

控制与决策

Control and Decision

基于自适应反正切非奇异终端滑模的水下机械臂轨迹跟踪控制

范亚洲, 孙林祥, 白雪剑, 赵艺楠, 惠晓龙, 王宇

引用本文:

范亚洲, 孙林祥, 白雪剑, 等. 基于自适应反正切非奇异终端滑模的水下机械臂轨迹跟踪控制[J]. *控制与决策*, 2025, 40(1): 205-213.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2024.0341>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[磁悬浮开关磁阻电机的自适应终端滑模控制](#)

Adaptive terminal sliding mode control of bearingless switched reluctance motor
控制与决策. 2021, 36(6): 1449-1456 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1064>

[基于时间延时估计和自适应模糊滑模控制器的双机械臂协同阻抗控制](#)

Coordinated impedance control for dual-arm robots based on time delay estimation and adaptive fuzzy sliding mode controller
控制与决策. 2021, 36(6): 1311-1323 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1701>

[线控转向系统的自适应高阶滑模控制](#)

Adaptive higher-order sliding mode control for SbW system
控制与决策. 2021, 36(6): 1529-1536 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1526>

[输入饱和的充液航天器抗干扰有限时间滑模控制](#)

Anti-disturbance finite-time sliding mode control for liquid-filled spacecraft with input saturation
控制与决策. 2021, 36(5): 1078-1086 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0820>

[带有输出约束的柔性关节机械臂预设性能自适应控制](#)

Prescribed performance adaptive control of flexible-joint manipulators with output constraints
控制与决策. 2021, 36(2): 387-394 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0974>

基于自适应反正切非奇异终端滑模的 水下机械臂轨迹跟踪控制

范亚洲¹, 孙林祥², 白雪剑^{3†}, 赵艺楠³, 惠晓龙⁴, 王宇⁴

(1. 广东电网有限责任公司 电力科学研究院, 广州 510620; 2. 哈尔滨理工大学 自动化学院, 哈尔滨 150006;
3. 辽宁工业大学 电气工程学院, 辽宁 锦州 121001; 4. 中国科学院 自动化研究所, 北京 100190)

摘要: 针对水下机械臂的末端轨迹跟踪控制问题, 提出一种自适应快速反正切非奇异终端滑模控制器. 首先, 基于莫里森方程建立考虑水作用效应的水下机械臂动力学模型; 其次, 结合非奇异终端滑模控制和反正切函数特性, 设计一种快速反正切非奇异终端滑模控制器, 并基于径向基神经网络预测系统的未知扰动; 然后, 通过李雅普诺夫理论验证所提控制方法可在有限时间内收敛到期望位置; 最后, 通过仿真实验验证所提控制方法的有效性.

关键词: 水下机器人; 水下机械臂; 滑模控制; 自适应控制; 轨迹跟踪

中图分类号: TP242

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2024.0341

引用格式: 范亚洲, 孙林祥, 白雪剑, 等. 基于自适应反正切非奇异终端滑模的水下机械臂轨迹跟踪控制[J]. 控制与决策, 2025, 40(1): 205-213.

Trajectory tracking control of underwater manipulator based on adaptive arctangent non-singular terminal sliding mode control

FAN Ya-zhou¹, SUN Lin-xiang², BAI Xue-jian^{3†}, ZHAO Yi-nan³, HUI Xiao-long⁴, WANG Yu⁴

(1. Electric Power Research Institute, Guangdong Power Grid Co., Ltd., Guangzhou 510620, China; 2. College of Automation, Harbin University of Science and Technology, Harbin 150006, China; 3. College of Electrical Engineering, Liaoning University of Technology, Jinzhou 121001, China; 4. Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

Abstract: An adaptive fast arctangent non-singular terminal sliding mode controller is proposed for the end trajectory tracking control of the underwater manipulator. Firstly, the dynamic model of the underwater manipulator considering water effects is established based on the Morrison equation. Secondly, combining the characteristics of non-singular terminal sliding mode control and arctangent functions, an fast arctangent non-singular terminal sliding mode controller is designed, and the unknown disturbance of the system is predicted based on the radial basis function neural network. Then, the Lyapunov theory is used to verify that the proposed control method can converge to the desired position in finite time. Finally, the effectiveness of the proposed control method is verified by simulation experiments.

Keywords: underwater robot; underwater manipulator; sliding mode control; adaptive control; trajectory tracking

0 引言

进入21世纪后, 水下机器人在水下考古、水下搜救、水下目标搜索等领域扮演着越来越重要的角色^[1]. 水下机械臂是水下机器人的重要设备, 它在水下资源取样、装置维修、平台搭建等应用中起着至关重要的作用^[2], 因此水下机械臂轨迹跟踪控制是水下

作业机器人领域关键技术之一.

在机械臂轨迹跟踪方面, 文献[3]针对机械臂在扰动环境下的轨迹跟踪问题, 提出了一种基于事件触发的滑模控制器; 文献[4]针对三关节机械臂系统中由于反冲迟滞和不确定扰动导致的机械臂抖振和轨迹跟踪性能下降问题, 提出了一种基于免疫算法的神

收稿日期: 2024-03-30; 录用日期: 2024-06-22.

基金项目: 国家重点研发计划项目(2023YFB4707000); 国家自然科学基金项目(U23B2038, 62122087); 北京市自然科学基金项目(4222055, KZ202210017024); 中国科学院青年创新促进会项目(Y2022053); 辽宁工业大学博士启动基金项目(XB2022005); 辽宁省自然科学基金项目(2023-BS-193); 辽宁省教育厅项目(LJKMZ20220963).

责任编辑: 闫敬.

[†]通讯作者. E-mail: baixuejian2018@ia.ac.cn.

