

# 控制与决策

Control and Decision

## 无人机领导的多无人艇系统固定时间优化编队控制

向雨竹, 邹文成, 郭健, 向嵘嵘

引用本文:

向雨竹, 邹文成, 郭健, 等. 无人机领导的多无人艇系统固定时间优化编队控制[J]. *控制与决策*, 2025, 40(1): 223–230.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2024.0345>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### 大规模固定翼无人机集群编队控制方法

Formation control of large-scale fixed-wing unmanned aerial vehicle swarms

控制与决策. 2021, 36(9): 2063–2073 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0076>

#### 分布式多无人机的时变编队非线性控制设计

Time-varying formation nonlinear control of distributed multiple UAVs

控制与决策. 2021, 36(10): 2490–2496 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0136>

#### 基于领航-跟随的有人/无人机编队队形保持控制

Formation keeping control for manned/unmanned aerial vehicle formation based on leader-follower strategy

控制与决策. 2021, 36(10): 2435–2441 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0453>

#### 脉冲控制下多智能体系统的保性能双向编队控制

Guaranteed cost bipartite formation problem of multi-agent systems with impulse control

控制与决策. 2021, 36(1): 180–186 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0854>

#### 基于强化学习的小型无人直升机有限时间收敛控制设计

Finite time control based on reinforcement learning for a small-size unmanned helicopter

控制与决策. 2020, 35(11): 2646–2652 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0328>

# 无人机领导的多无人艇系统固定时间优化编队控制

向雨竹, 邹文成, 郭健, 向峥嵘<sup>†</sup>

(南京理工大学自动化学院, 南京 210094)

**摘要:** 针对多无人艇 (unmanned surface vessels, USVs) 编队系统中 USV 视野受限等问题, 提出一种以无人机 (unmanned aerial vehicles, UAV) 作为多 USV 编队领导者的模型. 针对 UAV 领导的多 USV 系统水空协同编队问题, 设计一种固定时间的优化编队控制算法. 在对 USV、UAV 进行三自由度动力学建模的基础上构建增广系统, 并建立一个以优化控制输入及编队误差为目标的性能指标函数. 所提出的辨识器-执行者-评价者结构的强化学习算法中, 辨识器可以精确辨识系统中的未知非线性动态, 通过评价者完成对最优性能指标函数值的评估、执行者更新控制策略两个步骤不断优化控制策略以逼近最优, 进而利用 Lyapunov 方法证明 UAV-USV 系统编队误差能在固定时间内收敛. 最后, 通过仿真模拟验证了所提出算法的有效性.

**关键词:** 无人艇; 编队控制; 强化学习; 固定时间控制; 优化控制; 多智能体系统

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2024.0345

引用格式: 向雨竹, 邹文成, 郭健, 等. 无人机领导的多无人艇系统固定时间优化编队控制[J]. 控制与决策, 2025, 40(1): 223-230.

## Fixed-time optimal formation control for multi-unmanned surface vessels under the leadership of unmanned aerial vehicle

XIANG Yu-zhu, ZOU Wen-cheng, GUO Jian, XIANG Zheng-rong<sup>†</sup>

(School of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

**Abstract:** Due to the limited visibility of unmanned surface vessel (USVs) in multi-USV formation systems, this paper proposes a model with an unmanned aerial vehicle (UAV) as the leader of the USV formations. A fixed-time optimal formation control algorithm is designed for the formation of multi-USVs under UAV leadership. Building upon the three-degree-of-freedom dynamic modeling of USVs and UAVs, an augmented system is constructed. A performance index function that considers input cost and formation error is established. In the proposed reinforcement learning algorithm with an identifier-actor-critic structure, unknown nonlinear system dynamic is approximated by the identifier. The actor and critic for executing control behavior and evaluating control performance tunes simultaneously towards the optimal solution. Furthermore, it is proven that the formation error of the UAV-USV system can converge to a small region around zero within a fixed time. The effectiveness of the proposed algorithm is verified by simulation examples.

**Keywords:** unmanned surface vessels; formation control; reinforcement learning; fixed-time control; optimal control; multi-agent systems

## 0 引言

随着无人系统技术的持续发展, 不同类型的无人系统在各领域内的协同协作已成为当前无人系统技术研究和应用的焦点<sup>[1]</sup>. 无人机 (UAV) 与无人艇 (USV) 跨域协同作业可实现 UAV 视野广阔、探测范围大、可自由悬停<sup>[2]</sup> 以及 USV 水域航行灵活、负载重量大、航行时间长<sup>[3]</sup> 等优势互补. 作为编队领导者, UAV 从空中俯瞰整个编队, 可以更全面地感知环

境和监控编队成员的动态变化, 更灵活地调整编队的队形和路径规划<sup>[4]</sup>. 作为空中平台, UAV 具有更稳定和高效的通信能力, 实现与多个 USV 之间的协调配合, 提高编队的整体效率<sup>[5]</sup>. Ma 等<sup>[6]</sup> 针对二阶多维异构多智能体系统的跨维度编队控制问题, 设计了跨维度编队协议, 实现了跨维度编队. 需要指出的是, 所提出控制方案只能保证系统渐近收敛.

为了处理这一问题, 在有限时间控制<sup>[7]</sup> 的基础

收稿日期: 2024-03-31; 录用日期: 2024-07-24.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (62373191, 62303224); 海装十四五预研课题项目 (3020903010202).

责任编辑: 闫敬.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: xiangzr@mail.njust.edu.cn.

上, Polyakov等<sup>[8]</sup>首次提出固定时间控制. 固定时间控制算法能够很好地保证系统在固定时间内收敛, 且收敛时间与系统初始状态无关. Zuo等<sup>[9]</sup>尝试在多智能体系统中应用固定时间控制, 提出了一种固定时间终端滑模控制方法, 实现了快速而准确的控制效果. 苏博等<sup>[10]</sup>提出了一种抗扰动的固定时间相对阈值事件触发编队控制方法, 实现了多自主水下机器人编队控制. Cheng等<sup>[11]</sup>针对由多个无人车和多UAV组成的异构多智能体系统提出了固定时间编队控制策略. 需要指出的是, 有限/固定时间控制方案<sup>[7-11]</sup>未考虑优化控制问题.

近年来, 学者们致力于开发多智能体优化编队控制方案, 期望以最少的控制成本完成编队<sup>[12-14]</sup>. Wang等<sup>[15]</sup>探讨了应用强化学习来实现不确定非线性多智能体系统的自适应固定时间优化编队控制. Zhang等<sup>[16]</sup>利用基于模糊逻辑系统的RL方法解决了优化预设时间的非线性多智能体系统的控制问题, 从而确保编队误差在指定时间内收敛到期望精度. 虽然多智能体编队控制取得了一些结果, 但是相关问题在以UAV作为多USV编队领导者的水空协同编队方面的研究鲜有报道.

受上述启发, 本文致力于研究以UAV作为多USV编队领导者的水空协同固定时间编队控制问题. 主要改进和创新点如下:

1) 考虑一种新的UAV领导下的多USV水空协同编队模型. 以UAV取代传统以USV为领导者的多USV编队系统, 可以有效增大系统探测范围, 提升海洋感知维度, 适应不同的任务需求和环境变化, 充分发挥无人集群系统海空动态互补优势, 从而实现更高效的多USV编队的协同作业能力.

2) 与现有的基于Actor-Critic架构的优化编队控制结果<sup>[13]</sup>不同, 考虑UAV领导的多USV固定时间优化编队控制, 对系统模型的不确定部分设计自适应律, 消除现有优化控制结果中系统动态完全已知的假设, 更能满足工程实际要求.

3) 相比于已有文献优化多智能体编队控制结果(如Wen等<sup>[13]</sup>)和有限时间优化控制结果(如Wang等<sup>[14]</sup>), 本文设计的控制器可保证编队收敛时间上界与初始条件无关, 结果更具工程意义.

