

控制与决策

Control and Decision

基于状态反馈和输出反馈的离散线性多智能体系统的二分一致性研究
姚瑶, 张捷, 王健安, 李晓磊, 李志强

引用本文:

姚瑶, 张捷, 王健安, 等. 基于状态反馈和输出反馈的离散线性多智能体系统的二分一致性研究[J]. 控制与决策, 2025, 40(2): 537–545.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2023.1496>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

参数不确定离散时间系统的有限时间输出反馈预见控制器设计

Design of finite-time output feedback preview controller for discrete-time systems with parameter uncertainty
控制与决策. 2021, 36(9): 2074–2084 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1584>

多航天器系统分布式固定时间输出反馈姿态协同跟踪控制

Distributed fixed-time output feedback attitude coordination tracking control for multiple rigid spacecraft
控制与决策. 2021, 36(5): 1049–1058 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0968>

时变参数不确定离散时间系统的预见控制

Preview control for discrete-time polytopic time-varying systems
控制与决策. 2021, 36(12): 3074–3082 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0373>

脉冲控制下多智能体系统的保性能双向编队控制

Guaranteed cost bipartite formation problem of multi-agent systems with impulse control
控制与决策. 2021, 36(1): 180–186 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0854>

自适应事件触发的马尔科夫跳变多智能体系统一致性

Adaptive event-triggered consensus for Markovian jumping multi-agent systems
控制与决策. 2020, 35(11): 2780–2786 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.1507>

基于状态反馈和输出反馈的离散线性多智能体系统的二分一致性研究

姚 瑶^{1,2}, 张 捷^{1,2†}, 王健安^{1,2}, 李晓磊³, 李志强⁴

(1. 太原科技大学电子信息工程学院, 太原 030024; 2. 先进控制与装备智能化山西省重点实验室, 太原 030024;
3. 燕山大学电气工程学院, 河北 秦皇岛 066004; 4. 中国电子科技集团公司第三十二研究所, 上海 201808)

摘要: 基于状态反馈和输出反馈控制方法, 解决离散线性领导-跟随多智能体系统的二分状态一致性跟踪控制问题, 领导者具有离散自治动态并能够产生理想参考轨迹信号。首先, 基于盖尔圆盘定理和离散代数黎卡提方程提出一种新型分布式状态反馈控制协议, 基于系统拓扑矩阵设计的控制耦合增益能够使得全局跟踪误差系统包含在单位圆的稳定域内。在结构平衡条件下, 通过 Lyapunov 稳定性理论和分离原理可证明符号有向图下两个对立子组的智能体可实现二分状态一致。然后, 基于邻居合作-竞争交互信息引入新型分布式状态观测器以实现跟随者状态的跟踪, 进而提出一类基于观测器的输出反馈二分控制协议, 在状态不可获知情况下可实现理想的领导-跟随二分状态跟踪, 也可应用于更一般的传统一致性控制场景。最后, 给出两个仿真算例验证所提出算法的可行性和有效性。

关键词: 离散动态; 多智能体系统; 稳定域; 二分状态一致; 代数黎卡提方程

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2023.1496

引用格式: 姚瑶, 张捷, 王健安, 等. 基于状态反馈和输出反馈的离散线性多智能体系统的二分一致性研究 [J]. 控制与决策, 2025, 40(2): 537-545.

Bipartite state consensus of discrete-time linear multi-agent systems via state feedback and output feedback

YAO Yao^{1,2}, ZHANG Jie^{1,2†}, WANG Jian-an^{1,2}, LI Xiao-lei³, LI Zhi-qiang⁴

(1. School of Electronics Information Engineering, Taiyuan University of Science and Technology, Taiyuan 030024, China; 2. Shanxi Key Laboratory of Advanced Control and Equipment Intelligence, Taiyuan 030024, China; 3. School of Electrical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China; 4. The 32nd Research Institute of China Electronics Technology Group Corporation, Shanghai 201808, China)

Abstract: Based on state feedback and output feedback control methods, the bipartite state consensus tracking control problem for discrete linear leader-following multi-agent systems(MASs) is solved, where the leader has discrete autonomous dynamics and can generate ideal reference trajectory signal. Firstly, a new distributed state feedback control protocol is proposed based on the Gershgorin circle theorem and the discrete algebraic Riccati equation. The control coupling gain based on the system topology matrix enables the global tracking error system locate in the stable region of the unit circle. Under the structurally balanced condition, it can be proved that the agents of two opposite subgroups under the signed directed graph can achieve bipartite state consensus using the Lyapunov stability theory and separation principle. Then, based on the cooperative-competitive interaction information of neighbours, a new distributed state observer is introduced to realize the tracking for the state of a follower. Furthermore, an observer-based output feedback bipartite control protocol is proposed to achieve the ideal leader-follower bipartite state tracking under the condition that the states are not known, which can also be applied to more general consensus control scenarios. Finally, two numerical examples are given to illustrate the feasibility and effectiveness of the proposed algorithms.