神经网络控制策略,通过实验验证了其可行性;文献[5]针对 n 连杆机械臂在内、外部干扰作用下的轨迹跟踪问题,提出了一种新型非奇异终端滑模面,通过两连杆机械臂实验验证了所提方法的有效性;文献[6]针对多自由度机械臂有限时间控制问题,设计了一种分数阶自适应后步控制器,并通过实验验证了该控制器的优越性;文献[7]针对空间机械臂因基座扰动产生的轨迹跟踪误差问题,提出了基于记忆反馈控制器的多轴空间机械臂关节的轨迹跟踪最优控制;文献[8]针对移动双柔性机械臂系统,设计了协同轨迹跟踪控制策略,通过理论分析和数值仿真验证了所提出的控制方法的有效性;文献[9]针对机械臂的时变轨迹跟踪控制问题,提出了一种鲁棒模型预测控制算法,并在Baxter机器人上通过实验验证了该算法的有效性;文献[10]针对机械臂在时变不确定扰动下的轨迹跟踪问题,提出了一种鲁棒连续滑模控制算法,并通过6自由度机械臂实验验证了该算法的性能;文献[11]针对空间机械臂的轨迹跟踪,提出了一种基于神经网络的自适应终端滑模控制器,通过数值仿真实验验证了所提出的控制器的有效性;文献[12]针对机械臂系统的不确定性、非线性和复杂性,提出了一种自适应神经模糊推理系统与比例积分微分控制器相结合的复合控制策略,实现了机械臂的轨迹跟踪控制.结合上述文献可以看出,当前针对机械臂的轨迹跟踪控制算法已实现多维度的研究,实验和仿真均取得了理想的结果.

在水下机械臂轨迹跟踪方面,文献[13]针对多自由度水下机械臂,提出一种嵌入了高斯过程回归的自适应模型预测控制方法;文献[14]针对具有未知时变外部干扰的水下机械臂,提出了一种自适应非奇异快速终端滑模控制方法,实现了机械臂轨迹跟踪;文献[15]针对水下三关节机械臂,提出了一种基于径向基神经网络(RBFNN)的模糊滑模跟踪控制方法,并通过三关节水下机械臂仿真实验验证了该方法的有效性;文献[16]针对一种水下双关节机械臂,基于拉格朗日原理和牛顿-欧拉法,建立了考虑海浪影响的水下双关节机械臂动力学模型,并采用比例微分控制和滑模控制实现了机械臂的轨迹跟踪控制;文献[17]针对二自由度水下机械臂,提出了一种自抗扰控制器,通过仿真和实验验证了该方法的有效性.结合上述文献可以看出,当前关于水下机械臂的轨迹跟踪算法的研究尚处于起步阶段,有待进行更深入的研究,在实际应用方面还面临着诸多困难.

综上所述,针对机械臂轨迹跟踪控制算法的研究

目前已取得一定的突破,多种控制方法都能够在一定条件下获得较好的控制效果.但水下作业环境存在暗流等多种不确定扰动,在浅水时容易受风浪影响,在深水时容易受水流影响^[18],使得水下机械臂的轨迹跟踪控制面临更多挑战.本文在上述研究的基础上,针对具有不确定动力学模型和外界扰动的水下机械臂系统,提出一种基于动力学模型逼近的自适应神经网络非奇异终端滑模控制算法,不仅可保证水下机械臂系统轨迹跟踪控制的鲁棒性和控制精度,而且能提高控制的收敛速度.本文的主要贡献如下:

1) 提出一种快速反正切非奇异终端滑模控制器(FANTSMC),确保系统在任意状态下都可以在有限时间内收敛.

2) 使用径向基函数(RBF)网络对滑模控制(SMC)部分的等效参数进行替代,结合FANTSMC设计等效控制律,设计自适应率实现网络权值的在线更新.

3) 对于给定的任意连续或不连续的轨迹,水下机械臂系统都能保证较高的跟踪精度,即使在有外部干扰和不确定性的情况下,该方案仍能保证系统的控制精度和鲁棒性.

1 问题描述

水下作业机械臂在作业时需要考虑水阻、水流和浮力等因素,以更贴近实际环境,为控制算法设计提供基础.水环境对水下机械臂的影响主要涉及浮力、水作用力和水流干扰3个方面.浮力相对较易分析,在动力学建模过程中认为浮心与重心重合,可与重力一同考虑;水流干扰受流场变化及随机性影响,难以建模,故本文假设静水环境,后续控制算法视其为外部干扰;水作用力可以使用莫里森方程等方法进行建模.

考虑外部扰动和不确定性, n 自由度旋转刚性水下机械臂的动力学模型如下:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G'(q) + \tau_h = \tau + \tau_d. \quad (1)$$

其中: $q, \dot{q}, \ddot{q} \in R^n$ 分别为水下机械臂各关节的角度、角速度以及角加速度向量, $M(q) \in R^{n \times n}$ 为水下机械臂系统的正定对称惯性矩阵, $C(q, \dot{q}) \in R^{n \times n}$ 为水下机械臂系统的向心力和哥式力矩阵, $G'(q) \in R^n$ 为水下机械臂系统的等效重力向量, $\tau \in R^n$ 为水下机械臂系统各关节的控制力矩向量, $\tau_d \in R^n$ 为水下机械臂系统的外部时变扰动, $\tau_h \in R^n$ 为水作用力向量.

水下机械臂的外形结构通常都是规则的.为了简化计算,假设每个连杆和关节的重心都与浮心重

合. 由于重力与浮力方向相反, 考虑浮力作用后, 连杆的等效重力可以表示为

$$f_i = m_i g - \rho g V_i = m_i g \left(1 - \frac{\rho}{\rho_m}\right). \quad (2)$$

其中: m_i 为连杆 i 的质量, V_i 为连杆 i 的体积, ρ 为水的密度, ρ_m 为水下机械臂的材料平均密度.

水作用力分析通常采用切片法和莫里森方程等. 本文采用莫里森方程分析水作用力. 水作用力 τ_h 的表达式如下:

$$\tau_h = \tau_D + \tau_A. \quad (3)$$

其中: τ_D 为水阻力, τ_A 为附加质量. 假设水下机械臂连杆为标准圆柱体, 由莫里森方程可得

$$d\tau_h = \rho C_D R \cdot \|v\| v dx + \rho C_A S \cdot \dot{v} dx. \quad (4)$$

其中: R 为连杆的半径, S 为连杆在水流速度法线方向上的投影面积, v 为连杆速度函数, C_D 为水阻力系数, C_A 为附加质量系数. 对于实际水环境, 水阻力系数和附加质量力系数通常是时变的. 目前, 根据流场等信息建立准确的水作用力模型仍具挑战. 因此, 基于相关学者的研究经验^[19], 本文将这两个参数视为经验常数, 分别取为 $C_D = 1.1$ 和 $C_A = 1$.