## 1 问题描述及预备知识

### 1.1 图论

用一个无向连通图 $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E}, \mathcal{A})$ 描述多智能体的通信网络, 其中 $\mathcal{V} = \{v_1, v_2, \dots, v_N\}$ ,  $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{V} \times \mathcal{V}$ ,  $\mathcal{A} = [a_{ij}]_{N \times N}$ 分别代表顶点集、边集和邻接矩阵,

$N$ 表示智能体个数. 如果有从 $v_j$ 到 $v_i$ 的信息流, 则 $\bar{v}_{ij} = (v_i, v_j) \in \mathcal{E}$ 且 $a_{ij} = 1$ ,  $v_j$ 为 $v_i$ 的邻居; 否则 $\bar{v}_{ij} \notin \mathcal{E}$ 且 $a_{ij} = 0$ . 邻居节点集表示为 $\mathcal{N}_i = \{v_j | (v_i, v_j) \in \mathcal{E}\}$ . 当且仅当 $a_{ij} = a_{ji}$ 时,  $\mathcal{G}$ 是一个无向图. 如果任意一对不同的顶点有一条路径相连, 则该无向图是连通的, 其中从 $v_i$ 到 $v_j$ 的路径是一个形如 $(v_i, v_{i1}), (v_{i1}, v_{i2}), \dots, (v_{il}, v_j)$ 的边序列.

### 1.2 预备知识

**引理1**<sup>[17]</sup> 对于任意 $x_i \in \mathbb{R}, i = 1, 2, \dots, n$ , 当 $0 < p < 1$ 时, 有 $(\sum_{i=1}^n x_i)^p \leq \sum_{i=1}^n x_i^p$ ; 当 $q > 1$ 时, 有 $(\sum_{i=1}^n x_i)^q \leq n^{q-1}(\sum_{i=1}^n x_i^q)$ .

**引理2**<sup>[18]</sup> 对于非线性系统, 设原点为其平衡点, 若存在一个连续的正定函数 $V(x)$ 及标量 $d_1, d_2, \Upsilon, \iota > 0, 0 < p < 1, \kappa \iota < 1, q \iota > 1$ , 使得 $V(x)$ 满足 $\dot{V}(x) \leq -(d_1 V^p(x) + d_2 V^q(x))^\iota + \Upsilon$ , 则可以得到非线性系统是实用固定时间稳定的, 其稳定时间满足 $T \leq T_{\max} = \frac{1}{d_1^\iota \kappa^\iota (1-p\iota)} + \frac{1}{d_2^\iota \kappa^\iota (q\iota-1)}$ .

### 1.3 问题描述

#### 1.3.1 UAV系统建模

考虑一个四旋翼无人机作为领导者UAV, 其动力学模型<sup>[12]</sup>如下:

$$\begin{cases} \ddot{p}_x = (\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi) u_\tau / m_a - \rho_x \dot{p}_x / m_a, \\ \ddot{p}_y = (\cos \phi \sin \theta \sin \psi + \sin \phi \cos \psi) u_\tau / m_a - \rho_y \dot{p}_y / m_a, \\ \ddot{p}_z = -g + (\cos \theta \cos \phi) u_\tau / m_a - \rho_z \dot{p}_z / m_a, \\ \ddot{\phi} = \dot{\theta} \dot{\psi} \frac{I_y - I_z}{I_x} - \frac{I_r}{I_x} \dot{\theta} \omega_a + \frac{1}{I_x} u_1 - \frac{\rho_\phi}{I_x} \dot{\phi}, \\ \ddot{\theta} = \dot{\phi} \dot{\psi} \frac{I_z - I_x}{I_y} - \frac{I_r}{I_y} \dot{\phi} \omega_a + \frac{1}{I_y} u_2 - \frac{\rho_\theta}{I_y} \dot{\theta}, \\ \ddot{\psi} = \dot{\phi} \dot{\theta} \frac{I_x - I_y}{I_z} + \frac{1}{I_z} u_3 - \frac{\rho_\psi}{I_z} \dot{\psi}. \end{cases} \quad (1)$$

其中:  $x_a \equiv [p_x, p_y, p_z]^T$ 和 $\omega_a \equiv [\varphi, \theta, \psi]^T$ 分别为UAV的位置和姿态角;  $p_x, p_y$ 和 $p_z$ 为UAV在 $x$ 轴、 $y$ 轴方向的位置和 $z$ 轴方向的高度或深度;  $\varphi, \theta$ 和 $\psi$ 分别为航向角、俯仰角和横滚角;  $u_\tau, u_1, u_2$ 和 $u_3$ 分别为控制推力和3个控制力矩;  $I_x, I_y$ 和 $I_z$ 为惯性矩;  $\rho_x, \rho_y, \rho_z$ 和 $\rho_\phi, \rho_\theta, \rho_\psi$ 为气动阻尼系数;  $m_a$ 为质量;  $g$ 为重力加速度;  $I_r$ 为转动惯量;  $\omega_a$ 为旋翼角速度.

#### 1.3.2 USV系统建模

考虑 $N$ 艘USV在3个自由度的水平面运动, 第 $i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ )个USV的动力学模型<sup>[18]</sup>描述如下:

$$\begin{cases} \dot{\eta}_i = R(\delta_i)\nu_i, \\ M_i\dot{\nu}_i + C_i\nu_i + D_i\nu_i = u_i. \end{cases} \quad (2)$$

其中:  $\eta_i \equiv [x_i, y_i, \delta_i]^T$  为第  $i$  艘 USV 的位置和航向角,  $\nu_i \equiv [\nu_{xi}, \nu_{yi}, \nu_{\delta i}]^T$  为速度变量和角速度变量,  $u_i(t) = [u_{xi}, u_{yi}, u_{\delta i}]^T$  为控制输入向量,  $R(\delta_i)$  为旋转矩阵,  $M_i = M_i^T$  为惯性矩阵,  $D_i$  为阻尼矩阵,  $C_i = -C_i^T$  为科里奥利力和离心力矩阵. 且有

$$R(\delta_i) = \begin{bmatrix} \cos \delta_i & -\sin \delta_i & 0 \\ \sin \delta_i & \cos \delta_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$M_i = \begin{bmatrix} m_{11,i} & 0 & 0 \\ 0 & m_{22,i} & m_{23,i} \\ 0 & m_{32,i} & m_{33,i} \end{bmatrix},$$

$$C_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & c_{13,i} \\ 0 & 0 & c_{23,i} \\ -c_{13,i} & -c_{23,i} & 0 \end{bmatrix},$$

$$D_i = \begin{bmatrix} d_{11,i} & 0 & 0 \\ 0 & d_{22,i} & d_{23,i} \\ 0 & d_{32,i} & d_{33,i} \end{bmatrix}, S_i = \begin{bmatrix} 0 & -r_i & 0 \\ r_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

**注1** 领导者 UAV 具有 3 个自由度 ( $p_x, p_y, p_z$ ), 跟随者 USV 也有 3 个自由度 ( $x_i, y_i, \delta_i$ ), 其中  $p_x, p_y$  和  $x_i, y_i$  分别表示领导者 UAV 和跟随者 USV 在水平平面  $X, Y$  方向上的位置.  $p_z$  和  $\delta_i$  具有不同的含义, 分别表示 UAV 的高度和 USV 的偏航角. 因此, 在完成编队控制的过程中, 只需在领导者 UAV 与跟随者 USV 之间交换水平位置信息.

