e-05)(-) | 3.301e-02(1.251e-03)(-) | 2.640e-02(1.019e-03)(-) | 3.648e-03(1.225e-03)(=)        | <b>3.170e-03(1.693e-05)</b> |
| DCP5     | 5, 30               | 2.630e-01(2.049e-02)(-) | 2.052e-01(2.780e-03)(-) | 2.008e-01(1.852e-02)(-) | 3.942e-01(4.537e-02)(-) | <b>1.608e-01(3.066e-02)(=)</b> | 1.825e-01(9.538e-03)        |
|          | 10, 30              | 2.651e-01(2.284e-02)(-) | 2.020e-01(3.057e-03)(-) | 1.955e-01(1.971e-02)(=) | 4.360e-01(3.188e-02)(-) | <b>1.598e-01(2.942e-02)(+)</b> | 1.874e-01(8.458e-03)        |
|          | 5, 50               | 2.638e-01(2.551e-02)(-) | 1.914e-01(1.925e-03)(-) | 1.954e-01(1.508e-02)(-) | 3.826e-01(5.316e-02)(-) | <b>1.680e-01(2.635e-02)(=)</b> | 1.790e-01(1.279e-02)        |
|          | 10, 50              | 2.585e-01(2.274e-02)(-) | 1.883e-01(1.719e-03)(=) | 1.869e-01(2.531e-02)(=) | 4.654e-01(6.527e-02)(-) | <b>1.420e-01(3.338e-02)(+)</b> | 1.774e-01(3.043e-02)        |
| DCP6     | 5, 30               | 2.416e-01(1.740e-02)(-) | 1.921e-01(6.156e-04)(-) | 2.574e-01(2.486e-02)(-) | 5.375e-01(4.907e-02)(-) | 3.176e-02(7.404e-03)(-)        | <b>2.707e-02(2.552e-03)</b> |
|          | 10, 30              | 2.373e-01(2.262e-02)(-) | 1.949e-01(4.164e-04)(-) | 2.072e-01(3.048e-02)(-) | 5.514e-01(4.901e-02)(-) | 1.919e-02(5.811e-03)(=)        | <b>1.898e-02(1.276e-03)</b> |
|          | 5, 50               | 2.246e-01(1.650e-02)(-) | 1.878e-01(6.542e-04)(-) | 2.523e-01(2.214e-02)(-) | 4.981e-01(3.443e-02)(-) | 2.307e-02(3.992e-03)(=)        | <b>2.173e-02(2.160e-03)</b> |
|          | 10, 50              | 2.180e-01(6.689e-03)(-) | 1.916e-01(3.953e-04)(-) | 2.280e-01(2.431e-02)(-) | 5.623e-01(5.650e-02)(-) | <b>1.345e-02(5.448e-04)(=)</b> | 1.520e-02(1.472e-03)        |
| DCP7     | 5, 30               | 8.629e+00(9.935e-04)(-) | 8.677e+00(7.533e-03)(-) | 3.848e-02(1.312e-03)(-) | 6.405e+00(5.756e-02)(-) | <b>4.754e-03(2.634e-04)(+)</b> | 5.728e-03(3.444e-04)        |
|          | 10, 30              | 4.309e+00(3.497e-04)(-) | 4.323e+00(1.822e-03)(-) | 2.069e-02(1.026e-03)(-) | 2.880e+00(4.489e-02)(-) | <b>3.252e-03(1.743e-04)(+)</b> | 3.647e-03(1.710e-04)        |
|          | 5, 50               | 8.616e+00(1.716e-04)(-) | 8.629e+00(1.280e-03)(-) | 1.113e-02(7.234e-04)(-) | 6.507e+00(5.900e-02)(-) | <b>3.493e-03(1.825e-05)(+)</b> | 4.023e-03(3.051e-04)        |
|          | 10, 50              | 4.303e+00(7.748e-05)(-) | 4.308e+00(2.734e-04)(-) | 9.460e-03(9.922e-04)(-) | 3.000e+00(4.658e-02)(-) | <b>2.905e-03(1.430e-05)(+)</b> | 3.029e-03(1.050e-04)        |
| DCP8     | 5, 30               | 1.621e-01(7.787e-03)(-) | 1.532e-01(6.681e-03)(-) | 9.308e-02(8.066e-03)(-) | 1.243e+00(2.185e-01)(-) | 1.118e-01(2.709e-02)(-)        | <b>2.490e-02(9.390e-03)</b> |
|          | 10, 30              | 2.211e-01(1.740e-02)(-) | 1.729e-01(2.569e-03)(-) | 9.697e-02(1.519e-02)(-) | 4.674e-01(7.191e-02)(-) | 1.094e-01(2.421e-02)(-)        | <b>6.742e-02(2.122e-02)</b> |
|          | 5, 50               | 1.877e-01(7.810e-03)(-) | 1.641e-01(2.793e-03)(-) | 6.619e-02(8.357e-03)(-) | 1.103e+00(1.450e-01)(-) | 1.078e-01(2.487e-02)(-)        | <b>1.958e-02(1.134e-02)</b> |
|          | 10, 50              | 2.265e-01(1.058e-02)(-) | 1.848e-01(2.450e-03)(-) | 7.890e-02(1.596e-02)(=) | 4.134e-01(7.061e-02)(-) | 1.165e-01(2.468e-02)(-)        | <b>6.202e-02(1.997e-02)</b> |
| DCP9     | 5, 30               | 3.762e-01(1.206e-02)(-) | 5.481e-01(7.389e-02)(-) | 3.148e-01(1.782e-02)(-) | 1.149e+00(7.624e-02)(-) | 5.528e-02(1.122e-02)(-)        | <b>4.433e-02(6.839e-03)</b> |
|          | 10, 30              | 3.140e-01(1.749e-02)(-) | 2.683e-01(1.033e-02)(-) | 2.447e-01(2.010e-02)(-) | 7.576e-01(5.843e-02)(-) | 4.497e-02(9.984e-03)(-)        | <b>2.566e-02(3.473e-03)</b> |
|          | 5, 50               | 2.494e-01(1.073e-02)(-) | 2.725e-01(2.268e-02)(-) | 2.346e-01(1.506e-02)(-) | 1.149e+00(1.335e-01)(-) | 1.992e-02(5.939e-03)(-)        | <b>1.559e-02(3.102e-03)</b> |
|          | 10, 50              | 2.379e-01(1.640e-02)(-) | 1.777e-01(2.917e-03)(-) | 2.389e-01(1.598e-02)(-) | 7.855e-01(7.808e-02)(-) | 1.558e-02(2.127e-03)(-)        | <b>1.260e-02(1.791e-03)</b> |
| +/-/=    | 0/76/0              | 0/75/1                  | 3/70/3                  | 0/76/0                  | 18/41/17                |                                |                             |
| Best/All | 0/76                | 0/76                    | 3/76                    | 0/76                    | 24/76                   | 49/76                          |                             |

“+”、“-”和“=”表示基于0.05显著性水平的Wilcoxon秩和检验BACP-DCMOA算法性能分别显著劣于、优于及类似于对比算法,每个问题的最佳均值以粗体标出。

分别表示所提出的 BACP-DCMOA 算法显著劣于、优于及近似于对比算法。

如表 2 所示,在 76 个测试案例中,所提出的 BACP-DCMOA 算法在 46 个案例的 MIGD 指标上优于所有对比算法.此外,根据 Wilcoxon 秩和检验结果显示,BACP-DCMOA 分别在 76、75、70、76 和 41 个案例上显著优于 dCMOEA、TDCEA、DCNSGA-III、SGEA 和 HATC 算法.这些结果表明,在多数动态环境下,BACP-DCMOA 较对比算法有更好的收敛性和 CPF 分布特性,特别是在 DCF2、DCF3、DCF4、DCF6、DCF9、DCP4、DCP8 和 DCP9 测试问题上,BACP-DCMOA 在所有动态参数设置下均取得了最优结果,对于这些问题,需要在不确定性、复杂性和动态性三重挑战下,快速找到并维持高质量、可行的 Pareto 解集,而 BACP-DCMOA 通过区分变化类型与变化程度并使用特定的预测策略有效促进了种群进化.此外,BACP-DCMOA 在 DCF5、DCF10、DCP2 和 DCP6 等问题的部分动态设置下也表现最优.然而在 DCF8、DCP5 和 DCP7 问题上,由于 CPF 的变化均呈现低环境间相似度与高局部复杂性的特征,BACP-DCMOA 未能取得最佳性能,这些离

散跳跃、高频震荡或复杂乘积约束的 CPF 变化模式,基于预测的方法精度严重受限,进而导致 BACP-DCMOA 表现不足,相比之下,基于多任务协同优化的 HATC 则获得较好的表现.