根据水下机械臂系统正向运动学模型, 以基底坐标系为参考坐标系, 可得连杆 i 任意一点速度为

$$v_i = \frac{d^0 p}{dt} = \left(\sum_{j=1}^i \frac{\partial^0 T}{\partial \theta_j} \dot{\theta}_j \right)^i p. \quad (5)$$

其中: θ 为关节角度, $\dot{\theta}$ 为关节角速度, p 为连杆末端位置向量, ${}^0 T$ 为连杆 j 到基底的变换矩阵.

将式(5)代入(4)中即可求出水作用力为

$$\tau_h = \sum_{i=j}^n \int_0^l {}^j T p^i \times {}^j T \left(\rho C_D R^i v_j^n \|v_j^n\| + \rho C_A \frac{d^i v_j^n}{dt} S_j \right) dx. \quad (6)$$

本文针对式(1)所示的 n 关节旋转刚性水下机械臂, 考虑外部扰动、不确定性以及水作用力, 设计滑模控制器以实现快速收敛的轨迹跟踪控制. 为了便于设计控制器, 做出如下假设.

假设1 水下机械臂系统的期望轨迹是已知且二阶连续可微的, 即 $q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d$ 都是连续且已知的.

假设2 水下机械臂系统的外部扰动是有界可微的, 令 $d(t, x) = M^{-1} \tau_d$ 满足 $0 < \|d(t, x)\| < \gamma_{\max}$.

2 控制器设计

滑模控制器设计的首要问题是保证系统状态在有限时间内到达滑模面, 并始终受滑模平面的约束. 本节设计了自适应快速反正切非奇异终端滑模

控制器.

2.1 针对标准二阶系统的非奇异终端滑模控制器设计

为了体现反正切非奇异终端滑模控制的广泛适用性, 以下推导围绕标准二阶系统展开. 标准二阶系统表达式如下:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = f(x) + b\tau + d(t, x). \end{cases} \quad (7)$$

其中: $x = [x_1, x_2]^T$ 为系统的状态量; $f(x)$ 为系统非线性部分; $d(t, x)$ 为外部扰动, 满足 $\|d(t, x)\| \leq \gamma_{\max}$; τ 为系统输入; b 为控制输入系数.

为了保证系统在进入滑动阶段后可以在有限时间内收敛, 在设计滑模面时引入反正切函数. 针对标准二阶系统设计的反正切非奇异终端滑模面如下:

$$s = \lambda x_2^{p/q} + (1 + x_1^2)^{p/q} \arctan(x_1). \quad (8)$$

其中: $0 < \lambda < 1$; 为了避免出现奇异性并保证系统的稳定, 需要满足 p, q 均为正奇数, 且 $1 < p/q < 2$.

式(8)求导可得

$$\dot{s} = \lambda \frac{p}{q} x_2^{p/q-1} \dot{x}_2 + (1 + x_1^2)^{p/q-1} x_2 \left[2 \frac{p}{q} x_1 \arctan(x_1) + 1 \right]. \quad (9)$$

由于满足 $1 < p/q$, 式(9)中不存在奇异点. 设计二阶系统的控制输入如下:

$$\begin{aligned} \tau = \tau_{eq} + \tau_{sw} = & -b^{-1} \left\{ f(x) + \frac{1}{\lambda} \frac{q}{p} x_2^{-p/q} (1 + x_1^2)^{p/q-1} \left[1 + \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{2p}{q} x_1 \arctan(x_1) \right] + (\mu + \gamma_{\max}) \operatorname{sgn}(s) + ks \right\}. \end{aligned} \quad (10)$$

其中: $\mu > 0, k > 0, \gamma_{\max}$ 为外部扰动上界. 将控制输入 τ 代入式(9)中可得

$$\begin{aligned} \dot{s} = \lambda \frac{p}{q} x_2^{p/q-1} [f(x) + b\tau + d(t, x)] + & (1 + x_1^2)^{p/q-1} x_2 \left[2 \frac{p}{q} x_1 \arctan(x_1) + 1 \right] \leq \\ - \lambda \frac{p}{q} x_2^{p/q-1} [ks + (\mu + \varepsilon) \operatorname{sgn}(s)]. \end{aligned} \quad (11)$$

其中: $\varepsilon = \gamma_{\max} - \|d(t, x)\|$, 由于外部扰动 $d(t, x)$ 具有上界 γ_{\max} , 有 $\varepsilon > 0$; 由于 $1 < p/q < 2$, 且 p, q 均为正奇数, 有 $x_2^{p/q-1} \geq 0$.

引理1 $D \in R^n$ 是包含原点的区域; $f(x)$ 是定义在 D 上的 Lipschitz 方程, 并且满足 $f(0) = 0$; $V(x)$ 是定义在 D 上连续可微的方程, 如下所示:

$$\begin{cases} V(0) = 0, \\ V(x) \geq 0, x \in D. \end{cases} \quad (12)$$

定理1 标准二阶系统(7)在反正切非奇异终端滑模(8)、控制律(10)的作用下,二阶系统的状态量可以在有限时间内到达滑模面,并且最终在有限时间内沿滑模面逐渐收敛到零。

证明 选取李雅普诺夫函数如下:

$$V = \frac{1}{2}s^2. \quad (13)$$

对上式求导可得

$$\dot{V} = s\dot{s} \leq -\lambda \frac{p}{q} x_2^{p/q-1} (\mu|s| + ks^2) \leq 0. \quad (14)$$

从式(14)中可以看出,无论系统的初始状态如何,在控制律的作用下都可以在有限时间 t_1 内到达滑模面.在系统状态到达滑模面后,始终有 $s = 0$ 成立.将 $s = 0$ 代入式(8)中可得

$$\begin{aligned} x_2 &= \frac{dx_1}{dt} = \left(-\frac{1}{\lambda}\right)^{q/p} (1 + x_1^2) \arctan^{q/p}(x_1), \\ dt &= \frac{dx_1}{\left(-\frac{1}{\lambda}\right)^{q/p} (1 + x_1^2) \arctan^{q/p}(x_1)}, \\ t_2 &= \lambda^{q/p} \frac{p}{p-q} \arctan^{1-q/p}(x_1), \end{aligned} \quad (15)$$

其中 $\|\arctan^{1-q/p}(x_1)\| \leq \frac{\pi}{2}$,因此系统状态在滑模面上的滑动时间满足

$$t_2 \leq \lambda^{q/p} \frac{p}{p-q} \left(\frac{\pi}{2}\right)^{1-q/p}. \quad (16)$$