Keywords: discrete dynamics; multi-agent systems; stability region; bipartite state consensus; algebraic Riccati equation

收稿日期: 2023-10-26; 录用日期: 2024-07-06。

基金项目: 山西省基础研究计划项目(202203021222186, 20210302123210); 太原科技大学博士科研启动基金项目(20222127); 来晋工作优秀博士奖励资金项目(20222127); 山西省科技创新人才团队专项计划项目(202304051001035); 国家自然科学基金项目(62103352)。

[†]通讯作者. E-mail: zhangjie_hao666@163.com.

0 引言

近年来,多智能体系统已成为控制领域的研究热点之一,在众多领域都有所应用,如多无人飞行器的协同有界跟踪控制^[1]、多无人机系统协同编队控制^[2]以及水下多机器人协作控制^[3]等。随着新一代信息技术、高端制造技术和人工智能技术的飞速发展,一致性理论^[4-6]已成为多智能体协同控制领域的重要研究方向和富有挑战性的研究课题。然而,实际中部分控制系统往往会在传感范围受限或者受干扰影响出现状态信息不可获知情形,导致传统基于状态反馈的控制方法不再适用。为了解决这类问题,学者们提出了基于输出反馈的分布式一致性控制方法^[7-8],利用各邻居智能体的协作信息完成一致,其中对应拓扑图各节点间的权值非负。

然而,在机器人避障^[9]、两组无人机编队同时反方向飞行^[10]等实际问题中,仅考虑智能体间的合作关系很难满足现实要求,而传统一致性协议^[11-13]主要依赖于智能体间的协同交互作用。实际上,智能体间同时存在竞争与合作的情况是不可避免的,这使得传统非负图已无法满足智能体间关系的表述。因此,合作关系与竞争关系共存的多智能体系统受到越来越多学者的关注。Altafini于2013年在文献[14]中首次定义了二分一致性的概念,并引入了同时带有正、负权值的符号图用来描述智能体间友好合作和对抗竞争的关系。其目的是使具有竞争关系的两个子组的智能体分别渐近跟踪模值相同但符号相反的参考信号。受此启发,文献[15]实现了非线性多智能体系统在无向图和DoS攻击下的完全分布式安全二分一致。文献[16]研究了无向图和执行器故障条件下分布式二分自适应事件触发容错一致性跟踪问题。文献[17]针对无向拓扑下带有不确定扰动的一阶非线性多智能体系统,提出了分布式快速有限时间二分跟踪一致性控制器。值得注意的是,上述文献对于二分一致问题的研究主要集中在无向图下进行,而在有向图上进行一致性分析更具有普遍性和实用价值。

近年来,多智能体系统二分一致性问题研究主要是针对连续系统展开的。例如,文献[18]针对有向符号网络下一类连续线性异构多智能体系统,基于事件触发和自适应策略设计了有效的二分一致性控制协议。文献[19]研究了具有扰动的连续多智能体系统预定时间二分跟踪控制问题,综合考虑了线性动态、非线性不确定动态以及切换拓扑的复杂情况。然而,传统控制系统的连续采样机制和持续通信在

实际中难以实现,因此研究离散时间下多智能体系统二分协同更具实际意义。特别地,文献[20]针对一类离散二阶线性无领导者多智能体系统,实现了符号有向图下的二分一致。文献[21]针对无向图下的离散多智能体系统提出了一类基于观测器的动态事件触发二分一致性协议。文献[22]考虑有向符号拓扑和过程故障下的离散线性多智能体系统,基于输出调节原理实现了分布式二分容错输出跟踪。然而,上述文献的领导者和跟随者不易推广至更一般的动态形式。

