

控制与决策

Control and Decision

母舰-舰载机协同路径规划问题研究综述

李延通, 张闯, 汤莲花

引用本文:

李延通, 张闯, 汤莲花. 母舰-舰载机协同路径规划问题研究综述[J]. *控制与决策*, 2025, 40(2): 387-403.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2023.1744>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

带不相关并行机和有限缓冲MHFS调度的混合启发式算法

Hybrid heuristic algorithm for multi-stage hybrid flow shop scheduling with unrelated parallel machines and finite buffers

控制与决策. 2021, 36(3): 565-576 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0835>

铁路集装箱中心站资源分配与作业调度联合优化

Integrating optimization of resource allocation and handling scheduling in railway container terminal

控制与决策. 2021, 36(12): 3063-3073 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0597>

基于双种群模糊引力搜索算法的舰载机甲板作业调度

Flight deck operations scheduling based on dual population fuzzy gravitational search algorithm

控制与决策. 2021, 36(11): 2751-2759 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0523>

基于时空聚类求解带容积约束的选址-路径问题

Time-space cluster based location-routing problem with capacitate constraints

控制与决策. 2021, 36(10): 2504-2510 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0073>

考虑卸载顺序约束的成品油二次配送车辆路径问题

Vehicle routing problem of refined oil secondary distribution considering unloading sequence constraints

控制与决策. 2020, 35(12): 2999-3005 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.1756>

母舰-舰载机协同路径规划问题研究综述

李延通¹, 张 闯^{2†}, 汤莲花³

(1. 大连海事大学 航运经济与管理学院, 辽宁 大连 116026; 2. 武警工程大学 装备管理与保障学院, 西安 710086; 3. 上海海事大学 物流工程学院, 上海 201306)

摘要: 母舰-舰载机协同路径规划问题(MVCRP)作为一类新兴的复杂组合优化问题,近年来得到越来越多的关注和研究. 针对MVCRP的概念内涵进行论述,对其与卡车-无人机协同路径规划问题的主要区别进行辨析,描述其在海事巡航执法、海上设施巡检、船只排放监测及海上搜索救援等方面的典型应用场景. 基于母舰与舰载机数量形成的映射关系,对MVCRP研究进展进行系统综述,并对数学模型与求解算法方面的典型文献进行介绍分析. 同时,面向油田设施巡检的多舰-单机协同作业模式,提出一个新的混合整数二阶锥规划模型. 最后,从时间窗、多港口、可变速度、母舰多行程、复杂形状目标以及不确定性等方面对MVCRP的未来研究方向进行展望.

关键词: 母舰-舰载机; 协同路径规划; 混合整数二阶锥规划; 混合整数线性规划; 启发式算法; 精确算法

中图分类号: U116.2 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyj.2023.1744

引用格式: 李延通,张闯,汤莲花. 母舰-舰载机协同路径规划问题研究综述[J]. 控制与决策, 2025, 40(2): 387-403.

Review on mothership-vehicle collaborative routing problem

LI Yan-tong¹, ZHANG Chuang^{2†}, TANG Lian-hua³

(1. School of Maritime Economics and Management, Dalian Maritime University, Dalian 116026, China; 2. School of Equipment Management and Support, Engineering University of PAP, Xi'an 710086, China; 3. Logistics Engineering College, Shanghai Maritime University, Shanghai 201306, China)

Abstract: As a new and complex combinatorial optimization problem, the mothership-vehicle collaborative routing problem (MVCRP) has received increasing attention and study from many scholars in recent years. This paper discusses the concept and connotation of the MVCRP, analyzes its main differences from the truck-drone collaborative routing problem, and describes its typical application scenarios in maritime cruise supervision and law enforcement, offshore facility inspection, ship emission detection, and search-and-rescue activities. Based on the mapping relationship formed by the number of motherships and vehicles, this paper provides a systematic overview of the overall research status of the problem and introduces current models and solution methods. Furthermore, we introduce a new mixed-integer second-order conic programming model for a new variant, where multiple motherships, each equipped with a loaded vehicle, are used to perform oil facility inspection. Finally, the paper provides prospects for future research directions on the MVCRP from multiple perspectives including time windows, multiple ports, variable speeds, multiple journeys for one mothership, targets with complex shapes, and uncertainties.

Keywords: mothership-vehicle; collaborative routing problem; mixed-integer second-order conic programming; mixed-integer linear programming; heuristic algorithm; exact algorithm

0 引言

随着我国海洋强国战略的持续推进,海洋资源的开发和海上权益的维护逐渐成为广受关注的热点问题,极大地推动了海事巡航监管、维权执法、设施巡检、岛礁巡航等活动在作业样式、实施方法等方面发生新变革. 相对传统水面船艇(拖船、环保船、海巡

艇),无人机(艇)具有无接触、快速、灵活、使用成本低、污染小等优势. 搭配5G、遥感、传感、自动控制、图像识别、信息处理等技术,无人机已被广泛用于交通、能源、电网、安防、环保、海事等行业巡检中^[1-3]. 然而,面对广阔海域、大跨度巡航执法任务时,无人机续航时间短、载重小等短板,限制了其在复杂任务中的作业

收稿日期: 2023-12-15; 录用日期: 2024-05-09.

基金项目: 国家自然科学基金项目(2201044); 中国博士后科学基金项目(2022M710018); 上海市软科学研究项目(23692118900).

责任编辑: 黄敏.

[†]通讯作者. E-mail: chuangzhang1225@163.com.

能力,使得其难以独立完成远距离、大范围作业.传统大型船艇可以与无人机、无人船等新型无人载具结合,形成一种全新的母舰-舰载机协同作业模式.该模式集成大型船艇的长续航能力和无人机(船)的灵活机动能力,提升了作业灵活性,降低了作业风险,且拓展了单一模式作业的诸多短板,有效实现了船艇与无人机(船)的优势互补.

母舰-舰载机协同作业模式中,船艇用作母舰,为舰载机的远程机动和海上起降提供平台以及能源补给.舰载机在船艇抵近目标节点时从船艇起飞,执行巡航执法等任务,船艇则可继续航行前往下一目标点,舰载机在电量耗尽前与船艇会合.母舰-舰载机协同作业模式的运营管理十分复杂,需要解决包含多种复杂业务场景的协同调度和路径规划问题.现有车辆-无人机协同调度多面向物流配送或陆地巡检等场景,多假设车辆在给定路网行驶、无人机从车辆起飞后访问单一任务节点、车辆与无人机在任务节点处起飞和会合^[4].然而,面向海上巡检、监管、救援、执法等场景下的母舰-舰载机协同路径规划问题显著区别于车辆无人机协同路径规划问题,呈现出一系列新特点.母舰-舰载机协同路径规划问题需要同时决策母舰和舰载机的任务分配、路径规划等问题,同时需要确定无人机在母舰的起飞、降落位置等变量,具有时空同步难、约束条件多等特点,建模和求解十分复杂.

针对母舰-舰载机协同路径规划问题的研究尚处于起步阶段,近年来得到越来越多的关注和研究.目前针对母舰-舰载机协同路径规划问题的研究成果数量有限,且尚未有学者对其展开综述.为此,本文首先开展系统的文献检索和分析,给出母舰-舰载机协同路径规划问题的基本定义,归纳其内涵特征,并对母舰-舰载机协同路径规划问题的典型应用场景进行细致描述.随后,对该问题相关文献进行分类和综述,列举并分析针对该问题的典型数学模型和求解方法.将文献中对母舰-舰载机的研究由单个船艇和单个舰载机拓展至多个船艇,提出问题新变种,并为其建立一个新的混合整数二阶锥规划(MISOCP)模型.最后,根据文献综述结果,对母舰-舰载机协同路径规划问题的研究方向进行展望.

1 概念内涵

1.1 概念介绍

母舰-舰载机协同作业系统一般由两个主体组成:1)母舰,可在指定范围内以任意轨迹自由移动,作为舰载机的支撑平台.母舰的特点是速度较慢,但具

有充足的续航和载重能力,既能满足自身需求,又能对舰载机进行能源供应和维修保障.2)舰载机(无人船、无人机等),由母舰搭载,在适当位置从母舰起飞(起航),到达特定位置或区域执行任务,完成任务后返回母舰,并选择适当的位置降落于母舰,进行能源补充、维护保养等作业并准备下次起飞.舰载机的特点是速度快、行动灵活,但续航和载重能力有限,需要依托母舰进行起降和能源补给.母舰-舰载机协同系统的实现需要解决一类复杂的母舰-舰载机协同路径规划问题,所包含的决策主要包括:母舰的行动路径规划、舰载机的起飞及降落位置选择、多舰载机场景下的访问目标点分配、舰载机的访问路径规划等.优化目标函数通常从时间、距离、能量消耗、排放以及具体场景下定义的收益函数等角度进行设置.

为进一步拓展文献来源,全面分析母舰-舰载机协同路径规划问题的结构特征、建模方式和求解方法等,本文将母舰的定义范围扩展至所有移动轨迹不受限制的载体,如水面舰船、大型飞机以及不受路网制约的地面车辆等;相应地,舰载机的定义范围包括所有具备上述特点、从母舰起降开展多样化任务的有人或无人飞机、小艇等载具.为便于下文描述和分析,将所收集文献中对载体的名称,包括船只、船、母舰、big vehicle、mothership、vessel、carrier等统一称为母舰;将所有表述载具的名称,包括无人机、直升机、无人船、无人艇、舰载机、small vehicle、drone、UAV、USV等统一称为舰载机.同时,将母舰-舰载机协同路径规划问题缩写为MVCRP(mothership-vehicle collaborative routing problem).

由单母舰、单舰载机形成的MVCRP示例如图1所示.该场景中,母舰搭载舰载机从港口基地出发,驶向第1个目标点,到达适当位置时,舰载机从母舰起

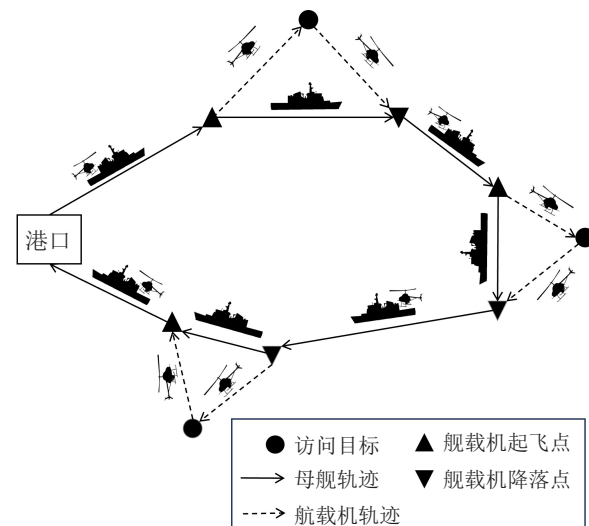


图1 MVCRP场景示意图

飞, 母舰继续航行. 舰载机到达目标点后开展指定任务, 完成后返回与母舰会合, 并降落于母舰, 随后二者继续驶向下一目标点.

1.2 研究概况

在中国知网数据库检索“母舰+舰载机”“船+无人机”“舰机协同”等关键词, 在 Web of Science 数据库检索“mothership drone”“mothership vehicle”“mothership USV”“carrier vehicle”“ship UAV”“vessel UAV”“vessel USV”“multi-vehicle”等关键词, 共获得母舰-舰载机协同相关文献34篇, 其中部分文献聚焦于机械设计^[5]、飞行器对接仿真^[6-7]、固定翼无人机空中降落平台建模与控制^[8]和水面无人艇及母

舰运用综述^[9]等问题. 经过筛选, 确定符合MVCRP概念的文献共28篇, 按年份统计如图2所示, 按文献来源统计见表1.