### 1.3.3 编队问题描述

由于系统中 UAV 作为水空协同编队中的领导者, 本文研究的 UAV 控制问题主要集中在位置系统上. 记

$$\bar{x} = [p_x, p_y]^T, \begin{cases} \chi_{a,1} = \bar{x}_a, \\ \chi_{a,2} = \dot{\bar{x}}_a. \end{cases}$$

定义 UAV 水平位置控制输入为  $\bar{u}_a(t) = [u_{xa}, u_{ya}]^T \in \mathbb{R}^2$ , 则 UAV 的二自由度模型定义如下:

$$\begin{cases} \dot{\chi}_{a,1} = \chi_{a,2}, \\ \dot{\chi}_{a,2} = A\bar{u}_a + f_a. \end{cases} \quad (3)$$

其中:  $A = \text{diag}[1/m_a, 1/m_a] \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ ,  $f_a = [-\rho_x \dot{p}_x/m_a, -\rho_y \dot{p}_y/m_a]^T \in \mathbb{R}^2$ .  $\bar{u}_a(t)$  与  $u_\tau$  的关系描述为

$$\begin{cases} u_{xa} = (\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi)u_\tau, \\ u_{ya} = (\cos \phi \sin \theta \sin \psi + \sin \phi \cos \psi)u_\tau. \end{cases}$$

为方便将多个跟随者 USV 的复合动力学结合起来, 记  $\bar{\eta}_i = [x_i, y_i]^T$ ,  $\chi_{i,1} = \bar{\eta}_i$ ,  $\chi_{i,2} = \dot{\bar{\eta}}_i$ . 定义 USV 水

平位置控制输入为  $\bar{u}_i(t) = [u_{xi}, u_{yi}]^T \in \mathbb{R}^2$ , 结合式 (2), USV 的二自由度模型为

$$\begin{cases} \dot{\chi}_{i,1} = \chi_{i,2}, \\ \dot{\chi}_{i,2} = [\bar{R}(\delta_i)\bar{M}_i\bar{R}^T(\delta_i)]^{-1}\bar{R}(\delta_i)\bar{u}_i + f_i. \end{cases} \quad (4)$$

其中

$$\bar{M}_i = \text{diag}[m_{11,i}, m_{22,i}] \in \mathbb{R}^{2 \times 2},$$

$$f_i = -[\bar{R}(\delta_i)\bar{M}_i\bar{R}^T(\delta_i)]^{-1}(\bar{R}(\delta_i)(\bar{C}_i - \bar{M}_i\bar{S}_i)\bar{R}^T(\delta_i)\chi_{i,2} + \bar{R}(\delta_i)\bar{D}_i\bar{R}^T(\delta_i)\chi_{i,2}) \in \mathbb{R}^2,$$

$$\bar{D}_i = \text{diag}[d_{11,i}, d_{22,i}] \in \mathbb{R}^{2 \times 2},$$

$$\bar{R}(\delta_i) = \begin{bmatrix} \cos \delta_i & -\sin \delta_i \\ \sin \delta_i & \cos \delta_i \end{bmatrix},$$

$$\bar{S}_i = \begin{bmatrix} 0 & -r_i \\ r_i & 0 \end{bmatrix}.$$

定义增广 USV 状态变量  $X_i = [\chi_{i,1}^T, \chi_{i,2}^T]^T \in \mathbb{R}^4$ , 输入变量  $U_i(X_i) = [0_{2 \times 1}, u_i^T]^T \in \mathbb{R}^4$ , 增广系统如下:

$$\begin{aligned} \dot{X}_i &= \mathcal{F}_i(X_i) + \mathcal{G}_i(X_i)\mathcal{U}_i(X_i), \\ i &= 1, 2, \dots, N. \end{aligned} \quad (5)$$

其中

$$\mathcal{F}_i(X_i) = [\chi_{i,2}^T, f_i^T(\chi_i)]^T \in \mathbb{R}^4,$$

$$\mathcal{G}_i(X) = \begin{bmatrix} 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 2} \\ 0_{2 \times 2} & [\bar{R}(\delta_i)\bar{M}_i\bar{R}^T(\delta_i)]^{-1}\bar{R}(\delta_i) \end{bmatrix}_{4 \times 4}.$$

对于第  $i$  个跟随者 USV, 跟踪误差函数可写为

$$z_i(t) = X_i(t) - \sigma_i - X_a(t). \quad (6)$$

其中:  $\sigma_i \in \mathbb{R}^4$  为第  $i$  个跟随者 USV 与领导者 UAV 在平面上投影的相对位置, 以表示期望的编队队形;  $X_a = [\chi_{a,1}^T, \chi_{a,2}^T]^T \in \mathbb{R}^4$  为增广的 UAV 状态变量.

**假设1**  $X_a$  及其导数  $\dot{X}_a$  有界, 即  $|\dot{X}_a| \leq \bar{X}_a$ .

对于第  $i$  个 USV, 定义编队误差如下:

$$\begin{aligned} \xi_i(t) &= \sum_{j \in N_i} a_{ij}(X_i(t) - \sigma_i - X_j(t) + \sigma_j) + \\ & b_i(X_i(t) - \sigma_i - X_a(t)). \end{aligned} \quad (7)$$

对式 (7) 求导可得

$$\dot{\xi}_i = c_i(\mathcal{F}_i + \mathcal{G}_i\mathcal{U}_i) - \sum_{j \in N_i} a_{ij}\dot{X}_j - b_i\dot{X}_a, \quad (8)$$

其中  $c_i = \sum_{j=1}^N a_{ij} + b_i$ .

针对式 (7) 所示系统, 定义性能指标函数

$$\mathcal{J}_i(\xi_i) = \int_t^\infty e^{-\alpha_i(s-t)} \mathcal{Q}_i(\xi) ds. \quad (9)$$

其中:  $Q_i(\xi) = \xi_i^T \xi_i + U_i^T U_i$ ,  $\alpha$  为衰减因子.

控制目标如下: 针对多 USV 系统 (1), 设计优化编队控制协议, 使得  $N$  个 USV 在 UAV 的领导下实现固定时间编队, 即  $\lim_{t \rightarrow T_f} \|z_i(t)\| = \lim_{t \rightarrow T_f} \|X_i(t) - \sigma_i - X_a(t)\| = 0$ , 且性能指标函数 (9) 能够被最小化, 实现优化控制.

如果控制输入  $U_i$  在  $\Omega$  是可容许的<sup>[19]</sup>, 且性能指标函数 (9) 一阶可导, 则结合式 (8) 可得如下 HJB 方程:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_i(\xi_i, u_i^*, \mathcal{J}_{\xi_i}^*) = \\ Q_i(\xi) - \alpha_i \mathcal{J}_{\xi_i}^* + \mathcal{J}_{\xi_i}^{*\top} \left[ c_i (\mathcal{F}_i + \right. \\ \left. \mathcal{G}_i U_i^*) - \sum_{j \in N_i} a_{ij} \dot{X}_j - b_i \dot{X}_a \right] = 0, \end{aligned} \quad (10)$$

其中  $\mathcal{J}_{\xi_i}^* = \partial \mathcal{J}_i^* / \partial \xi_i$ . 通过驻点条件可得  $U_i^* = -\frac{c_i}{2} \mathcal{G}_i^T \mathcal{J}_{\xi_i}^*$ , 代入式 (10) 可得

$$\begin{aligned} \xi_i^T \xi_i - \frac{c_i^2}{4} \mathcal{J}_{\xi_i}^{*\top} \mathcal{G}_i \mathcal{G}_i^T \mathcal{J}_{\xi_i}^* - \alpha_i \mathcal{J}_{\xi_i}^* + \\ \mathcal{J}_{\xi_i}^{*\top} \left[ c_i \mathcal{F}_i - \sum_{j \in N_i} a_{ij} \dot{X}_j - b_i \dot{X}_a \right] = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

## 2 控制器设计与稳定性分析

### 2.1 优化编队控制器设计

定义  $\bar{\mathcal{J}}_{\xi_i}^* = \mathcal{G}_i \mathcal{G}_i^T \mathcal{J}_{\xi_i}^*$ , 有

$$\begin{aligned} \bar{\mathcal{J}}_{\xi_i}^* = \frac{2\gamma_i}{c_i} (\xi_i^T \xi_i)^{-\frac{1}{4}} \xi_i K_{\xi_i} + \frac{2\beta_i}{c_i} (\xi_i^T \xi_i) \xi_i + \\ \frac{9}{2c_i} \xi_i + \frac{2}{c_i} \mathcal{F}_i(X_i) + \frac{1}{c_i} \mathcal{J}_i^0(\xi_i), \end{aligned} \quad (12)$$

其中  $\gamma_i$  和  $\beta_i$  为需要设计的正常数, 且有  $\mathcal{J}_i^0 = -2\gamma_i (\xi_i^T \xi_i)^{-\frac{1}{4}} \xi_i - 2\beta_i (\xi_i^T \xi_i) \xi_i - \frac{9}{2} \xi_i - 2\mathcal{F}_i + c_i \mathcal{J}_{\xi_i}^*$ .