与 MIGD 相比,MHV 则依据超体积更精准地量化 PFs 的多样性.表 3 展示了 6 种算法在 DCF 和 DCP 两种测试套件下的 MHV 结果,BACP-DCMOA 算法在 76 个案例中有 45 个取得最优值,特别在 DCF3、DCF4、DCF5、DCF6、DCF9、DCP2 和 DCP9 问题的所有参数配置上表现均优于对比算法,在 DCF2、DCF7、DCF10、DCP1 和 DCP6 等问题的部分动态设置下也表现最优,这进一步证实了所提 BACP-DCMOA 算法在大多数 DCMOPs 中能有效维持种群的多样性.

表 4 展示了采用多问题 Wilcoxon 符号秩和检验<sup>[30]</sup>在 MIGD 和 MHV 指标上的测试结果.统计数据表明,所有  $P$  值均小于 0.05,证明 BACP-DCMOA 与各对比算法的性能存在显著差异.此外,在每组成对比比较中,所有  $R^+$  值均显著高于对应  $R^-$  值,进一步证实了 BACP-DCMOA 算法的优越性能.为系统量化 6 种算法在 DCF、DCP 基准测试套件中的综合性

表3 不同参数设置下各算法在动态约束多目标测试问题上获得的 MHV 均值与标准差

| Problem | $n_t, \tau_t$ | dCMOEA                         | TDCEA                   | DCNSGA-III              | SGEA                           | HATC                           | BACP-DCMOA                  |
|---------|---------------|--------------------------------|-------------------------|-------------------------|--------------------------------|--------------------------------|-----------------------------|
| DCF1    | 5, 30         | 1.604e-01(2.210e-03)(-)        | 1.717e-01(1.867e-03)(-) | 3.637e-01(7.211e-03)(-) | <b>5.179e-01(1.174e-02)(+)</b> | 4.426e-01(4.702e-03)(-)        | 4.504e-01(1.814e-03)        |
|         | 10, 30        | 1.535e-01(2.359e-03)(-)        | 1.628e-01(5.771e-04)(-) | 3.720e-01(9.707e-03)(-) | <b>4.636e-01(9.880e-03)(+)</b> | 4.495e-01(9.118e-04)(+)        | 4.477e-01(1.231e-03)        |
|         | 5, 50         | 1.648e-01(2.768e-03)(-)        | 1.755e-01(1.214e-03)(-) | 3.821e-01(1.172e-02)(-) | <b>4.985e-01(1.342e-02)(+)</b> | 4.535e-01(5.417e-03)(-)        | 4.572e-01(1.173e-03)        |
|         | 10, 50        | 1.574e-01(3.422e-03)(-)        | 1.661e-01(8.737e-04)(-) | 3.829e-01(5.320e-03)(-) | 3.919e-01(1.964e-02)(-)        | <b>4.552e-01(8.430e-04)(+)</b> | 4.540e-01(7.438e-04)        |
| DCF2    | 5, 30         | 4.546e-01(3.287e-03)(-)        | 4.211e-01(5.289e-03)(-) | 4.269e-01(4.445e-03)(-) | 1.957e-01(1.298e-02)(-)        | 5.166e-01(2.205e-03)(-)        | <b>5.201e-01(3.159e-03)</b> |
|         | 10, 30        | 4.921e-01(2.483e-03)(-)        | 4.763e-01(4.375e-03)(-) | 4.735e-01(1.912e-03)(-) | 2.603e-01(1.361e-02)(-)        | 5.154e-01(3.537e-03)(-)        | <b>5.225e-01(2.918e-03)</b> |
|         | 5, 50         | 5.183e-01(1.216e-03)(-)        | 4.915e-01(4.596e-03)(-) | 5.045e-01(1.879e-03)(-) | 2.161e-01(1.467e-02)(-)        | <b>5.286e-01(5.680e-04)(=)</b> | 5.281e-01(1.858e-03)        |
|         | 10, 50        | 5.240e-01(8.175e-04)(-)        | 5.150e-01(1.437e-03)(-) | 5.159e-01(1.386e-03)(-) | 2.781e-01(1.372e-02)(-)        | 5.290e-01(8.275e-04)(-)        | <b>5.299e-01(5.290e-04)</b> |
| DCF3    | 5, 30         | 3.870e-01(2.049e-03)(-)        | 2.894e-01(1.057e-02)(-) | 3.525e-01(2.741e-03)(-) | 1.973e-01(1.834e-02)(-)        | 4.153e-01(1.286e-04)(-)        | <b>4.158e-01(1.258e-04)</b> |
|         | 10, 30        | 4.053e-01(4.762e-04)(-)        | 3.826e-01(2.143e-03)(-) | 3.913e-01(8.925e-04)(-) | 2.438e-01(2.087e-02)(-)        | 4.174e-01(7.074e-05)(-)        | <b>4.176e-01(5.882e-05)</b> |
|         | 5, 50         | 4.145e-01(1.751e-04)(-)        | 3.898e-01(2.649e-03)(-) | 4.090e-01(4.469e-04)(-) | 2.455e-01(2.116e-02)(-)        | 4.180e-01(6.645e-05)(-)        | <b>4.182e-01(4.469e-05)</b> |
|         | 10, 50        | 4.165e-01(1.192e-04)(-)        | 4.094e-01(2.333e-04)(-) | 4.144e-01(2.154e-04)(-) | 3.082e-01(5.868e-03)(-)        | 4.186e-01(3.826e-05)(-)        | <b>4.188e-01(4.069e-05)</b> |
| DCF4    | 5, 30         | 2.137e-01(1.381e-03)(-)        | 2.085e-01(9.155e-04)(-) | 4.334e-01(1.037e-02)(-) | 5.532e-01(1.174e-02)(-)        | 5.235e-01(1.884e-02)(-)        | <b>5.638e-01(7.777e-03)</b> |
|         | 10, 30        | 2.172e-01(7.786e-04)(-)        | 2.140e-01(7.063e-04)(-) | 4.506e-01(9.735e-03)(-) | 5.422e-01(9.330e-03)(-)        | 5.537e-01(1.467e-02)(-)        | <b>5.806e-01(4.025e-03)</b> |
|         | 5, 50         | 2.169e-01(1.259e-03)(-)        | 2.144e-01(8.448e-04)(-) | 4.531e-01(1.082e-02)(-) | 5.495e-01(1.808e-02)(-)        | 5.509e-01(9.561e-03)(-)        | <b>5.782e-01(1.034e-02)</b> |
|         | 10, 50        | 2.198e-01(7.102e-04)(-)        | 2.177e-01(5.227e-04)(-) | 4.668e-01(8.937e-03)(-) | 4.879e-01(1.015e-02)(-)        | 5.765e-01(1.516e-02)(-)        | <b>5.924e-01(3.482e-03)</b> |
| DCF5    | 5, 30         | 5.919e-01(3.793e-03)(-)        | 4.520e-01(1.432e-02)(-) | 5.148e-01(5.989e-03)(-) | 1.597e-01(2.687e-02)(-)        | 6.819e-01(3.588e-04)(=)        | <b>6.820e-01(3.553e-04)</b> |
|         | 10, 30        | 5.954e-01(1.501e-03)(-)        | 5.598e-01(3.735e-03)(-) | 5.605e-01(1.356e-03)(-) | 2.136e-01(2.632e-02)(-)        | 6.361e-01(1.468e-04)(-)        | <b>6.362e-01(2.674e-04)</b> |
|         | 5, 50         | 6.747e-01(1.062e-03)(-)        | 6.310e-01(5.481e-03)(-) | 6.552e-01(1.432e-03)(-) | 1.023e-01(2.289e-02)(-)        | 6.869e-01(8.782e-05)(-)        | <b>6.870e-01(1.054e-04)</b> |
|         | 10, 50        | 6.330e-01(3.041e-04)(-)        | 6.204e-01(6.882e-04)(-) | 6.200e-01(1.353e-03)(-) | 1.670e-01(2.259e-02)(-)        | 6.385e-01(9.451e-05)(-)        | <b>6.387e-01(4.034e-05)</b> |
| DCF6    | 5, 30         | 2.154e-01(1.524e-02)(-)        | 1.980e-01(1.209e-02)(-) | 2.527e-01(8.133e-03)(-) | 4.895e-02(5.464e-03)(-)        | 3.970e-01(4.198e-03)(-)        | <b>4.015e-01(9.951e-04)</b> |
|         | 10, 30        | 3.357e-01(1.269e-02)(-)        | 3.153e-01(8.734e-03)(-) | 3.528e-01(1.767e-03)(-) | 9.074e-02(1.062e-02)(-)        | 4.033e-01(2.741e-03)(=)        | <b>4.043e-01(1.010e-03)</b> |
|         | 5, 50         | 3.057e-01(1.234e-02)(-)        | 3.161e-01(6.985e-03)(-) | 3.586e-01(4.373e-03)(-) | 5.254e-02(6.439e-03)(-)        | 4.051e-01(1.196e-03)(-)        | <b>4.054e-01(1.018e-03)</b> |
|         | 10, 50        | 3.885e-01(8.069e-03)(-)        | 3.783e-01(1.416e-03)(-) | 3.923e-01(7.577e-04)(-) | 1.206e-01(1.166e-02)(-)        | 4.058e-01(1.437e-03)(-)        | <b>4.063e-01(9.971e-04)</b> |