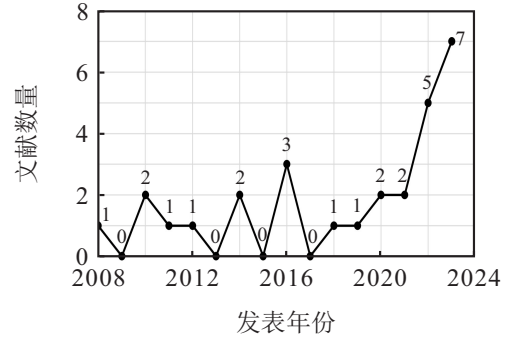


图2 母舰-舰载机协同路径规划问题文献数量

表1 文献来源统计

文献来源	数量	发表年份
IEEE Conference	6	2008, 2010, 2012, 2014, 2023, 2023
Transportation Science	2	2018, 2021
Computers & Operations Research	2	2021, 2023
Transportation Research Part C	2	2022, 2023
Journal of Guidance, Control, and Dynamics	2	2011, 2014
AIAA SciTech Forum	1	2023
Marine intellectual technologies	1	2023
International Journal of Fuzzy Systems	1	2023
Transportation Research Part D	1	2022
International Transactions in Operational Research	1	2022
Procedia Computer Science	1	2022
大连海事大学	1	2022
INFORMS Journal on Computing	1	2020
Atmospheric Measurement Technique	1	2020
International Conference on Modelling and Simulation for Autonomous Systems	1	2019
Soft computing	1	2016
合肥工业大学	1	2016
系统工程与电子技术	1	2016
8th IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems	1	2010

从图2可以看出, 对MVCRP的研究不足20年, 且文献总体数量比较有限, 表明针对该问题的研究处于起步阶段. 近几年, 该问题已引起了国内外学者的广泛关注, 研究成果数量迅速增加.

从表1可以看出, 近5年来, 针对MVCRP的研究成果大量出版在IEEE、《Computers & Operations Research》《Transportation Science》《INFORMS Journal on Computing》等国际知名出版物上, 表明该问题具有较强的理论价值和现实意义, 有必要进行全面深入地梳理、分析和研究.

1.3 与卡车-无人机协同路径规划问题的异同

针对卡车-无人机协同路径规划问题 (truck-drone collaborative routing problem, TDCRP) 的研究相比MVCRP更加充分, 文献更加丰富, 且地面车辆-无人机协同配送系统已在亚马逊、谷歌、顺丰等大型企业得到应用^[10]. 早期TDCRP主要聚焦单车-单无人机模式在军事后勤^[11]、城市物流^[12]等领域的

协同路径规划. 随后, 单车-单机TDCRP被逐步拓展, 并考虑更多复杂要素. Jiang等^[13]考虑多车-多无人机的路径规划问题, 该问题允许无人机单次起飞服务多个客户, 且允许起飞和降落在不同车辆. Najy等^[14]研究车-机协同的库存路径组合优化问题, 并分别利用精确的分支切割算法和一种启发式算法进行了求解. Kuo等^[15]同时考虑配送完成时间和碳排放两项指标, 建立双目标MILP模型, 并利用NSGA-II算法进行求解. Yin等^[16]考虑需求和行车时间的不确定性, 建立了鲁棒优化模型. 目前, TDCRP在物流配送^[17]、电力巡检^[18]、灾害管理^[19]、调查监控^[20]等许多现实问题中得到广泛应用, 可参考TDCRP相关研究综述^[4,21-22].

MVCRP与TDCRP存在一定相似性, 无人机依托载体起飞和降落, 两类问题的决策内容均包括载体和无人机的路径规划、无人机起降位置确定等, 同时二者也有显著不同点:

1) TDCRP中,地面车辆的行驶通常受路网限制;而MVC RP中,母舰的轨迹可在一定范围(一般为平面)内任意移动,不受路网限制。

2) TDCRP中无人机的起降点通常为离散有限集合,多限制在相同或不同顾客节点。而MVC RP中舰载机则可从任意位置起降,更加灵活。影响舰载机起降位置的因素包括:舰载机的续航、对目标点的任务持续时间、母舰的航行速度等。

3) 相较于TDCRP面向的陆地场景,海上场景面临包括洋流、潮汐、海浪、风速等多重复杂因素的影响,使得MVC RP的建模和求解更加复杂和困难。

2 应用场景

针对MVC RP的研究虽起步较晚,但其应用场景十分广泛,且必将随着各国加强海上主权、安全和发展利益而得到更多关注和研究。本节基于对当前研究成果的分析,梳理MVC RP几种典型应用场景,并简要描述其在海事巡航执法、海上设施巡检、船只排放监测以及应急搜索救援等方面的显著优势和运用前景。

1) 海事巡航执法。

我国拥有漫长的海岸线和丰富的海洋资源,海上相关执法部门承担在我国管辖海域开展巡航、警戒、值守等任务。随着周边局势的复杂化和我国对建设海洋强国战略的推进,维护我国海上主权、安全和发展利益的斗争日趋紧迫激烈。传统依赖船艇等定期巡航、人员上船检查的方式效率低、占用资源多,且危险性高,难以完全满足海上执法需要。采用母舰-舰载机协同的方式开展海上维权执法,能够进一步丰富执法手段,拓展任务边界,提高搜索定位、巡航侦察、警戒封锁、取证执法以及应急处置等工作的效率和安全性。近年来,海警部门已多次利用海警船、快艇、无人机协同执法,查货走私、非法倾废、非法采矿等行为。2022年3月,福州海警发现可疑船只后,利用无人机热成像技术跟踪监视,研判路线,采用海警船-无人机协同的方式成功查获走私冻品120吨^[23]。巡航执法计划的生成需要解决一类MVC RP问题,目的是在满足巡航执法资源和频率要求的基础上,制定最优巡航工作方案。

2) 海上设施巡检。

我国在海上拥有丰富的油、气、风电等资源。截至2022年12月,中国海油南海东部油田矿区拥有50个油气田,41座生产设施,年产油气突破2000万吨油当量^[24]。2023年11月,渤海首个千亿方大气田——渤中19-6凝析气田一期开发项目投产,该项目包括1座

中心平台、3座无人井口平台、4座导管架,部署65口开发井^[25]。

常态化巡检是保障海上设施安全运行的必要工作。传统依赖船只抵近巡检的方式存在效率低、安全风险高等问题。采用母舰-舰载机协同巡检模式后,母舰可搭载装有相应传感器吊舱的无人机到达油气田附近海域,无人机起飞抵近检查设施运行状况和海面溢油情况,随后返回母舰或飞至下一设施进行巡查。该模式下的巡检方案生成,需要解决一类型典型的MVC RP问题。相比传统巡检方式,母舰-舰载机协同巡检模式的优势包括:①无人机飞行速度快,巡检效率高;②立体多角度对设施进行勘察,能有效发现设施运行潜在问题和海面溢油风险;③船只远离油田设施,避免碰撞等潜在安全风险。目前,油气田巡检MVC RP已有学者进行了研究^[26-28]。

3) 船只排放监测。

据国际海事组织(IMO)估计,航运业产生了人类活动总排放约13%的二氧化硫(SO₂)、近15%的氮氧化物(NO_x)和近2.7%的二氧化碳(CO₂)。据欧洲环境署数据,大约70%的船只污染物排放都发生在近海区域^[29]。为此,许多国家在近海建立了排放控制区(ECA)以减少船只排放。近年来,因无人机灵活度高、检测能力强、节约人力成本等优势,常与传感器、遥感、荧光等技术搭配,被用于污染物监测,并在近海排放检测中得以快速推广,部分学者开展了利用无人机监测船只排放时的优化调度问题研究^[30-32]。采用母舰-舰载机协同监测模式能够克服无人机续航局限性,进一步提升监测能力和效果。Zhou等^[33]利用船只搭载无人机的方式在我国长江排放控制区内进行污染物监测,其中无人机挂载传感器吊舱,从监测船起飞,对控制区内的11艘停泊船只和27艘航行船只进行了排放物检测。结果表明,航行船舶的排放水平高于停泊船只。上海浦东海事局依据该实验结果进行了进一步调查并对超标船只进行了处理。船-无人机协同监测的新模式的应用同样需要解决一类MVC RP问题。

4) 海上搜索救援。

近年来海上船只失踪倾覆、人员落水失联等事件时有发生。海上遇险危险性极高,生存时间短,对搜索和救援的效率提出了较高要求。许多学者对基于无人机的海上搜索救援路径规划^[34]、基于水陆两栖飞机的搜索救援路径规划^[35]等问题进行了深入研究,为提升海上搜索救援能力提供了有益参考。将无

人机、无人艇等速度快、体积小、成本低的搜救装备与水面船只结合,协同开展搜索救援任务,可大幅提升搜索救援效率的同时,显著拓展能力边界. 执行海上搜索任务时,船只抵近目标海域后释放搭载搜索设备的无人机飞抵海域上空执行搜索任务,船只继续前往下一海域,无人机完成搜索后返回船只. 执行救援任务时,救援船靠近落水人员后释放救援艇、智能救生圈等设备,救起落水人员后返回救援船. 目前船-无人机(艇)协同的海上搜救路径规划问题的研究尚不多见, Garone 等^[36]面向快速救援任务对单船-单无人机协同路径规划问题进行了初步研究. Du 等^[37]对基于船、飞机、卫星等多平台的海上协同搜索与路径优

化策略进行了研究. Yu^[38]对舰载无人直升机在海上应急医疗救援的应用进行了探讨和展望. 考虑更多复杂因素的船-无人机(艇)海上搜索救援问题还存在巨大研究空间.

此外,母舰-舰载机协同系统在海底光缆巡检、海洋基础测绘、濒危动物保护、军事侦察打击等领域均有广阔应用空间,针对这些场景下的MVCRP同样具有重要研究价值.

3 MVCRP研究进展

针对MVCRP的研究仍处于新兴阶段,近年来,该问题研究成果的数量和深度逐渐提升,当前MVCRP文献的总体概述见表2.