由式(14)可知,根据李雅普诺夫稳定性理论,对于任意初始条件,系统可以在有限时间内到达滑模面.在系统到达滑模面后,系统的状态量会沿着反正切非奇异终端滑模面在 t_2 时间内收敛到期望状态.□

综上,标准二阶系统在反正切非奇异终端滑模控制器的控制下,能够由任意初始状态收敛到期望状态.总用时为

$$t = t_1 + t_2. \quad (17)$$

2.2 快速非奇异终端滑模控制器设计

控制器设计目标:设计合适的控制率 $\tau = [\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n]^T$,使得 n 关节水下机械臂系统的 n 个关节角度 $q = [q_1, q_2, \dots, q_n]^T$ 以及关节角速度 $\dot{q} = [\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_n]^T$ 在有限时间内快速跟踪期望轨迹 $q_d = [q_{d1}, q_{d2}, \dots, q_{dn}]^T$ 和期望角速度 $\dot{q}_d = [\dot{q}_{d1}, \dot{q}_{d2}, \dots, \dot{q}_{dn}]^T$,并满足控制系统的动态品质要求,保证系统具有足够的稳定性和鲁棒性.

水下机械臂系统的控制框图如图1所示.

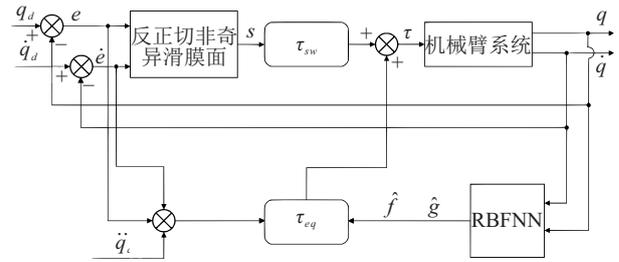


图1 水下机械臂系统控制

定义水下机械臂关节跟踪误差为 e ,角速度跟踪误差为 \dot{e} ,有

$$\begin{cases} e = q_d - q, \\ \dot{e} = \dot{q}_d - \dot{q}. \end{cases} \quad (18)$$

设计快速反正切非奇异终端滑模面如下:

$$s = \Lambda \dot{e}^{p/q} + (1 + e^2)^{p/q} \arctan(e). \quad (19)$$

其中: $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$ 为正定对角阵, p, q 为正奇数并且满足 $1 < p/q < 2$.定义向量的计算方式如下:

$$\begin{cases} (1 + e^2)^{p/q} \arctan(e) = \begin{bmatrix} (1 + e_1^2)^{p/q} \arctan(e_1) \\ (1 + e_2^2)^{p/q} \arctan(e_2) \\ \vdots \\ (1 + e_n^2)^{p/q} \arctan(e_n) \end{bmatrix} \\ \dot{e}^{p/q} = [\dot{e}_1^{p/q}, \dot{e}_2^{p/q}, \dots, \dot{e}_n^{p/q}]^T. \end{cases} \quad (20)$$

对式(19)求导可得

$$\begin{aligned} \dot{s} &= \frac{p}{q} \Lambda \dot{e}^{p/q-1} (\ddot{q}_d - \ddot{q}) + \\ & (1 + e^2)^{p/q-1} \dot{e} \left[2e \frac{p}{q} \arctan(e) + 1 \right]. \end{aligned} \quad (21)$$

设计系统的等效控制律为

$$\begin{aligned} \tau_{eq} &= b^{-1} \left[f(x) + \ddot{q}_d + \Lambda^{-1} \frac{q}{p} \dot{e}^{2-p/q} (1 + \right. \\ & \left. e^2)^{p/q-1} \left(1 + \frac{2p}{q} e \cdot \arctan(e) \right) \right]. \end{aligned} \quad (22)$$

其中: $b = M^{-1}$, $f(x) = M^{-1}(C\dot{q} + G)$.

到达阶段的收敛时间与趋近律有着密切的联系,通过适当调整趋近律中的参数,可以有效提高滑模控制的动态质量.为了缩短系统由初始状态到达滑模面的时间,设计一种根据系统状态与滑模面之间距离自适应变化的混合快速切换律如下式所示,同时为了削弱抖振,使用饱和函数代替符号函数:

$$\dot{s} = ks + [\mu + g(s)] \text{sat}(s). \quad (23)$$

其中: $k = \text{diag}(k_1, k_2, \dots, k_n)$ 和 $\mu = \text{diag}(\mu_1, \mu_2, \dots,$

μ_n)均为正定对角阵. $g(s)$ 如下所示:

$$g(s) = \begin{cases} \arcsin(|s|^m), & |s| \leq \sigma; \\ |s|^m, & |s| > \sigma. \end{cases} \quad (24)$$

其中: $0 < m < 1, \sigma$ 为切换控制的阈值.

设计切换控制项如下:

$$\tau_{sw} = b^{-1}\{ks + [\mu + g(s)]\text{sat}(s)\}. \quad (25)$$

综上,系统的控制输入为

$$\tau = \tau_{eq} + \tau_{sw}. \quad (26)$$

选取李雅普诺夫函数如下:

$$V = \frac{1}{2}s^T s. \quad (27)$$

定义向量如下:

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} |\mu_1 - M^{-1}(\tau_{d1} - \tau_{h1})| \\ |\mu_2 - M^{-1}(\tau_{d2} - \tau_{h2})| \\ \vdots \\ |\mu_n - M^{-1}(\tau_{dn} - \tau_{hn})| \end{bmatrix}. \quad (28)$$

对式(27)求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V} = s^T \dot{s} = & \frac{p}{q} \Lambda \dot{e}^{p/q-1} \left\{ -ks^T s - \right. \\ & \left. \begin{bmatrix} \mu^+ \\ g(s) \end{bmatrix} \cdot s \cdot \text{sat}(s) + s \cdot d(t, x) \right\} \leq \\ & -\frac{p}{q} \Lambda \dot{e}^{p/q-1} \{ks^T s + [\varepsilon + g(s)]|s|\}. \end{aligned} \quad (29)$$

当选择合适的参数 μ 满足条件 $\varepsilon > 0$ 时,有 $\dot{V} \leq 0$ 成立,系统满足李雅普诺夫稳定性条件,系统可以在有限的时间内由任意状态趋近到滑模面上,并沿滑模面滑动到期望状态处.