| DCF7    | 5, 30         | 6.596e-02(1.646e-03)(-)        | 4.621e-02(5.848e-03)(-) | 3.012e-01(2.592e-03)(-) | 1.375e-01(1.045e-02)(-)        | <b>3.427e-01(9.321e-04)(+)</b> | 3.417e-01(8.668e-04)        |
|         | 10, 30        | 7.060e-02(1.303e-03)(-)        | 6.344e-02(6.824e-03)(-) | 3.214e-01(1.363e-03)(-) | 2.543e-01(8.522e-03)(-)        | 3.481e-01(6.261e-04)(-)        | <b>3.491e-01(1.205e-03)</b> |
|         | 5, 50         | 8.311e-02(9.188e-04)(-)        | 7.798e-02(7.508e-03)(-) | 3.279e-01(2.790e-03)(-) | 1.576e-01(1.200e-02)(-)        | 3.463e-01(6.088e-04)(=)        | <b>3.464e-01(5.334e-04)</b> |
|         | 10, 50        | 8.154e-02(6.485e-04)(-)        | 9.564e-02(1.101e-02)(-) | 3.346e-01(2.002e-03)(-) | 2.981e-01(8.976e-03)(-)        | 3.518e-01(6.764e-04)(-)        | <b>3.525e-01(6.602e-04)</b> |
| DCF8    | 5, 30         | 6.910e-01(2.685e-03)(-)        | 6.860e-01(2.139e-03)(-) | 5.981e-01(1.016e-02)(-) | 3.531e-01(2.951e-02)(-)        | <b>6.964e-01(1.291e-04)(+)</b> | 6.959e-01(8.232e-05)        |
|         | 10, 30        | <b>6.969e-01(3.635e-04)(+)</b> | 6.929e-01(3.399e-04)(-) | 5.937e-01(9.364e-03)(-) | 4.833e-01(1.699e-02)(-)        | 6.961e-01(1.135e-04)(+)        | 6.953e-01(1.086e-04)        |
|         | 5, 50         | <b>7.002e-01(2.538e-03)(+)</b> | 6.987e-01(1.495e-04)(+) | 5.423e-01(9.937e-03)(-) | 4.013e-01(2.475e-02)(-)        | 6.985e-01(7.216e-05)(+)        | 6.984e-01(6.287e-05)        |
|         | 10, 50        | <b>7.001e-01(1.734e-04)(+)</b> | 6.980e-01(9.823e-05)(+) | 5.580e-01(1.217e-02)(-) | 4.783e-01(1.728e-02)(-)        | 6.978e-01(8.060e-05)(+)        | 6.976e-01(7.633e-05)        |
| DCF9    | 5, 30         | 4.622e-01(9.033e-03)(-)        | 4.962e-01(1.950e-02)(-) | 5.227e-01(1.024e-02)(-) | 3.010e-01(3.295e-02)(-)        | 7.076e-01(7.790e-04)(-)        | <b>7.111e-01(6.223e-04)</b> |
|         | 10, 30        | 6.261e-01(1.693e-03)(-)        | 6.271e-01(1.789e-03)(-) | 5.920e-01(9.120e-03)(-) | 4.335e-01(3.587e-02)(-)        | 6.775e-01(2.064e-02)(-)        | <b>6.984e-01(5.829e-04)</b> |
|         | 5, 50         | 5.580e-01(8.522e-03)(-)        | 5.597e-01(1.323e-02)(-) | 6.230e-01(4.371e-03)(-) | 2.716e-01(2.933e-02)(-)        | 7.127e-01(3.265e-03)(-)        | <b>7.161e-01(6.882e-04)</b> |
|         | 10, 50        | 6.499e-01(1.318e-03)(-)        | 6.504e-01(6.568e-04)(-) | 6.758e-01(7.174e-03)(-) | 4.407e-01(2.916e-02)(-)        | 6.902e-01(9.874e-03)(-)        | <b>7.009e-01(5.966e-04)</b> |
| DCF10   | 5, 30         | 2.088e-01(1.106e-02)(-)        | 1.142e-01(9.764e-03)(-) | 1.674e-01(9.396e-03)(-) | 6.261e-02(9.357e-03)(-)        | <b>4.076e-01(4.904e-04)(+)</b> | 4.063e-01(1.260e-03)        |
|         | 10, 30        | 3.011e-01(8.483e-03)(-)        | 1.928e-01(1.084e-02)(-) | 2.749e-01(8.913e-03)(-) | 1.484e-01(1.362e-02)(-)        | 4.132e-01(2.555e-04)(-)        | <b>4.138e-01(3.397e-04)</b> |
|         | 5, 50         | 3.147e-01(9.375e-03)(-)        | 2.055e-01(1.244e-02)(-) | 3.358e-01(6.183e-03)(-) | 8.964e-02(1.737e-02)(-)        | 4.157e-01(1.451e-04)(-)        | <b>4.159e-01(1.100e-04)</b> |
|         | 10, 50        | 3.653e-01(5.145e-03)(-)        | 3.127e-01(1.129e-02)(-) | 3.788e-01(4.636e-03)(-) | 1.516e-01(1.687e-02)(-)        | 4.165e-01(1.096e-04)(-)        | <b>4.168e-01(1.097e-04)</b> |
| DCP1    | 5, 30         | 1.017e-01(4.265e-03)(-)        | 8.077e-02(7.706e-03)(-) | 3.063e-01(6.356e-03)(-) | 2.944e-01(7.426e-03)(-)        | <b>3.769e-01(3.523e-04)(+)</b> | 3.760e-01(4.796e-04)        |
|         | 10, 30        | 1.206e-01(2.443e-03)(-)        | 1.083e-01(8.694e-03)(-) | 3.339e-01(4.237e-03)(-) | 3.513e-01(3.528e-03)(-)        | 3.766e-01(3.606e-04)(-)        | <b>3.782e-01(3.435e-04)</b> |
|         | 5, 50         | 1.346e-01(2.315e-03)(-)        | 1.038e-01(7.484e-03)(-) | 3.504e-01(1.617e-03)(-) | 2.282e-01(6.472e-03)(-)        | 3.801e-01(2.692e-04)(=)        | <b>3.802e-01(2.729e-04)</b> |
|         | 10, 50        | 1.422e-01(7.068e-04)(-)        | 1.375e-01(2.490e-03)(-) | 3.621e-01(1.234e-03)(-) | 2.582e-01(4.337e-03)(-)        | 3.794e-01(4.615e-04)(-)        | <b>3.804e-01(4.644e-04)</b> |
| DCP2    | 5, 30         | 3.946e-01(1.066e-02)(-)        | 3.263e-01(1.511e-02)(-) | 4.284e-01(8.915e-03)(-) | 1.165e-01(6.600e-03)(-)        | 6.668e-01(3.451e-03)(=)        | <b>6.675e-01(5.499e-04)</b> |
|         | 10, 30        | 3.630e-01(1.075e-02)(-)        | 3.228e-01(1.412e-02)(-) | 3.743e-01(1.041e-02)(-) | 1.406e-01(9.228e-03)(-)        | 5.988e-01(3.579e-04)(-)        | <b>5.994e-01(3.246e-04)</b> |
|         | 5, 50         | 5.372e-01(1.724e-02)(-)        | 4.451e-01(1.343e-02)(-) | 5.652e-01(8.004e-03)(-) | 5.557e-02(4.683e-03)(-)        | 6.744e-01(3.087e-04)(-)        | <b>6.746e-01(2.175e-04)</b> |
|         | 10, 50        | 4.504e-01(1.307e-02)(-)        | 4.003e-01(1.454e-02)(-) | 4.568e-01(6.058e-03)(-) | 9.051e-02(6.151e-03)(-)        | 6.019e-01(1.400e-04)(-)        | <b>6.021e-01(1.012e-04)</b> |
| DCP3    | 5, 30         | 1.017e-04(5.911e-05)(-)        | 1.839e-02(3.400e-03)(-) | 1.857e-04(2.264e-03)(-) | 2.625e-02(3.044e-03)(-)        | 3.216e-02(2.257e-02)(-)        | <b>1.208e-01(1.671e-02)</b> |
|         | 10, 30        | 4.380e-03(3.389e-03)(-)        | 5.853e-02(4.333e-03)(-) | 3.550e-03(2.350e-03)(-) | 2.600e-02(2.781e-03)(-)        | 1.474e-01(4.829e-02)(=)        | <b>1.486e-01(1.645e-02)</b> |
|         | 5, 50         | 5.672e-03(3.921e-03)(-)        | 1.411e-01(4.865e-03)(-) | 4.818e-03(2.879e-03)(-) | 6.060e-03(3.286e-03)(-)        | <b>3.134e-01(1.086e-02)(=)</b> | 2.881e-01(5.378e-02)        |
|         | 10, 50        | 1.709e-02(4.377e-03)(-)        | 2.612e-01(3.205e-03)(+) | 1.279e-02(4.338e-03)(-) | 1.405e-03(4.415e-03)(-)        | <b>3.280e-01(5.034e-03)(+)</b> | 2.192e-01(4.747e-02)        |