本文采用如下神经网络逼近  $\mathcal{J}_i^0(\cdot)$  和  $\mathcal{F}_i(\cdot)$ :

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_i(X_i) = \varphi_{\mathcal{F}_i}^{*\top} \Psi_{\mathcal{F}_i}(X_i) + \varepsilon_{\mathcal{F}_i}(X_i), \\ \mathcal{J}_i^0(\xi_i, X_i) = \varphi_{ci}^{*\top} \Psi_i(\xi_i, X_i) + \varepsilon_i(\xi_i, X_i). \end{aligned} \quad (13)$$

其中:  $\varphi_{\mathcal{F}_i}^* \in \mathbb{R}^{4 \times n_1}$ 、 $\varphi_{ci}^* \in \mathbb{R}^{4 \times n_2}$  分别为辨识器和评价者的最优权重;  $n_1$  和  $n_2$  为神经元个数;  $\Psi_{\mathcal{F}_i} = [s_{\mathcal{F}_i}^1, s_{\mathcal{F}_i}^2, \dots, s_{\mathcal{F}_i}^{n_1}]^T$ 、 $\Psi_i = [s_i^1, s_i^2, \dots, s_i^{n_2}]^T$  为基函数向量;  $\varepsilon_{\mathcal{F}_i}$  和  $\varepsilon_i$  为逼近误差, 满足  $\|\varepsilon_{\mathcal{F}_i}\| \leq \epsilon_{\mathcal{F}_i}$ ,  $\|\varepsilon_i\| \leq \epsilon_i$ .

由于辨识器和评价网络的权重  $\varphi_{\mathcal{F}_i}^*$  和  $\varphi_{ci}^*$  是未知的, 采用  $\hat{\varphi}_{\mathcal{F}_i} \in \mathbb{R}^{4 \times n_1}$  和  $\hat{\varphi}_{ci} \in \mathbb{R}^{4 \times n_2}$  近似, 有

$$\begin{aligned} \hat{\mathcal{F}}_i(X_i) = \hat{\varphi}_{\mathcal{F}_i}^T(t) \Psi_{\mathcal{F}_i}(X_i), \\ \hat{\mathcal{J}}_i^0(\xi_i, X_i) = \hat{\varphi}_{ci}^T \Psi_i(\xi_i, X_i). \end{aligned} \quad (14)$$

设计辨识器的权重更新律如下:

$$\dot{\hat{\varphi}}_{\mathcal{F}_i}(t) = \varsigma_{\mathcal{F}_i} \Psi_{\mathcal{F}_i} \xi_i - \kappa_{i1} \hat{\varphi}_{\mathcal{F}_i} - \kappa_{i2} \hat{\varphi}_{\mathcal{F}_i}^3, \quad (15)$$

其中  $\varsigma_{\mathcal{F}_i}$ 、 $\kappa_{i1}$  和  $\kappa_{i2}$  为需要设计的正常数. 辨识器估计误差为  $\tilde{\varphi}_{\mathcal{F}_i}(t) = \hat{\varphi}_{\mathcal{F}_i}(t) - \varphi_{\mathcal{F}_i}^*$ .

将式 (14) 代入 (12) 可以得到估计的  $\bar{\mathcal{J}}_{\xi_i}^*$  为

$$\begin{aligned} \hat{\mathcal{J}}_{\xi_i} = \frac{2\gamma_i}{c_i} (\xi_i^T \xi_i)^{-\frac{1}{4}} \xi_i + \frac{2\beta_i}{c_i} (\xi_i^T \xi_i) \xi_i + \frac{9}{2c_i} \xi_i + \\ \frac{2}{c_i} \hat{\varphi}_{\mathcal{F}_i}^T \Psi_{\mathcal{F}_i}(X_i) + \frac{1}{c_i} \hat{\varphi}_{ci}^T \Psi_i(X_i, \xi_i), \end{aligned} \quad (16)$$

其中  $\hat{\mathcal{J}}_{\xi_i}$  为  $\bar{\mathcal{J}}_{\xi_i}^*$  的估计.

设计第  $i$  个 USV 的最优控制输入为

$$U_i = -\frac{c_i}{2} \mathcal{G}_i^T \bar{\mathcal{J}}_{\xi_i}, \quad (17)$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{\mathcal{J}}_{\xi_i} = \frac{2\gamma_i}{c_i} (\xi_i^T \xi_i)^{-\frac{1}{4}} \xi_i + \frac{2\beta_i}{c_i} (\xi_i^T \xi_i) \xi_i + \frac{9}{2c_i} \xi_i + \\ \frac{2}{c_i} \hat{\varphi}_{\mathcal{F}_i}^T \Psi_{\mathcal{F}_i}(X_i) + \frac{1}{c_i} \hat{\varphi}_{ai}^T \Psi_i(X_i, \xi_i). \end{aligned}$$

评价者的权重更新律设计如下:

$$\dot{\hat{\varphi}}_{ci} = -\vartheta_{ci} \Psi_i \Psi_i^T \hat{\varphi}_{ci}. \quad (18)$$

其中:  $\vartheta_{ci}$  为需要设计的正常数,  $\tilde{\varphi}_{ci} = \hat{\varphi}_{ci} - \varphi_{ci}^*$  为评价者权重与最优权重之间的误差.

执行者的权重更新律设计如下:

$$\dot{\hat{\varphi}}_{ai} = -\Psi_i \Psi_i^T (\vartheta_{ci} \hat{\varphi}_{ci} + \vartheta_{ai} (\hat{\varphi}_{ai} - \hat{\varphi}_{ci})). \quad (19)$$

其中:  $\vartheta_{ai} > \vartheta_{ci}$  为需要设计的正常数,  $\tilde{\varphi}_{ai}(t) = \hat{\varphi}_{ai}(t) - \varphi_{ai}^*$  为执行者权重与最优权重之间的误差.

### 2.2 稳定性分析

**定理 1** 考虑系统 (5), 如果参数满足  $\vartheta_{ai} > \vartheta_{ci} > \vartheta_{ai}/2$ ,  $\vartheta_{ai} > 1/2$ , 则通过应用辨识器更新律 (15)、评价者更新律 (18) 以及执行者更新律 (19), 有: 1) 闭环系统信号  $z_i$ 、 $\tilde{\varphi}_{\mathcal{F}_i}$ 、 $\tilde{\varphi}_{ci}$  和  $\tilde{\varphi}_{ai}$  为固定时间稳定的; 2) 预期的编队模式可以在固定时间  $T_f$  内实现.

**证明** 设计如下 Lyapunov 函数:

$$\begin{aligned} V = \frac{1}{2} z^T (\tilde{L} \otimes I_4) z + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \frac{1}{\varsigma_{\mathcal{F}_i}} \tilde{\varphi}_{\mathcal{F}_i}^2 + \\ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \text{Tr}(\tilde{\varphi}_{ci}^T \tilde{\varphi}_{ci}) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \text{Tr}(\tilde{\varphi}_{ai}^T \tilde{\varphi}_{ai}), \end{aligned} \quad (20)$$

其中  $z = [z_1^T, \dots, z_N^T]^T$  为跟踪误差.