2.3 RBF自适应律设计

含 n 自由度旋转关节的刚性水下机械臂是非线性控制对象,本身存在众多不确定性因素,这些因素是非线性且难以测量的,会影响系统建模的精度,进一步影响控制系统的动态性能指标.因此本文采用径向基神经网络对水下机械臂系统的非线性建模参数以及扰动进行逼近,以实现更精确、更鲁棒的操控.

以 $x = [x_1, x_2]^T = [q, \dot{q}]^T$ 作为系统状态,其中: $x_1, x_2 \in R^n$ 为系统输入, $\tau \in R^n$.考虑水下机械臂系统存在扰动和水作用力,构建水下机械臂系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = M_{\text{diag}}\tau + M^{-1}(-C\dot{q} - G) + d(t, x) = \\ M_{\text{diag}}\tau + M^{-1}(-C\dot{q} - G + \tau_d - \tau_h). \end{cases} \quad (30)$$

其中: M_{diag} 为正定对角阵, $d(t, x) = \tau_d - \tau_h \in R^n$ 为

有界可微的外部扰动.

使用径向基神经网络对式(30)中的非线性部分进行逼近,令

$$\begin{cases} f(x) = M_{\text{diag}}, \\ g(x) = -M^{-1}(C\dot{q} + G + \tau_d - \tau_h). \end{cases} \quad (31)$$

其中: $f(x) \in R^{n \times n}, g(x) \in R^n$.系统方程改写为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = f(x)\tau + g(x). \end{cases} \quad (32)$$

径向基函数选用高斯基函数,经过理想网络输出变换,实际的预测输出为

$$\begin{cases} \hat{f}(x) = \text{diag}(\hat{P}h(x)), \\ \hat{g}(x) = \hat{Q}h(x). \end{cases} \quad (33)$$

其中: \hat{P}, \hat{Q} 为RBF神经网络的权重矩阵.

将式(33)代入(21)中可以得到系统的等效控制输入

$$\begin{aligned} \tau_{eq} = & (\hat{f}(x))^{-1} \left\{ \ddot{q}_d - \hat{g}(x) + \Lambda^{-1} \frac{q}{p} (1 + e^2)^{p/q-1} \dot{e}^{2-p/q} \right. \\ & \left. \left[\frac{2p}{q} \arctan(e) + 1 \right] \right\}. \end{aligned} \quad (34)$$

系统的总控制输入为

$$\begin{aligned} \tau = & (\hat{f}(x))^{-1} \left\{ \ddot{q}_d - \hat{g}(x) + \Lambda^{-1} \frac{q}{p} (1 + e^2)^{p/q-1} \dot{e}^{2-p/q} \right. \\ & \left. \left[\frac{2p}{q} \arctan(e) + 1 \right] + [ks + (\mu + g(s))\text{sat}(s)] \right\}. \end{aligned} \quad (35)$$

定义自适应估计偏差为

$$\begin{cases} \tilde{f}(x) = \hat{f}(x) - f(x), \\ \tilde{g}(x) = \hat{g}(x) - g(x). \end{cases} \quad (36)$$

将式(35)和(36)代入 $\dot{s} = 0$ 中可得

$$\begin{aligned} \dot{s} = & \frac{p}{q} \Lambda \dot{e}^{p/q-1} \left\{ \text{diag}(\tilde{P}h(x) + \varepsilon_1)\tau + (\tilde{Q}h(x) + \varepsilon_2) - \right. \\ & \left. [ks + (\mu + g(s))\text{sat}(s)] \right\}. \end{aligned} \quad (37)$$

其中: $\tilde{P} = \hat{P} - P, \tilde{Q} = \hat{Q} - Q$ 为误差量.

设计自适应律为

$$\begin{cases} \dot{\hat{P}} = \frac{p}{q} \gamma_1 \Lambda \dot{e}^{p/q-1} s \tau h(x), \\ \dot{\hat{Q}} = \frac{p}{q} \gamma_2 \Lambda \dot{e}^{p/q-1} s h(x). \end{cases} \quad (38)$$

其中: $\gamma_1, \gamma_2 > 0, \gamma_1, \gamma_2 \in R^n$.

选取李雅普诺夫函数为

$$V = \frac{1}{2}ss^T + \frac{1}{2\gamma_1} \tilde{P}\tilde{P}^T + \frac{1}{2\gamma_2} \tilde{Q}\tilde{Q}^T. \quad (39)$$

对式(39)求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -\tilde{P}\left[\frac{p}{q}\Lambda\dot{e}^{p/q-1}sh(x)\tau - \frac{1}{\gamma_1}\dot{P}^T\right] - \\ & \tilde{Q}\left(\frac{p}{q}\Lambda\dot{e}^{p/q-1}sh(x) - \frac{1}{\gamma_2}\dot{Q}^T\right) + \\ & \frac{p}{q}\Lambda\dot{e}^{p/q-1}s[\varepsilon_1\tau + \varepsilon_2 - ks - (\mu + g(s))\text{sat}(s)]. \end{aligned} \quad (40)$$

令 $\mu > \varepsilon_{\max 1}\tau + \varepsilon_{\max 2}$, 可得

$$\dot{V} \leq -\frac{p}{q}\Lambda\dot{e}^{p/q-1}[ks^T s + (\mu + g(s))\text{sat}(s)|s|] \leq 0. \quad (41)$$

根据李雅普诺夫稳定性定理,在自适应律的作用下,该系统可以从任意初始状态在有限时间内收敛到稳定状态.

3 仿真分析

为了验证本文设计的控制器的有效性,基于双关节旋转刚性水下机械臂,构建动力学模型,采用设计好的控制器实现轨迹跟踪控制,使用 Simulink 进行仿真实验.同时,为了直观地表现该控制方案的优势,在仿真中使用传统非奇异终端滑模方法和非自适应的反切非奇异终端滑模方法进行比较.

3.1 仿真模型搭建

考虑到真实水下机械臂的重量不会集中于旋转关节处,在仿真中采用质心连杆模型.二连杆旋转刚性水下机械臂系统示意图如图2所示,其中: r_1 、 r_2 分别为关节1和关节2到质心的距离.

