

# 控制与决策

Control and Decision

## 全驱刚体航天器的预定时间姿态跟踪控制

吴雨瑶, 李雪芳, 刘万泉

引用本文:

吴雨瑶, 李雪芳, 刘万泉. 全驱刚体航天器的预定时间姿态跟踪控制[J]. *控制与决策*, 2025, 40(2): 469–478.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2024.0063>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### 航天器输入受限的鲁棒自适应姿态跟踪控制

Robust adaptive attitude tracking control of spacecraft with constrained inputs

控制与决策. 2021, 36(9): 2297–2304 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0013>

#### 多航天器系统分布式固定时间输出反馈姿态协同跟踪控制

Distributed fixed-time output feedback attitude coordination tracking control for multiple rigid spacecraft

控制与决策. 2021, 36(5): 1049–1058 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0968>

#### 输入饱和的充液航天器抗干扰有限时间滑模控制

Anti-disturbance finite-time sliding mode control for liquid-filled spacecraft with input saturation

控制与决策. 2021, 36(5): 1078–1086 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0820>

#### 输出误差约束下四旋翼无人机预定性能反步控制

Prescribed performance backstepping control for quadrotor UAV with output error constraint

控制与决策. 2021, 36(5): 1059–1068 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1249>

#### 基于时变增益ESO的航天器无源姿态跟踪控制

Passive attitude tracking control of spacecraft based on time-varying gain ESO

控制与决策. 2018, 33(2): 193–202 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2016.1472>

# 全驱刚体航天器的预定时间姿态跟踪控制

吴雨瑶, 李雪芳, 刘万泉<sup>†</sup>

(中山大学·深圳 智能工程学院, 广东 深圳 518107)

**摘要:** 研究存在惯性参数不确定性和外部干扰的刚体航天器系统的预定时间姿态跟踪控制. 基于刚体航天器的二阶全驱动力学模型, 利用全驱系统理论构造一种有限时间扩张状态观测器. 在此基础上, 通过引入可调参数设计一种新型的可调预设时间姿态跟踪控制策略. 该控制策略的优点是控制系统状态的收敛时间不仅小于预设时间上界, 还可以通过引入的控制参数直接调节其快慢. 利用Lyapunov稳定性理论证明扩张状态观测器的收敛性和闭环控制系统的稳定性, 最后通过数值仿真验证了所设计控制器的有效性.

**关键词:** 刚体航天器; 姿态跟踪; 全驱系统方法; 预定时间控制; 扩张状态观测器

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2024.0063

引用格式: 吴雨瑶, 李雪芳, 刘万泉. 全驱刚体航天器的预定时间姿态跟踪控制[J]. 控制与决策, 2025, 40(2): 469-478.

## Predefined-time attitude tracking control for fully actuated rigid spacecraft

WU Yu-yao, LI Xue-fang, LIU Wan-quan<sup>†</sup>

(School of Intelligent Systems Engineering, Sun Yat-sen University Shenzhen Campus, Shenzhen 518107, China)

**Abstract:** This paper investigates the problem of predefined-time attitude tracking control for a rigid spacecraft system in the presence of inertial parameter uncertainties and external disturbances. Based on the second-order dynamics model of the rigid spacecraft, a finite-time extended state observer is constructed by utilizing the fully actuated system theory. Then, a novel predefined-time attitude tracking control scheme is designed by introducing an adjustable parameter. The advantage of this control strategy is that the convergence time of the control system is not only smaller than the upper bound of the predefined time, but also its speed can be directly adjusted by the introduced control parameter. By using the Lyapunov stability theory, this paper proves the convergence of the extended state observer and the stability of the closed-loop control system. Finally, the effectiveness of the designed control scheme is validated by numerical simulation.

**Keywords:** rigid spacecraft; attitude tracking; fully actuated system approach; predefined-time control; extended state observer

## 0 引言

航天器姿态控制系统是确保其顺利实施空间任务的核心模块, 在很多空间任务中都起着至关重要的作用, 例如, 深空探测、编队飞行以及航天器的交会对接等. 空间任务趋于复杂化, 对航天器姿态控制系统在收敛速度、控制精度以及抗扰能力等方面提出了更高的要求, 也对航天器姿态控制系统的设计带来了更多挑战.

近些年, 有限时间控制方法因其具有收敛速度

快、抗干扰能力强以及控制精度高等特点得到了广泛应用. 最初的有限时间控制方法可以给出系统状态收敛时间的上界, 该上界通过控制参数运算得出并且与系统初始状态相关<sup>[1-3]</sup>. 随后出现的固定时间控制策略解除了与系统初始状态的相关性, 但是收敛时间的上界依然需要由控制系统的大部分控制参数运算得出<sup>[4-6]</sup>. 有限时间控制与固定时间控制均可以给出控制系统收敛时间的数学表达, 但是如何能够更加直观地描述系统的收敛时间一直是值得研究

收稿日期: 2024-01-14; 录用日期: 2024-05-13.

基金项目: 广东省区域联合基金项目(2023A1515110743); 广东省自然科学基金项目(2023A1515011466); 国家自然科学基金项目(62373385); 广东省珠江领军人才项目(2021CX02G450); 国家自然科学基金基础科学中心项目(62188101).

责任编辑: 周彬.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: liuwq63@mail.sysu.edu.cn.

的问题. 由此便出现了预设时间控制, 其可以预先通过一个控制参数设定收敛时间的上界, 此概念最早由 Sánchez-Torres 等<sup>[7]</sup>系统地提出, 并给出了严格的预设时间稳定性证明. 相比于有限时间控制和固定时间控制, 预定时间控制系统可以预先直接给定一个时间参数作为系统状态收敛时间的上界, 该上界与控制器其他参数及系统初始状态无关. 由此可见, 采用预定时间控制技术的系统对收敛时间的调节更加直观. 因此, 该方法广泛应用于许多领域<sup>[8-10]</sup>. 例如: 文献[11]利用滑模控制引入预定时间参数, 提出了一种预定时间姿态稳定控制器保证飞行器空中加油任务的顺利完成. 为了解决刚体航天器的姿态稳定问题, 文献[12]通过神经网络拟合系统中的总扰动, 结合自适应更新律和反步法, 构造了一种自适应预定时间控制器. 文献[13]利用反步法设计了一种预定时间姿态跟踪控制器保证航天器在预定时间内实现姿态稳定. 实际工程中, 大多空间任务对航天器执行姿态机动所需的时间存在约束, 有的空间任务要求航天器可以快速地实现姿态机动. 上述文献将航天器存在任务时间约束下的姿态控制问题转化为预定时间控制问题, 实现了通过一个控制参数预定系统收敛时间上界. 因此, 这类方法可以满足要求航天器快速执行姿态机动的空间任务的需求. 而对于某些安全性要求较高的空间任务而言, 通常要求航天器姿态机动在一定时间范围内完成, 即预定了系统收敛时间上界的同时还要求航天器不能过快收敛. 并且, 航天器所能提供的控制力矩是有限的, 过快地收敛往往意味着过大的控制力矩, 这在实际中也是不能实现的. 已有的预定时间控制方法因其实际收敛时间不可调的特征, 导致其无法满足上述空间任务的需求. 因此, 有必要研究系统的实际收敛时间可控性更强的航天器预定时间姿态控制方法.

另一方面, 随着航天任务复杂程度的提升, 很多航天器系统也具有了更强的非线性与不确定性. 为了应对上述问题, 现有的控制器设计方法存在结构复杂、参数多、物理意义不直观和稳定性条件苛刻等问题<sup>[14]</sup>. 文献[15]针对非线性系统, 提出了高阶全驱控制理论方法, 该方法利用很多实际系统动力学模型具有的全驱性, 通过设计伪线性反馈控制器得到线性化的闭环系统. 在此基础上, 结合各种成熟的控制方法对线性化后的闭环系统开展控制器设计. 这种方法将非线性系统的控制问题转化为线性控制系统的控制问题, 简化并标准化了控制系统的结构, 使得控制器的设计有章可循, 更加简单直观. 由于全驱系统方

法具有上述优势, 该方法也被应用于航天器控制系统的设计中<sup>[16]</sup>. 文献[17]将6自由度航天器系统转化为全驱系统模型, 利用全驱系统控制方法设计了一种航天器姿态跟踪控制器. 文献[18]针对存在时变通信约束的航天器提出了一种高阶全驱预测控制方法, 用以实施航天器的绕飞任务. 考虑到航天任务中对控制系统暂稳态性能的要求, 文献[14, 19]将全驱系统方法与预设性能控制方法相结合, 分别针对单个航天器与多个航天器设计了全驱预设性能控制方法, 并保证了系统各状态能够在预定时间内收敛. 上述研究成果将全驱系统方法与不同的控制方法相结合, 取得了不错的结果. 然而, 在利用全驱系统方法处理航天器系统中复杂非线性的同时, 如何让系统的实际收敛时间可控性更强, 即通过全驱系统方法提出性能更优的航天器预定时间姿态控制策略依然有待研究.