表2 MVCRP文献概述

序号	文献	问题类型	母舰	无人机	每次访问	目标类型	目标函数	求解方法	最大算例
1	[36]	快速救援	单	单	单	点	完工时间最小化	启发式	
2	[39]	CVTSP	单	单	单	点	完工时间最小化	精确凸优化/启发式	
3	[40]	CVTSP	单	单	单/多	点	完工时间最小化	启发式	10
4	[41]	CVTSP	单	单	单	点	完工时间最小化	启发式	5
5	[42]	CVTSP	单	单	多	点	完工时间最小化	启发式	7
6	[43]	CVTSP	单	单	多	点	完工时间最小化	启发式	100
7	[44]	CVTSP	单	单	多	点	完工时间最小化	Gurobi	100
8	[45]	舰机协同侦察	单	多	多	点	路径成本最小化	改进粒子群算法	200
9	[46]	舰机协同侦察	单	多	多	点	总航程最小化	改进粒子群算法	200
10	[47]	C-ModVRP	单	单	多	点	访问目标数最大化	遗传算法	532
11	[48]	CVTSP	单	单	单	点	完工时间最小化	启发式	15
12	[49]	CVTSP	多	单	单	点	总航时最小化	启发式	18
13	[50]	CVP	单	单	多	点	总航时最小化	分支定界/贪婪启发式	200
14	[33]	船只排放监测	单	单	单	动点	-	-	27
15	[51]	CVTSP	单	单	单	点	完工之间最小化	迭代局部搜索	20
16	[52]	MVCRPG	单	单	多	图	总距离最小化	数学启发式	3(图)
17	[53]	MVCRPG	单	多	多	图	加权距离最小化	数学启发式	10(图)
18	[54]	CVTSP	单	单	单	点	完工时间最小化	模拟退火(SA)算法	70
19	[55]	船只污染检测	单	多	多	点	总时间最小化	改进粒子群算法	90
20	[56]	快递配送	单	多	多	点	母机航时最小化	三阶段迭代启发式	100
21	[57]	船只污染监测	单	多	多	点	监测时间最小化	基于SA的人工蜂群算法	90
22	[58]	协同调度	多	单/多	多	点	完工时间最小化	CPLEX, SA, NSGA-II	42
23	[27]	油田设施巡检	单	单	单	点	总距离成本最小化	CPLEX	15
24	[28]	油气设施巡检	单	单	单	点	总距离成本最小化	CPLEX	10
25	[59]	DVRP	单	多	单	点	距离最小化	序贯协作强化学习	10
26	[60]	AMMVCRPG	单	多	多	图	完工时间最小化	数学启发式	10(图)
27	[26]	油气管道巡查	多	多	多	边	行驶成本最小化	CW 节约算法/遗传-禁忌搜索	17×12
28	[29]	船只排放监控	多	多	多	点	监测收益最大化	精确算法	100

针对MVCRP的研究脉络存在多个重要节点. Garone 等^[36,39-42]在2008年~2012年期间,针对单母舰、单舰载机模式下的MVCRP发表了一系列研究成果,推动了该问题的初期发展. 该阶段,MVCRP问题首先被定义为母舰访问次序确定条件下的协同路径规划问题(CVP),随后被拓展至母舰访问次序不定时的协同路径规划问题(CVTSP). 文献一般将MVCRP构建为混合整数非线性规划(MINLP)模型,并依托启发式方法进行求解,受模型复杂度影响,通常仅能在合理时间内求解包含10个以内访问目标的问题. 2014年, Klaučo 等^[44]首次将CVTSP问题构建

为MISOCP模型,并利用Gurobi求解器成功解决了包含100个访问目标的算例. 早期MVCRP问题的研究进展较慢,直至2018年, Gambella 等^[48]的研究成果发表在交通运输领域顶级期刊《Transportation Science》上后,针对该问题的研究成果呈逐年快速增加的趋势. 另一方面,早期大部分MVCRP文献以单母舰、单舰载机模式为主,尽管朱益民^[45]、马华伟等^[46]以及Fahradyan 等^[49]尝试了拓展研究,但都对问题进行了简化设置. 单母舰、多舰载机MVCRP直至2022年才开始研究,而直至2023年才有数篇考虑多艘母舰的MVCRP研究成果得以发表.

为进一步梳理 MVCRP 研究进展,对文献进行分类综述.分类方法上,经研究发现,部分针对 TDCRP 的综述按照车辆和无人机数量,将问题分为单车单机、单车多机和多车多机等类别^[21-22].基于此,本文将 MVCRP 研究成果按照母舰和舰载机数量分为单舰单机(SS-MVCRP)、单舰多机(SM-MVCRP)、多舰单机(MS-MVCRP)以及多舰多机(MM-MVCRP)等模式.其中,单舰是指问题仅包含单艘母舰,单机是指每艘母舰搭载一架舰载机.因此,“多舰多机”表示问题包含多艘母舰,且每艘母舰搭载多架舰载机.此外,不同数量的母舰和舰载机组而成的 MVCRP 问题变种,在建模、求解复杂度上呈现出巨大差异,需要分类进行描述和分析.以此分类为基础,本文进一步探究面向多种海上应用场景的复杂因素,这些因素可在上述分类的每种问题变种中进行考虑.下面分别对上述4种问题的研究成果进行综述,提供当前 MVCRP 研究进展的整体概况.

3.1 单舰单机 MVCRP

SS-MVCRP 是 MVCRP 的基础版本,得到了较多关注.早期针对 MVCRP 的研究多集中于 SS-MVCRP,最早可追溯至 2008 年, Garone 等^[36]以快速救援为场景,研究了一个 SS-MVCRP 的缩减版本,假设目标节点的访问顺序给定,以最小化救援任务的最大完成时间为目标决策舰载机的起降点,并构建 MINLP 模型.该文给出多种情形下的最优策略及其几何构造方法,并提出了快速求解的近似方法.随后, Garone 等^[39]针对该简化问题提出了一个改进求解算法,同时正式提出 SS-MVCRP,并首次为该问题设计了一个启发式方法.此外, Garone 等^[40]还对 SS-MVCRP 问题进行了类似拓展研究.

Klaučo 等^[44]针对 SS-MVCRP 问题首次提出 MISOCP 模型,该问题假设母舰访问次序确定,且舰载机单次起飞可访问多个对象.作者通过实验表明:当访问目标数量在 [30, 100] 区间内时,用 Gurobi 求解器求解该问题的复杂度在 $10^3 \sim 10^4$ 之间.此后, MISOCP 模型成为研究 MVCRP 的常用模型.

早期对 MVCRP 问题的研究处于缓慢发展阶段.2018 年, Gambella 等^[48]针对 SS-MVCRP 问题以总完成时间最小化为目标构建 MISOCP 模型,该模型是对文献 [39] 所研究模型的扩展,其重要特征是目标点的访问次序不再提前给定,而是通过定义分配变量变成了决策内容的一部分.文章提出一种基于排序的迭代启发式算法,每次迭代首先确定目标访问次序,获得问题下界,剩余子问题变为求解无人机起

飞和降落点的可行性验证问题,可通过构建二阶锥规划(SOCP)模型并利用求解器求解的方式快速实现.数值实验表明,该方法能够求解包含 15 个目标点的算例,研究成果发表在交通运输领域顶级期刊《Transportation Science》上,引起了较大关注.此后,针对 MVCRP 问题的研究成果数量逐年增多.

不同于 Gambella 等定义并求解分配变量以确定无人机访问次序, Erdoğan 等^[51]利用典型的路径变量和子回路消除方法描述无人机访问次序,基于问题结构特性构建以母舰航行时间和无人机访问时间之和最小化为目标的 MISOCP 模型,并针对性地提出一系列有效不等式以强化模型下界.求解算法上,首先通过构造算法生成初始解,随后基于迭代局部搜索实现对解的提升,该方法可求解包含 20 个目标点的算例.

Larasati 等^[54]针对 SS-MVCRP,构建包含子回路消除约束的 MISOCP 模型,求解算法上,首先利用模拟退火算法确定目标点的访问次序,随后将访问次序的解作为输入求解 SOCP 模型,该方法将可求解算例的目标点数扩大为 70 个.

以上文献通常假设舰载机单次起飞后,仅访问一个目标点,随后返回母舰准备下一次起飞.这种方式导致舰载机频繁往返起降,制约有效工作时间,增加后勤保障压力.事实上,当舰载机完成上一目标点任务后,若续航允许则可直接飞往下一目标点执行任务,直至能源不足以继续执行任务时返回母舰.这种单次起飞执行多个任务的模式可大大提升任务执行效率,提高资源利用率.因此,随着研究的深入,允许舰载机单次起飞访问多个目标的文献逐渐增多. Garone 等^[40]针对 SS-MVCRP 拓展研究两类问题,一是给定母舰访问次序的前提下,首次允许无人机单次起飞访问多个目标.该问题中,无人机单次起飞访问的目标点数量及其次序均为需要求解的变量.作者将问题建模为一类凸优化问题,并提出最小化起飞次数的启发式算法进行求解.二是假设母舰访问所有目标点的次序未给定,且无人机每次起飞仅访问一个目标点.为此,作者构造一种启发式算法,先确定母舰访问各目标点次序的近似最优解,最后基于该次序以文献 [39] 中的凸优化方法进行求解,进而确定无人机的起降点位置.随后, Garone 等^[42]继续针对该问题进行拓展研究,决策目标点访问次序、无人机起飞次数、每次起飞访问的目标点数量以及最终母舰和无人机的路径等.为此,作者以完成访问的时间最小化为目标构建 MINLP 模型,并利用启发式算法实现对包含 5~7 个目标访问点的小规模算例进行求解.随

后, Garone等^[43]针对这一问题开发了一种三阶段启发式算法, 并通过算例实验表明, 该算法可以在一分钟内求解包含100个目标访问点的算例。

Savuran等^[47]研究SS-MVCRP时假设母舰的航行路径提前给定, 同时, 与传统的路径规划问题中所有目标点均需被访问不同, 该问题的优化目标是在多种约束之下访问尽可能多的目标点, 即允许部分目标点不被访问, 最后利用遗传算法对该问题进行了求解。

Poikonen等^[50]研究了一类面向多种监测和救援任务的SS-MVCRP, 无人机单次起飞可访问多点。在给定阶段访问顺序的情况下, 构建SOCP模型解决该问题。进而, 以访问所有节点所需要的时间最小化为目标, 决策节点访问顺序和无人机的起降位置、时刻等。同时开发了精确的分支定界算法和基于SOCP的贪婪启发式算法, 实验结果表明所开发的贪婪启发式算法可求解包含200个节点的算例。

Li等^[27]研究面向油田设施巡检的SS-MVCRP, 该问题中一艘巡检船搭载一架无人机从港口出发开展巡检活动, 无人机可多次起降, 且单次起飞可对多个油田设施进行巡检, 完成对所有设施的巡检后, 巡检船搭载无人机返回出发港。构建以总巡检距离成本最小化为目标的MISOCP模型, 并基于真实数据开展实例计算和分析。Tang等^[28]同样对油气田巡检SS-MVCRP问题进行研究, 构建了多周期MISOCP模型, 目标函数为总巡检成本最小化, 包括母舰固定使用成本、母舰航行成本以及舰载机的飞行成本等。同时构造一系列有效不等式缩小决策变量的取值范围, 并通过实验对其效果进行了验证。

3.2 单舰多机MVCRP

Wen等^[56]研究快递配送问题时构建了以大型无人机为母舰, 搭载多架小型无人机的协同配送模式。该场景下, 无人机携带快递从母舰脱离, 单次完成若干配送任务后返回自动机场完成回收。该文设计一种三阶段迭代启发式算法, 首先利用模糊聚类算法对客户进行聚类, 随后基于变邻域下降算法规划母舰路径, 最后通过动态规划算法求解无人机配送路径, 三阶段持续迭代, 直至达到停止条件。实验表明, 该算法能高效求解最多包含100个客户的大规模算例。

侯云霞^[57]对船载无人机协同监测港口船舶大气污染过程中的路径规划问题进行了系统深入的研究, 该问题中一艘监测船搭载多架无人机, 形成一类SM-MVCRP, 作者以监测任务完成时间最小化为目标构建数学规划模型, 并设计了一种基于模拟退火思想的

人工蜂群算法进行求解, 对天津港90艘出港船舶数据开展数值实验的结果表明, 当待监测船只数量不大于73时算法求解性能较好, 当无人机数量不超过4架时算法计算效率良好。Shen等^[55]同样对面向船舶排放监测的SM-MVCRP进行了研究, 设计了基于禁忌搜索的改进粒子群算法。