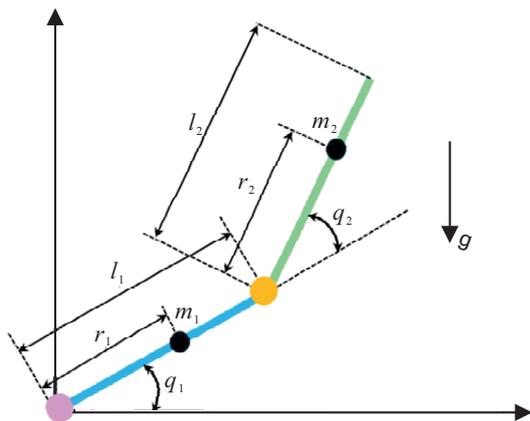


图2 二连杆旋转关节水下机械臂

根据水下机械臂动力学模型推导可得

$$M(\ddot{q}) = \begin{bmatrix} M_1 & M_2 \\ M_3 & M_4 \end{bmatrix},$$

$$C(q, \dot{q}) =$$

$$\begin{bmatrix} -2m_2l_1r_2 \sin(q_2)\dot{q}_2 - m_2l_1r_2 \sin(q_2)\dot{q}_2 \\ m_2l_1r_2 \sin(q_2)\dot{q}_1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (42)$$

其中: $M_1 = m_1r_1^2 + m_2l_1^2 + m_2r_2^2 + 2m_2l_1r_2 \cos(q_2) + J_1 + J_2$, $M_2 = m_2r_2^2 + m_2l_1r_2 \cos(q_2) + J_2$, $M_3 = m_2r_2^2 + m_2l_1r_2 \cos(q_2) + J_2$, $M_4 = m_2r_2^2 + J_2$.

对水下机械臂系统的重力向量进行补偿,可得

$$\begin{aligned} G_{eq}(q) = & \left[(m_1gr_1 + m_2gl_1) \left(1 - \frac{\rho}{\rho_m}\right) \cos(q_1) + \right. \\ & m_2gr_2 \left(1 - \frac{\rho}{\rho_m}\right) \cos(q_1 + q_2), \\ & \left. m_2gr_2 \left(1 - \frac{\rho}{\rho_m}\right) \cos(q_1 + q_2) \right]. \end{aligned} \quad (43)$$

对于水下作业水下机械臂,还要求取水作用力.首先,对连杆1求取水作用力.连杆1绕轴1旋转,此时连杆1上离轴1距离为 x_1 处的线速度为

$$v_1 = \omega_1 \cdot x_1 = \dot{q}_1 \cdot x_1,$$

同时,连杆2的运动会对连杆1的运动造成影响,此时有耦合速度

$$v_{12} = \dot{q}_1 \cdot l_1 \cdot \cos(q_2) + \dot{q}_1 \cdot x_2.$$

将 v_1 和 v_{12} 代入式(5)可以计算得到此时连杆1、连杆2的水作用力分别为 F_1 、 F_2 ,耦合水作用力分别为 F'_1 、 F'_2 .双关节旋转刚性水下机械臂在水下受到的水作用力为

$$\tau_h = [F_1 + F'_1, F_2 + F'_2]^T. \quad (44)$$

3.2 仿真实验

根据3.1节中推导的公式,使用 Simulink 搭建水下机械臂轨迹跟踪仿真模型.

双关节水下机械臂系统有4个系统状态: $x_1(t) = q_1(t)$, $x_2(t) = q_2(t)$, $x_3(t) = \dot{q}_1(t)$, $x_4(t) = \dot{q}_2(t)$;模型中忽略了摩擦力的影响,机械臂的仿真所需物理参数如表1所示.

表1 二连杆旋转刚性机械臂系统物理参数

名称	符号	值
连杆1质量(空气)/kg	m_1	1.53
连杆2质量(空气)/kg	m_2	0.734
连杆1长度/m	l_1	1
连杆2长度/m	l_2	0.75
质心距1/m	r_1	0.5
质心距2/m	r_2	0.6
机械臂平均密度/(kg/m ³)	ρ_m	200
连杆1半径/cm	R_1	5
连杆2半径/cm	R_2	4
引力常数/(m/s ²)	g	9.81
水密度/(kg/m ³)	ρ	1000

为了验证快速反正切非奇异滑模控制器对于提升系统响应速度的效果,分别为水下机械臂系统设计了传统非奇异终端滑模控制器(CNTSMC)和反正切非奇异终端滑模控制器(ANTSMC),通过对比各关节追踪目标角度所需时间的长短,验证FANTSMC的快速收敛性,仿真结果如图3所示.

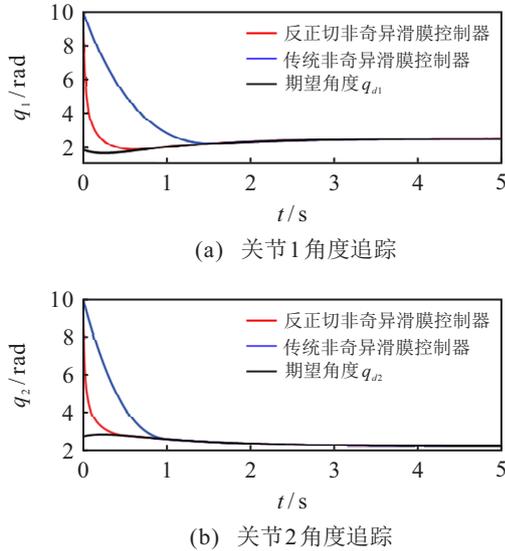


图3 收敛性对比

由图3可以看出,FANTSMC通过减少系统状态量沿滑模面运动的时间,减少了系统沿初始状态运动到期望状态的时间,相比于CNTSMC,关节1和关节2分别提前1s、0.6s左右到达期望位置.以上仿真对比结果表明,FANTSMC能够有效提升系统的响应速度.

自适应快速反正切非奇异终端滑模控制器的控制参数如表2所示,RBF自适应参数如表3所示.

表2 水下机械臂控制器参数

参数	Λ	p	q	k	μ	η
值	(0.0625, 0.0625)	5	3	(40, 40)	(20, 20)	(15, 15)

表3 RBF参数

参数	值
b_j	4
c	$\begin{bmatrix} -20 & -16 & -12 & -8 & -4 & 0 & 4 & 8 & 12 & 16 & 20 \\ -20 & -16 & -12 & -8 & -4 & 0 & 4 & 8 & 12 & 16 & 20 \\ -20 & -16 & -12 & -8 & -4 & 0 & 4 & 8 & 12 & 16 & 20 \\ -20 & -16 & -12 & -8 & -4 & 0 & 4 & 8 & 12 & 16 & 20 \end{bmatrix}$
γ	(0.01, 0.01)

影响系统性能的参数需要根据系统的实际参数选择合适的值,其他参数是根据多次实验择优进行选择.在轨迹追踪仿真实验中,初始关节角度设定为 $q(0) = [1, 1]^T$ (单位为rad),初始关节角速度设定为 $\dot{q}(0) = [0, 0]^T$ (单位为rad/s).