受到上述工作启发,本文基于状态反馈和输出反馈研究了符号有向拓扑图下离散时间线性多智能体系统的领导-跟随二分状态一致性问题。具体来说,本文的主要工作为:1)本文考虑的跟随者间同时具有离散动态和合作-竞争关系,同时基于状态反馈和输出反馈提出分布式控制协议分别实现二分状态跟踪;2)基于盖尔圆盘定理和离散代数黎卡提方程提出新型分布式二分控制协议,通过引入与符号有向拓扑矩阵相关的耦合增益,使得全局误差系统能够包含在单位圆的稳定域内;3)在更符合实际情况的符号有向图和高阶离散动态框架下,基于分离原理构造的分布式二分控制协议易于推广到非负拓扑图下解决离散线性多智能体系统的领导-跟随一致性问题。

1 预备知识和问题描述

1.1 预备知识

多智能体间的信息交流通常用拓扑图 $\mathcal{G}(\mathcal{V}, \mathcal{E}, \mathcal{A})$ 表示。其中: \mathcal{V} 代表节点集,即由 N 个节点组成的非空集合,每个节点 v_i 可视为一个智能体; $\mathcal{E} = \mathcal{V} \times \mathcal{V}$ 代表边集,即两个不同节点组成的边的集合; $\mathcal{E}_{ji} = (v_j, v_i) \in \mathcal{E}$ 代表节点 v_j 与 v_i 的相互作用,即节点 v_j 可将信息传递给节点 v_i 。相应地, $\mathcal{N}_i = \{v_j \in \mathcal{V} | (v_j, v_i) \in \mathcal{E}, i \neq j\}$ 表示节点 v_i 的邻居集。如果有向图 \mathcal{G} 存在一个连续的边序列 $\{(v_i, v_k), (v_k, v_l), \dots, (v_m, v_j)\}$,则意味着有一条直接从节点 v_i 到节点 v_j 的有向路径。基于此,假设本文的有向拓扑图 \mathcal{G} 是简单图,即没有自环和重边。在非空节点集 \mathcal{V} 和边集 \mathcal{E} 中,如果边是顶点集中元素的无序对,则 \mathcal{G} 称为无向图,反之为有向图。定义 $\mathcal{A} = (a_{ij}) \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 为图 \mathcal{G} 的邻接矩阵,当且仅当 $\mathcal{E}_{ji} \in \mathcal{E}$ 时, a_{ij} 为边 \mathcal{E}_{ji} 的权值且有 $a_{ij} \neq 0$,否则 $a_{ij} = 0$ 。如果 a_{ij} 的值既可为正也可为负,则称 \mathcal{G} 为符号图,其中 $a_{ij} > 0$ 和 $a_{ij} < 0$ 分别代表智能体间的合作与竞争关系。在本文中,将所有智能体分为两个对立子组,其中子组1和子组2之间是竞争

关系, 而每个子组内的智能体间是合作关系, 即符号图对应边的权值可为正或负. 进而有如下定义.

定义 1(结构平衡)^[23] 将 \mathcal{V} 划分为两个非空子集 \mathcal{V}_1 和 \mathcal{V}_2 , 且满足 $\mathcal{V}_1 \cup \mathcal{V}_2 = \mathcal{V}$ 和 $\mathcal{V}_1 \cap \mathcal{V}_2 = \emptyset$. 对于任意节点 $v_i, v_j \in \mathcal{V}_p$ ($p \in \{1, 2\}$), 有 $a_{ij} \geq 0$, 而对于任意节点 $v_i \in \mathcal{V}_p, v_j \in \mathcal{V}_q$ ($p \neq q, q \in \{1, 2\}$), 有 $a_{ij} < 0$, 则称图 \mathcal{G} 是结构平衡的.

基于定义 1 给出的结构平衡条件, 构造对角矩阵 $\mathcal{D} = \text{diag}\{d_1, d_2, \dots, d_N\}, d_i \in \{1, -1\}$, 对具有竞争关系的两个子组进行分类.