朱益民^[45]对作战环境下单舰多机协同侦察问题进行了系统研究, 该问题下一艘舰船搭载多架无人机, 行驶到指定战术节点时无人机起飞访问一个或多个目标节点执行相应任务, 完成后返回停泊的船只随母舰继续向下一战术点航行, 直至完成所有节点任务。以母舰和无人机路径总成本加权和最小化为目标构建MILP模型, 以决策母舰的航行路径、无人机访问对象及其访问路径, 并设计带自适应参数的改进粒子群算法对该问题进行求解。马华伟等^[46]对相似问题进行了研究。

3.3 多舰单机MVCRP

多舰单机通常指问题包含多艘母舰, 且每艘母舰仅搭载一架舰载机, 当前该类问题的研究成果较少。Zhang等^[58]针对大范围海空域的覆盖巡逻问题提出基于船-无人机的协同巡航模式, 该问题中若干母舰各自搭载一台(或多台)无人机对任务海域进行覆盖巡逻。基于无人机巡逻投影范围, 将任务区域划分为若干正三角形以确定无人机航路点集合, 随后构建MILP模型以最小化任务完工时间。仿真实验阶段, 分别对母舰静止于海面航路点的静态模式和母舰可移动的动态模式开展实验, 结果表明, 单机场景下动态模式的目标函数值不及静态模式, 但需要的母舰数量更少。同时实验还表明, CPLEX求解器获得的解的质量明显好于模拟退火算法和NSGA-II算法。

3.4 多舰多机MVCRP

MM-MVCRP需决策的问题包括: 母舰访问对象的分配、各母舰的轨迹、各舰载机的目标点分配、各舰载机的访问次序、各舰载机的起飞和降落位置等。MM-MVCRP的复杂度显然更高, 目前针对该问题的研究成果比较少。Xue等^[26]研究“船-无人机”协同下的海上油气管道巡查问题, 该模式下, 巡查船搭载无人机到达油气田中央平台后, 无人机起飞开展各钻井平台油气管道的检查任务, 待所有无人机返回后母舰开往下一油田中央平台。考虑管道检查时间的不确定性, 利用模糊集理论构建两阶段船-无人机协同路径规划模型, 第1阶段采用三角模糊数刻画管线检查时间, 构建以检查完成时间最小化为目标的无人机路径规划模型, 并利用CW节约算法进行求解。基

于第1阶段求得的巡检时间值,第2阶段构建模糊机会约束MILP模型以最小化巡检船的航行成本,采用遗传-禁忌搜索算法对模型进行求解,最终确定巡检船的航行路径。

Liu等^[29]对船只排放监控MVCRP,采用母舰-舰载机协同的模式进行研究,该问题中多艘海岸巡逻船各自搭载多架异构无人机开展船只检查任务,各无人机在速度、续航等方面性能不一。同时,问题还考虑了巡逻船和受检船只位置的时间依赖特性,以及受检船只的监控时间窗口。基于多层时空网络构建了以监测收益最大化为目标的MILP模型,设计一种包含结构枚举、列生成和行生成的精确算法进行求解,实现了对最多包含100艘船、3艘巡逻船和6架无人机的算例的求解。通过开展算例实验并与海事局现行政策进行对比,验证了算法的有效性,随后基于上海吴淞海事局数据开展案例分析,验证了巡逻船-无人机模式对海事部门执法的积极作用。

3.5 特殊考虑因素

以上基于母舰和舰载机的数量对MVCRP相关文献进行了分类和综述,基本刻画了该问题的总体研究进展。同时,基于文献检索可以发现,部分文献在问题设置和访问对象等方面具有显著特殊性,因此本节对包含特殊考虑因素的MVCRP文献进行简要综述和分析。

1) 问题设置的特殊性。

第3.3节所述多舰单机问题是指若干艘母舰各自搭载一架舰载机,但特殊情况下存在多艘母舰总计搭载一架舰载机的设置。Fahradyan等^[49]描述了包含两艘母舰和一架无人机的场景,两个载体作为无人机的支撑,无人机可在二者中任意选择完成起降,且每次起飞访问一个目标点。该文以完成访问的总时间最小化为目标,构建MINLP模型,并将其改写为MISOCP模型。考虑问题的NP-难特性,给出了一种快速启发式算法,以期在短时间内获得满意解。首先,将无人机起降是否在同一母舰的变量(α)进行松弛,随后求解松弛的SOCP模型,对求得的 α 值按照四舍五入规则确定其0-1值;随后将该值返回原MINLP模型,以求得原问题的解。该问题的特点在于:各目标点的访问次序提前给定;无人机访问每个目标点的起降位置为已知参数。

2) 访问对象的特殊情形。

大部分文献均将母舰及舰载机的访问对象视为点目标,这种假设方法有利于问题简化和模型构建,具有一定普遍性。但从现实上看,这种假设模式存在

一定的局限性。以船-无人机协同开展海上油田设施巡检为例,各油田的管路、平台等设施在规模、布局等方面存在差异,若一律视为点目标,则其巡检时间及无人机电量消耗难以精确预估,导致规划方案缺乏现实意义。自2021年后,开始有文献考虑舰载机访问目标具有复杂形状的情形。Amorosi等^[52]研究的SS-MVCRP场景下无人机的访问对象以一般图形式表示,其目标函数为满足目标图访问百分比前提下最小化母舰和无人机的总距离。区分母舰可在平面内自由航行以及只能在路网航行两类情形,分别构建了MISOCP模型,并设计数学启发式算法在较短时间内获得可行解。Amorosi等^[53]在文献[52]的基础上将单船无人机拓展为单船多同型无人机模式,构成新的SM-MVCRP。该问题设定无人机的访问对象具有特异形状(多边形)。文献以船和无人机航(飞)行的加权总距离最小化为目标构建MISOCP模型,并针对性地提出有效不等式和大M约束的界以强化模型。随后,Amorosi等^[60]针对SM-MVCRP考虑无人机的两种起降模式:一是一组无人机的起飞和回收作业必须按顺序执行,若不回收前一架次无人机,则无法进行两次连续起飞作业;二是允许连续的发射或回收作业,即任务时间存在部分重叠。作者首先针对第1种情形,以总体任务完成时间最小化为目标,构建MINLP模型,随后基于该模型,引入阶段概念,对第2种情形进行相似建模。

4 问题模型

本节首先简要综述MVCRP相关文献中构建的数学模型类别及特点,随后针对MS-MVCRP研究成果较少的现状,提出一种面向油田设施巡检的多船-单无人机MISOCP模型,以进一步丰富MVCRP的研究内容。

4.1 文献模型综述

MVCRP需同时决策母舰和舰载机的访问对象、访问路径以及起降位置等,具有时空同步难、约束条件多等特点,建模和求解难度较大。从当前文献看,描述MVCRP的模型主要可分为MISOCP模型、MILP模型以及其他模型等。

1) MISOCP模型。

MVCRP中,母舰首先搭载舰载机行至某点时,舰载机从母舰脱离,起飞执行特定任务,母舰则继续航行。舰载机完成指定任务或在航程耗尽前需降落至母舰,二者在起飞及降落的时间和位置上存在紧密的耦合关系。舰载机起飞点与降落点之间的距离既要满足舰载机的航程约束和航速限制,也要满足

母舰的航速等相应约束,具有显著的二阶锥约束特征.因此,大量文献采用MISOCP模型对MVCRP进行建模.MISOCP模型的优势在于一方面可以反映母舰及舰载机在时间和空间等方面的耦合关系,准确描述二者在航程、航速等方面的约束关系;另一方面,基于MISOCP模型建模具有良好的可分解特性,可分解为若干子问题并构建SOCP模型,而SOCP模型可基于贪婪规则或直接调用求解器进行快速求解,极大地降低算法的复杂度,提升求解效率.求解SS-MVCRP时,Gambella等^[48]将问题构建为MISOCP模型后,首先固定目标访问次序,将剩余子问题构建为SOCP模型,并利用求解器快速求解.Larasati等^[54]首先利用模拟退火算法确定目标访问次序,随后将结果输入SOCP模型快速求解,确定舰载机起飞和降落位置.Fahradyan等^[49]在MS-MVCRP过程中假设目标访问次序提前确定,并基于此建立MISOCP模型,求解过程中首先将部分0-1决策变量松弛,形成SOCP问题并求解,随后将解返回原模型以决策舰载机路径规划问题.

2) MILP模型.

除了大量使用的MISOCP模型,也有部分学者将所研究的MVCRP构建为MILP模型.典型MVCRP中母舰及舰载机可在各自空间内任意移动,具有连续非线性特征.因此,为构造MILP模型,通常需要对问题进行适当简化或添加合理假设.例如朱益民^[45]和马华伟等^[46]在研究过程中,基于有向图将SM-MVCRP构建为MILP模型.两模型均假设母舰搭载无人机到达指定战术节点后,无人机起飞前往目标节点执行任务,完成后返回起飞点,在此过程中母舰一直停留在该战术节点.这种设置将母舰的航行路径、无人机的起降点选择等变量从原有的连续空间约束至有限离散空间,且避免了舰载机执行任务时母舰继续航行的复杂情形,一定程度上降低了问题的复杂度.Zhang等^[58]针对大规模海域内的覆盖巡逻MM-MVCRP进行研究时,将原问题简化为母舰-无人机对若干已知(或计算可知)的海面航路点和空中航路点的访问,显著缩小了变量的取值范围.无人机起飞时,由某一海面航路点处升至某一空中航路点,随后在空中航路点间飞行,同理,降落时由某一空中航路点降落至某一海面航路点.Liu等^[29]针对船只排放监控MM-MVCRP问题,构建了基于时空网络的MILP模型,该模型认为,船只排放检测过程持续仅数小时,属于短期规划,因此假设在每个时间点,母舰及被监测船的实时位置、无人机的派遣以及无人机从母舰起

飞到达监测目标的时间均为已知.

3) 其他模型.

除了上述MISOCP模型和MILP等典型模型外,仍有文献通过更多方式对MVCRP进行建模描述,例如Lee等^[59]将MVCRP构建为包含多智能体的有限马尔科夫决策过程.

4.2 MS-MVCRP新模型

由3.3节可知,针对MS-MVCRP问题,即多艘舰船各自搭载一架舰载机的协同路径规划问题的研究尚不充分,仅有Zhang等^[58]划分海空巡逻区域,将原平面覆盖巡逻问题转化为对若干离散航路点的访问,一定程度上降低了问题的复杂度,但其构建的MILP模型难以精确描述MS-MVCRP的一般情形.为进一步丰富MVCRP的研究内容,本节针对油田设施巡检场景下的多巡检船-单无人机协同路径规划问题,构建以系统总成本最小化为优化目标的MISOCP模型.该问题中,若干艘巡检船(即母舰)各自搭载一架无人机从母港出发,对指定的油田设施集合开展巡检工作.各无人机可多次起飞,且单次起飞对单个油田设施进行巡检,无人机只能从所属巡检船起飞和降落.完成所有巡检任务后,巡检船搭载无人机返回母港.该问题属于典型的多舰-单机协同路径规划问题(MS-MVCRP),决策内容包括巡检船访问对象的分配、巡检船访问次序确定、无人机巡检路径规划以及无人机从所属巡检船每次起飞和降落位置的确定等.下面,首先定义所需集合、参数及决策变量等符号(表3),随后给出正式的MISOCP模型.