本文研究基于全驱系统理论研究刚体航天器的预定时间姿态跟踪控制问题, 将存在转动惯量参数不确定性以及外部扰动的刚体航天器姿态跟踪控制系统模型转化为一类二阶全驱非线性系统模型; 利用全驱系统方法, 将二阶非线性系统模型转化为线性系统模型; 在此基础上, 设计一种有限时间扩张状态观测器来估计系统中转动惯量参数不确定性以及外部干扰构成的总扰动; 基于扩张状态观测器的估计值及全驱系统控制器设计思想, 提出一种新型的航天器预定时间姿态跟踪控制器. 所提出的控制策略主要优点如下:

1) 相较于已有的扩张状态观测器, 基于全驱系统理论设计一种有限时间扩张状态观测器, 所提出观测器需要使用的信号更少, 结构更简单, 更易实现;

2) 所提出的预定时间控制器通过引入一个可调参数, 使得系统状态的收敛时间不仅可以提前预定上界, 还可以通过可调参数调节实际的收敛时间, 以保证航天器更加灵活地完成空间任务.

符号说明:  $\otimes$  为克罗内克积.  $\mathbb{R}^n$  为  $n$  维实向量空间;  $\mathbb{R}^{n \times m}$  为  $n \times m$  维实数矩阵空间.  $\mathbf{I}_n$  为  $n$  维单位矩阵. 对于任意一个矩阵  $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ , 有

$$\mathbf{A}_{0 \sim m} = [\mathbf{A}_0 \ \mathbf{A}_1 \ \dots \ \mathbf{A}_m],$$

$\mathbf{A}^{-1}$  和  $\mathbf{A}^T$  分别为矩阵  $\mathbf{A}$  的逆和转置. 对于任意一个向量  $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^n$ , 有

$$\mathbf{a}^{(0 \sim m)} = [\mathbf{a} \ \dot{\mathbf{a}} \ \dots \ \mathbf{a}^{(m)}]^T,$$

$$\text{sig}^r(\mathbf{a}) =$$

$$[|a_1|^r \text{sign}(a_1) \ |a_2|^r \text{sign}(a_2) \ \dots \ |a_n|^r \text{sign}(a_n)]^T.$$

其中:  $r \in \mathbb{R}$ ,  $\text{sign}(\cdot)$  为符号函数. 当  $n = 3$  时,  $\mathbf{a}^\times$  表示

$\mathbf{a}$  的反对称阵,形式如下:

$$\mathbf{a}^\times = \begin{bmatrix} 0 & -a_3 & a_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 \end{bmatrix}.$$

## 1 问题描述

考虑一类刚体航天器,选取修正型罗德里格参数(modified rodrigues parameters, MRPs)作为刚体航天器的姿态描述,则航天器的运动学方程<sup>[20]</sup>为

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{M}(\boldsymbol{\sigma})\boldsymbol{\Omega}. \quad (1)$$

其中: $\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_1 \ \sigma_2 \ \sigma_3]^\top \in \mathbb{R}^3$ 为MRPs, $\boldsymbol{\Omega} \in \mathbb{R}^3$ 为航天器的角速度, $\mathbf{M}(\boldsymbol{\sigma})$ 的表达式为

$$\mathbf{M}(\boldsymbol{\sigma}) = \frac{1}{4}(1 - \boldsymbol{\sigma}^\top \boldsymbol{\sigma})\mathbf{I}_3 + \frac{1}{2}\boldsymbol{\sigma}^\times + \frac{1}{2}\boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{\sigma}^\top. \quad (2)$$

这里 $\mathbf{I}_3$ 为三维单位阵, $\mathbf{M}(\boldsymbol{\sigma})$ 满足

$$\mathbf{M}^\top(\boldsymbol{\sigma})\mathbf{M}(\boldsymbol{\sigma}) = \frac{1}{16}(1 + \boldsymbol{\sigma}^\top \boldsymbol{\sigma})^2 \mathbf{I}_3. \quad (3)$$

刚体航天器的动力学方程为

$$\mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\Omega}} = -\boldsymbol{\Omega}^\times \mathbf{J}\boldsymbol{\Omega} + \mathbf{u} + \mathbf{d}. \quad (4)$$

其中: $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^3$ 为控制输入; $\mathbf{d} \in \mathbb{R}^3$ 为来自环境的外部干扰力矩; $\mathbf{J} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 为航天器的转动惯量,是一个正定矩阵.令 $\mathbf{J}_0 \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 为一个已知的非奇异矩阵, $\Delta \mathbf{J} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 为转动惯量的不确定性部分,则 $\mathbf{J}$ 可写为

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_0 + \Delta \mathbf{J}. \quad (5)$$

定义 $\boldsymbol{\sigma}_d$ 和 $\boldsymbol{\Omega}_d$ 分别为航天器的期望姿态MRPs和期望角速度,二者满足

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}_d = \mathbf{M}(\boldsymbol{\sigma}_d)\boldsymbol{\Omega}_d. \quad (6)$$

则航天器的实际姿态 $\boldsymbol{\sigma}$ 与期望姿态 $\boldsymbol{\sigma}_d$ 之间的误差姿态可表示为

$$\boldsymbol{\sigma}_e = \boldsymbol{\sigma} \otimes \boldsymbol{\sigma}_d^{-1} = \frac{\boldsymbol{\sigma}_d(\boldsymbol{\sigma}^\top \boldsymbol{\sigma} - 1) + \boldsymbol{\sigma}(1 - \boldsymbol{\sigma}_d^\top \boldsymbol{\sigma}_d) + 2\boldsymbol{\sigma}_d^\times \boldsymbol{\sigma}}{1 + \boldsymbol{\sigma}_d^\top \boldsymbol{\sigma}_d \boldsymbol{\sigma}^\top \boldsymbol{\sigma} + 2\boldsymbol{\sigma}_d^\top \boldsymbol{\sigma}}. \quad (7)$$

误差角速度定义为

$$\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\Omega} - \mathbf{C}\boldsymbol{\Omega}_d,$$

其中 $\mathbf{C}$ 为旋转矩阵,表达式如下:

$$\mathbf{C} = \mathbf{I}_3 - \frac{4(1 - \boldsymbol{\sigma}_e^\top \boldsymbol{\sigma}_e)}{(1 + \boldsymbol{\sigma}_e^\top \boldsymbol{\sigma}_e)^2} \boldsymbol{\sigma}_e^\times + \frac{8(\boldsymbol{\sigma}_e^\times)^2}{(1 + \boldsymbol{\sigma}_e^\top \boldsymbol{\sigma}_e)^2}.$$

因此,航天器姿态跟踪误差系统模型可写为

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}_e = \mathbf{M}(\boldsymbol{\sigma}_e)\boldsymbol{\omega}, \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}} &= -(\boldsymbol{\omega} + \mathbf{C}\boldsymbol{\Omega}_d)^\times \mathbf{J}(\boldsymbol{\omega} + \mathbf{C}\boldsymbol{\Omega}_d) + \\ &\mathbf{J}(\boldsymbol{\omega}^\times \mathbf{C}\boldsymbol{\Omega}_d - \mathbf{C}\dot{\boldsymbol{\Omega}}_d) + \mathbf{u} + \mathbf{d}. \end{aligned} \quad (9)$$

由式(5)可知,误差动力学方程(9)可写为

$$\mathbf{J}_0 \dot{\boldsymbol{\omega}} = -(\boldsymbol{\omega} + \mathbf{C}\boldsymbol{\Omega}_d)^\times \mathbf{J}_0(\boldsymbol{\omega} + \mathbf{C}\boldsymbol{\Omega}_d) +$$

$$\begin{aligned} &\mathbf{J}_0(\boldsymbol{\omega}^\times \mathbf{C}\boldsymbol{\Omega}_d - \mathbf{C}\dot{\boldsymbol{\Omega}}_d) - \\ &(\boldsymbol{\omega} + \mathbf{C}\boldsymbol{\Omega}_d)^\times \Delta \mathbf{J}(\boldsymbol{\omega} + \mathbf{C}\boldsymbol{\Omega}_d) + \\ &\Delta \mathbf{J}(\boldsymbol{\omega}^\times \mathbf{C}\boldsymbol{\Omega}_d - \mathbf{C}\dot{\boldsymbol{\Omega}}_d) - \\ &\Delta \mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \mathbf{u} + \mathbf{d}. \end{aligned} \quad (10)$$