在传统非负图中, 拉普拉斯矩阵在研究一致性问题中起着重要作用, 其通常可定义为

$$L = [l_{ij}]_{N \times N} = \text{diag}\left(\sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{1j}, \dots, \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{Nj}\right) - \mathcal{A}. \quad (1)$$

本文符号图对应的拉普拉斯矩阵可定义为

$$\begin{aligned} L^s &= [l_{ij}^s]_{N \times N} = \\ &\text{diag}\left(\sum_{j \in \mathcal{N}_i} |a_{1j}|, \dots, \sum_{j \in \mathcal{N}_i} |a_{Nj}|\right) - \mathcal{A}. \end{aligned} \quad (2)$$

进一步, 定义度矩阵 $\bar{\mathcal{D}} = \text{diag}\{\bar{d}_1, \bar{d}_2, \dots, \bar{d}_N\} \in \mathbb{R}^{N \times N}$, 其中 $\bar{d}_i = \sum_{j \in \mathcal{N}_i} |a_{ij}|$. 此外, 节点 v_0 作为领导者与部分跟随者可进行信息交流. 基于此, 构造一个增广有向符号图 $\bar{\mathcal{G}}(\bar{\mathcal{V}}, \bar{\mathcal{E}}, \bar{\mathcal{A}})$, 其中节点集为 $\bar{\mathcal{V}} = \{v_0, v_1, \dots, v_N\}$. 为了描述领导者与跟随者间的作用关系, 定义牵引矩阵 $G = \text{diag}\{g_1, g_2, \dots, g_N\}$. 如果节点 v_i 可接收领导者 v_0 传递的信息, 则权值 $g_i > 0$, 否则 $g_i = 0$. 进一步, 在增广符号图 $\bar{\mathcal{G}}$ 下定义矩阵 $\bar{L}^s = L^s + G$. 如果领导者与每个跟随者间至少有一条有向路径, 则图 $\bar{\mathcal{G}}$ 包含一个以领导者为根节点的有向生成树. 此外, 本文考虑的通信拓扑满足以下假设.

假设 1 $\bar{\mathcal{G}}$ 为符号有向拓扑图, 且存在一个以 v_0 为根节点的有向生成树.

同时, 为了解决多智能体系统二分协同控制问题, 需要引入如下引理.

引理 1^[24] 实对称正定矩阵 Q 可被分解为 $Q = Q^{1/2}Q^{1/2}$, 其中 $Q^{1/2}$ 是实对称正定矩阵.

引理 2(盖尔圆盘)^[25] 矩阵 $\Pi = [v_{ij}] \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 的所有特征值位于由如下 N 个圆盘组成的并集中:

$$\bigcup_{i=1}^N \left\{ s \in \mathbb{C} : |s - v_{ii}| \leq \sum_{j=1, j \neq i}^N |v_{ij}| \right\}. \quad (3)$$

1.2 问题描述

考虑离散时间下由 N 个跟随者和一个领导者组成的线性领导-跟随多智能体系统, 其中跟随者的离

散状态方程可描述为

$$\begin{cases} x_i(k+1) = Ax_i(k) + Bu_i(k), \\ y_i(k) = Cx_i(k). \end{cases} \quad (4)$$

其中: $x_i(k) \in \mathbb{R}_i^n$ 、 $u_i(k) \in \mathbb{R}_i^m$ 和 $y_i(k) \in \mathbb{R}_i^q$ 分别代表某一跟随者 v_i 的状态信息、控制输入和输出信息.

领导者的离散状态方程描述为

$$\begin{cases} x_0(k+1) = Ax_0(k), \\ y_0(k) = Cx_0(k). \end{cases} \quad (5)$$

其中: $x_0(k) \in \mathbb{R}^n$ 和 $y_0(k) \in \mathbb{R}^p$ 分别代表领导者 v_0 的状态信息和输出向量.

为了研究离散时间下领导-跟随多智能体系统的分布式二分跟踪一致性问题, 需要用到如下假设.

假设 2 矩阵对 (A, B) 是可镇定的.

假设 3 矩阵对 (A, C) 是可检测的.

定义全局状态向量为

$$x(k) = [x_1^\top(k), x_2^\top(k), \dots, x_N^\top(k)]^\top \in \mathbb{R}^{Nn}, \quad (6)$$

$$\underline{x}_0(k) = \mathbf{1}_N \otimes x_0(k). \quad (7)$$

则全局二分一致性误差可写为

$$\begin{aligned} \delta(k) &= x(k) - (\mathcal{D} \otimes I_n) \underline{x}_0(k) = \\ &[\delta_1^\top(k), \delta_2^\top(k), \dots, \delta_N^\top(k)]^\top \in \mathbb{R}^{Nn}. \end{aligned} \quad (8)$$

其中: $\delta_i(k) = x_i(k) - d_i x_0(k), i = 1, 2, \dots, N$.