对式 (20) 求导可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V} = \sum_{i=1}^N \xi_i^T \left( -\gamma_i (\xi_i^T \xi_i)^{-\frac{1}{4}} \xi_i - \beta_i (\xi_i^T \xi_i) \xi_i - \right. \\ \left. \frac{9}{4} \xi_i - \tilde{\varphi}_{\mathcal{F}_i}^T \Psi_{\mathcal{F}_i} - \frac{1}{2} \hat{\varphi}_{ci}^T \Psi_i + \varepsilon_{\mathcal{F}_i} - \dot{X}_a \right) + \\ \sum_{i=1}^N \frac{1}{\varsigma_{\mathcal{F}_i}} \tilde{\varphi}_{\mathcal{F}_i} (\varsigma_{\mathcal{F}_i} \Psi_{\mathcal{F}_i} \xi_i - \kappa_{i1} \hat{\varphi}_{\mathcal{F}_i} - \kappa_{i2} \hat{\varphi}_{\mathcal{F}_i}^3) - \\ \sum_{i=1}^N \text{Tr}(\tilde{\varphi}_{ai}^T \Psi_i \Psi_i^T (\vartheta_{ai} \hat{\varphi}_{ai} - (\vartheta_{ai} - \vartheta_{ci}) \hat{\varphi}_{ci})) - \\ \sum_{i=1}^N \vartheta_{ci} \text{Tr}(\tilde{\varphi}_{ci}^T \Psi_i \Psi_i^T \hat{\varphi}_{ci}). \end{aligned} \quad (21)$$

由引理1和杨氏不等式可得

$$\begin{aligned} \xi_i^T \varepsilon_{\mathcal{F}_i} &\leq \xi_i^T \xi_i + \frac{1}{2} \varepsilon_{\mathcal{F}_i}^2, \\ -\frac{1}{2} \xi_i^T \hat{\varphi}_{ai}^T \Psi_i &\leq \frac{1}{4} \xi_i^T \xi_i + \frac{1}{4} \text{Tr}(\hat{\varphi}_{ai}^T \Psi_i \Psi_i^T \hat{\varphi}_{ai}), \\ \xi_i^T (-\dot{X}_a) &\leq \frac{1}{2} \xi_i^T \xi_i + \frac{1}{2} \bar{X}_a^2. \end{aligned}$$

由于  $\vartheta_{ai} > \vartheta_{ci}$ , 有

$$\begin{aligned} (\vartheta_{ai} - \vartheta_{ci}) \text{Tr}(\tilde{\varphi}_{ai}^T \Psi_i \Psi_i^T \tilde{\varphi}_{ci}) &\leq \\ \frac{\vartheta_{ai} - \vartheta_{ci}}{2} [\text{Tr}(\tilde{\varphi}_{ai}^T \Psi_i \Psi_i^T \tilde{\varphi}_{ai}) + \text{Tr}(\hat{\varphi}_{ci}^T \Psi_i \Psi_i^T \hat{\varphi}_{ci})]. \end{aligned} \quad (22)$$

对于式(22), 构造一个正定二次函数

$$P_i(t) = \frac{1}{2} (\text{Tr}(\hat{\varphi}_{ci}^T(t) \hat{\varphi}_{ci}(t)) + \text{Tr}(\hat{\varphi}_{ai}^T(t) \hat{\varphi}_{ai}(t))),$$

其导数为

$$\begin{aligned} \dot{P}_i(t) &= \\ -\vartheta_{ci} \text{Tr}(\hat{\varphi}_{ci}^T \Psi_i \Psi_i^T \hat{\varphi}_{ci}) - \vartheta_{ai} \text{Tr}(\hat{\varphi}_{ai}^T \Psi_i \Psi_i^T \hat{\varphi}_{ai}) + \\ (\vartheta_{ai} - \vartheta_{ci}) \text{Tr}(\hat{\varphi}_{ai}^T \Psi_i \Psi_i^T \hat{\varphi}_{ci}). \end{aligned}$$

由引理1可得

$$\begin{aligned} (\vartheta_{ai} - \vartheta_{ci}) \text{Tr}(\hat{\varphi}_{ai}^T \Psi_i \Psi_i^T \hat{\varphi}_{ci}) &\leq \\ \frac{\vartheta_{ai} - \vartheta_{ci}}{2} (\text{Tr}(\hat{\varphi}_{ci}^T \Psi_i \Psi_i^T \hat{\varphi}_{ci}) + \text{Tr}(\hat{\varphi}_{ai}^T \Psi_i \Psi_i^T \hat{\varphi}_{ai})). \end{aligned}$$

又由于  $0 < \frac{\vartheta_{ai}}{3} < \vartheta_{ci}$ ,  $\dot{P}_i(t)$  满足

$$\begin{aligned} \dot{P}_i(t) &\leq -\frac{3\vartheta_{ci} - \vartheta_{ai}}{2} \text{Tr}(\hat{\varphi}_{ci}^T \Psi_i \Psi_i^T \hat{\varphi}_{ci}) - \\ &\frac{\vartheta_{ai} + \vartheta_{ci}}{2} \text{Tr}(\hat{\varphi}_{ai}^T \Psi_i \Psi_i^T \hat{\varphi}_{ai}) < 0. \end{aligned}$$

因此  $\forall t \geq 0$ , 有  $\text{Tr}(\hat{\varphi}_{ci}^T(t) \hat{\varphi}_{ci}(t)) \leq P_i(0)$ ,  $\text{Tr}(\hat{\varphi}_{ai}^T(t) \hat{\varphi}_{ai}(t)) \leq P_i(0)$  成立. 进一步地, 由于  $\hat{\varphi}_{ci}$  和  $\varphi_{ci}^*$  以及  $\hat{\varphi}_{ai}$  和  $\varphi_{ai}^*$  均有界, 下式成立:

$$\left(\frac{1}{2} \text{Tr}(\tilde{\varphi}_{ci}^T \tilde{\varphi}_{ci})\right)^2 + \left(\frac{1}{2} \text{Tr}(\tilde{\varphi}_{ai}^T \tilde{\varphi}_{ai})\right)^2 \leq B_i, \quad (23)$$

其中  $B_i = P_i^2(0) + \text{Tr}(\varphi_{ci}^{*T} \varphi_{ci}^*) (2P_i(0) + \text{Tr}(\varphi_{ai}^{*T} \varphi_{ai}^*))$  为正常数. 进一步地, 对于式(22), 有

$$\begin{aligned} (\vartheta_{ai} - \vartheta_{ci}) \text{Tr}(\tilde{\varphi}_{ai}^T \Psi_i \Psi_i^T \tilde{\varphi}_{ci}) &\leq \\ (\vartheta_{ai} - \vartheta_{ci}) (\text{Tr}(\tilde{\varphi}_{ai}^T \Psi_i \Psi_i^T \tilde{\varphi}_{ai}) + \text{Tr}(\hat{\varphi}_{ci}^T \Psi_i \Psi_i^T \hat{\varphi}_{ci})) &\leq \\ \lambda_{\max}^i (\vartheta_{ai} - \vartheta_{ci}) B_i, \end{aligned} \quad (24)$$

其中  $\lambda_{\max}^i$  为  $\Psi_i \Psi_i^T$  的最大特征值.