进一步,令 $\mathbf{M}_e \triangleq \mathbf{M}(\boldsymbol{\sigma}_e)$ ,通过 $\boldsymbol{\omega} = \mathbf{M}_e^{-1}\dot{\boldsymbol{\sigma}}_e$ ,可由式(8)和(10)将航天器姿态跟踪误差系统模型改写为

$$\ddot{\boldsymbol{\sigma}}_e + \mathbf{A}_1 \dot{\boldsymbol{\sigma}}_e + \mathbf{A}_2 = \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{D}. \quad (11)$$

其中

$$\mathbf{A}_1 = \mathbf{M}_e \mathbf{J}_0^{-1}(\mathbf{M}_e^{-1}\dot{\boldsymbol{\sigma}}_e + \mathbf{C}\boldsymbol{\Omega}_d)^\times \mathbf{J}_0 \mathbf{M}_e^{-1} - \dot{\mathbf{M}}_e \mathbf{M}_e^{-1},$$

$$\mathbf{A}_2 =$$

$$\mathbf{M}_e \mathbf{J}_0^{-1}(\mathbf{M}_e^{-1}\dot{\boldsymbol{\sigma}}_e + \mathbf{C}\boldsymbol{\Omega}_d)^\times \mathbf{J}_0 \mathbf{C}\boldsymbol{\Omega}_d -$$

$$\mathbf{M}_e(\mathbf{M}_e^{-1}\dot{\boldsymbol{\sigma}}_e)^\times \mathbf{C}\boldsymbol{\Omega}_d + \mathbf{M}_e \mathbf{C}\dot{\boldsymbol{\Omega}}_d,$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{M}_e \mathbf{J}_0^{-1},$$

$$\mathbf{D} =$$

$$- \mathbf{M}_e \mathbf{J}_0^{-1}(\mathbf{M}_e^{-1}\dot{\boldsymbol{\sigma}}_e + \mathbf{C}\boldsymbol{\Omega}_d)^\times \Delta \mathbf{J} \mathbf{M}_e^{-1}\dot{\boldsymbol{\sigma}}_e -$$

$$\mathbf{M}_e \mathbf{J}_0^{-1}(\mathbf{M}_e^{-1}\dot{\boldsymbol{\sigma}}_e + \mathbf{C}\boldsymbol{\Omega}_d)^\times \Delta \mathbf{J} \mathbf{C}\boldsymbol{\Omega}_d +$$

$$\mathbf{M}_e \mathbf{J}_0^{-1} \Delta \mathbf{J}(\mathbf{M}_e^{-1}\dot{\boldsymbol{\sigma}}_e)^\times \mathbf{C}\boldsymbol{\Omega}_d -$$

$$\mathbf{M}_e \mathbf{J}_0^{-1} \Delta \mathbf{J} \mathbf{C}\dot{\boldsymbol{\Omega}}_d - \mathbf{M}_e \mathbf{J}_0^{-1} \Delta \mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \mathbf{M}_e \mathbf{J}_0^{-1} \mathbf{d}.$$

本文的控制目标为:设计一种控制器 $\mathbf{u}$ ,使得由式(11)所示的航天器姿态跟踪误差系统的状态 $\boldsymbol{\sigma}_e$ 及 $\dot{\boldsymbol{\sigma}}_e$ 可以在预定时间 $T_p$ 内收敛至零的邻域,即

$$\|\boldsymbol{\sigma}_e\| \leq \delta_1, \|\dot{\boldsymbol{\sigma}}_e\| \leq \delta_2, \forall t \geq T_p.$$

其中: $T_p > 0$ 为预先给定的正常数, $\delta_1$ 与 $\delta_2$ 为一很小的正常数.

参考文献[21],给出可调预定时间稳定的定义与相应引理.

**定义1** 对于一类非线性系统

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{h}(\mathbf{x}(t)). \quad (12)$$

其中: $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$ 为状态向量, $\mathbf{h}: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ 为一类连续函数.给定一个正常数 $T$ ,对于任意初始状态 $\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0$ ,存在正常数 $\eta$ ,使得

$$\|\mathbf{x}\| \leq \eta, \forall t \geq t_0 + T_s(\mathbf{x}_0, \lambda). \quad (13)$$

其中: $\lambda > 0$ ;  $T_s(\mathbf{x}_0, \lambda)$ 为系统的收敛时间函数,且满足

$$T_s(\mathbf{x}_0, \lambda) \leq T.$$

则称非线性系统(12)是实际可调预定时间稳定的.

**引理1** 对于非线性系统(12),构造一类平滑正定函数 $V(\mathbf{x})$ ,如果 $V(\mathbf{x})$ 满足

$$\dot{V}(\mathbf{x}) \leq \frac{\pi}{\rho T} \left( \frac{1}{\lambda} V(\mathbf{x})^{1-\frac{\rho}{2}} + \lambda V(\mathbf{x})^{1+\frac{\rho}{2}} \right) + \eta.$$

其中:  $0 < \rho < 1; \lambda, T, \eta > 0$ . 则称系统(12)是实际可调预定时间稳定的. 此外, 系统的各状态可以在预定时间  $\sqrt{2}T$  内收敛至集合

$$\delta = \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n | V(\mathbf{x}) \leq \min\{\xi_1, \xi_2\} \}.$$

其中

$$\xi_1 = \left( \frac{2\eta\rho\lambda T}{\pi} \right)^{\frac{2}{2-\rho}}, \quad \xi_2 = \left( \frac{2\eta\rho T}{\pi\lambda} \right)^{\frac{2}{2+\rho}}.$$

下面给出全驱系统理论的相关先验知识. 考虑如下  $m$  阶系统:

$$\mathbf{E}\mathbf{x}^{(m)} = f(\mathbf{x}^{(0\sim m-1)}, t) + \mathbf{B}(\mathbf{x}^{(0\sim m-1)}, t)\mathbf{u}. \quad (14)$$

其中:  $m$  为大于1的整数;  $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$  为状态向量;  $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^n$  为系统的输入向量;  $f(\mathbf{x}^{(0\sim m-1)}, t) \in \mathbb{R}^n$  为一个连续的向量函数;  $\mathbf{E} \in \mathbb{R}^{n \times n}$  为一个常数矩阵, 一般是单位阵, 也可以是奇异的;  $\mathbf{B}(\mathbf{x}^{(0\sim m-1)}, t) \in \mathbb{R}^{n \times n}$  为一个系数矩阵. 根据文献[22], 可以得到如下定义和命题.

**定义2** 对于任意  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n, t \geq 0$ , 若系数矩阵  $\mathbf{B}(\mathbf{x}^{(0\sim m-1)}, t) \in \mathbb{R}^{n \times n}$  均可逆, 则称系统(14)是全驱的.

**命题1** 对于全驱系统(14), 总可以通过控制器

$$\mathbf{u} = -\mathbf{B}^{-1}(\mathbf{x}^{(0\sim m-1)}, t)[\mathbf{A}_{0\sim m-1}\mathbf{x}^{(0\sim m-1)} + f(\mathbf{x}^{(0\sim m-1)}, t) - \mathbf{v}] \quad (15)$$

获得如下形式的线性定常闭环系统:

$$\mathbf{E}\mathbf{x}^{(m)} + \mathbf{A}_{0\sim m-1}\mathbf{x}^{(0\sim m-1)} = \mathbf{v}. \quad (16)$$

其中:  $\mathbf{A}_i \in \mathbb{R}^{n \times n} (i = 0, 1, \dots, m-1)$  为给定的矩阵,  $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^n$  为一外部信号.

下一节将结合可调预定时间控制与全驱系统理论设计航天器姿态跟踪控制器.

## 2 控制器设计

考虑到航天器姿态跟踪误差系统(11)中矩阵  $\mathbf{B}$  是可逆的, 由定义2可知系统(11)是一个二阶全驱系统. 结合命题1, 可构造如下形式的控制器:

$$\mathbf{u} = -\mathbf{B}^{-1}(-\mathbf{A}_1\dot{\sigma}_e - \mathbf{A}_2) + \mathbf{B}^{-1}\mathbf{v}, \quad (17)$$

其中  $\mathbf{v}$  的具体形式在下文给出. 将控制器  $\mathbf{u}$  代入系统(11), 可以得到新的系统

$$\ddot{\sigma}_e = \mathbf{v} + \mathbf{D}. \quad (18)$$

其中  $\mathbf{D}$  项中包含不确定性与外部干扰, 可视为系统的总扰动. 在实际系统, 总扰动是一项未知项. 下面设计一种扩张状态观测器对总扰动进行观测, 从而利用得到的估计值抵消系统中总扰动的影响. 将  $\mathbf{D}$  扩

张为一个新的状态变量  $\mathbf{z}_2$ , 即  $\mathbf{z}_2 = \mathbf{D}$ , 并且令  $\mathbf{z}_1 = \dot{\sigma}_e$ , 则式(18)可以转化为如下形式:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{z}}_1 = \mathbf{v} + \mathbf{z}_2, \\ \dot{\mathbf{z}}_2 = \mathbf{g}, \\ \mathbf{y} = \mathbf{z}_1. \end{cases} \quad (19)$$

其中:  $\mathbf{g} = \dot{\mathbf{D}} = [g_1 \ g_2 \ g_3]^T$ ,  $\mathbf{y}$  为系统(9)的输出. 给出以下假设.