本文中具有竞争关系的两组智能体的二分跟踪误差 $\delta_i(k)$ 若能随着时间演化渐近趋于零, 即 $\lim_{k \rightarrow \infty} \delta_i(k) = \lim_{k \rightarrow \infty} (x_i(k) - d_i x_0(k)) = 0$ 成立, 则预期的二分轨迹跟踪能够实现.

2 主要结果

2.1 分布式状态反馈二分控制

本小节提出一种基于状态反馈的分布式二分一致控制协议. 首先, 基于邻居信息定义局部跟踪误差

$$\begin{aligned} \varepsilon_i(k) &= \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij}(x_j(k) - \text{sgn}(a_{ij})x_i(k)) + \\ &g_i(d_i x_0(k) - x_i(k)). \end{aligned} \quad (9)$$

为实现二分跟踪一致, 对于每个跟随者 v_i 提出如下分布式控制协议:

$$u_i(k) = c_i(1 + \bar{d}_i + g_i)^{-1} K \varepsilon_i(k). \quad (10)$$

其中: $c_i > 0$ 为某一智能体 v_i 的待定常数耦合增益; $K \in \mathbb{R}^{m \times n}$ 为控制增益; $(1 + \bar{d}_i + g_i)^{-1}$ 为加权因子, 其中 \bar{d}_i 和 g_i 分别为入度矩阵 $\bar{\mathcal{D}}$ 和牵引矩阵 G 的元素且均为常数.

由式(4)和(10)可计算出智能体 v_i 的动力学方程

$$x_i(k+1) =$$

$$Ax_i(k) + c_i(1 + \bar{d}_i + g_i)^{-1}BK\varepsilon_i(k). \quad (11)$$

定义全局跟踪误差和状态向量为

$$\varepsilon(k) = [\varepsilon_1^T(k), \varepsilon_2^T(k), \dots, \varepsilon_N^T(k)]^T \in \mathbb{R}^{Nn}, \quad (12)$$

$$\varepsilon(k) = -((L^s + G) \otimes I_n)x(k) + (G\mathcal{D} \otimes I_n)\underline{x}_0(k). \quad (13)$$

由式(4)和(6)~(11)可计算出如下全局闭环系统方程的紧凑形式:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \\ &[I_N \otimes A - \breve{C}(I + \bar{D} + G)^{-1}(L^s + G) \otimes BK]x(k) + \\ &[\breve{C}(I + \bar{D} + G)^{-1}(G\mathcal{D}) \otimes BK]\underline{x}_0(k) = \\ &A_cx(k) + B_c\underline{x}_0(k). \end{aligned} \quad (14)$$

其中

$$\begin{aligned} A_c &= I_N \otimes A - \breve{C}(I + \bar{D} + G)^{-1}(L^s + G) \otimes BK, \\ B_c &= \breve{C}(I + \bar{D} + G)^{-1}(G\mathcal{D}) \otimes BK, \end{aligned} \quad (15)$$

且 $\breve{C} = \text{diag}(c_1, \dots, c_N) \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 为常数耦合增益对角矩阵.

由于考虑的符号有向图中两个智能体之间只存在一种作用关系, 即有如下等价关系:

$$\begin{cases} |a_{ij}| = a_{ij}\text{sgn}(a_{ij}), \\ a_{ij}d_i = |a_{ij}|d_j, \\ |a_{ij}|d_i = a_{ij}d_j\text{sgn}(a_{ij}) = |a_{ij}|d_j\text{sgn}(a_{ij}). \end{cases} \quad (16)$$

进而可计算出式(8)的全局同步动态误差系统

$$\begin{aligned} \delta(k+1) &= \\ x(k+1) - (\mathcal{D} \otimes I_n)\underline{x}_0(k+1) &= \\ [I_N \otimes A - \breve{C}(I + \bar{D} + G)^{-1}(L^s + G) \otimes BK]x(k) + \\ [\breve{C}(I + \bar{D} + G)^{-1}(G\mathcal{D}) \otimes BK]\underline{x}_0(k) - \\ (\mathcal{D} \otimes I_n)(\mathbf{1}_N \otimes x_0(k+1)) &= \\ (I_N \otimes A)(x(k) - \mathcal{D}\underline{x}_0(k)) - [\breve{C}(I + \bar{D} + G)^{-1} \\ (L^s + G) \otimes BK](x(k) - (\mathcal{D} \otimes I_n)\underline{x}_0(k)) &= \\ [I_N \otimes A - \breve{C}(I + \bar{D} + G)^{-1}(L^s + G) \otimes BK]\delta(k) &= \\ A_c\delta(k). \end{aligned} \quad (17)$$

进一步, 定义矩阵

$$\Psi = (I + \bar{D} + G)^{-1}(L^s + G), \quad (18)$$

其中 $\lambda_i (i = 1, 2, \dots, N)$ 为矩阵 Ψ 的特征值. 为了说明矩阵 Ψ 的特征值特性, 引入如下引理.