此外, 对于与自适应定律相关的其余项  $V$ , 存在如下不等式:

$$\begin{aligned} -\frac{\kappa_{i1}}{\varsigma_{\mathcal{F}_i}} \tilde{\varphi}_{\mathcal{F}_i} \hat{\varphi}_{\mathcal{F}_i} - \frac{\kappa_{i2}}{\varsigma_{\mathcal{F}_i}} \tilde{\varphi}_{\mathcal{F}_i} \hat{\varphi}_{\mathcal{F}_i}^3 &\leq \\ -\frac{\kappa_{i1}}{8\varsigma_{\mathcal{F}_i}} \tilde{\varphi}_{\mathcal{F}_i}^2 - \varpi_{i1} \left(\frac{1}{2\varsigma_{\mathcal{F}_i}} \tilde{\varphi}_{\mathcal{F}_i}^2\right)^{\frac{3}{4}} - \\ \frac{\kappa_{i2}}{\varsigma_{\mathcal{F}_i}} \left(1 - \frac{9\epsilon^{\frac{4}{3}}}{4}\right) \tilde{\varphi}_{\mathcal{F}_i}^4 + \Lambda_i, \\ -\text{Tr}(\tilde{\varphi}_{ai}^T \Psi_i \Psi_i^T \tilde{\varphi}_{ai}) &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2} \text{Tr}(\tilde{\varphi}_{ai}^T \Psi_i \Psi_i^T \tilde{\varphi}_{ai}) - \frac{1}{2} \text{Tr}(\hat{\varphi}_{ai}^T \Psi_i \Psi_i^T \hat{\varphi}_{ai}) + \\ \frac{1}{2} \text{Tr}(\varphi_{ai}^{*T} \Psi_i \Psi_i^T \varphi_{ai}^*), \\ -\text{Tr}(\tilde{\varphi}_{ci}^T \Psi_i \Psi_i^T \tilde{\varphi}_{ci}) = \\ -\frac{1}{2} \text{Tr}(\tilde{\varphi}_{ci}^T \Psi_i \Psi_i^T \tilde{\varphi}_{ci}) - \frac{1}{2} \text{Tr}(\hat{\varphi}_{ci}^T \Psi_i \Psi_i^T \hat{\varphi}_{ci}) + \\ \frac{1}{2} \text{Tr}(\varphi_{ci}^{*T} \Psi_i \Psi_i^T \varphi_{ci}^*), \end{aligned}$$

其中:  $\varpi_{i1} > 0$  为一个分析参数,  $\epsilon$  为待设计的参数,  $\Lambda_i = \frac{\kappa_{i1}}{2\varsigma_{\mathcal{F}_i}} \varphi_{\mathcal{F}_i}^{*2} + \frac{3\kappa_{i2}}{\varsigma_{\mathcal{F}_i}} \frac{1}{4\epsilon^4} \varphi_{\mathcal{F}_i}^{*4} + \frac{\varpi_{i1}^4}{4\kappa_{i1}^3} + \frac{\kappa_{i2}}{12\varsigma_{\mathcal{F}_i}} \varphi_{\mathcal{F}_i}^{*4}$ . 将上述式子代入式(21), 由于  $\vartheta_{ci} > \vartheta_{ai}/2$ ,  $\vartheta_{ai} > 1/2$ , 对于  $\|\xi_i\| \geq \epsilon_{i0}$ , 可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq \\ -\sum_{i=1}^N (\gamma_i (\xi_i^T \xi_i)^{\frac{3}{4}} + \beta_i (\xi_i^T \xi_i)^2) - \sum_{i=1}^N \left( \varpi_{i1} \times \right. \\ &\left. \left(\frac{1}{2\varsigma_{\mathcal{F}_i}} \tilde{\varphi}_{\mathcal{F}_i}^2\right)^{\frac{3}{4}} + \varpi_{i2} (4 - 9\epsilon^{\frac{4}{3}}) \left(\frac{1}{2\varsigma_{\mathcal{F}_i}} \tilde{\varphi}_{\mathcal{F}_i}^2\right)^2 \right) - \\ &\sum_{i=1}^N \frac{\vartheta_{ci}}{2} \text{Tr}(\tilde{\varphi}_{ci}^T(t) \Psi_i \Psi_i^T \tilde{\varphi}_{ci}(t)) - \\ &\sum_{i=1}^N \frac{\vartheta_{ai}}{2} \text{Tr}(\tilde{\varphi}_{ai}^T(t) \Psi_i \Psi_i^T \tilde{\varphi}_{ai}(t)) + \bar{\Delta}. \end{aligned} \quad (25)$$

其中:  $\varpi_{i2} = \kappa_{i2}\varsigma_{\mathcal{F}_i}$ , 正数  $\bar{\Delta} = \sum_{i=1}^N \lambda_{\max}^i (\vartheta_{ai} - \vartheta_{ci}) B_i + \sum_{i=1}^N \left(\frac{\vartheta_{ci} + \vartheta_{ai}}{2}\right) \text{Tr}(\varphi_{ci}^{*T} \Psi_i \Psi_i^T \varphi_{ci}^*) + \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} (\epsilon_{\mathcal{F}_i}^2 + \bar{X}_a^2) + \Lambda_i$ .

进一步地, 通过杨氏不等式得到

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{2} \text{Tr}(\tilde{\varphi}_{ai}^T \tilde{\varphi}_{ai})\right)^\tau &\leq \frac{1}{2} \text{Tr}(\tilde{\varphi}_{ai}^T \tilde{\varphi}_{ai}) + (1 - \tau) \tau^{-\frac{\tau}{1-\tau}}, \\ \left(\frac{1}{2} \text{Tr}(\tilde{\varphi}_{ci}^T \tilde{\varphi}_{ci})\right)^\tau &\leq \frac{1}{2} \text{Tr}(\tilde{\varphi}_{ci}^T \tilde{\varphi}_{ci}) + (1 - \tau) \tau^{-\frac{\tau}{1-\tau}}, \end{aligned} \quad (26)$$

其中  $\tau \in (0, 1)$ , 本文取  $\tau = 3/4$ . 因此, 通过式(24)和(27)可将(26)进一步改写为

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq \\ -\sum_{i=1}^N (\gamma_i (\xi_i^T \xi_i)^{\frac{3}{4}} + \beta_i (\xi_i^T \xi_i)^2) - \sum_{i=1}^N \left( \varpi_{i1} \times \right. \\ &\left. \left(\frac{1}{2\varsigma_{\mathcal{F}_i}} \tilde{\varphi}_{\mathcal{F}_i}^2\right)^{\frac{3}{4}} + \varpi_{i2} (4 - 9\epsilon^{\frac{4}{3}}) \left(\frac{1}{2\varsigma_{\mathcal{F}_i}} \tilde{\varphi}_{\mathcal{F}_i}^2\right)^2 \right) - \\ &\sum_{i=1}^N \vartheta_{ci} \lambda_{\min}^i \left(\frac{1}{2} \text{Tr}(\tilde{\varphi}_{ci}^T \tilde{\varphi}_{ci})\right)^{\frac{3}{4}} + \Delta - \\ &\sum_{i=1}^N \vartheta_{ai} \lambda_{\min}^i \left(\frac{1}{2} \text{Tr}(\tilde{\varphi}_{ai}^T \tilde{\varphi}_{ai})\right)^{\frac{3}{4}} - \sum_{i=1}^N \mu_i \times \\ &\left\{ \left(\frac{1}{2} \text{Tr}(\tilde{\varphi}_{ci}^T \tilde{\varphi}_{ci})\right)^2 + \left(\frac{1}{2} \text{Tr}(\tilde{\varphi}_{ai}^T \tilde{\varphi}_{ai})\right)^2 \right\} \leq \\ -d_1 V^{\frac{3}{4}} - d_2 V^2 + \Delta. \end{aligned} \quad (27)$$