基于以上对集合、参数和决策变量的定义,构建MISOCP模型如下:

$$\min \left\{ \sum_{k \in K} \sum_{i \in N} x_{0i}^k C + \sum_{k \in K} \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} C_v (D_{0i}^k + v_v t_i^k + D_{ij}^k + D_{i,n+1}^k) + \sum_{k \in K} \sum_{i \in N} C_d v_d (t_{i,1}^k + t_{i,2}^k + s_i y_{ki}) \right\}. \quad (1)$$

$$\text{s.t. } \| q_i^k - z_i^k \| \leq v_v t_i^k, \forall i \in N, k \in K; \quad (2)$$

$$\| q_i^k - p_i \| \leq v_d t_{i,1}^k, \forall i \in N, k \in K; \quad (3)$$

$$\| z_i^k - p_i \| \leq v_d t_{i,2}^k, \forall i \in N, k \in K; \quad (4)$$

$$t_{i,1}^k + t_{i,2}^k + s_i y_{ki} \leq t_i^k, \forall i \in N, k \in K; \quad (5)$$

$$\| p_0 - q_i^k \| \leq D_{0i}^k + M(1 - x_{0i}^k), \quad \forall i \in N, k \in K; \quad (6)$$

$$x_{0i}^k c_{0i} \leq D_{0i}^k + v_d t_{i,1}^k, \forall i \in N, k \in K; \quad (7)$$

$$\| z_i^k - p_{n+1} \| \leq D_{i,n+1}^k + M(1 - x_{i,n+1}^k),$$

表3 符号定义

符号	定义
集合	N 油田设施集合, $N = \{1, 2, \dots, n\}$
	N_0 节点集合, $N_0 = N \cup \{0, n+1\}$, 其中0和 $n+1$ 代表母舰港口, 即 $p_0 = p_{n+1}$
	K 巡检船集合, $K = \{1, 2, \dots, m\}$
	Z 整数集合
参数	n 待巡检的油田设施数量
	m 巡检船数量
	T 巡检任务周期
	C 巡检船使用固定成本
	R 无人机续航时间(单位: 小时)
	M 一个足够大的正整数
	s_i 对油田设施 i 的巡检用时, $i \in N$
	C_v 巡检船单位距离的航行成本
	C_d 无人机单位距离的航行成本
	v_v 巡检船航行速度
	v_d 无人机飞行速度
	p_0 母舰港口坐标(出发点)
	p_{n+1} 母舰港口坐标(返回点)
	p_i 油田设施 i 的坐标, $i \in N$
c_{ij} 节点 i 与 j 的距离, 记为 $\ p_i - p_j\ , i, j \in N_0$	
决策变量	$y_{ki} = 0$ 表示巡检船 k 访问油田设施 i , 否则为1, $i \in N, k \in K$
	$x_{ij}^k = 1$ 表示巡检船 k 访问节点 i 后立刻前往访问节点 j , 否则为0, $i, j \in N_0, k \in K$
	D_{ij}^k 巡检船 k 在无人机起飞前往油田设施 i 的起飞点, 到无人机从油田设施 j 返回的降落点之间所航行的距离, $i, j \in N_0, k \in K$
	$t_{i,1}^k$ 巡检船 k 的无人机从起飞点到油田设施 i 的飞行时间, $i \in N, k \in K$
	$t_{i,2}^k$ 巡检船 k 的无人机从油田设施 i 返回至降落点的飞行时间, $i \in N, k \in K$
	t_i^k 巡检船 k 在其无人机前往油田设施 i 巡检期间航行的总时间, $i \in N, k \in K$
	q_i^k 无人机巡检油田设施 i 的起飞位置坐标, $i \in N, k \in K$
	z_i^k 无人机巡检油田设施 i 的降落位置坐标, $i \in N, k \in K$

$$\forall i \in N, k \in K; \quad (8) \quad 1 \leq u_i, u_j \leq n, \forall i, j \in N, i \neq j, u_i, u_j \in Z;$$

$$x_{i,n+1}^k c_{i,n+1} \leq D_{i,n+1}^k + v_d t_{i,2}^k, \quad (19)$$

$$\forall i \in N, k \in K; \quad (9) \quad 0 \leq t_i^k \leq R, \forall i \in N, k \in K; \quad (20)$$

$$\|z_i^k - q_j^k\| \leq D_{ij}^k + M(1 - x_{ij}^k), \quad q_i^k, z_i^k \geq 0, \forall i \in N, k \in K; \quad (21)$$

$$\forall i, j \in N, k \in K, i \neq j; \quad (10) \quad t_i^k, t_{i,1}^k, t_{i,2}^k \geq 0, \forall i, j \in N, k \in K; \quad (22)$$

$$x_{ij}^k c_{ij} \leq D_{ij}^k + v_d t_{i,2}^k + v_d t_{j,1}^k, \quad D_{ij}^k, D_{0i}^k, D_{i,n+1}^k \geq 0, \forall i, j \in N, k \in K; \quad (23)$$

$$\forall i, j \in N, k \in K, i \neq j; \quad (11) \quad y_{ki}, x_{ij}^k, x_{0i}^k, x_{i,n+1}^k \in \{0, 1\}, \forall i, j \in N, k \in K. \quad (24)$$

$$\sum_{i \in N} t_i^k + \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} (D_{0i}^k + D_{ij}^k + D_{j,n+1}^k) / v_v \leq T;$$

$$\forall k \in K, i \neq j; \quad (12)$$

$$\sum_{k \in K} y_{ki} = 1, \forall i \in N; \quad (13)$$

$$\sum_{i \in N_0 \setminus \{n+1\}} x_{ij}^k = y_{kj}, \forall k \in K, j \in N; \quad (14)$$

$$\sum_{j \in N_0 \setminus \{0\}} x_{ij}^k = y_{ki}, \forall k \in K, i \in N; \quad (15)$$

$$\sum_{i \in N} x_{0i}^k = \sum_{i \in N} x_{i,n+1}^k, \forall k \in K; \quad (16)$$

$$\sum_{i \in N} x_{0i}^k \leq 1, \forall k \in K; \quad (17)$$

$$u_i - u_j + n x_{ij}^k \leq n - 1, \forall i, j \in N, k \in K, i \neq j; \quad (18)$$

目标函数(1)为系统总成本的最小化, 其中总成本包含3部分, 分别为巡检船使用固定成本、巡检船航行成本以及无人机巡检飞行成本. 约束(2)表明无人机起飞和降落位置之间的距离, 不能大于巡逻船在此期间的航程. 约束(3)和(4)限制无人机的起飞和降落位置距油田设施的距离, 需满足无人机的续航能力约束. 约束(5)体现了巡检期间无人机及其所属巡检船之间的时间同步, 即无人机从巡检船起飞前往油田设施、开展巡检以及从设施返回巡检船的总时间, 不大于在此期间巡逻船的航行总时间. 约束(6)和(7)给出了巡检船从母港出发后到首个巡检对象时的距离约束, 其中约束(6)表明若巡检船 k 的首个巡检对象是 i , 则母港与起飞点的距离不大于巡检船从

母港到无人机起飞点的航行距离;约束(7)表明母港到设施 i 的距离,不超过巡检船从母港到起飞点的距离加上无人机从起飞点到设施 i 的距离之和.约束(8)和(9)描述的是巡检船从最后一个巡检对象至返回母港的距离约束,与约束(6)和(7)同理.约束(10)和(11)给出了连续访问多个油田设施时的距离约束.约束(12)保证所有巡检活动均在规定的巡检周期时间 T 内.约束(13)确保每个油田设施都被巡检一次.约束(14)和(15)为流守恒约束.约束(16)和(17)表示每艘巡检船只出动一次,且每次完成巡检任务后必须返回母港.约束(18)和(19)为子回路消除约束,其中 u_i 和 u_j 为区间 $[1, n]$ 内的正整数.约束(20)强调无人机的航程限制.约束(21)~(24)给出相关变量的取值范围.

5 MVCRP求解思路

MVCRP的特征是:母舰与舰载机时空约束高度关联,离散与连续决策问题混合求解,属于强NP-难问题.当前阶段,针对MVCRP的研究仍处于起步阶段,对于该问题的结构特征、最优性原理等还有待更加深入地研究和验证.从当前文献看,求解MVCRP的主要方法和思路可分为3类:精确算法、启发式算法、元启发式算法等.

5.1 精确算法

精确算法的优点在于可获得原问题的精确最优解,局限性是计算量大,能够求解的问题规模有限,解决复杂、大规模问题时的计算时间长,解的质量差. Garone等^[39]针对所研究的SS-MVCRP,首先考虑母舰最优访问路径已经给定的简化情况,并基于该假设采用精确凸优化方法进行求解,而若母舰访问次序为变量则构造启发式算法进行求解. Poikonen等^[50]研究了允许无人机单次起飞访问多个目标点的SS-MVCRP,分别提出一种精确的分支定界算法和一种贪婪启发式算法,其中分支定界算法可求解的算例最大包含10个访问目标,而贪婪启发式算法最多可求解包含200个目标的算例,这一对比也体现了精确算法面对复杂问题时的求解能力局限性. Li等^[27]和 Tang等^[28]均利用CPLEX求解器对SS-MVCRP进行求解,实验算例规模分别为15和10个访问目标. Liu等^[29]研究船只排放监控场景下的MM-MVCRP,在母舰实时位置、无人机从母舰至各被监测船只飞行时间等已知的情况下,首先对提出的MILP模型进行基于结构的重构,随后设计一种基于结构遍历、列生成和行生成的精确算法.实验表明,该方法能够求解最大包含100艘待监测船的大规模算例.

5.2 启发式算法

启发式算法是解决MVCRP的主要途径.许多学者根据问题特征,设计了基于不同规则的启发式算法,但其设计思路具有一定的相似性,一般可概括为先分解、再合并,以降低问题求解难度,提升求解质量和效率.首先将母舰路径规划和舰载机起降点位置及路径规划等分解为原问题的两个子问题,先求解其中一个子问题,随后将得到的解作为输入条件求解另一个,得到原问题的可行解,最后对解进行进一步提升.基于这种思路, Gambella等^[48]设计的迭代启发式算法中,每次迭代首先求解目标点的访问次序,随后求解剩余的CVP问题, Garone等^[39]首先利用近似最优方法决策母舰的访问次序,随后利用近似启发式算法确定舰载机的起降位置. Wen等^[56]先将目标点进行聚类,并将每个簇质心作为等效目标点,随后先决策母舰对各质心的访问路径,再确定舰载机的访问路径.

启发式算法的优势在于求解效率高,易于实现,但其局限性在于解的质量难以保证.为此,部分学者设计将数学规划模型与启发式算法相结合,形成数学启发式算法(matheuristic, MH). MH算法的概念最早由Maniezzo等^[61]引入,随后迅速得以推广,并在多AGV调度^[62]、易腐品生产路径组合优化^[63]、选址调度组合优化^[64]、柔性车间调度^[65]等复杂优化问题的求解中显示出显著优越性. MH算法的特点在于结合了数学规划模型和启发式算法的特点,保证算法求解效率的同时显著提升了求解质量.基于MH算法理念, Amorosi等^[52]研究访问目标为复杂图时的SS-MVCRP,设计了一种基于问题分解的MH算法,首先确定访问目标质心,随后求解母舰TSP,继而确定无人机起降位置.针对两个拓展问题(一是允许无人机单次起飞访问多个目标的SS-MVCRP^[53],二是SM-MVCRP的研究中^[53,60]),均设计类似的MH算法,并取得了良好的效果.