引理 3^[18] 若符号有向拓扑图 $\bar{\mathcal{G}}$ 存在一个有向生成树, 则矩阵 $L^s + G$ 和 $H = \bar{D}(L^s + G)\bar{D} = \bar{D}\bar{L}^s\bar{D}$ 的特征值均具有正实部.

令 $C(O, r)$ 表示位于复平面的一个圆心为 $O \in \mathbb{C}$ 、半径为 r 的开圆, 其对应的闭圆为 $\bar{C}(O, r)$. 有如下引理.

引理 4 矩阵 $\Psi = (I + \bar{D} + G)^{-1}(L^s + G)$ 的特征值 $\lambda_i (i = 1, 2, \dots, N)$ 均分布在单位圆 $\bar{C}(1, 1)$ 内, 即有 $\lambda_i \subseteq \bar{C}(1, 1), i = 1, 2, \dots, N$.

证明 由引理 3 可知 $L^s + G$ 为非奇异矩阵, 进一步可知矩阵 $\Psi = (I + \bar{D} + G)^{-1}(L^s + G)$ 为非奇异矩阵. 基于引理 2 盖尔圆盘定理可知, 矩阵 $\Psi = (I + \bar{D} + G)^{-1}(L^s + G)$ 的每个特征值 λ_i 将分布在如下并集中:

$$\begin{aligned} \bar{C}_\Psi = \\ \bigcup_{i=1}^N \left\{ s \in \mathbb{C} : \left| s - \frac{\bar{d}_i + g_i}{1 + \bar{d}_i + g_i} \right| \leqslant \left| \frac{\bar{d}_i}{1 + \bar{d}_i + g_i} \right| \right\}. \end{aligned} \quad (19)$$

显然, 对于任意的 $i = 1, 2, \dots, N$, 均有

$$\begin{cases} \frac{\bar{d}_i + g_i}{1 + \bar{d}_i + g_i} < 1, \\ \frac{\bar{d}_i}{1 + \bar{d}_i + g_i} < 1, \end{cases} \quad (20)$$

则矩阵 Ψ 的特征值对应的圆盘 \bar{C}_Ψ 包含在 $\bar{C}(1, 1)$ 内, 即满足 $\lambda_i \subseteq \bar{C}(1, 1), i = 1, 2, \dots, N$. \square

基于假设 2, 有如下引理.

引理 5 在矩阵对 (A, B) 可镇定条件下, 选择控制器增益

$$K = (B^T P_1 B + R)^{-1} B^T P_1 A. \quad (21)$$

其中: 矩阵 $R = R^T > 0, P_1 = P_1^T > 0$. 令

$$r_1 = [\lambda_{\max}(Q^{-1/2} W_s Q^{-1/2})]^{-1/2}. \quad (22)$$

其中: $W_s = A^T P_1 B (B^T P_1 B + R)^{-1} B^T P_1 A, Q = Q^T > 0$. 则当复数 $s (s \in \mathbb{C})$ 位于稳定域

$$|s - 1|^2 < \frac{1}{r_1^2} \quad (23)$$

内时, 矩阵 $A - sBK$ 是 Schur 稳定的.

证明 如果假设 2 成立, 即矩阵对 (A, B) 是可镇定的, 则存在一个复数 $s (s \in \mathbb{C})$, 使得矩阵 $A - sBK$ 是 Schur 稳定的, 即 $A - sBK$ 的所有特征值的模值均小于 1. 另一方面, 离散代数黎卡提方程

$$\begin{aligned} P_1 &= A^T P_1 A - (A^T P_1 B)(B^T P_1 B + \\ &R)^{-1} (B^T P_1 A) + Q, \end{aligned} \quad (24)$$

存在正定对称矩阵解 $P_1 = P_1^T > 0$, 其中矩阵 $Q = Q^T > 0$. 代入式(21), 可得

$$A^T P_1 A - P_1 + Q - W_s = 0. \quad (25)$$

令

$$\Gamma = (A - sBK)^* P_1 (A - sBK) - P_1. \quad (26)$$

根据 Lyapunov 稳定性定理, 当 $\Gamma < 0$ 成立时, 矩阵 $A - sBK (s \in \mathbb{C})$ 是 Schur 稳定的.