其中:  $d_1 = \min\{\gamma_i, \varpi_{i1}, \vartheta_{ci}\lambda_{\min}^i, \vartheta_{ai}\lambda_{\min}^i\}$ ,  $d_2 = \min\left\{\frac{\beta_i}{4N}, \frac{\varpi_{i2}(4-9\epsilon^{\frac{4}{3}})}{4N}, \frac{\mu_i}{4N}\right\}$ , 正常数  $\Delta = \bar{\Delta} + \sum_{i=1}^N (\vartheta_{ci} + \vartheta_{ai})\lambda_{\min}^i(1-\tau)\tau^{\frac{1}{1-\tau}} + \sum_{i=1}^N 2\mu_i B_i$ . 根据引理2, 当  $\nu = 1$  时, 系统(5)是实用固定时间稳定的, 其稳定时间满足

$$T_f \leq T_{\max} = \frac{4}{d_1\kappa} + \frac{1}{d_2\kappa}, \quad (28)$$

其中  $0 < \kappa < 1$  为用于分析的常数. 结合函数  $V$  的定义, 引理2还意味着  $V$  收敛到集合  $V \leq \min\left\{d_1^{-\frac{4}{3}}\left(\frac{\Delta}{1-\kappa}\right)^{\frac{4}{3}}, d_2^{-\frac{1}{2}}\left(\frac{\Delta}{1-\kappa}\right)^{\frac{1}{2}}\right\}$ , 即跟踪误差满足

$$\|z_i\| \leq \sqrt{\frac{2V}{\lambda_L}} \leq \sqrt{\frac{2}{\lambda_m} \min\left\{d_1^{-\frac{4}{3}}\left(\frac{\Delta}{1-\kappa}\right)^{\frac{4}{3}}, d_2^{-\frac{1}{2}}\left(\frac{\Delta}{1-\kappa}\right)^{\frac{1}{2}}\right\}},$$

其中  $\lambda_m$  为矩阵  $\tilde{L} \otimes I_4$  的最小特征值. 因此, 所设计的控制策略可以确保编队误差可以在固定时间内收敛到原点附近的较小邻域内, 即实现实用固定时间编队. 另外, 所设计的控制策略可以确保以最小的控制成本实现编队.  $\square$

**注2** 此处给出的收敛时间  $T_f$  是固定时间控制器所得出的最大上界, 然而系统的实际收敛时间可能远远小于式(28)中表示的最大时间  $T_f$ .

### 3 仿真验证与分析

在式(4)中, 取4艘跟随者USV的动态如下:

$$\begin{cases} \dot{\chi}_{i,1} = \chi_{i,2}, \\ \dot{\chi}_{i,2} = [\bar{R}(\delta_i)\bar{M}_i\bar{R}^T(\delta_i)]^{-1}\bar{R}(\delta_i)\bar{u}_i + f_i. \end{cases}$$

其中

$$\bar{M}_i = \begin{bmatrix} 20 & 0 \\ 0 & 25 \end{bmatrix}, \bar{D}_i = \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}, \bar{S}_i = \begin{bmatrix} 0 & -0.1 \\ 0.1 & 0 \end{bmatrix}.$$

多USV的相对位置为  $\sigma_1 = [-1, -1]^T$ ,  $\sigma_2 = [-1, 1]^T$ ,  $\sigma_3 = [1, -1]^T$ ,  $\sigma_4 = [1, 1]^T$ .

领导者UAV质量为  $m_a = 5 \text{ kg}$ ,  $\dot{\chi}_{a,1} = [-0.5 \sin(0.10t), -1.25 \cos(0.25t)]^T$ . 仿真中控制器参数取值为  $\zeta_{f_i} = 1$ ,  $\beta_i = 0.01$ ,  $\kappa_{i1} = \kappa_{i2} = 0.01$ . 仿真时间为10 s. 4个USV的状态量初始值为  $x_1(0) = [-2.8152, 0.262, \pi/2]^T$ ,  $x_2(0) = [0.208, -3.0943, -\pi/2]^T$ ,  $x_3(0) = [2.9392, -0.1958, -\pi/3]^T$ ,  $x_4(0) = [-2.7915, -2.9725, \pi/5]^T$ . 定义该初值的选择为情况1. 从图1和图2可以观察到, 在2 s后, USV的位置和速度跟踪误差能够收敛到较小的数值并在较长的时间内保持, 调节控制器参数可以进一步缩小跟踪误差.