**假设1** 总扰动  $\mathbf{D}$  的一阶导数  $\mathbf{g} = [g_1 \ g_2 \ g_3]^T$  是有界的, 且  $g_i$  满足

$$|g_i| \leq \bar{g}, \quad i = 1, 2, 3,$$

其中  $0 < \bar{g} < +\infty$  是一个未知的常数.

记  $\hat{\mathbf{z}}_1, \hat{\mathbf{z}}_2$  为扩张状态观测器的两个输出,  $\mathbf{e}_1 = \mathbf{z}_1 - \hat{\mathbf{z}}_1, \mathbf{e}_2 = \mathbf{z}_2 - \hat{\mathbf{z}}_2$  为观测器的观测误差, 针对系统(19)设计如下扩张状态观测器:

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{z}}}_1 = \mathbf{v} + \hat{\mathbf{z}}_2 + \mu_1 \text{sig}^{r_1}(\mathbf{e}_1), \\ \dot{\hat{\mathbf{z}}}_2 = \mu_2 \text{sig}^{r_2}(\mathbf{e}_1). \end{cases} \quad (20)$$

其中

$$\mu_1, \mu_2 > 0, \quad \frac{1}{2} < r_1 < 1, \quad r_2 = 2r_1 - 1.$$

下面分析观测器的收敛性. 首先, 推导得到扩张状态观测器(20)的观测误差动态方程为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{e}}_1 = -\mu_1 \text{sig}^{r_1}(\mathbf{e}_1) + \mathbf{e}_2, \\ \dot{\mathbf{e}}_2 = -\mu_2 \text{sig}^{r_2}(\mathbf{e}_1) + \mathbf{g}. \end{cases} \quad (21)$$

定义辅助变量  $\boldsymbol{\epsilon}_1$  和  $\boldsymbol{\epsilon}_2$  分别为

$$\begin{cases} \boldsymbol{\epsilon}_1 = \text{sig}^{r_1}(\mathbf{e}_1), \\ \boldsymbol{\epsilon}_2 = \mathbf{e}_2. \end{cases} \quad (22)$$

对其求导, 得到关于辅助变量的动态方程为

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\epsilon}}_1 = r_1 \text{diag}(|\mathbf{e}_1|^{r_1-1})\dot{\mathbf{e}}_1, \\ \dot{\boldsymbol{\epsilon}}_2 = -\mu_2 \text{sig}^{r_2}(\mathbf{e}_1) + \mathbf{g}, \end{cases} \quad (23)$$

其中  $|\mathbf{e}_1| = [|e_{11}| \ |e_{12}| \ |e_{13}|]^T$ . 令

$$\boldsymbol{\Gamma} = \begin{bmatrix} \text{diag}(|\mathbf{e}_1|^{r_1-1}) & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & \text{diag}(|\mathbf{e}_1|^{r_1-1}) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\mu_1 r_1 \mathbf{I}_3 & r_1 \mathbf{I}_3 \\ -\mu_2 \mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_3 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\Theta} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{g} \end{bmatrix}.$$

记  $\boldsymbol{\epsilon} = [\boldsymbol{\epsilon}_1^T \ \boldsymbol{\epsilon}_2^T]^T$ , 则式(23)可写为

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}} = \boldsymbol{\Gamma}\mathbf{A}\boldsymbol{\epsilon} + \boldsymbol{\Theta}. \quad (24)$$

由于系数矩阵  $\mathbf{A}$  为一个 Hurwitz 矩阵, 对于任意给定的正定对称矩阵  $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ , 都存在正定对称矩阵

$\mathbf{P} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ ,使得矩阵  $\mathbf{A}$  满足

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} = -\mathbf{Q}. \quad (25)$$

考虑如下形式的Lyapunov 候选函数:

$$V_0 = \boldsymbol{\epsilon}^T \mathbf{P} \boldsymbol{\epsilon}. \quad (26)$$

对其求关于时间的一阶导数,可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_0 &= \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^T \mathbf{P} \boldsymbol{\epsilon} + \boldsymbol{\epsilon}^T \mathbf{P} \dot{\boldsymbol{\epsilon}} = \\ &\boldsymbol{\epsilon}^T \boldsymbol{\Gamma} (\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}) \boldsymbol{\epsilon} + 2\boldsymbol{\epsilon}^T \mathbf{P} \boldsymbol{\Theta}. \end{aligned}$$

进一步地,将式(25)代入上式,可以得出

$$\dot{V}_0 \leq -e_{\max}^{r_1-1} \boldsymbol{\epsilon}^T \mathbf{Q} \boldsymbol{\epsilon} + 2\boldsymbol{\epsilon}^T \mathbf{P} \boldsymbol{\Theta}, \quad (27)$$

其中  $e_{\max} = \max\{|e_{1i}|, i = 1, 2, 3\}$ . 由此,针对扩张状态观测器(20),可以给出以下引理.

**引理2** 在假设1的条件下,对于系统(24),存在参数  $r_1, \mu_1, \mu_2 > 0$ ,使得辅助变量  $\boldsymbol{\epsilon}$  能够在有限时间  $T_e$  内收敛到零附近的集合

$$\mathcal{D}_e = \left\{ \boldsymbol{\epsilon} \in \mathbb{R}^6 \mid V_0^{\iota_1 - \iota_2}(\boldsymbol{\epsilon}) < \frac{\lambda_2}{\theta} \right\}.$$

其中

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \lambda_{\min}(\mathbf{Q}) \lambda_{\max}^{-\frac{3}{2} + \frac{1}{2r_1}}(\mathbf{P}), \\ \lambda_2 &= 2\sqrt{3g} \lambda_{\max}^{\frac{1}{2}}(\mathbf{P}), \\ \iota_1 &= \frac{3}{2} - \frac{1}{2r_1}, \quad \iota_2 = \frac{1}{2}, \quad 0 < \theta < \lambda_1. \end{aligned}$$

此外,有限时间  $T_e$  满足

$$T_e \leq \frac{V_0^{1-\iota_1}(\boldsymbol{\epsilon}_0)}{(\lambda_1 - \theta)(1 - \iota_1)},$$

其中  $\boldsymbol{\epsilon}_0$  为初始值.

**证明** 考虑形如式(26)所示的Lyapunov 函数  $V_0$ ,其一阶导数  $\dot{V}_0$  满足式(27)所示的不等式.由式(22)可知

$$e_{\max} \leq \|\mathbf{e}_1\| \leq \|\boldsymbol{\epsilon}\|^{\frac{1}{r_1}}, \quad \frac{1}{2} < r_1 < 1,$$

因此,可以得到以下关系式:

$$e_{\max}^{r_1-1} \geq \|\boldsymbol{\epsilon}\|^{1-\frac{1}{r_1}}. \quad (28)$$

对于正定对称矩阵  $\mathbf{P}$  和  $\mathbf{Q}$ ,有

$$\lambda_{\min}(\mathbf{P}) \|\boldsymbol{\epsilon}\|^2 \leq \boldsymbol{\epsilon}^T \mathbf{P} \boldsymbol{\epsilon} \leq \lambda_{\max}(\mathbf{P}) \|\boldsymbol{\epsilon}\|^2, \quad (29)$$

$$\lambda_{\min}(\mathbf{Q}) \|\boldsymbol{\epsilon}\|^2 \leq \boldsymbol{\epsilon}^T \mathbf{Q} \boldsymbol{\epsilon} \leq \lambda_{\max}(\mathbf{Q}) \|\boldsymbol{\epsilon}\|^2. \quad (30)$$

结合式(26)和(29),可得

$$\lambda_{\max}^{-1}(\mathbf{P}) V_0 \leq \|\boldsymbol{\epsilon}\|^2 \leq \lambda_{\min}^{-1}(\mathbf{P}) V_0. \quad (31)$$

由假设1可知  $\|\mathbf{g}\| \leq \sqrt{3g}$ ,结合式(29)可得

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\epsilon}^T \mathbf{P} \boldsymbol{\Theta} &\leq \|\boldsymbol{\epsilon}^T \mathbf{P}^{\frac{1}{2}}\| \|\mathbf{P}^{\frac{1}{2}}\| \|\boldsymbol{\Theta}\| \leq \\ &\sqrt{3g} \lambda_{\max}^{\frac{1}{2}}(\mathbf{P}) V_0^{\frac{1}{2}}. \end{aligned} \quad (32)$$