表3 (续)

| Problem  | $n_t, \bar{\tau}_t$ | dCMOEA                         | TDCEA                          | DCNSGA-III              | SGEA                           | HATC                           | BACP-DCMOA                  |
|----------|---------------------|--------------------------------|--------------------------------|-------------------------|--------------------------------|--------------------------------|-----------------------------|
| DCP4     | 5, 30               | 3.757e-01(4.086e-04)(-)        | <b>3.799e-01(7.863e-05)(+)</b> | 3.741e-01(3.865e-04)(-) | 3.724e-01(8.610e-04)(-)        | 3.781e-01(1.838e-04)(=)        | 3.780e-01(1.645e-04)        |
|          | 10, 30              | 3.658e-01(2.026e-03)(-)        | <b>3.781e-01(8.562e-05)(+)</b> | 3.668e-01(1.107e-03)(-) | 3.678e-01(5.038e-04)(-)        | 3.713e-01(9.336e-04)(-)        | 3.721e-01(2.087e-04)        |
|          | 5, 50               | 3.769e-01(2.224e-04)(-)        | <b>3.801e-01(4.563e-05)(+)</b> | 3.746e-01(1.891e-04)(-) | 3.717e-01(8.063e-04)(-)        | 3.781e-01(9.011e-05)(=)        | 3.780e-01(9.130e-05)        |
|          | 10, 50              | 3.685e-01(1.765e-03)(-)        | <b>3.775e-01(6.964e-05)(+)</b> | 3.680e-01(8.503e-04)(-) | 3.669e-01(8.707e-04)(-)        | 3.734e-01(7.556e-04)(=)        | 3.737e-01(2.794e-04)        |
| DCP5     | 5, 30               | 2.939e-01(1.214e-02)(-)        | <b>3.693e-01(9.507e-03)(+)</b> | 3.226e-01(1.940e-02)(-) | 2.653e-01(2.185e-02)(-)        | 3.508e-01(2.119e-02)(=)        | 3.566e-01(5.864e-03)        |
|          | 10, 30              | 2.822e-01(3.091e-02)(-)        | <b>3.806e-01(3.955e-03)(+)</b> | 3.261e-01(2.155e-02)(-) | 2.532e-01(1.918e-02)(-)        | 3.554e-01(2.579e-02)(=)        | 3.514e-01(9.237e-03)        |
|          | 5, 50               | 2.883e-01(2.252e-02)(-)        | <b>3.964e-01(1.986e-03)(+)</b> | 3.323e-01(9.723e-03)(-) | 2.885e-01(3.006e-02)(-)        | 3.638e-01(2.064e-02)(=)        | 3.650e-01(1.192e-02)        |
|          | 10, 50              | 2.993e-01(1.767e-02)(-)        | <b>4.063e-01(1.184e-03)(+)</b> | 3.342e-01(1.274e-02)(-) | 2.530e-01(1.603e-02)(-)        | 3.736e-01(3.122e-02)(+)        | 3.513e-01(1.676e-02)        |
| DCP6     | 5, 30               | 3.492e-01(1.089e-02)(-)        | 4.083e-01(9.080e-04)(-)        | 4.178e-01(1.166e-02)(-) | 4.299e-01(2.202e-02)(-)        | 5.108e-01(3.421e-03)(-)        | <b>5.140e-01(3.113e-03)</b> |
|          | 10, 30              | 3.526e-01(1.301e-02)(-)        | 4.066e-01(7.096e-04)(-)        | 4.277e-01(9.832e-03)(-) | 4.161e-01(1.369e-02)(-)        | <b>5.079e-01(1.062e-03)(+)</b> | 5.070e-01(9.977e-04)        |
|          | 5, 50               | 3.766e-01(1.160e-02)(-)        | 4.167e-01(1.011e-03)(-)        | 4.269e-01(8.250e-03)(-) | 4.479e-01(2.256e-02)(-)        | 5.170e-01(4.251e-03)(-)        | <b>5.194e-01(1.345e-03)</b> |
|          | 10, 50              | 3.761e-01(1.190e-02)(-)        | 4.128e-01(5.390e-04)(-)        | 4.381e-01(7.404e-03)(-) | 4.322e-01(1.504e-02)(-)        | 5.140e-01(4.850e-04)(=)        | <b>5.142e-01(9.238e-04)</b> |
| DCP7     | 5, 30               | 5.552e-03(1.675e-04)(-)        | 2.870e-03(4.019e-04)(-)        | 7.848e-02(3.318e-04)(-) | <b>8.103e-01(1.408e-02)(+)</b> | 8.371e-02(4.624e-05)(=)        | 8.371e-02(4.918e-05)        |
|          | 10, 30              | 1.644e-02(1.565e-04)(-)        | 1.458e-02(4.384e-04)(-)        | 1.321e-01(3.528e-04)(-) | <b>7.329e-01(1.421e-02)(+)</b> | 1.373e-01(4.371e-05)(+)        | 1.372e-01(4.745e-05)        |
|          | 5, 50               | 6.313e-03(5.081e-05)(-)        | 5.100e-03(1.707e-04)(-)        | 8.255e-02(2.532e-04)(-) | <b>7.871e-01(1.215e-02)(+)</b> | 8.401e-02(8.930e-06)(=)        | 8.401e-02(1.148e-05)        |
|          | 10, 50              | 1.755e-02(3.074e-05)(-)        | 1.678e-02(8.863e-05)(-)        | 1.350e-01(3.807e-04)(-) | <b>7.327e-01(1.708e-02)(+)</b> | 1.375e-01(8.097e-06)(+)        | 1.375e-01(9.374e-06)        |
| DCP8     | 5, 30               | <b>6.296e-01(5.560e-03)(+)</b> | 6.147e-01(1.233e-02)(+)        | 3.765e-01(7.597e-03)(-) | 7.701e-02(1.813e-02)(-)        | 4.828e-01(8.788e-03)(-)        | 5.056e-01(6.094e-03)        |
|          | 10, 30              | 6.548e-01(6.107e-03)(+)        | <b>6.715e-01(4.079e-03)(+)</b> | 4.133e-01(7.029e-03)(-) | 2.751e-01(5.231e-02)(-)        | 4.781e-01(7.715e-03)(-)        | 4.895e-01(6.184e-03)        |
|          | 5, 50               | <b>6.818e-01(3.543e-03)(+)</b> | 6.711e-01(3.215e-03)(+)        | 4.412e-01(4.543e-03)(-) | 1.030e-01(3.935e-02)(-)        | 4.929e-01(1.056e-02)(-)        | 5.159e-01(3.024e-03)        |
|          | 10, 50              | 6.883e-01(3.418e-03)(+)        | <b>6.924e-01(2.664e-03)(+)</b> | 4.602e-01(4.200e-03)(-) | 3.545e-01(2.783e-02)(-)        | 4.859e-01(8.197e-03)(-)        | 4.981e-01(4.800e-03)        |
| DCP9     | 5, 30               | 2.429e-01(1.186e-02)(-)        | 2.112e-01(1.214e-02)(-)        | 2.365e-01(8.312e-03)(-) | 1.229e-01(5.251e-03)(-)        | 5.130e-01(7.592e-03)(-)        | <b>5.185e-01(3.641e-03)</b> |
|          | 10, 30              | 3.124e-01(1.086e-02)(-)        | 3.192e-01(1.330e-02)(-)        | 3.149e-01(8.658e-03)(-) | 1.271e-01(7.488e-03)(-)        | 5.210e-01(5.976e-03)(-)        | <b>5.310e-01(3.472e-03)</b> |
|          | 5, 50               | 4.054e-01(6.086e-03)(-)        | 3.511e-01(9.896e-03)(-)        | 4.193e-01(5.504e-03)(-) | 5.265e-02(7.659e-03)(-)        | 5.408e-01(3.121e-03)(-)        | <b>5.429e-01(2.838e-03)</b> |
|          | 10, 50              | 4.111e-01(7.622e-03)(-)        | 4.353e-01(2.935e-03)(-)        | 4.221e-01(5.993e-03)(-) | 6.919e-02(1.320e-02)(-)        | 5.457e-01(2.458e-03)(-)        | <b>5.492e-01(2.375e-03)</b> |
| +/-/=    | 7/69/0              | 15/61/0                        | 0/76/0                         | 7/69/0                  | 14/45/17                       |                                |                             |
| Best/All | 5/76                | 10/76                          | 0/76                           | 7/76                    | 9/76                           | 45/76                          |                             |