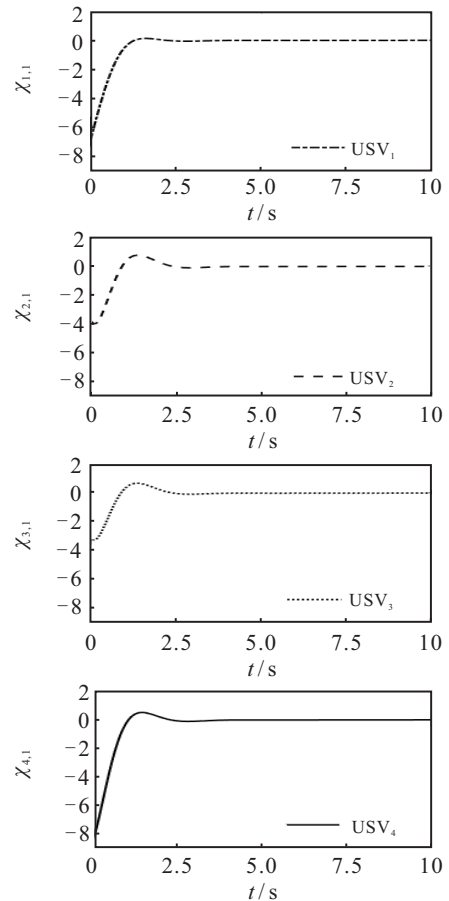


图1 情况1下的多USV编队位置误差

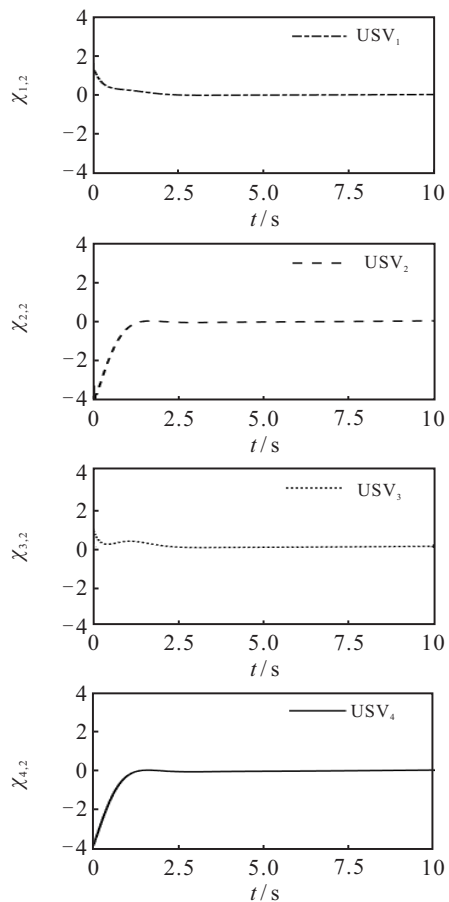


图2 情况1下的多USV编队速度误差

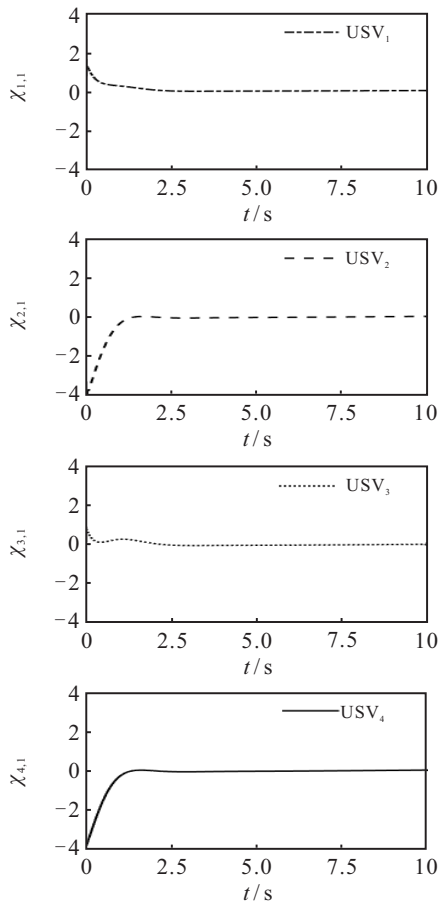


图3 情况2下的多USV编队位置误差

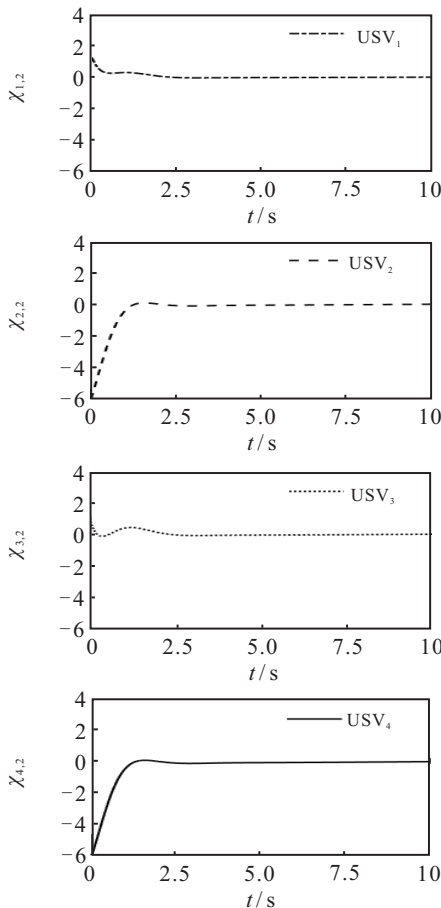


图4 情况2下的多USV编队速度误差

为了更深入地检验所提出方案的鲁棒性,进一步选取不同的USV初始位置: $x_1(0) = [-4.8152, 0.262, \pi/2]^T, x_2(0) = [0.208, -5.0943, -\pi/2]^T, x_3(0) = [4.9392, -0.1958, -\pi/3]^T, x_4(0) = [-4.7915, -4.9725, \pi/5]^T$ . 将该初始值的选择定义为情况2. 仿真结果如图3和图4所示. 尽管初始条件有所变化,跟踪误差仍可以保持在一个较小的范围内,进一步证明了所提出方法具有良好的鲁棒性.

### 4 结论

本文针对UAV领导下的多USV系统水空协同编队问题,提出了一种固定时间的优化编队控制算法. 通过建立一个新的增广系统,对UAV领导下的多USV系统建模,构建了以优化控制输入和编队误差为目标的性能指标函数,建立了基于IAC结构的控制器. 评价者用于估计系统性能指标函数,执行者用于生成更新后的控制输入,二者不断迭代以优化控制策略. 通过Lyapunov稳定性分析方法证明了系统编队误差能够在固定时间内收敛. 仿真算例验证了所提出算法的有效性和优越性. 这项研究为解决水空协同编队问题提供了一种新的方法,具有重要的理论和实践意义.

### 参考文献(References)

- [1] 张卫东, 刘笑成, 韩鹏. 水上无人系统研究进展及其面临的挑战[J]. 自动化学报, 2020, 46(5): 847-857. (Zhang W D, Liu X C, Han P. Progress and challenges of overwater unmanned systems[J]. Acta Automatica Sinica, 2020, 46(5): 847-857.)
- [2] Yu Y J, Guo J, Chadli M, et al. Distributed adaptive fuzzy formation control of uncertain multiple unmanned aerial vehicles with actuator faults and switching topologies[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2023, 31(3): 919-929.
- [3] 郭晨, 汪洋, 孙富春, 等. 欠驱动水面船舶运动控制研究综述[J]. 控制与决策, 2009, 24(3): 321-329. (Guo C, Wang Y, Sun F C, et al. Survey for motion control of underactuated surface vessels[J]. Control and Decision, 2009, 24(3): 321-329.)
- [4] 夏元清, 谢超, 高寒, 等. 天空地一体化网络环境下多运动体系统跨域协同控制与智能决策[J]. 控制与决策, 2023, 38(5): 1176-1199. (Xia Y Q, Xie C, Gao H, et al. Cross-domain cooperative control and intelligent decision-making of multi-dynamic agents in space-air-ground integrated network environment[J]. Control and Decision, 2023, 38(5): 1176-1199.)
- [5] 王耀南, 安果维, 王传成, 等. 智能无人系统技术应用

- 与发展趋势[J]. 中国舰船研究, 2022, 17(5): 9-26.  
(Wang Y N, An G W, Wang C C, et al. Technology application and development trend of intelligent unmanned system[J]. Chinese Journal of Ship Research, 2022, 17(5): 9-26.)
- [6] Ma L, Wang Y L, Fei M R, et al. Cross-dimensional formation control of second-order heterogeneous multi-agent systems[J]. ISA Transactions, 2022, 127: 188-196.
- [7] Zhang Y, Guo J, Xiang Z R. Finite-time adaptive neural control for a class of nonlinear systems with asymmetric time-varying full-state constraints[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2023, 34(12): 10154-10163.
- [8] Polyakov A, Efimov D, Perruquetti W. Finite-time and fixed-time stabilization: Implicit Lyapunov function approach[J]. Automatica, 2015, 51: 332-340.
- [9] Zuo Z Y, Tian B L, Defoort M, et al. Fixed-time consensus tracking for multiagent systems with high-order integrator dynamics[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2018, 63(2): 563-570.
- [10] 苏博, 王洪斌, 王跃灵, 等. 基于固定时间滑模干扰观测器的AUVs事件触发编队控制[J]. 控制与决策, 2022, 37(5): 1116-1126.  
(Su B, Wang H B, Wang Y L, et al. Event-triggered formation control for AUVs with fixed-time sliding mode disturbance observer[J]. Control and Decision, 2022, 37(5): 1116-1126.)
- [11] Cheng W L, Zhang K, Jiang B, et al. Fixed-time fault-tolerant formation control for heterogeneous multi-agent systems with parameter uncertainties and disturbances[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular papers, 2021, 68(5): 2121-2133.
- [12] Wen G X, Hao W, Feng W W, et al. Optimized backstepping tracking control using reinforcement learning for quadrotor unmanned aerial vehicle system[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2022, 52(8): 5004-5015.
- [13] Wen G X, Philip Chen C L, Feng J, et al. Optimized multi-agent formation control based on an identifier-critic reinforcement learning algorithm[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2018, 26(5): 2719-2731.
- [14] Wang P, Yu C P, Lv M L, et al. Improving formation maneuvering of unmanned surface vehicles: A finite-time distributed approach with velocity constraints[J]. IEEE Transactions on Intelligent Vehicles, 2024: 1-12.
- [15] Wang P, Yu C P, Lv M L, et al. Adaptive fixed-time optimal formation control for uncertain nonlinear multiagent systems using reinforcement learning[J]. IEEE Transactions on Network Science and Engineering, 2024, 11(2): 1729-1743.
- [16] Zhang Y, Chadli M, Xiang Z R. Prescribed-time formation control for a class of multiagent systems via fuzzy reinforcement learning[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2023, 31(12): 4195-4204.
- [17] Liu H T, Weng P J, Tian X H, et al. Distributed adaptive fixed-time formation control for UAV-USV heterogeneous multi-agent systems[J]. Ocean Engineering, 2023, 267: 113240.
- [18] Polyakov A. Nonlinear feedback design for fixed-time stabilization of linear control systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2012, 57(8): 2106-2110.
- [19] Beard R W, Saridis G N, Wen J T. Galerkin approximations of the generalized Hamilton-Jacobi-Bellman equation[J]. Automatica, 1997, 33(12): 2159-2177.

### 作者简介

向雨竹(2001—), 女, 博士生, 主要研究方向为非线性系统理论及应用、多智能体系统优化控制、智能控制, E-mail: xiangyz01@outlook.com;

邹文成(1992—), 男, 教授, 博士, 主要研究方向为非线性系统和多自主体系统协同控制, E-mail: gongchan00@163.com;

郭健(1974—), 男, 教授, 博士, 主要研究方向为智能控制与智能系统、机器人系统、高精度电机控制, E-mail: guoj1002@njust.edu.cn;

向峥嵘(1969—), 男, 教授, 博士, 主要研究方向为切换系统、非线性系统、网络控制系统、鲁棒控制及采样控制, E-mail: xiangzr@mail.njust.edu.cn.