将不等式(28)、(30)~(32)代入(27),可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_0 &\leq \\ &-e_{\max}^{r_1-1} \lambda_{\min}(\mathbf{Q}) \|\boldsymbol{\epsilon}\|^2 + 2\sqrt{3g} \lambda_{\max}^{\frac{1}{2}}(\mathbf{P}) V_0^{\frac{1}{2}} \leq \\ &-\lambda_1 V_0^{\iota_1} + \lambda_2 V_0^{\iota_2}. \end{aligned} \quad (33)$$

根据文献[23]中的命题2可知,系统(24)的状态  $\boldsymbol{\epsilon}$  能够在有限时间  $T_e$  内收敛到零附近的集合  $\mathcal{D}_e$ ,即

$$\lim_{t \rightarrow T_e} \boldsymbol{\epsilon} \in \mathcal{D}_e = \left\{ \boldsymbol{\epsilon} \in \mathbb{R}^6 \mid V_0^{\iota_1 - \iota_2}(\boldsymbol{\epsilon}) < \frac{\lambda_2}{\theta} \right\}. \quad \square$$

**注1** 若不使用全驱系统理论针对系统(11)设计观测器,则由  $\mathbf{z}_1 = \dot{\boldsymbol{\sigma}}_e, \mathbf{z}_2 = \mathbf{D}$ ,可将系统(11)转化为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{z}}_1 = -\mathbf{A}_1 \mathbf{z}_1 - \mathbf{A}_2 + \mathbf{B} \mathbf{u} + \mathbf{z}_2, \\ \dot{\mathbf{z}}_2 = \mathbf{g}, \\ \mathbf{y} = \mathbf{z}_1. \end{cases} \quad (34)$$

针对系统(34),扩张状态观测器可以设计为

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{z}}}_1 = -\mathbf{A}_1 \hat{\mathbf{z}}_1 - \mathbf{A}_2 + \mathbf{B} \mathbf{u} + \hat{\mathbf{z}}_2 + \\ \quad \mu_1 \text{sig}^{r_1}(\mathbf{e}_1), \\ \dot{\hat{\mathbf{z}}}_2 = \mu_2 \text{sig}^{r_2}(\mathbf{e}_1). \end{cases} \quad (35)$$

将扩张状态观测器(35)与扩张状态观测器(20)进行对比不难看出,观测器(20)的结构更加简单.由  $\mathbf{e}_1 = \mathbf{z}_1 - \hat{\mathbf{z}}_1, \mathbf{e}_2 = \mathbf{z}_2 - \hat{\mathbf{z}}_2$ ,可以得到扩张状态观测器(35)的观测误差动态方程

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{e}}_1 = -\mathbf{A}_1 \mathbf{e}_1 - \mu_1 \text{sig}^{r_1}(\mathbf{e}_1) + \mathbf{e}_2, \\ \dot{\mathbf{e}}_2 = -\mu_2 \text{sig}^{r_2}(\mathbf{e}_1) + \mathbf{g}. \end{cases} \quad (36)$$

对比式(21)与(36)可知,扩张状态观测器(35)观测误差动态方程相较于观测器(20)多了一项  $-\mathbf{A}_1 \mathbf{e}_1$ ,这意味着分析观测器(35)的收敛性更为复杂.可见,全驱系统方法的使用极大地简化了扩张状态观测器的结构,同时也降低了收敛性分析的难度.

由引理2可知,扩张状态观测器(20)的输出  $\mathbf{z}_2$  可以在有限时间内以一个较小的误差得到系统中总扰动  $\mathbf{D}$  的估计值.因此,可利用观测器的输出  $\mathbf{z}_2$  对总扰动  $\mathbf{D}$  进行补偿.

设计一种滑模面  $\mathbf{s} = [s_1 \ s_2 \ s_3]^T$ ,表达式为

$$\mathbf{s} = \dot{\boldsymbol{\sigma}}_e + \phi(\boldsymbol{\sigma}_e). \quad (37)$$

其中

$$\phi(\boldsymbol{\sigma}_e) = \frac{\pi}{\rho T} \left( \frac{1}{\lambda} \|\boldsymbol{\sigma}_e\|^{-\rho} + \lambda \|\boldsymbol{\sigma}_e\|^{\rho} \right) \boldsymbol{\sigma}_e. \quad (38)$$

这里:  $0 < \rho < 1, \lambda > 0$  为一个可调参数,  $T > 0$  为预定时间参数.利用滑模控制技术,将控制器  $\mathbf{u}$  中的  $\mathbf{v}$  设计为

$$\mathbf{v} = -\frac{\pi}{\rho T} \left[ \frac{1}{\lambda} \left( \frac{1}{2} \right)^{1-\frac{\rho}{2}} \|\mathbf{s}\|^{-\rho} + \lambda \left( \frac{1}{2} \right)^{1+\frac{\rho}{2}} \|\mathbf{s}\|^{\rho} \right] \mathbf{s} -$$

$$\dot{z}_2 - \dot{\phi}(\sigma_e) - \frac{1}{2\gamma^2} \mathbf{s}. \quad (39)$$

下面分析闭环控制系统的稳定性.

**定理1** 对于刚体航天器姿态跟踪误差系统(18),在基于扩张状态观测器(20)的控制器(39)作用下,系统(18)是具有实际可调预定时间稳定性的,即误差姿态 $\sigma_e$ 及其一阶导数 $\dot{\sigma}_e$ 能够在预定时间 $T_p = \sqrt{2}T$ 内收敛至零的邻域.

**证明** 选取一类Lyapunov候选函数

$$V_1 = \frac{1}{2} \mathbf{s}^T \mathbf{s}. \quad (40)$$

对其求一阶导数,有

$$\dot{V}_1 = \mathbf{s}^T [\mathbf{v} + \mathbf{D} + \dot{\phi}(\sigma_e)].$$

将控制器(39)代入上式可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = & -\frac{\pi}{\rho T} \left[ \frac{1}{\lambda} \left( \frac{1}{2} \|\mathbf{s}\|^2 \right)^{1-\frac{\rho}{2}} + \lambda \left( \frac{1}{2} \|\mathbf{s}\|^2 \right)^{1+\frac{\rho}{2}} \right] + \\ & \mathbf{s}^T \mathbf{e}_2 - \frac{1}{2\gamma^2} \mathbf{s}^T \mathbf{s}. \end{aligned} \quad (41)$$

由基本不等式可知

$$\mathbf{s}^T \mathbf{e}_2 \leq \frac{1}{2\gamma^2} \mathbf{s}^T \mathbf{s} + \frac{\gamma^2}{2} \mathbf{e}_2^T \mathbf{e}_2.$$

将上式代入式(41)可得

$$\dot{V}_1 \leq -\frac{\pi}{\rho T} \left( \frac{1}{\lambda} V_1^{1-\frac{\rho}{2}} + \lambda V_1^{1+\frac{\rho}{2}} \right) + \frac{\gamma^2}{2} \mathbf{e}_2^T \mathbf{e}_2. \quad (42)$$

通过引理2可知,观测器的观测误差 $\mathbf{e}_2$ 是有界的,即存在一个正常数 $\nu$ ,使得 $\mathbf{e}_2^T \mathbf{e}_2 < \nu$ .则式(42)可最终放缩为

$$\dot{V}_1 \leq -\frac{\pi}{\rho T} \left( \frac{1}{\lambda} V_1^{1-\frac{\rho}{2}} + \lambda V_1^{1+\frac{\rho}{2}} \right) + \eta, \quad (43)$$

其中 $\eta = \frac{\gamma^2}{2} \nu$ .根据引理(20)可以得到,在基于观测器(20)的控制器(39)的作用下,系统(18)是实际可调预定时间稳定的,即系统的各状态可以在 $T_p = \sqrt{2}T$ 内收敛至零的邻域.  $\square$

**注2** 由式(39)可知,控制器(17)中包含 $\rho$ 、 $\gamma$ 、 $T$ 、 $\lambda$ 四个控制参数.其中: $\rho$ 用来调节控制器的震荡幅度; $\gamma$ 为控制增益; $T$ 为时间参数,用来预定系统的收敛时间上界,在选取参数时根据任务需要进行选择; $\lambda$ 用来调节系统的实际收敛时间.当 $\lambda$ 减小时,系统收敛时间将变快;当 $\lambda$ 增大时,系统收敛时间将变慢,但不会超过预定的上界 $T_p$ .参数 $T$ 和 $\lambda$ 使得所设计的控制器可以保证系统收敛时间小于给定上界,且收敛快慢可以通过参数进一步调节.