“+”、“-”和“=”表示基于0.05显著性水平的Wilcoxon秩和检验BACP-DCMOA算法性能分别显著劣于、优于及类似于对比算法, 每个问题的最佳均值以粗体标出。

表4 所有测试实例的多问题 Wilcoxon 符号秩和检验结果

| MIGD          |                |                |             |              |
|---------------|----------------|----------------|-------------|--------------|
| BACP-DCMOA VS | R <sup>+</sup> | R <sup>-</sup> | P-value     | level = 0.05 |
| dCMOEA        | 2926           | 0              | 1.83933e-14 | yes          |
| TDCEA         | 2926           | 0              | 1.83933e-14 | yes          |
| DCNSGA-III    | 2908           | 18             | 3.75347e-14 | yes          |
| SGEA          | 2926           | 0              | 1.83933e-14 | yes          |
| HATC          | 1902           | 1024           | 1.15956e-2  | yes          |
| MHV           |                |                |             |              |
| BACP-DCMOA VS | R <sup>+</sup> | R <sup>-</sup> | P-value     | level = 0.05 |
| dCMOEA        | 2726           | 200            | 3.15069e-11 | yes          |
| TDCEA         | 2674           | 252            | 1.83816e-10 | yes          |
| DCNSGA-III    | 2926           | 0              | 1.83933e-14 | yes          |
| SGEA          | 2601           | 325            | 1.93989e-09 | yes          |
| HATC          | 2187           | 739            | 8.99047e-05 | yes          |

能表现, 基于 Friedman 检验<sup>[31]</sup>对6种算法的MIGD和MHV结果计算了平均性能排名, BACP-DCMOA分别以1.41和1.67的平均排名显著领先于dCMOEA、TDCEA、DCNSGA-III、SGEA及HATC算法, 如图3所示. 由此可见, BACP-DCMOA在MIGD与MHV上均优于所有对比算法.

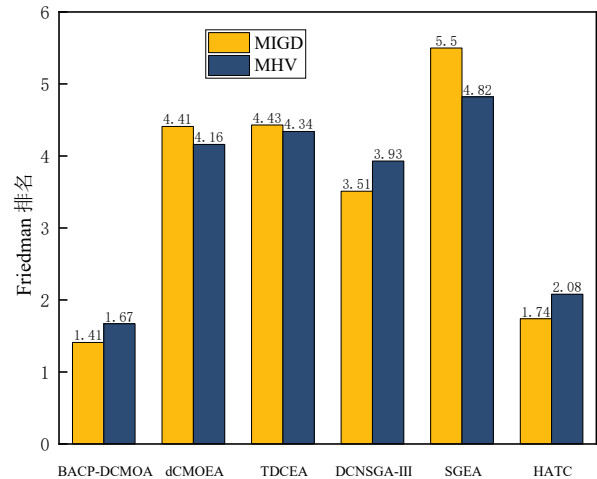


图3 所有算法获得的MIGD和MHV排名

图4呈现了动态环境下, 在DCF和DCP测试套件中各算法的平均IGD值变化曲线, 图中每条曲线分别对应一种对比算法的性能特征. 在IGD值的评价体系中, 曲线位置越低, 代表算法对应的种群收敛性能越优异; 曲线整体波动越平缓, 则表明算法在动态环境变化中具有更稳定的优化表现. 从图中曲线分布特征可见, 在绝大多数动态场景下, 所提