期望跟踪轨迹如下(单位为rad):

$$q_d = \begin{bmatrix} \sin(t) \\ \sin(t) \end{bmatrix}. \quad (45)$$

水下机械臂系统的外部干扰力矩如下(单位为N/m):

$$\tau_d = \begin{bmatrix} 2.5 \sin(t) + 0.5 \sin(200t) \\ 2 \cos(2t) + 0.5 \sin(200t) \end{bmatrix}. \quad (46)$$

为了评估该控制器的性能,引入传统非奇异终端滑模控制器和非自适应的反正切非奇异终端滑模控制器进行仿真比较.

为了保证结果具有一致性,3种方法选取了相同的参数开展对比实验.各关节角度跟踪曲线、角速度跟踪曲线、角度和角速度跟踪误差曲线以及各关节控制力矩对比曲线分别如图4~图7所示.

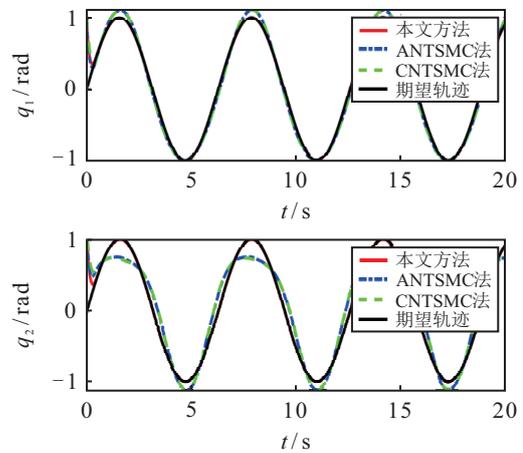


图4 各关节角度跟踪对比

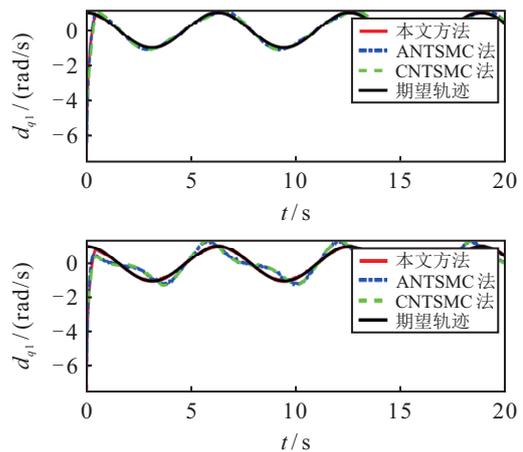


图5 各关节角速度跟踪对比

从图4和图5可以看出,在本文设计的控制器作用下,水下机械臂的两个关节可以更加快速准确地跟踪期望轨迹,仅用了0.4s左右即实现了对目标值的跟踪.

从图6可以看出,本文方法在各关节角度跟踪方面误差更小.在存在外部扰动和水作用力的情况下,水下机械臂系统仍然可以准确地跟踪期望轨迹曲线,

说明该控制器对于外部扰动具有很强的鲁棒性.

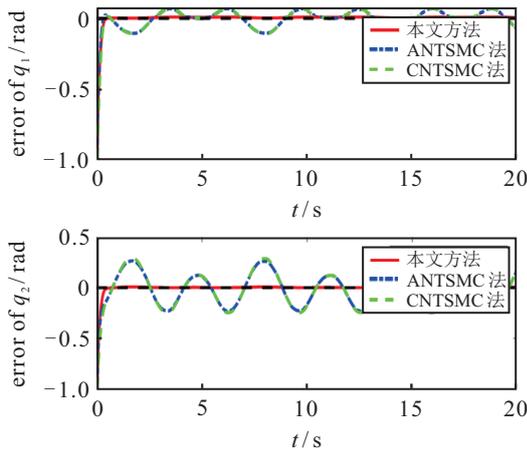


图6 各关节角度跟踪误差比较

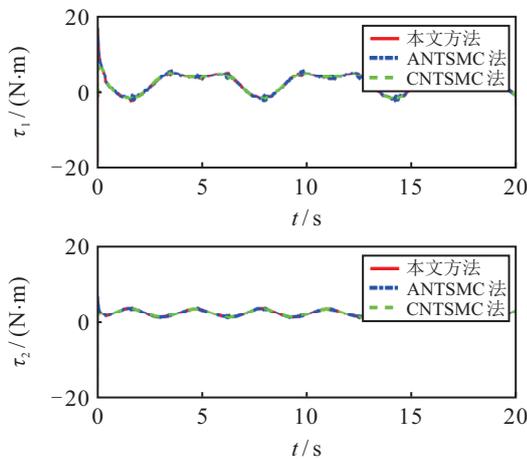


图7 各关节控制输入比较

水下机械臂系统控制力矩曲线如图7所示,由于本文在设计控制器时使用了混合趋近律,从图7中可以看出,该方法有效地削弱了抖振现象.

为了能够定量比较分析,本节还对比了3种控制方法的响应时间和平均稳态误差.统计结果如表4所示.

表4 仿真实验结果

控制方法	关节	响应时间/s	平均稳态误差/(10 ⁻⁴ rad)
CNTSMC	Joint 1	0.52	157
	Joint 2	0.87	345
ANTSMC	Joint 1	0.47	144
	Joint 2	0.76	386
RBF-ANTSMC	Joint 1	0.35	1.3
	Joint 2	0.42	1.8

从表4中可以明显看出,本文设计的控制方法关节1、关节2的响应时间分别为0.35 s和0.42 s,平均稳态误差分别为1.3和1.8,相较于其他两种控制方法具有更高的控制精度和更快的响应速度,并且该方法还

有效抑制了抖振.综上所述,本文提出的滑模控制算法相较于传统滑模控制算法,具有更短的收敛时间和更高的跟踪精度,并具有强鲁棒性和自适应性,性能有明显提升.