### 3 仿真分析

为了验证所提出控制器(17)的有效性,选取以下系统参数进行航天器姿态跟踪控制任务的仿真验证.转动惯量的标称值 $\mathbf{J}_0$ 为

$$\mathbf{J}_0 = \begin{bmatrix} 20 & 1.2 & 0.9 \\ 1.2 & 17 & 1.4 \\ 0.9 & 1.4 & 15 \end{bmatrix} \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

转动惯量中的不确定性部分 $\Delta \mathbf{J}$ 设为

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{J} = & \text{diag}(\sin(0.1t) \ 2 \sin(0.2t) \ 3 \sin(0.3t)) \text{ kg} \cdot \text{m}^2. \end{aligned}$$

来自环境的外部干扰力矩 $\mathbf{d}(t)$ 为周期信号,有

$$\mathbf{d}(t) = \begin{bmatrix} 1 + 2 \cos(0.3t) \\ 2 + 1.5 \sin(0.3t) + 3 \cos(0.3t) \\ 3 + 2 \sin(0.2t) \end{bmatrix} \times 10^{-4} \text{ N} \cdot \text{m}.$$

航天器姿态变量MRP的初始值设为

$$\sigma(0) = [0.057 \ 0.082 \ -0.114]^T.$$

航天器的初始姿态角速度为

$$\boldsymbol{\Omega}(0) = [0 \ 0 \ 0]^T (\text{rad/s}).$$

为了保证期望姿态信号的有界性,将期望姿态MRP $\sigma_d$ 设为

$$\sigma_d(t) = 0.01[\cos(0.2t) \ \sin(0.2t) \ \sin(0.1t)]^T.$$

则期望姿态角速度 $\boldsymbol{\Omega}_d(t)$ 可以由式(6)推算得到.扩张状态观测器(20)的初始值设为

$$\hat{z}_i(0) = [0.01 \ 0.01 \ 0.01]^T, \quad i = 1, 2, \quad (44)$$

其增益分别选为 $\mu_1 = 0.6, \mu_2 = 0.2, r_1 = 0.7$ .

图1和图2给出了扩张状态观测器(20)与(35)的观测误差 $\mathbf{e}_1$ 和 $\mathbf{e}_2$ 的变化对比曲线.由图可知,扩张状

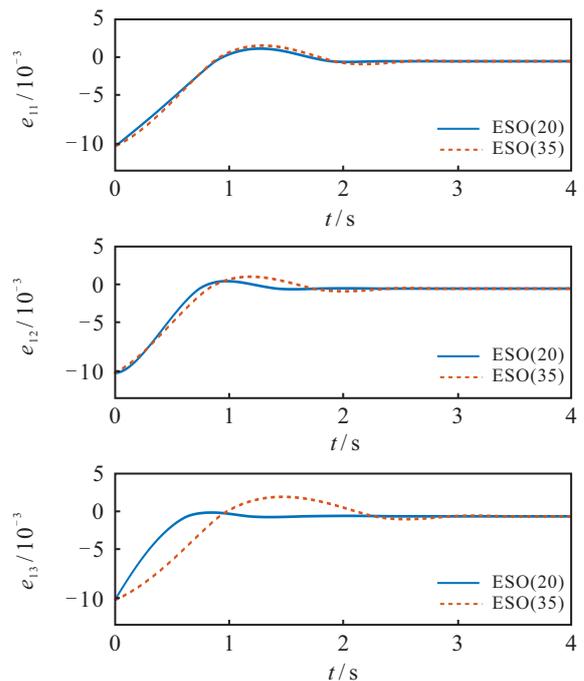


图1 观测误差 $e_1$

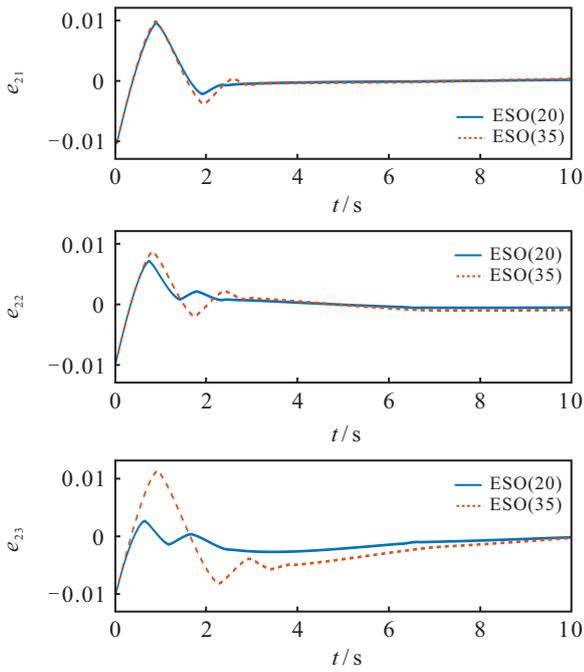


图2 观测误差  $e_2$

态观测器(20)的观测误差能够在4 s内收敛,相对观测器(35)收敛得更快,可见,采用全驱系统方法设计的扩张状态观测器不仅结构简单,还可以获得更快的收敛速度.上述结果验证了观测器(20)的有效性及其引理2的正确性.

选取文献[10]中提出的预定时间控制器进行对比仿真,控制器(17)的控制参数选取为

$$\rho = 0.3, T = 50, \lambda = 1.2, \gamma = 1.5. \quad (45)$$

将文献[10]提出的预定时间控制器的时间参数  $T$  同样设为50,二者的对比仿真曲线如图3~图5所示.图

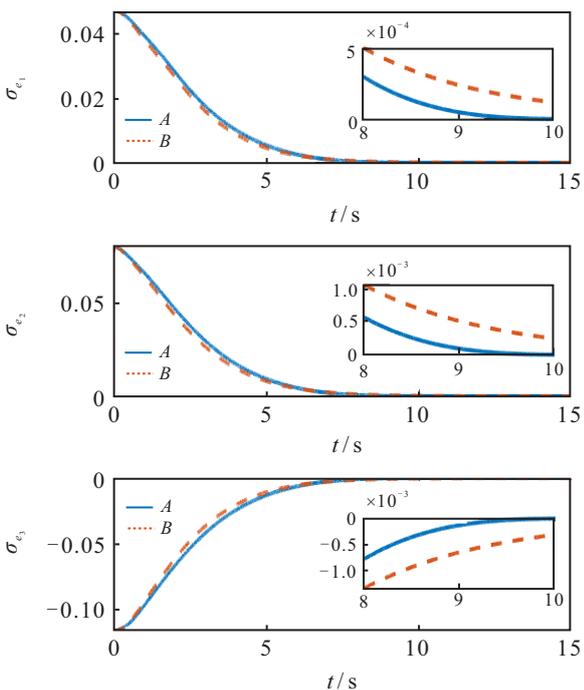


图3 误差姿态MRP  $\sigma_e$  对比曲线

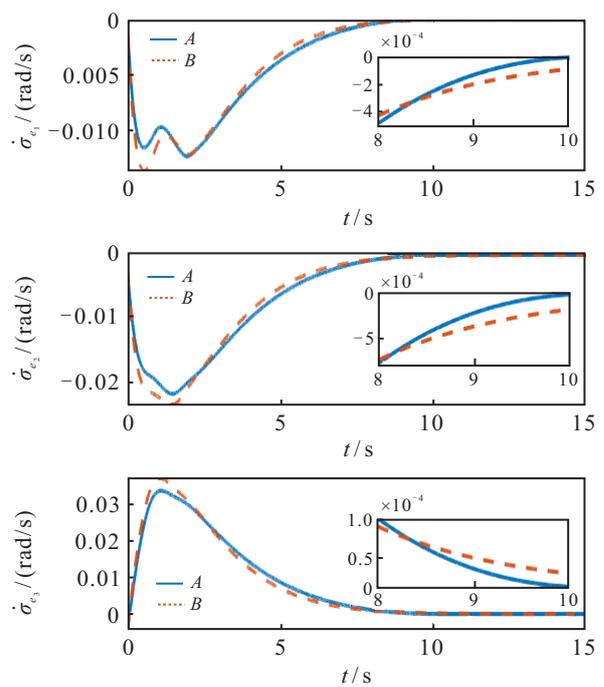


图4 误差姿态一阶导数  $\dot{\sigma}_e$  对比曲线

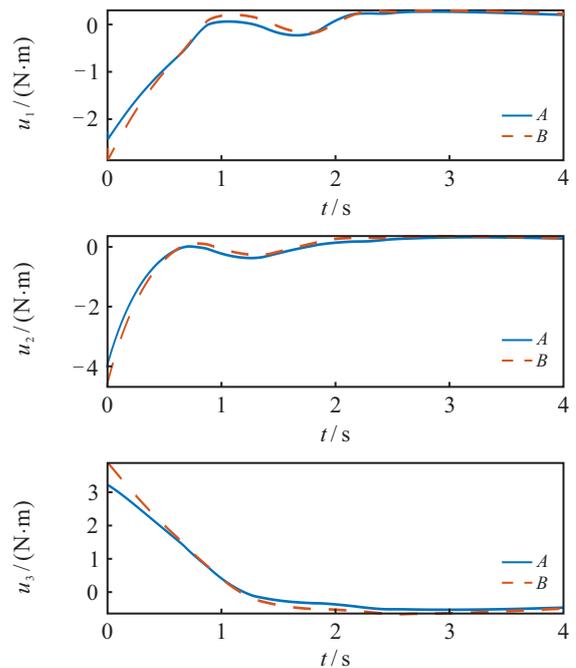


图5 控制力矩  $u$  对比曲线

中:曲线A为本文所提出可调预定时间控制器(简称TPTC)作用下的系统响应曲线,曲线B为文献[10]提出的预定时间控制器(简称PTC)作用下的系统响应曲线.图3和图4为误差姿态MRP  $\sigma_e$  及其一阶导数  $\dot{\sigma}_e$  的响应曲线.可见,在TPTC作用下系统的收敛时间相较于PTC要快,并且采用TPTC时误差姿态一阶导数  $\dot{\sigma}_e$  的超调量也更小.控制力矩的对比曲线由图5给出.可以看出,基于扩张状态观测器(20)的控制器(17)在本文采用的仿真算例下控制力矩的最大值不超过  $4 \text{ N} \cdot \text{m}$ ,小于PTC所需要的控制力矩.图6和图7