BACP-DCMOA 算法对应的平均 IGD 曲线不仅位置更低, 且整体走势更为平滑, 这一特征直观反映出

BACP-DCMOA 算法能够有效引导种群快速收敛至 CPF, 同时在动态环境中保持稳定的优化性能。

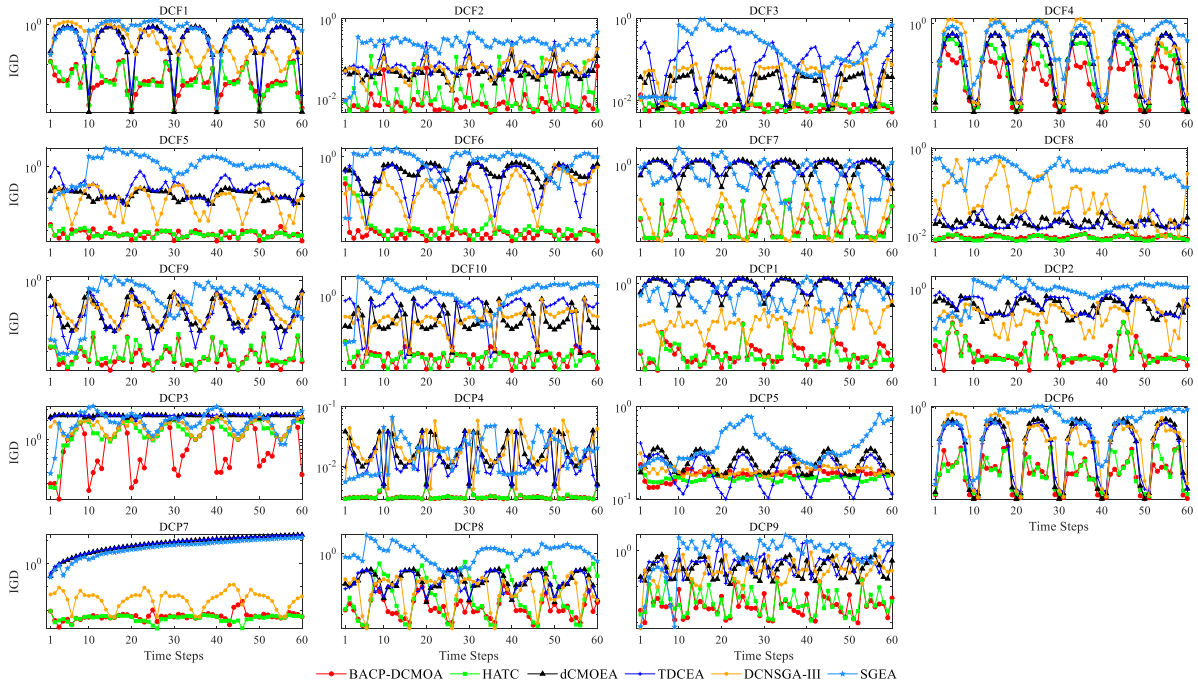


图4  $n_t=5$ 和 $\tau_t=30$ 条件下, 各算法在 DCF 和 DCP 测试套件上所获得的平均 IGD 值随环境变化曲线

为了更加直观比较各算法在追踪能力方面的表现, 本研究对所有对比算法在 DCP 测试问题中前 10 个时间窗口内获得的 PFs 进行了分析, 但因篇幅原因, 图 5 中只展示了各算法在 DCP2、DCP4、DCP7、DCP8 问题上的 PFs. 与其他同类算法相比, BACP-DCMOA 在多数动态约束环境下都能追踪到真实的 CPF, 并取得了良好收敛性和多样性的解集。

运行成本也是评价算法性能的重要指标之一, 对于同一个 DCMOP, 算法运行时间越少, 则其需要的成本越低. 图 6 记录了动态参数  $n_t = 5$ ,  $\tau_t = 30$  时, 所有对比算法在 19 个测试问题上运行一次 CPU 的时间成本, 其中左上方子图表示了各算法平均 CPU 时间的运行成本. 从平均运行时间来看, BACP-DCMOA 与 HATC 的平均 CPU 耗时较为接近, 二者明显优于 SGEA 和 TDCEA, 但相较于 dCMOEA 和 DCNSGA-III 则稍显落后. 而对于每个测试问题来看, BACP-DCMOA 在种群预测过程中, 针对问题分类并使用特定的预测器, 对于简单动态变化过程中, BACP-DCMOA 选择较为简单的预测器, 使种群快速探索到真实的 CPF, 运行时间较 HATC 明显减少; 而在一些变化类型较为复杂的问题中, BACP-DCMOA 选择了更为复杂的预测器, 导致信息学习阶段产生额外时间开销, 但这是为了获得更好的性能所需要花费的时间成本. 综合来看, 所

有对比算法的时间消耗均处于同一数量级, 表明 BACP-DCMOA 能在可接受的时间成本内取得极具竞争力的结果。

## 4 进一步研究

### 4.1 消融实验

本节验证 BACP-DCMOA 中提出的 CPM、HPM 和 BAPOM 组件的有效性, 为精准验证各组件的贡献, 采用控制变量法构建 3 组算法变体: 移除 CPM, 使用仅区分关联组的 CGLP<sup>[22]</sup> 预测器替代, 但使用贝叶斯优化其权重 (BACP-nCPM); 移除 HPM, 变化程度统一视为中关联组 (BACP-nHPM); 移除贝叶斯辅助的参数优化策略, 改用初始固定参数 (BACP-nBAPOM). 所有变体与原算法的实验设置保持一致, 确保性能差异仅源于目标组件的有无。

如表 5 所示, 通过对比原 BACP-DCMOA 算法与三组变体的 MIGD、MHV 性能指标, 可量化各组件对原算法优化效果的提升作用, 符号“+”、“-”和“=”分别表示所提的 BACP-DCMOA 算法显著劣于、优于及近似于三组变体. 具体来看, 相较于 BACP-DCMOA, 去除任一组件所形成的变体都会使算法性能下降, 这表明 CPM、HPM 与 BAPOM 并非冗余组件, 而是分别在变化类型精准识别、预测器场景适配、参数动态优化等环节发挥核心作用, 且三者的协同机制进一步强化了算法在动态约束环境下的