5.3 元启发式算法

元启发式算法不依赖具体问题结构,具有相对固定的求解框架,通用性较好,面对大规模复杂问题具有良好的求解效率和求解质量,因此受到广泛应用. Savuran等^[47]针对SS-MVCRP,应用遗传算法进行求解,其中每条染色体表示一条包含起降位置及若干访问目标的路径.朱益民^[45]和马华伟等^[46]均采用改进粒子群算法求解SM-MVCRP,其中马华伟等^[46]在粒子群惯性权重值的计算过程中设计自适应性参数,加快算法的收敛速度,并提高了算法跳出局部最

优的能力. Larasati等^[54]借助模拟退火算法求解首先确定母舰的访问次序,为后续舰载机起降位置的确定奠定基础.

近年来,一些学者为进一步提升算法性能,克服单一算法存在的局限性,采用将多种元启发式算法结合的思路设计出新的高效算法.侯云霞等^[57]提出一种基于模拟退火思想的改进人工蜂群算法,相比基本人工蜂群算法,该方法加入大规模破坏和修复机制,改进了邻域解的生成.同时,算法引入“温度”“接受概率”等模拟退火算法的概念要素,提升算法跳出局部最优的能力,以获得更好的全局最优解. Xue等^[26]针对油气管道巡检MM-MVCRP构建了两阶段数学模型,其中第1阶段为无人机路径规划问题,第2阶段为巡检船路径规划问题.算法设计阶段,利用节约算法求解第1阶段,随后设计一种遗传-禁忌搜索混合算法求解第2阶段.该混合算法结合遗传算法的全局寻优能力和禁忌搜索算法的局部寻优能力,提升了获得更高质量解的能力.

5.4 其他求解方法

除了采用精确算法、启发式算法、元启发式算法等方法解决MVCRP,部分文献运用特殊的求解方法进一步拓展了解决该问题的思路. Lee等^[59]在动态VRP问题中引入舰机协同系统,同时决策母舰的访问路径、客户和无人机的分配以及无人机的起降位置等,以最小化舰机系统的总运输成本.针对传统启发式算法求解此类动态VRP问题时,求解时间随问题规模指数上升的局限性,提出一种序贯协作强化学习方法对问题进行求解,该算法设置无人机智能体、分配智能体以及母舰智能体3种智能体,并基于实验验证序贯协作强化学习算法的表现优于序贯式和集中式强化学习算法,且当算法同时包含3种智能体时优势更加明显.

6 研究展望

MVCRP根据母舰数量、每艘母舰搭载的舰载机数量以及舰载机单次起飞访问的目标点数量,可分为8种不同变体,如图3所示.

母舰、舰载机及其单次起飞访问目标点数量等关键参数对问题复杂度和模型构建方法等具有显著影响:

1) 母舰数量由单变多时需要增加决策:母舰与访问目标点的分配、各母舰路径规划以及允许舰载机起降不同母舰时舰载机的降落对象选择等.

2) 舰载机数量由单变多时需增加决策:舰载机与访问目标点的分配、舰载机之间的起降协同等.同

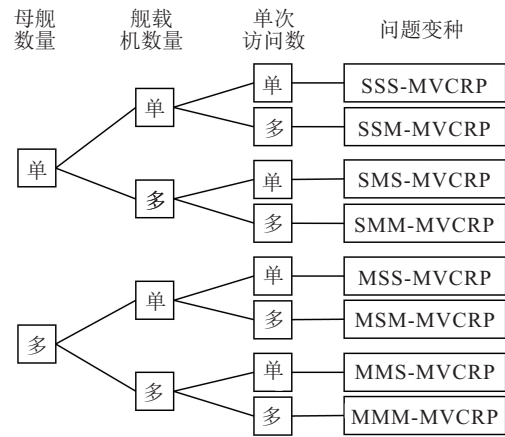


图3 8类MVCRP变种问题

时,当母舰搭载异构舰载机时,各舰载机在起飞准备时间、降落方式、保障需求、能源补给方式等方面均可能存在差异,导致母舰场地、人力等资源调度存在冲突,进一步增加了调度优化决策内容和求解难度.

3) 舰载机单次起飞访问目标点数量由单变多时,需额外决策舰载机的起降次数、单次起飞访问的对象及其路径规划等.

上述8种问题变体由SSS-MVCRP到MMM-MVCRP,问题复杂度逐渐上升,模型构建过程中变量、约束等的数量显著增多,母舰、舰载机、访问目标点等主体间的耦合更加密切.针对每种变体,均可在当前文献基础上考虑更多现实因素进行多角度拓展.以下从时间窗约束、多港口、变航速、母舰多行程、复杂目标点、不确定性等6方面对未来可能的研究方向进行展望,为读者提供一定角度的参考.

1) 带时间窗的MM-MVCRP.

在实际生产作业过程中(以油气田常态化巡检为例),多舰、多机构成的协同系统更符合现实需求,同时各油田规模结构、作业计划及海域水文条件等不尽相同,每天适合开展巡检工作的时间段存在一定偏差,由此形成各油田的巡检时间窗.类似地,高空勘察过程中,不同地域受天气、云层等原因的影响,存在勘察时间窗;灾后空投作业中,应协调地面人员及时收集分发,受地面人员工作安排等制约,接受空投存在时间窗.因此,研究带时间窗的MM-MVCRP具有显著的理论和现实意义.图4以油田巡检为例,对带时间窗的MM-MVCRP场景进行描述.巡检船1、巡检船2各自搭载舰载机从港口出发,对各自带有巡检时间窗的若干油田展开巡检.从图4可以看出,舰载机A从巡检船1起飞进行巡检作业,待其降落前,舰载机B起飞对另一油田进行巡检,二者作业时间存在部分重叠.该问题包含的决策问题如下:每艘巡检船访问的油田及其路径、各油田巡检作业的起止时间、每

架舰载机巡检的油田及其起降位置等,部分情况下还存在同一舰载机起降不同母舰的决策需求.需满足的约束包括舰载机的续航能力约束、油田的时间窗约束以及舰载机与母舰的时空同步约束等.目前,时间窗约束已在车-机协同的TDCRP文献中有所体现^[66-68],但MVCRP的文献中仅有Liu等^[29]考虑了访问对象的时间窗.

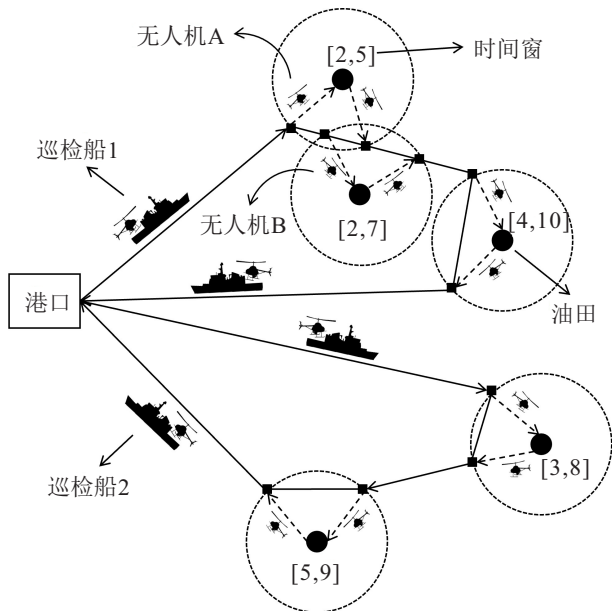


图4 带时间窗MM-MVCRP示意图

2) 多港口MM-MVCRP

当前,大部分文献设定母舰完成所有任务后,搭载舰载机返回原出发点形成一条闭合回路.事实上在许多任务场景中,母舰的出发和返回位置可能并不相同.例如:执行岛礁巡航任务时,母舰搭载舰载机从基地出发,赴任务地域完成巡航任务后,可能停靠另一基地,为后续任务做准备.运输机搭载小型无人机执行高空侦察作业时,可能因燃油量等制约不再返回原出发机场,而降落至其他机场进行燃油补给等,由此构成一类多港口MM-MVCRP问题.

如图5所示,巡检船1从港口甲出发,搭载舰载机A、舰载机B完成巡检任务后,返回港口乙,而另一巡检船2则由港口乙出发,最终仍返回原港口.该问题除了决策典型MM-MVCRP问题外,还需考虑母舰的出发港口和停靠港口,由此可能影响其访问点及其路径等结果,继而同步影响舰载机作业的相关决策结果.

3) 速度可变的MVCRP

当前大部分文献假定母舰及舰载机速度恒定,通过空间内两点之间距离计算航(飞)行时间.但现实应用中,母舰和舰载机可根据多种目标需求灵活调整航(飞)速,其中节能减排是重要目标之一.Xu等^[69]

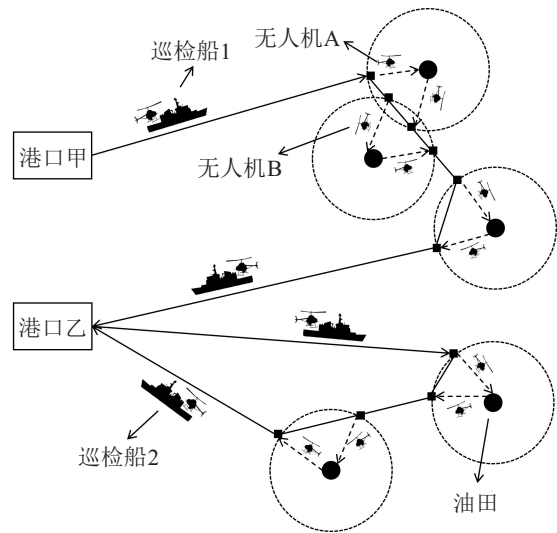


图5 多港口MM-MVCRP示意图

提出,车辆速度是绿色路径规划问题(GVRP)的重要考虑因素之一,速度变化将导致车辆排放的变化.以船只为对象的GVRP文献中,Dulebenets^[70]研究一类ECA范围内游轮的绿色调度问题,基于燃料消耗与船速的对应关系,通过改变航速实现对船只排放的控制,并构建了MINLP模型.Ma等^[71]针对ECA内船只路径及速度优化问题,建立双目标模型以实现总成本和总排放的最小化,并利用NSGA-II和TOPSIS排序方法进行求解,最后选取美国东海岸ECA船只管控作为案例分析,验证了所提出算法的有效性.相应地,GVRP的理念和方法可拓展至MVCRP,研究速度可变情况下母舰及舰载机污染物排放水平的优化控制,形成一类考虑节能减排的绿色MVCRP(G-MVCRP).相比基础MVCRP,速度可变的G-MVCRP包含更多参数、变量和约束,模型复杂度和求解难度进一步上升,目前在MVCRP的研究中尚无此类文献.

4) 母舰多行程MVCRP

目前,大多数文献均假设舰载机多次起降,但母舰仅出动一次.事实上,在现实应用中,存在母舰需要多次出动情况.例如,陈晓旭^[72]针对海上救助船配置问题的研究中提出,不同时段、不同位置发生事故的次数是不同的,单周期配置无法满足不同时期的事故需求,因此需要开展多周期配置研究.海上油气田设施巡检工作中部分海域设施密集,母舰单程巡检难以全部覆盖,同时不同设施的巡检间隔时间不同,需要合理划分巡检行程及单行程巡检对象等.海底测绘工作中,大型飞行(母舰)抵近特定地域释放无人机等开展大范围测绘工作,受燃油等限制,母舰需定期返航补充燃料后继续开展测绘任务.以上场景均可拓展形成一类考虑母舰多次出动的多行程MVCRP,该问题中母舰每次出动访问的对象不完全相同,因

此相比单行程 MVCRP, 母舰多行程的 MVCRP 需要额外决策每次行程母舰的访问目标点及其访问路径, 需要考虑的约束包括单次行程母舰能力约束、访问目标点时间窗约束等. 目前, 在 TDCRP 研究文献中, 仅有 Ghiasvand 等^[73]考虑了车辆多次出动的情形, 在 MVCRP 问题中尚无此类研究成果.