分别为航天器的实际姿态MRP  $\sigma$  与实际角速度  $\Omega$  的时间响应曲线,红色曲线部分表示期望MRP  $\sigma_d$  和期望角速度  $\Omega_d$ . 可见,航天器的姿态MRP  $\sigma$  和姿态角速度  $\Omega$  均可以在 10 s 内跟踪上期望的姿态信号. 综上所述,所提出的控制器(17)能够保证刚体航天器在存在转动惯量不确定性与外部环境干扰的情况下在预定时间内用更小的控制力矩和较高的精度跟踪上期望的姿态与角速度.

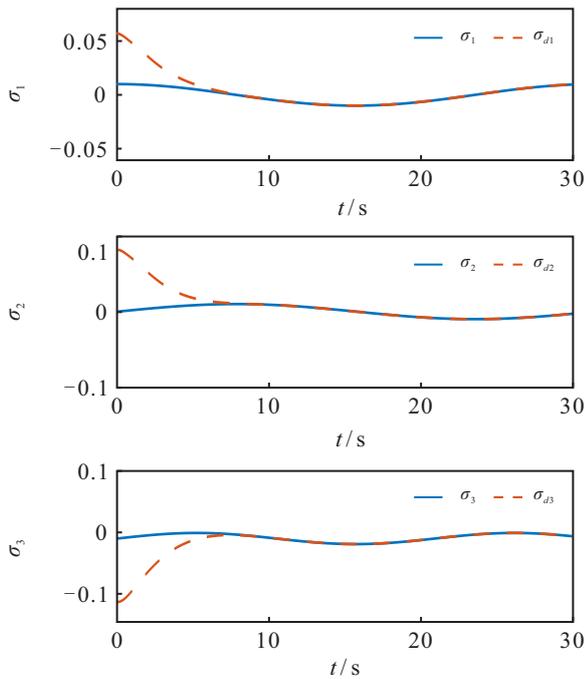


图6 实际姿态  $\sigma$  与期望姿态  $\sigma_d$

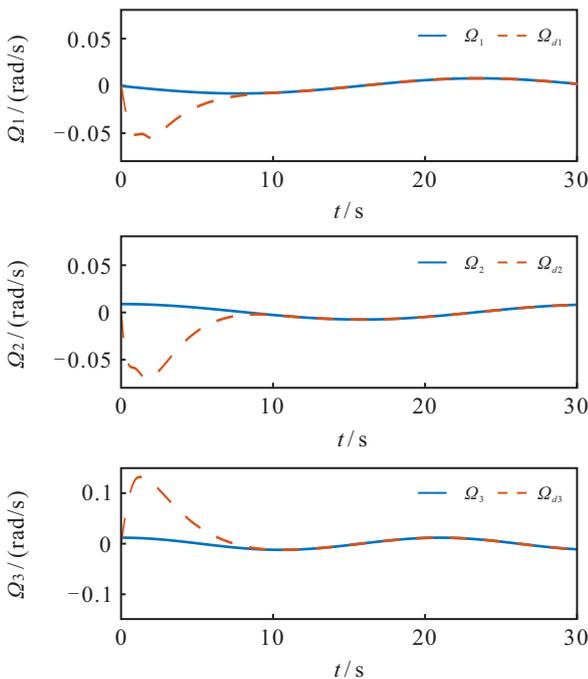


图7 实际角速度  $\Omega$  与期望角速度  $\Omega_d$

另外,由上述仿真结果可以发现,当预设的时间参数为  $T = 50$  s 时,系统状态在 10 s 处便收敛了. 而

实际的航天任务中,考虑到安全性,可能会要求实际收敛时间不能过快. 对于这种类型的任务,已有的预定时间控制器大多无法继续调节实际收敛时间的快慢,而本文提出的控制器(17)可以通过调整参数  $\lambda$  来调节实际收敛时间的快慢. 图8给出当预设时间参数  $T = 50$  s 时,取不同  $\lambda$  的情况下,误差系统(11)的状态收敛曲线. 在同样设置预定时间为  $T = 50$  s 的条件下,此时预定的时间上界为  $\sqrt{2}T$ , 约为 70 s. 由图8可以发现,当  $\lambda = 0.6, 1, 6$  时,系统收敛时间分别约为 4 s, 8 s, 48 s. 可见,系统状态的收敛速度随着  $\lambda$  的增大而变小,但均不会超过 70 s. 因此,在满足系统状态收敛时间约束的前提下,本文所提出的控制策略可以实现对航天器姿态机动速度调节的需求.

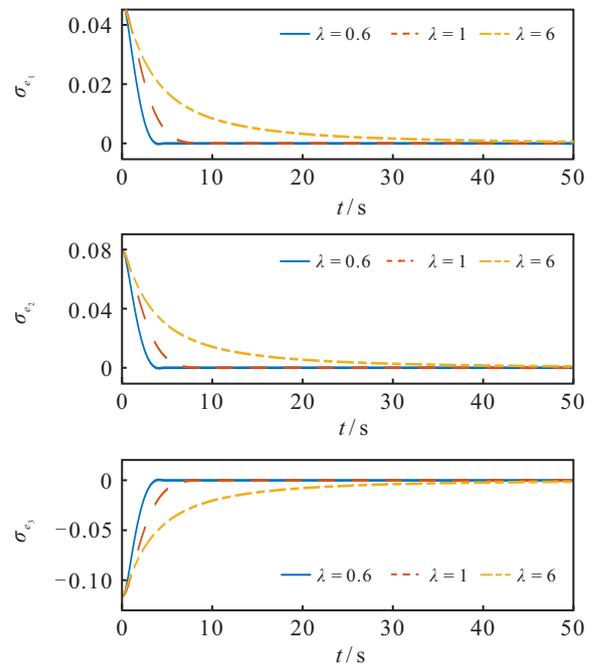


图8  $\lambda$  取不同值时的误差MRP

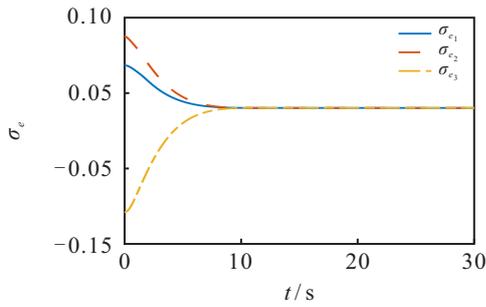
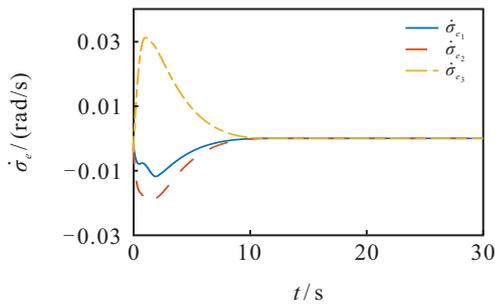
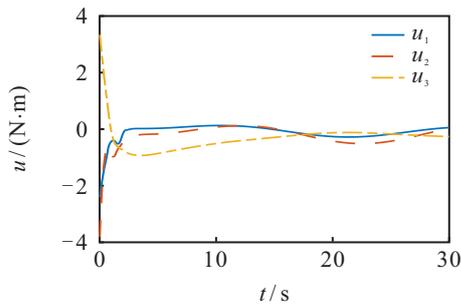
为了验证所设计控制器(17)的鲁棒性,选取如下干扰力矩:

$$d(t) = \begin{bmatrix} 1 + 2 \cos(0.3t) \\ 2 + 1.5 \sin(0.3t) + 3 \cos(0.3t) \\ 3 + 2 \sin(0.2t) \end{bmatrix} \times 10^{-1} \text{ N} \cdot \text{m}.$$

转动惯量的不确定性部分为

$$\Delta J = \text{diag}(2 \sin(0.1t) \quad 4 \sin(0.2t) \quad 6 \sin(0.3t)) \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

在控制器各参数不变的情况下,系统各状态仿真曲线如图9~图11所示. 可以看出,当受到更大的外部干扰力矩与内部参数不确定性时,所提出的控制器依然可以保证航天器在预定的时间内有效完成姿态跟踪控制任务.