综上,上述实验结果验证了本文所提方法相较于非自适应和传统的非奇异终端滑模控制方法有更快的收敛速度以及更高的精度,并且具有较强的鲁棒性,适用于水下作业水下机械臂轨迹跟踪控制.

4 结论

本文基于 n 自由度旋转刚性水下机械臂的动力学模型,设计了一种自适应快速反正切非奇异终端滑模控制器,以实现水下机械臂末端轨迹跟踪控制.首先,针对水下机械臂,推导了水作用力的表达式,完善了水下机械臂的动力学模型;随后,设计了一种快速反正切非奇异终端滑模控制器;然后,对于系统的动力学建模和外部扰动部分采用径向基神经网络RBF进行自适应参数替换,使系统整体具有更高的鲁棒性,将系统建模的不确定性和外部扰动带来的影响降到最低,构建李雅普诺夫方程,根据稳定性定理,证明系统可以在有限时间内收敛;最后,基于Simulink平台针对二连杆旋转关节刚性水下机械臂开展动力学控制仿真,仿真实验对比了本文方法与传统非奇异终端滑模方法和非自适应的反正切非奇异终端滑模方法,实验结果表明,FANTSMC具有更高的控制精度和更快的响应速度,适合水下作业机械臂的轨迹跟踪.

参考文献(References)

- [1] Martin S C, Whitcomb L L. Nonlinear model-based tracking control of underwater vehicles with three degree-of-freedom fully coupled dynamical plant models: Theory and experimental evaluation[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2018, 26(2): 404-414.
- [2] 袁凯, 刘延俊, 孙景余, 等. 基于模糊RBF神经网络的水下机械臂控制研究[J]. 工程设计学报, 2019, 26(6): 675-682.
(Yuan K, Liu Y J, Sun J Y, et al. Research on control of underwater manipulator based on fuzzy RBF neural network[J]. Chinese Journal of Engineering Design, 2019, 26(6): 675-682.)
- [3] Li Z Y, Zhai J Y. Event-triggered-based sliding mode asymptotic tracking control of robotic manipulators[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2024, 71(3): 1266-1270.
- [4] Chen J Q, Zhang H Y, Zhu T T, et al. Trajectory

- tracking control of a manipulator based on an immune algorithm-optimized neural network in the presence of unknown backlash-like hysteresis[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2024, 470: 128552.
- [5] Zhai J Y, Xu G. A novel non-singular terminal sliding mode trajectory tracking control for robotic manipulators[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2021, 68(1): 391-395.
- [6] Nikdel N, Badamchizadeh M, Azimirad V, et al. Fractional-order adaptive backstepping control of robotic manipulators in the presence of model uncertainties and external disturbances[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2016, 63(10): 6249-6256.
- [7] Shrivastava A, Dalla V K, Abhishek K. Optimum joint and trajectory tracking control of multi-axes space manipulator based on amnesia feedback controller[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 2023, 237(19): 4546-4563.
- [8] Zhang S, Wu Y, He X Y, et al. Neural network-based cooperative trajectory tracking control for a mobile dual flexible manipulator[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2023, 34(9): 6545-6556.
- [9] Dai L, Yu Y T, Zhai D H, et al. Robust model predictive tracking control for robot manipulators with disturbances[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2021, 68(5): 4288-4297.
- [10] Wang B L, Zhang C, Jia Q W, et al. Robust continuous sliding mode control for manipulator PMSM trajectory tracking system under time-varying uncertain disturbances[J]. *IEEE Access*, 2020, 8: 196618-196632.
- [11] Jia S Y, Shan J J. Finite-time trajectory tracking control of space manipulator under actuator saturation[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2020, 67(3): 2086-2096.
- [12] Han J Y, Wang F, Sun C X. Trajectory tracking control of a manipulator based on an adaptive neuro-fuzzy inference system[J]. *Applied Sciences*, 2023, 13(2): 1046.
- [13] Liu W D, Xu J M, Li L, et al. Adaptive model predictive control for underwater manipulators using Gaussian process regression[J]. *Journal of Marine Science and Engineering*, 2023, 11(9): 1641.
- [14] Zhou Z C, Tang G Y, Huang H, et al. Adaptive nonsingular fast terminal sliding mode control for underwater manipulator robotics with asymmetric saturation actuators[J]. *Control Theory and Technology*, 2020, 18(1): 81-91.
- [15] Wang F, Chao Z Q, Huang L B, et al. Trajectory tracking control of robot manipulator based on RBF neural network and fuzzy sliding mode[J]. *Cluster Computing*, 2019, 22(3): 5799-5809.
- [16] Ge D H, Wang G, Ge J B, et al. Trajectory tracking control of two-joint underwater manipulator in ocean-wave environment[J]. *Ocean Engineering*, 2024, 292: 116329.
- [17] Tang Q R, Jin D P, Luo R, et al. Tracking control of an underwater manipulator using active disturbance rejection[J]. *Journal of Marine Science and Technology*, 2023, 28(4): 770-783.
- [18] 华长春, 陈传虎, 陈健楠, 等. 基于干扰观测器的水下机器人预定性能控制[J]. *控制与决策*, 2022, 37(5): 1160-1166.
(Hua C C, Chen C H, Chen J N, et al. Prescribed performance control of underwater robot based on disturbance observer[J]. *Control and Decision*, 2022, 37(5): 1160-1166.)
- [19] 张奇. 水下机械臂轨迹规划及控制系统研究与实现[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2019: 67-134.
(Zhang Q. Research and implementation of trajectory planning and control system for underwater manipulator[D]. Harbin: Harbin Engineering University, 2019: 67-134.)

作者简介

范亚洲(1978—), 男, 硕士, 主要研究方向为水下机器人, E-mail: 191803695@gq.com;

孙林祥(1998—), 男, 硕士生, 主要研究方向为水下机器人控制, E-mail: 1706104sunlinxiang@alu.hit.edu.cn;

白雪剑(1992—), 男, 讲师, 博士, 主要研究方向为水下仿生机器人, E-mail: baixuejian2018@ia.ac.cn;

赵艺楠(2000—), 女, 硕士生, 主要研究方向为水下机器人控制, E-mail: 15513137357@163.com;

惠晓龙(1988—), 男, 助理研究员, 博士, 主要研究方向为水下机器人, E-mail: huixiaolong2015@ia.ac.cn;

王宇(1988—), 男, 研究员, 博士生导师, 主要研究方向为水下移动机器人, E-mail: yu.wang@ia.ac.cn.