5) 复杂目标点 MVCRP.

大部分文献将 MVCRP 中访问目标视为点目标. 近年来, Amorosi 等^[52-53,60]将访问目标拓展为图, 并规定无人机的任务为访问一定比例的图边长度. 未来研究中, 可考虑目标点形状、构成等更加复杂的情形, 以更加贴近现实需求. 例如, 海上油气田巡检工作中, 巡检船搭载无人机单次可完成对多个油田的巡检工作. 每个油田包含井口平台、中心平台、浮式生产储油装置、海底管线等设施. 巡检无人机到达后, 需要进一步规划单一油气田范围内各设施的巡检路径, 以实现对所有节点的全覆盖. 岛礁巡航任务中, 部分岛礁分散部署气象、雷达、防空、交通指示、民用基建等, 执法船抵近目标岛礁后释放无人机对上述设施进行细致观察, 需合理安排飞行路径. 上述情形构成包含多层次路径规划的复杂 MVCRP 问题, 如图 6 所示. 即: 母舰的路径规划问题, 无人机单次起飞访问多个目标点时的路径规划问题, 以及无人机到达各目标点时对目标点内部复杂节点的路径规划问题. 该情形下 MVCRP 模型构建更加复杂, 对求解算法的设计提出了更高要求, 需要对问题进行更加细致的分解, 目前尚无此类 MVCRP 研究成果可供参考.

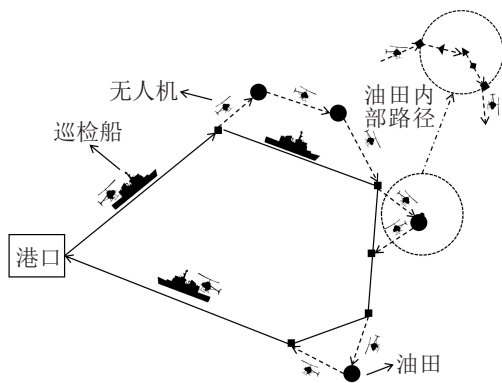


图6 复杂目标点 MVCRP 示意图

6) 考虑不确定性的 MVCRP.

MVCRP 的不确定性可能来自多方面: ①需求的不确定性. 例如灾后精准空投时, 受灾地区对物资的需求量难以短时间内精确掌握, 导致任务规划阶段各目标点需求量的不确定性. ②母舰、舰载机的航(飞)行时间的不确定性. 母舰和舰载机的速度受多种因素影响, 各项数据难以全面、准确掌握, 导致执行过

程中可能二者的航(飞)行存在不确定性. ③舰载机任务时间的不确定性. 以油田设施巡检为例, 舰载机到达目标点后, 对油田设施进行巡检的持续时间难以准确预测, 尤其是发现可疑现象(如海面溢油等)时需要进一步勘察复核, 导致巡检时间大大增加. ④舰载机状态的不确定性. 海上盐雾环境极易腐蚀电子元器件等, 影响舰载机可靠性. 协同作业过程中, 可能出现舰载机突发故障无法起飞, 需要紧急开展维修等情况; 另一方面, 舰载机飞行过程中可能出现故障坠海、碰撞目标等意外, 导致无法完成后续任务. 据笔者所知, 当前针对 TDCRP 已有部分文献讨论了需求量、车辆行驶时间等不确定性^[16], 但关于 MVCRP 的文献目前仍主要聚焦于确定性环境, 具有深入拓展研究的空间和必要性.

此外, 舰载机通信距离、数据实时回传距离等限制, 也是值得拓展研究的重要现实因素.

7 结论

母舰-舰载机协同路径规划问题在理论和现实层面均具有广阔的研究和应用前景. 本文首先给出 MVCRP 的概念, 利用统计方式介绍该问题当前的文献概况, 并对比其与 TDCRP 的异同点. 随后, 简要描述了 MVCRP 应用场景, 对当前已有文献进行全面概括和总结. 聚焦 MVCRP 模型构建和求解算法, 对典型成果进行分类归纳和分析. 为进一步丰富问题研究内容, 构建一个新的面向油田设施巡检的 MISOCP 模型. 最后, 对未来研究方向进行了展望. 总体来看, 当前针对 MVCRP 的研究具有以下特点: 1) 文献数量总体不多, 问题研究还处于新兴阶段, 但近年来得到许多学者的关注; 2) 早期成果主要针对 SS-MVCRP, 对 MM-MVCRP 的研究成果还不多; 3) 更多现实因素和约束, 如时间窗、多港口、变航速、母舰多行程、复杂目标点等值得深入研究; 4) 目前尚无考虑不确定性的 MVCRP 研究成果, 有必要进行拓展研究.

参考文献(References)

- [1] 戴永东, 姚建光, 李勇, 等. 输电线路无人机巡检自主导航算法研究[J]. 重庆理工大学学报: 自然科学, 2023, 37(11): 221-228.
(Dai Y D, Yao J G, Li Y, et al. Research on autonomous navigation algorithm for transmission line UAV inspection[J]. Journal of Chongqing University of Technology: Natural Science, 2023, 37(11): 221-228.)
- [2] 张佳庆, 孙韬, 蒋弘瑞, 等. 基于林火风险的高压输电线路无人机巡检路径规划[J]. 清华大学学报: 自然科学版, 2024, 64(5): 911-921.
(Zhang J Q, Sun T, Jiang H R, et al. Path planning for transmission line unmanned aircraft inspection based

- on forest fire risk[J]. *Journal of Tsinghua University: Science and Technology*, 2024, 64(5): 911-921.)
- [3] 缪希仁, 刘志颖, 鄢齐晨. 无人机输电线路智能巡检技术综述[J]. *福州大学学报: 自然科学版*, 2020, 48(2): 198-209.
(Miao X R, Liu Z Y, Yan Q C. Review on UAV intelligent technology for transmission line inspection[J]. *Journal of Fuzhou University: Natural Science Edition*, 2020, 48(2): 198-209.)
- [4] 任璇, 黄辉, 于少伟, 等. 车辆与无人机组组合配送研究综述[J]. *控制与决策*, 2021, 36(10): 2313-2327.
(Ren X, Huang H, Yu S W, et al. Review on vehicle-UAV combined delivery problem[J]. *Control and Decision*, 2021, 36(10): 2313-2327.)
- [5] Pakuła A, Muchła G, Załęcki B, et al. Mechanical aspects of mothership with sensing drones system[J]. *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*, 2022, 94(8): 1220-1227.
- [6] Wu Y B, She H P. Aerial autonomous docking control method of quadrotor UAV[C]. *The 35th Chinese Control and Decision Conference*. Yichang, 2023: 3362-3369.
- [7] Caruso B, Fatakdawala M, Patil A, et al. Demonstration of In-flight docking between quadcopters and fixed-wing UAV[C]. *IEEE Aerospace Conference. Big Sky*, 2021: 1-9.
- [8] Wang L M, Di J, Zhang Z L, et al. Modeling and control of an aerial flight platform using for fixed-wing UAV landing[C]. *The 9th International Conference on Control, Decision and Information Technologies*. Rome, 2023: 1-6.
- [9] Frank M O, Ovchinnikov K D. Review of the use of unmanned surface vehicle and the prospects for using specialized mothership for them[J]. *Marine Intellectual Technologies*, 2023, 3(2): 19-29.
- [10] 蒋丽, 王洪艳, 梁昌勇. 新零售背景下卡车与无人机协同的电商物流末端配送优化[J]. *系统管理学报*, <https://link.cnki.net/urlid/31.1977.N.20231115.1720.004>.
(Jiang L, Wang H Y, Liang C Y. Optimization of e-commerce logistics last mile distribution based on truck and drone collaboration in the new retail context[J]. *Journal of Systems & Management*, <https://link.cnki.net/urlid/31.1977.N.20231115.1720.004>.)
- [11] Murray C C, Chu A G. The flying sidekick traveling salesman problem: Optimization of drone-assisted parcel delivery[J]. *Transportation Research — Part C: Emerging Technologies*, 2015, 54: 86-109.
- [12] Huang H L, Savkin A V, Huang C. Round trip routing for energy-efficient drone delivery based on a public transportation network[J]. *IEEE Transactions on Transportation Electrification*, 2020, 6(3): 1368-1376.
- [13] Jiang J, Dai Y, Yang F, et al. A multi-visit flexible-docking vehicle routing problem with drones for simultaneous pickup and delivery services[J]. *European Journal of Operational Research*, 2024, 312(1): 125-137.
- [14] Najy W, Archetti C, Diabat A. Collaborative truck-and-drone delivery for inventory-routing problems[J]. *Transportation Research — Part C: Emerging Technologies*, 2023, 146: 103791.
- [15] Kuo R J, Edbert E, Zulvia F E, et al. Applying NSGA-II to vehicle routing problem with drones considering makespan and carbon emission[J]. *Expert Systems with Applications*, 2023, 221: 119777.
- [16] Yin Y Q, Yang Y J, Yu Y G, et al. Robust vehicle routing with drones under uncertain demands and truck travel times in humanitarian logistics[J]. *Transportation Research — Part B: Methodological*, 2023, 174: 102781.
- [17] 伍国华, 毛妮, 徐彬杰, 等. 基于自适应大规模邻域搜索算法的多车辆与多无人机协同配送方法[J]. *控制与决策*, 2023, 38(1): 201-210.
(Wu G H, Mao N, Xu B J, et al. The cooperative delivery of multiple vehicles and multiple drones based on adaptive large neighborhood search[J]. *Control and Decision*, 2023, 38(1): 201-210.)
- [18] 毛建旭, 贺振宇, 王耀南, 等. 电力巡检机器人路径规划技术及应用综述[J]. *控制与决策*, 2023, 38(11): 3009-3024.
(Mao J X, He Z Y, Wang Y N, et al. Review of research and applications on path planning technology for power inspection robots[J]. *Control and Decision*, 2023, 38(11): 3009-3024.)
- [19] Manshadian H, Sadegh Amalnick M, Ali Torabi S. Synchronized truck and drone routing under disastrous conditions[J]. *Computers & Operations Research*, 2023, 159: 106295.
- [20] Zeng F, Chen Z W, Clarke J P, et al. Nested vehicle routing problem: Optimizing drone-truck surveillance operations[J]. *Transportation Research — Part C: Emerging Technologies*, 2022, 139: 103645.
- [21] 刘正元, 王清华. 无人机和车辆协同配送映射模式综述与展望[J]. *系统工程与电子技术*, 2023, 45(3): 785-796.
(Liu Z Y, Wang Q H. Review and prospect under the mapping mode of coordinated delivery of drones and vehicles[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2023, 45(3): 785-796.)
- [22] Chung S H, Sah B, Lee J K. Optimization for drone and drone-truck combined operations: A review of the state of the art and future directions[J]. *Computers & Operations Research*, 2020, 123: 105004.
- [23] 中国海警局. 黑暗中的“透视眼”: 福建福州海警巧用无人机红外热成像精准打击走私船[N]. *中国海警局网站*, 2022-3-18.
(China Coast Guard. "Perspective Eye" in the darkness: Fujian Fuzhou Coast Guard cleverly using drone infrared thermal imaging to accurately strike smuggling ships[N]. *Website of China Coast Guard*, 2022-3-18.)
- [24] 新华社. 中国海油南海东部油田年产油气突破2000万吨[N]. *新华网*, 2022-12-30.
(Xinhua News Agency. The annual oil and gas production of CNOOC's South China Sea East Oilfield exceeds 20