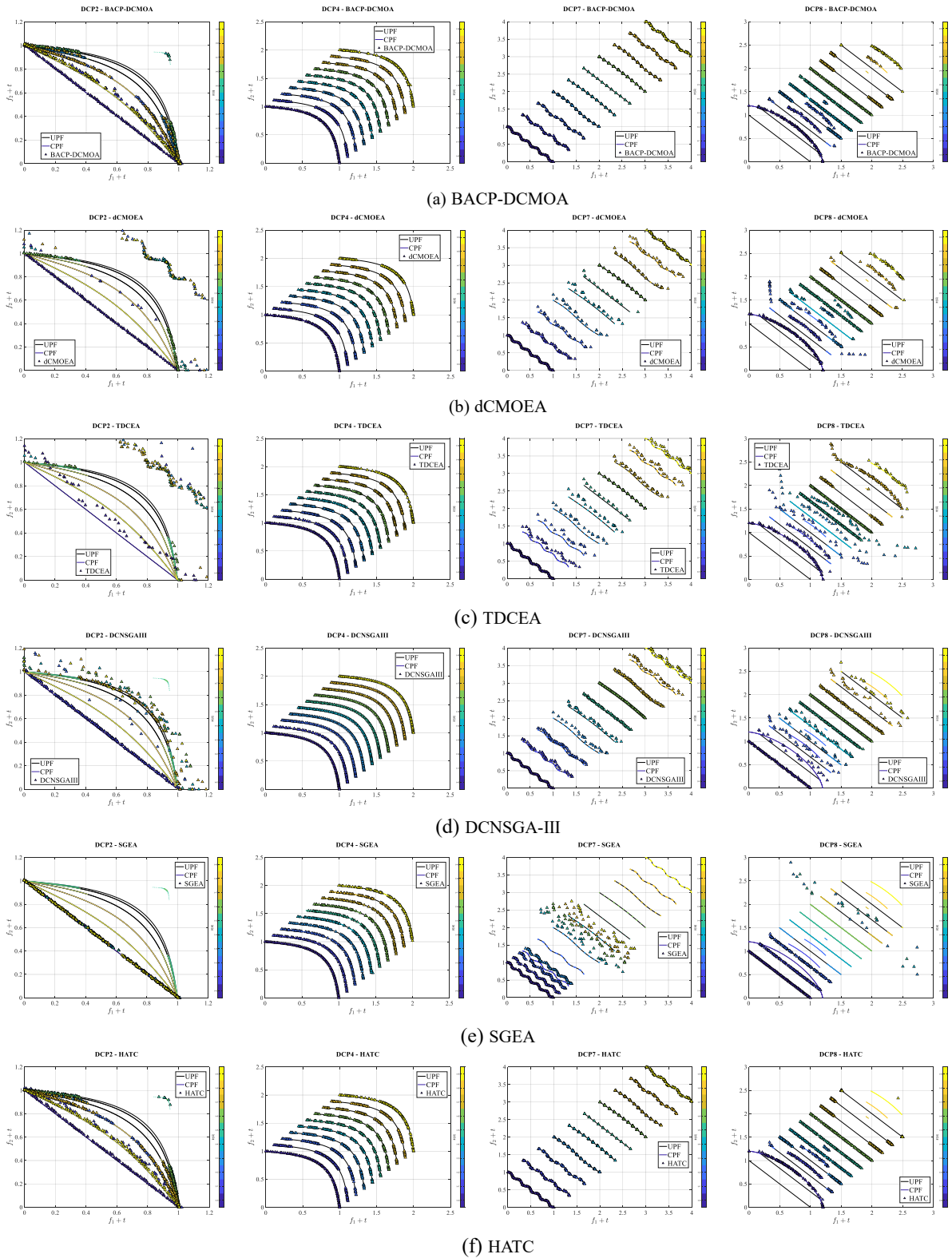


图5 各算法在 DCP2、DCP4、DCP7、DCP8 测试问题上前 10 个时间窗口内获得的 PFs

收敛性、多样性与稳定性。

BACP-DCMOA 算法的核心参数通过贝叶斯辅助参数优化策略 (BAPOM) 实现自适应调整。从 BACP-DCMOA 算法与其对照变体 BACP-nBAPOM 的对比实验结果可知,若未对关键参数进行场景适配性的自动寻优,仅采用固定值或依赖专家经验手

动调整,会显著增加算法性能劣化的风险。该实验结果充分验证了 BAPOM 策略的必要性,其参数自适应调整机制有效规避了人工调参主观性带来的配置偏差,解决了固定参数对多类动态场景适配性不足的核心缺陷,使 BACP-DCMOA 算法在复杂动态环境下保持稳定的优化性能。

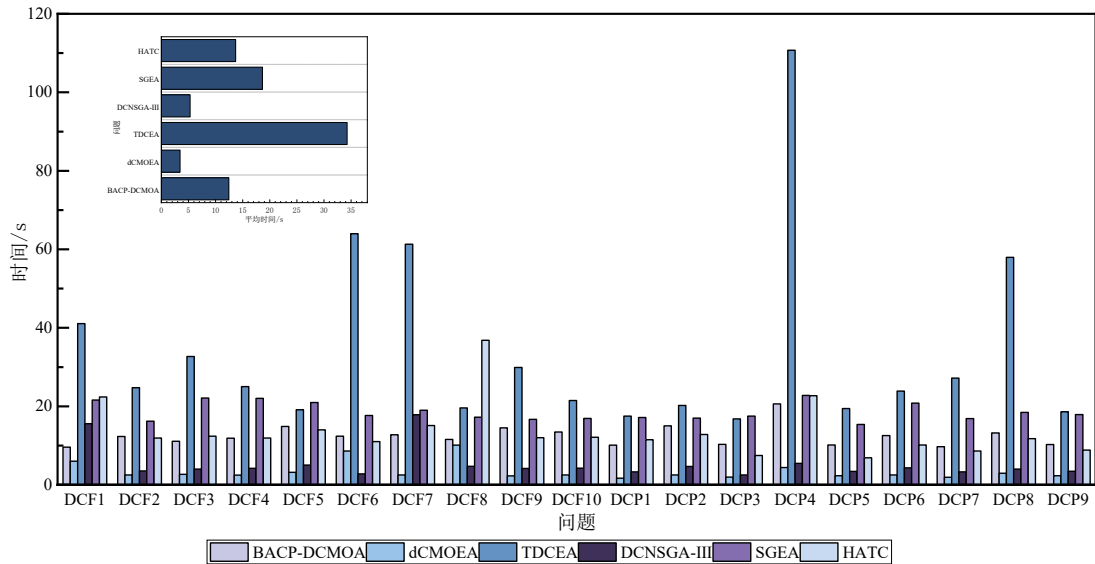


图6 各算法在 19 个测试函数中运行一次的 CPU 时间及平均 CPU 时间

表5 BACP-DCMOA 与对比变体的性能比较统计

| BACP-DCMOA VS | MIGD(+/-/=) | MHV(+/-/=) |
|---------------|-------------|------------|
| BACP-nCPM     | 22/38/16    | 13/43/20   |
| BACP-nHPM     | 17/47/12    | 9/55/12    |
| BACP-nBAPOM   | 2/31/43     | 9/22/45    |

“+”、“-”和“=”符号表示基于0.05显著性水平的Wilcoxon秩和检验, BACP-DCMOA算法性能分别显著劣于、优于或近似于对比变体。

#### 4.2 策略普适性分析

为系统验证所提算法中贝叶斯辅助分类预测策略(BACP)的普适性,本研究基于算法进化模式与BACP策略工作机制的匹配性,基于上述4种典型DCOMEA进行融合实验,将dCMOEA、TDCEA、DCNSGA-III、SGEA算法与BACP结合,构成对应变体BACP-dCMOEA、BACP-TDCEA、BACP-DCNSGA-III、BACP-SGEA。其中,dCMOEA、TDCEA、DCNSGA-III这3种算法均遵循代际进化模式,其在环境变化后需执行种群重新初始化,可通过替换随机补充环节或初始化流程实现结合。而SGEA采用渐进式个体更新模式,无显式变化响应,依赖归档集的连续历史积累维持进化连续性,这与BACP策略存在根本冲突。

表6列出了以上3种变体与对应原算法的对比统计结果,通过Wilcoxon符号秩和检验对MIGD和MHV性能指标开展对比分析可知,BACP策略不仅能与dCMOEA、TDCEA、DCNSGA-III实现高效适配,更能通过优化初始种群质量、增强变化响应精度,使其性能均实现显著提升;但在SGEA算法上,BACP策略未带来有效的性能改善,甚至在部分测试问题中导致其性能出现下降。上述结果充分证实,BACP策略对基于代际进化的dCMOEA具有良好的普适性。但是对于一些基于稳态进化的算法,

由于这类算法采用渐进式种群更新,依赖连续历史积累且缺乏显式的环境变化响应机制,与BACP策略的预测模式存在本质性冲突,过度预测会破坏稳态进化依赖的连续性和渐进优化性质,外部注入的解集会使得归档集自然演化的精英积累过程引入负迁移,导致算法收敛性能下降。

表6 各变体与对应原算法的性能比较统计

| 对比算法                          | MIGD(+/-/=) | MHV(+/-/=) |
|-------------------------------|-------------|------------|
| BACP-dCMOEA VS dCMOEA         | 5/69/2      | 10/66/0    |
| BACP-TDCEA VS TDCEA           | 0/75/1      | 16/59/1    |
| BACP-DCNSGA-III VS DCNSGA-III | 13/54/9     | 13/56/7    |
| BACP-SGEA VS SGEA             | 18/13/45    | 22/8/46    |

“+”、“-”和“=”符号表示基于0.05显著性水平的Wilcoxon秩和检验,各变体性能分别显著劣于、优于或近似于对应原算法。

#### 5 总结与展望

本文提出了一种贝叶斯辅助分类预测的动态约束多目标优化算法来解决DCMOPs。传统算法在动态环境中存在预测场景适配性差、种群易偏离动态CPF的缺陷,通过研究动态环境的变化特性,本文得出结论:结合变化类型与变化程度定制化预测策略,能更有效提升种群对动态CPF的追踪能力。因此,在BACP-DCMOA中构建了一种通过贝叶斯优化协同的分类预测策略(CPM)与分层预测策略(HPM),以突破传统算法的性能瓶颈。

BACP-DCMOA的核心创新在于集成三大关键组件协同工作:CPM专注于动态环境变化类型的精准识别,通过解析环境变化特征为后续策略提供靶向决策依据;HPM以CGLP的相关性分层思想为基础,针对其分组比例固定的缺陷进行改进,结合贝叶斯优化权重向量,可随变化类型动态调整,通过量化

个体与 CPF 的关联强度实现自适应分组; BAPOM 则通过动态调节核心参数, 进一步提升算法在不同动态场景下的适配性.