图9 误差姿态MRP  $\sigma_e$ 图10 误差姿态一阶导数  $\dot{\sigma}_e$ 图11 控制力矩  $u$ 

## 4 结论

本文针对存在不确定性和干扰的刚体航天器,提出了一种全驱形式的预设时间跟踪控制策略.全驱形式的控制器简化了扩张观测器的结构,从而给出了观测器状态收敛性的证明.所设计控制策略通过引入调节参数,使控制系统状态收敛时间不仅小于预设时间上界,还可以根据需要进行进一步调整实际收敛时间的大小.仿真结果表明,所设计的控制器可以有效地实现航天器的预设时间跟踪,并且实际收敛时间可通过控制参数调节.当前的控制算法可通过一个控制参数调节实际的收敛时间,但是可调参数与控制力矩的关系不够清晰.在未来的研究工作中,将研究可调参数与控制力矩大小的显式关系,并结合全驱系统方法提出可控性更强、结构更简单的航天器预定时间姿态跟踪控制算法.

## 参考文献(References)

[1] Wang J, Hu Y S, Ji W Q. Barrier function-based adaptive integral sliding mode finite-time attitude control for

rigid spacecraft[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2022, 110(2): 1405-1420.

[2] 赵振华, 肖亮, 姜斌, 等. 基于扩张状态观测器的四旋翼无人机快速非奇异终端滑模轨迹跟踪控制[J]. *控制与决策*, 2022, 37(9): 2201-2210.

(Zhao Z H, Xiao L, Jiang B, et al. Fast nonsingular terminal sliding mode trajectory tracking control of a quadrotor UAV based on extended state observers[J]. *Control and Decision*, 2022, 37(9): 2201-2210.)

[3] 俞波, 程盈盈, 金小峥, 等. 角速度约束下的刚体飞行器鲁棒有限时间姿态镇定[J]. *控制与决策*, 2022, 37(12): 3314-3320.

(Yu B, Cheng Y Y, Jin X Z, et al. Robust finite-time attitude stabilization of rigid aircraft under angular velocity constraints[J]. *Control and Decision*, 2022, 37(12): 3314-3320.)

[4] Zhang L J, Xia Y Q, Shen G H, et al. Fixed-time attitude tracking control for spacecraft based on a fixed-time extended state observer[J]. *Science China Information Sciences*, 2021, 64(11): 212201.

[5] 王芳, 吕紫青, 单锐, 等. 输出受限的不确定非线性系统的自适应固定时间控制[J]. *控制与决策*, 2022, 37(9): 2265-2273.

(Wang F, Lv Z Q, Shan R, et al. Adaptive fixed-time control for uncertain nonlinear systems with output constraints[J]. *Control and Decision*, 2022, 37(9): 2265-2273.)

[6] 龚有敏, 郭延宁, 孙悦, 等. 考虑斜坡约束的固定时间行星软着陆制导律设计[J]. *宇航学报*, 2023, 44(5): 699-707.

(Gong Y M, Guo Y N, Sun Y, et al. Fixed-time planetary soft landing guidance law design with glide-slope constraint[J]. *Journal of Astronautics*, 2023, 44(5): 699-707.)

[7] Sánchez-Torres J D, Gómez-Gutiérrez D, López E, et al. A class of predefined-time stable dynamical systems[J]. *IMA Journal of Mathematical Control and Information*, 2018, 35(Supplement 1): 1-29.

[8] 石尚, 张国胜, 闵惠芳. 非匹配条件下非线性系统的指定时间二阶滑模控制[J]. *控制与决策*, 2024, 39(9): 3043-3051.

(Shi S, Zhang G S, Min H F. Prescribed-time SOSM control of nonlinear systems subject to mismatched terms[J]. *Control and Decision*, 2024, 39(9): 3043-3051.)

[9] Huang Q, Zhang Y. Continuous appointed-time prescribed performance attitude tracking control for rigid spacecraft with actuator faults on SO(3)[J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2024, 34(1): 628-647.

[10] 曹腾, 龚华军, 薛艺璇, 等. 基于学习观测器的航天

- 器指定时间跟踪控制[J]. 控制与决策, 2024, 39(2): 519-526.  
(Cao T, Gong H J, Xue Y X, et al. Predefined-time tracking control of spacecraft based on learning observer[J]. Control and Decision, 2024, 39(2): 519-526.)
- [11] Wu C H, Yan J G, Shen J H, et al. Predefined-time attitude stabilization of receiver aircraft in aerial refueling[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2021, 68(10): 3321-3325.
- [12] Xie S Z, Chen Q. Adaptive nonsingular predefined-time control for attitude stabilization of rigid spacecrafts[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II—Express Briefs, 2022, 69(1): 189-193.
- [13] Wang F, Miao Y, Li C Y, et al. Attitude control of rigid spacecraft with predefined-time stability[J]. Journal of the Franklin Institute, 2020, 357(7): 4212-4221.
- [14] 刘明, 范睿超, 邱实, 等. 基于全驱系统理论的航天器姿轨预设性能控制[J]. 航空学报, 2024, 45(1): 20-35.  
(Liu M, Fan R C, Qiu S, et al. Spacecraft attitude-orbit prescribed performance control based on fully actuated system approach[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2024, 45(1): 20-35.)
- [15] 段广仁. 高阶系统方法——I. 全驱系统与参数化设计[J]. 自动化学报, 2020, 46(7): 1333-1345.  
(Duan G R. High-order system approaches: I. Fully-actuated systems and parametric designs[J]. Acta Automatica Sinica, 2020, 46(7): 1333-1345.)
- [16] Zhao T Y, Duan G R. Fully actuated system approach to attitude control of flexible spacecraft with nonlinear time-varying inertia[J]. Science China Information Sciences, 2022, 65(11): 212201.
- [17] Zhao Q, Duan G R. Fully actuated system approach for 6DOF spacecraft control based on extended state observer[J]. Journal of Systems Science & Complexity, 2022, 35(2): 604-622.
- [18] 张大蔚, 刘国平. 时变通信约束下航天器绕飞的高阶全驱预测控制方法[J]. 航空学报, 2024, 45(1): 47-57.  
(Zhang D W, Liu G P. A high-order fully actuated predictive control approach of spacecraft flying-around under time-variant communication constraints[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2024, 45(1): 47-57.)
- [19] 殷泽阳, 邢友朋, 韩飞, 等. 编队航天器协同绕飞非合作目标的全驱预设性能控制[J]. 航空学报, 2024, 45(1): 86-100.  
(Yin Z Y, Xing Y P, Han F, et al. Fully-actuated prescribed performance control of spacecraft formation for flying cooperatively around non-cooperative target[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2024, 45(1): 86-100.)
- [20] 孙亮, 马佳鹏. 航天器输入受限的鲁棒自适应姿态跟踪控制[J]. 控制与决策, 2021, 36(9): 2297-2304.  
(Sun L, Ma J P. Robust adaptive attitude tracking control of spacecraft with constrained inputs[J]. Control and Decision, 2021, 36(9): 2297-2304.)
- [21] Sun H J, Wu Y Y, Zhang J X. A distributed predefined-time attitude coordination control scheme for multiple rigid spacecraft[J]. Aerospace Science and Technology, 2023, 133: 108134.
- [22] Duan G R. High-order fully actuated system approaches: Part I. Models and basic procedure[J]. International Journal of Systems Science, 2021, 52(2): 422-435.
- [23] Hu Q L, Jiang B Y, Zhang Y M. Observer-based output feedback attitude stabilization for spacecraft with finite-time convergence[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2019, 27(2): 781-789.

### 作者简介

吴雨瑶(1994—), 女, 助理研究员, 博士, 主要研究方向为航天器姿态控制、预定时间控制、全驱系统方法, E-mail: yuyao\_wu@foxmail.com;

李雪芳(1985—), 女, 副教授, 博士, 主要研究方向为学习控制、数据驱动控制、新能源汽车控制与优化、智能车辆与自动驾驶, E-mail: lixuef25@mail.sysu.edu.cn;

刘万泉(1965—), 男, 教授, 博士, 主要研究方向为图像处理、模式识别、机器学习、基于神经网络的智能控制系统、奇异系统控制, E-mail: liuwq63@mail.sysu.edu.cn.