- million tons[N]. Xinhua Net, 2022-12-30.)
- [25] 新华社. 渤海首个千亿方大气田I期开发项目投产[N]. 新华网, 2023-11-14.
(Xinhua News Agency. The first 100 billion cubic meter gas field Phase I development project in Bohai has been put into operation[N]. Xinhua Net, 2023-11-14.)
- [26] Xue G Q, Li Y T, Wang Z. Vessel-UAV collaborative optimization for the offshore oil and gas pipelines inspection[J]. *International Journal of Fuzzy Systems*, 2023, 25(1): 382-394.
- [27] Li Y T, Wang X Q, Zhang S, et al. Vessel-UAV collaborative routing problem for offshore oil and gas fields inspection[C]. *IEEE International Conference on Networking, Sensing and Control*. Marseille, 2023: 1-6.
- [28] Tang L H, Li Y T. A new formulation for the multi-period vessel-drone routing problem[C]. *IEEE International Conference on Networking, Sensing and Control*. Marseille, 2023: 1-6.
- [29] Liu B L, Wang Y D, Li Z C, et al. An exact method for vessel emission monitoring with a ship-deployed heterogeneous fleet of drones[J]. *Transportation Research—Part C: Emerging Technologies*, 2023, 153: 104198.
- [30] Zuo T Y, Luo X S, Deng W S, et al. Vessel monitoring in emission control areas: A preliminary exploration of rental-based operations[J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2023, 24(10): 10327-10344.
- [31] Sun Z H, Luo X S, Wu E Q, et al. Monitoring scheduling of drones for emission control areas: An ant colony-based approach[J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2022, 23(8): 11699-11709.
- [32] Xia J, Wang K, Wang S A. Drone scheduling to monitor vessels in emission control areas[J]. *Transportation Research—Part B: Methodological*, 2019, 119: 174-196.
- [33] Zhou F, Hou L W, Zhong R, et al. Monitoring the compliance of sailing ships with fuel sulfur content regulations using unmanned aerial vehicle(UAV) measurements of ship emissions in open water[J]. *Atmospheric Measurement Techniques*, 2020, 13(9): 4899-4909.
- [34] 陈晓. 无人机海上救援搜索路径规划研究[D]. 大连: 大连海事大学, 2019.
(Chen X. Research on search path planning of unmanned aerial vehicle's maritime rescue[D]. Dalian: Dalian Maritime University, 2019.)
- [35] 杨毅, 王斯财, 南英. 大型水陆两栖飞机海上最优搜索航路规划算法[J]. *吉林大学学报: 工学版*, 2019, 49(3): 963-971.
(Yang Y, Wang S C, Nan Y. Optimal algorithm of searching route for large amphibious aircraft[J]. *Journal of Jilin University: Engineering and Technology Edition*, 2019, 49(3): 963-971.)
- [36] Garone E, Naldi R, Casavola A, et al. Cooperative path planning for a class of carrier-vehicle systems[C]. *The 47th IEEE Conference on Decision and Control*. Cancun, 2008: 2456-2462.
- [37] Du Y H, Xing L N, Chen Y G. Strategies of maritime cooperative searching and path optimization using multiple platforms[J]. *Control and Decision*, 2020, 35(1): 147-154.
- [38] Yu L. Discussion on the application of ship-borne unmanned helicopter in maritime emergency medical rescue[J]. *Journal of Navy Medicine*, 2023, 44(11): 1123-1125.
- [39] Garone E, Naldi R, Casavola A, et al. Planning algorithms for a class of heterogeneous multi-vehicle systems[J]. *IFAC Proceedings Volumes*, 2010, 43(14): 969-974.
- [40] Garone E, Naldi R, Casavola A, et al. Cooperative mission planning for a class of carrier-vehicle systems[C]. *The 49th IEEE Conference on Decision and Control*. Atlanta, 2010: 1354-1359.
- [41] Garone E, Naldi R, Casavola A. Traveling salesman problem for a class of carrier-vehicle systems[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2011, 34(4): 1272-1276.
- [42] Garone E, Determe J F, Naldi R. A travelling salesman problem for a class of heterogeneous multi-vehicle systems[C]. *IEEE 51st IEEE Conference on Decision and Control*. Maui, 2012: 1166-1171.
- [43] Garone E, Determe J F, Naldi R. Generalized traveling salesman problem for carrier-vehicle systems[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2014, 37(3): 766-774.
- [44] Klaučo M, Blazek S, Kvasnica M, et al. Mixed-integer SOCP formulation of the path planning problem for heterogeneous multi-vehicle systems[C]. *2014 European Control Conference*. Strasbourg, 2014: 1474-1479.
- [45] 朱益民. 多无人机舰机协同任务分配问题研究[D]. 合肥: 合肥工业大学, 2016.
(Zhu Y M. Research on cooperative task assignment of multi-UAV ship and aircraft[D]. Hefei: Hefei University of Technology, 2016.)
- [46] 马华伟, 朱益民, 胡笑旋. 基于粒子群算法的无人机舰机协同任务规划[J]. *系统工程与电子技术*, 2016, 38(7): 1583-1588.
(Ma H W, Zhu Y M, Hu X X. Cooperative task planning for ship and UAVs based on particle swarm optimization algorithm[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2016, 38(7): 1583-1588.)
- [47] Savuran H, Karakaya M. Efficient route planning for an unmanned air vehicle deployed on a moving carrier[J]. *Soft Computing*, 2016, 20(7): 2905-2920.
- [48] Gambella C, Lodi A, Vigo D. Exact solutions for the carrier-vehicle traveling salesman problem[J]. *Transportation Science*, 2018, 52(2): 320-330.
- [49] Fahradyan T, Bono Rossello N, Garone E. Multiple carrier-vehicle travelling salesman problem[C].

- International Conference on Modelling and Simulation for Autonomous Systems. Cham: Springer, 2020: 180-189.
- [50] Poikonen S, Golden B. The mothership and drone routing problem[J]. *INFORMS Journal on Computing*, 2020, 32(2): 249-262.
- [51] Erdoğan G, Yıldırım E A. Exact and heuristic algorithms for the carrier-vehicle traveling salesman problem[J]. *Transportation Science*, 2020, 55(1): 101-121.
- [52] Amorosi L, Puerto J, Valverde C. Coordinating drones with mothership vehicles: The mothership and drone routing problem with graphs[J]. *Computers & Operations Research*, 2021, 136: 105445.
- [53] Amorosi L, Puerto J, Valverde C. An extended model of coordination of an all-terrain vehicle and a multivisit drone[J]. *International Transactions in Operational Research*, 2024, 31(2): 780-806.
- [54] Larasati M R, Wang I L. An integrated integer programming model with a simulated annealing heuristic for the carrier vehicle traveling salesman problem[J]. *Procedia Computer Science*, 2022, 197: 301-308.
- [55] Shen L X, Hou Y X, Yang Q, et al. Synergistic path planning for ship-deployed multiple UAVs to monitor vessel pollution in ports[J]. *Transportation Research—Part D: Transport and Environment*, 2022, 110: 103415.
- [56] Wen X P, Wu G H. Heterogeneous multi-drone routing problem for parcel delivery[J]. *Transportation Research—Part C: Emerging Technologies*, 2022, 141: 103763.
- [57] 侯云霞. 舰载无人机协同监测港口船舶大气污染路径规划[D]. 大连: 大连海事大学, 2022.
(Hou Y X. Path planning of cooperative monitoring of air pollution by ship-borne unmanned aerial vehicles in ports[D]. Dalian: Dalian Maritime University, 2022.)
- [58] Zhang X P, Zhang F R, Tang Z, et al. A MILP model on coordinated coverage path planning system for UAV-ship hybrid team scheduling software[J]. *Journal of Systems and Software*, 2023, 206: 111854.
- [59] Lee J, Park J, Lee D, et al. Sequential cooperative reinforcement learning of mothership routing problem[C]. *Proceedings of the AIAA Scitech 2023 Forum. National Harbor*, 2023: 2023-2658.
- [60] Amorosi L, Puerto J, Valverde C. A multiple-drone arc routing and mothership coordination problem[J]. *Computers & Operations Research*, 2023, 159: 106322.
- [61] Maniezzo V, Stutzle T, VoSS S. *Matheuristics: Hybridizing metaheuristics and mathematical programming*[M]. New York: Springer, 2010.
- [62] Boccia M, Masone A, Sterle C, et al. The parallel AGV scheduling problem with battery constraints: A new formulation and a matheuristic approach[J]. *European Journal of Operational Research*, 2023, 307(2): 590-603.
- [63] Li Y T, Chu F, Côté J F, et al. The multi-plant perishable food production routing with packaging consideration[J]. *International Journal of Production Economics*, 2020, 221: 107472.
- [64] Zhang C, Li Y T, Cao J H, et al. Exact and matheuristic methods for the parallel machine scheduling and location problem with delivery time and due date[J]. *Computers & Operations Research*, 2022, 147: 105936.
- [65] Fan J X, Zhang C J, Shen W M, et al. A matheuristic for flexible job shop scheduling problem with lot-streaming and machine reconfigurations[J]. *International Journal of Production Research*, 2023, 61(19): 6565-6588.
- [66] Yin Y Q, Li D W, Wang D J, et al. A branch-and-price-and-cut algorithm for the truck-based drone delivery routing problem with time windows[J]. *European Journal of Operational Research*, 2023, 309(3): 1125-1144.
- [67] Freitas J C, Penna P H V, Toffolo T A M. Exact and heuristic approaches to truck-drone delivery problems[J]. *EURO Journal on Transportation and Logistics*, 2023, 12: 100094.
- [68] Ham A M. Integrated scheduling of m-truck, m-drone, and m-depot constrained by time-window, drop-pickup, and m-visit using constraint programming[J]. *Transportation Research—Part C: Emerging Technologies*, 2018, 91: 1-14.
- [69] Xu Z T, Elomri A, Pokharel S, et al. A model for capacitated green vehicle routing problem with the time-varying vehicle speed and soft time windows[J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2019, 137: 106011.
- [70] Dulebenets M A. The green vessel scheduling problem with transit time requirements in a liner shipping route with emission control areas[J]. *Alexandria Engineering Journal*, 2018, 57(1): 331-342.
- [71] Ma W H, Ma D F, Ma Y J, et al. Green maritime: A routing and speed multi-objective optimization strategy[J]. *Journal of Cleaner Production*, 2021, 305: 127179.
- [72] 陈晓旭. 多周期海上救助船配置优化研究[D]. 大连: 大连海事大学, 2021.
(Chen X X. Study on optimization of multi-period maritime rescue ship configuration[D]. Dalian: Dalian Maritime University, 2021.)
- [73] Roytvand G M, Rahmani D, Moshref-Javadi M. Data-driven robust optimization for a multi-trip truck-drone routing problem[J]. *Expert Systems with Applications*, 2024, 241: 122485.

作者简介

李延通(1989—), 男, 副教授, 博士, 主要研究方向为运筹与优化、港口航运管理、调度模型算法及应用, E-mail: yantong.li@dlnu.edu.cn;

张闯(1994—), 男, 讲师, 博士, 主要研究方向为军事智能、物流优化、装备保障, E-mail: chuangzhang1225@163.com;

汤莲花(1989—), 女, 讲师, 博士, 主要研究方向为运筹与优化、调度模型算法及应用, E-mail: lhtang@shmtu.edu.cn.