通过在多组测试问题上与多种先进算法进行比较, 验证了所提算法的有效性. 实验结果表明, 在大多数问题上, 该算法的性能优于其他成熟算法. 此外, 为验证各组件的有效性与 BACP 策略的普适性, 本文通过消融实验与策略普适性分析, 证实了各组件并无冗余项, 同时, 其可作为通用模块赋能现有算法.

尽管 BACP-DCMOA 在各类测试问题上展现出竞争优势, 但如何解决其与稳态算法的适配难题仍值得深入研究. 此外, 针对 DCMOPs 设计更有效的变化响应机制, 以及将 BACP-DCMOA 应用于路径规划和资源分配等实际问题的扩展研究, 都具有重要的探索价值.

#### 参考文献 (References)

- [1] 周平, 张天娇. 基于隐性记忆的非平稳时变污水处理过程多目标运行优化[J]. *控制与决策*, 2023, 38(8): 2389-2400.  
(Zhou P, Zhang T J. Implicit memory based multi-objective operation optimization of wastewater treatment process under nonstationary time-varying conditions[J]. *Control and Decision*, 2023, 38(8): 2389-2400.)
- [2] Zhang S H, Cui G F, Wang W D. Joint data downloading and resource management for small satellite cluster networks[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2022, 71(1): 887-901.
- [3] 李二超, 周扬. 基于分类的多策略预测方法求解动态多目标优化问题[J]. *控制与决策*, 2021, 36(7): 1569-1580.  
(Li E C, Zhou Y. Classification-based multi-strategy prediction method for dynamic multi-objective optimization problems[J]. *Control and Decision*, 2021, 36(7): 1569-1580.)
- [4] Wu Y, Liu Y B, Gong M G, et al. Multi-view point cloud registration based on evolutionary multitasking with bi-channel knowledge sharing mechanism[J]. *IEEE Transactions on Emerging Topics in Computational Intelligence*, 2023, 7(2): 357-374.
- [5] Tian Y, Cheng R, Zhang X Y, et al. PlatEMO: A MATLAB platform for evolutionary multi-objective optimization [educational forum][J]. *IEEE Computational Intelligence Magazine*, 2017, 12(4): 73-87.
- [6] Jiao R W, Zeng S Y, Li C H, et al. Handling constrained many-objective optimization problems via problem transformation[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2021, 51(10): 4834-4847.
- [7] Chen G Y, Guo Y N, Wang Y, et al. Evolutionary dynamic constrained multiobjective optimization: Test suite and algorithm[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2024, 28(5): 1381-1395.
- [8] Zhang D Z, Yu K J, Liang J, et al. History-assisted two-state auxiliary task collaboration approach for dynamic constrained multiobjective optimization[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2025, 29(6): 2386-2400.
- [9] 郭知业, 魏静萱. 解决动态约束多目标问题的复合预测进化算法[J]. *控制理论与应用*, 2025, 42(2): 335-343.  
(Guo Z Y, Wei J X. Composite predictive evolutionary algorithm for dynamic constrained multi-objective problems[J]. *Control Theory & Applications*, 2025, 42(2): 335-343.)
- [10] Zeng S Y, Jiao R W, Li C H, et al. A general framework of dynamic constrained multiobjective evolutionary algorithms for constrained optimization[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2017, 47(9): 1-11.
- [11] Liang J, Ban X X, Yu K J, et al. A survey on evolutionary constrained multiobjective optimization[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2023, 27(2): 201-221.
- [12] 范勤勤, 李盟, 黄文焘, 等. 时空视角下的动态多目标进化算法研究综述[J]. *控制与决策*, 2024, 39(1): 1-16.  
(Fan Q Q, Li M, Huang W T, et al. A research survey of dynamic multi-objective evolutionary algorithms from spatiotemporal perspective[J]. *Control and Decision*, 2024, 39(1): 1-16.)
- [13] Chen Q D, Ding J L, Yang S X, et al. A novel evolutionary algorithm for dynamic constrained multiobjective optimization problems[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2020, 24(4): 792-806.
- [14] Chen Q D, Ding J L, Yen G G, et al. Multipopulation evolution-based dynamic constrained multiobjective optimization under diverse changing environments[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2024, 28(3): 763-777.
- [15] Li X, Zeng S Y, Qin S, et al. Constrained optimization problem solved by dynamic constrained NSGA-III multiobjective optimizational techniques[C]. *IEEE Congress on Evolutionary Computation*. Sendai, 2015: 2923-2928.
- [16] Wang Z Z, Xu D J, Jiang M, et al. Spatial-temporal knowledge transfer for dynamic constrained multiobjective optimization[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2025, 29(5): 1990-2003.
- [17] Gong Q, Xia Y Z, Zou J, et al. Enhancing dynamic constrained multiobjective optimization with multicenters-based prediction[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2025, 29(5): 1604-1618.
- [18] Hou Y, Qin X M, Han H G, et al. Multiobjective ant colony optimization algorithm based on dynamic constraint evaluation strategy for highly constrained optimization[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2025, 55(10): 4570-4582.
- [19] 崔佳旭, 杨博. 贝叶斯优化方法和应用综述[J]. *软件学报*, 2018, 29(10): 3068-3090.

- (Cui J X, Yang B. Survey on Bayesian optimization methodology and applications[J]. *Journal of Software*, 2018, 29(10): 3068-3090.)
- [20] Kandasamy K, Schneider J, Póczos B. High dimensional Bayesian and optimisation and bandits via additive models[C]. Proceedings of the 32nd International Conference on Machine Learning. Lille, 2015: 295-304.
- [21] Jones D R, Schonlau M, Welch W J. Efficient global optimization of expensive black-box functions[J]. *Journal of Global Optimization*, 1998, 13(4): 455-492.
- [22] Yu K J, Zhang D Z, Liang J, et al. A correlation-guided layered prediction approach for evolutionary dynamic multiobjective optimization[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2023, 27(5): 1398-1412.
- [23] Syaliman K U, Nababan A A, Jannah M, et al. Latin hypercube sampling approach to improve K-nearest neighbors performance on imbalanced data[C]. International Conference of Computer Science and Information Technology. Binjia, 2023: 203-208.
- [24] Jiang S Y, Yang S X. A steady-state and generational evolutionary algorithm for dynamic multiobjective optimization[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2017, 21(1): 65-82.
- [25] Guo Y N, Chen G Y, Yue C T, et al. Benchmark problems for CEC2023 competition on dynamic constrained multiobjective optimization[R]. Leicester: School of Computer Science and Informatics, De Montfort University, 2022.
- [26] Wu Y, Ding H Q, Gong M G, et al. Evolutionary multiform optimization with two-stage bidirectional knowledge transfer strategy for point cloud registration[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2024, 28(1): 62-76.
- [27] Feng L, Zhou W, Liu W C, et al. Solving dynamic multiobjective problem via autoencoding evolutionary search[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2022, 52(5): 2649-2662.
- [28] Zhou B H, Huang Y F. Dynamic cyclic kitting part-feeding scheduling for mixed-model assembly line by a hybrid quantum-behaved particle swarm optimization[J]. *Robotic Intelligence and Automation*, 2023, 43(3): 267-289.
- [29] Wilcoxon F, Bulletin S B, Dec N. Individual comparisons by ranking methods[M]. New York: Springer, 1992.
- [30] Derrac J, García S, Molina D, et al. A practical tutorial on the use of nonparametric statistical tests as a methodology for comparing evolutionary and swarm intelligence algorithms[J]. *Swarm and Evolutionary Computation*, 2011, 1(1): 3-18.
- [31] Demšar J, Schuurmans D. Statistical comparisons of classifiers over multiple data sets[J]. *Journal of Machine Learning Research*, 2006, 7(1): 1-30.

#### 作者简介

李二超 (1980-), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为人工智能、进化计算, E-mail: [lecstarr@163.com](mailto:lecstarr@163.com);

郭长庚 (2000-), 男, 硕士生, 主要研究方向为动态多目标优化, E-mail: [2306911131@qq.com](mailto:2306911131@qq.com).