定义 $s = \text{Re}(s) + \text{Im}(s)\mathbf{j}$, 根据式 (21) ~ (26), 进一步得到关于矩阵 Γ 的变换如下:

$$\begin{aligned} \Gamma = & (A - sBK)^* P_1 (A - sBK) - P_1 = \\ & A^T P_1 A - P_1 - (\text{Re}(s) - \text{Im}(s)\mathbf{j}) K^T B^T P_1 A - \\ & (\text{Re}(s) + \text{Im}(s)\mathbf{j}) A^T P_1 B K + \\ & (\text{Re}^2(s) + \text{Im}^2(s)) K^T B^T P_1 B K = \\ & A^T P_1 A - P_1 - 2\text{Re}(s) A^T P_1 B \cdot \\ & (B^T P_1 B + R)^{-1} B^T P_1 A + (\text{Re}^2(s) + \text{Im}^2(s)) \cdot \\ & A^T P_1 B (B^T P_1 B + R)^{-1} (B^T P_1 B + R - R) \cdot \\ & (B^T P_1 B + R)^{-1} B^T P_1 A \leqslant \\ & A^T P_1 A - P_1 - (\text{Re}^2(s) + \text{Im}^2(s) - 2\text{Re}(s)) \cdot \\ & A^T P_1 B (B^T P_1 B + R)^{-1} B^T P_1 A - \\ & (\text{Re}^2(s) + \text{Im}^2(s)) R (B^T P_1 B + R)^{-1} B^T P_1 A \leqslant \\ & A^T P_1 A - P_1 + (|s|^2 - 2\text{Re}(s)) A^T P_1 B \cdot \\ & (B^T P_1 B + R)^{-1} B^T P_1 A \leqslant \\ & -Q + |s - 1|^2 W_s. \end{aligned} \quad (27)$$

根据引理 1, 矩阵 Q 可被分解为 $Q = Q^{1/2}Q^{1/2}$, 当

$$|s - 1|^2 \lambda_{\max}(Q^{-1/2}W_sQ^{-1/2}) - 1 < 0 \quad (28)$$

满足时, $\Gamma < 0$ 成立. 因此, 如果

$$|s - 1|^2 < \frac{1}{\lambda_{\max}(Q^{-1/2}W_sQ^{-1/2})} = \frac{1}{r_1^2} \quad (29)$$

成立, 则 $A - sBK (s \in \mathbb{C})$ 是 Schur 稳定的. \square

定理 1 在假设 1 和假设 2 同时满足条件下, 针对由式 (4) 和 (5) 组成的离散线性多智能体设计分布式控制器 (10). 当增益 K 设计如式 (21), 常数耦合增益 c_i 和圆 $C(1, r_1)$ 的半径 r_1 分别满足

$$c_i = \frac{1}{c_{\psi i}} = \frac{1 + \bar{d}_i + g_i}{\bar{d}_i + g_i}, \quad (30)$$

$$\frac{\bar{d}_i}{\bar{d}_i + g_i} < r_1 \quad (31)$$

时, 则系统二分状态一致是可实现的.

证明 如果矩阵 Ψ 的所有特征值 $\lambda_i (i = 1, 2, \dots, N)$ 满足 $\rho(A - c_i \lambda_i BK) < 1$, 则系统 (17) 可实现二分一致. 其中 $\rho(A - c_i \lambda_i BK)$ 表示矩阵 $A - c_i \lambda_i BK$ 的最大特征值的模值. 假设存在非奇异矩阵 $\check{R} \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 使得 $\check{R} \Psi \check{R}^{-1} = J$, 其中矩阵 J 为约旦块矩阵, 则有

$$(\check{R} \otimes I_n) A_c (\check{R}^{-1} \otimes I_n) =$$

$$I_N \otimes A - \check{C} J \otimes BK =$$

$$\begin{bmatrix} A - c_1 \lambda_1 BK & * & * \\ 0 & \ddots & * \\ 0 & 0 & A - c_N \lambda_N BK \end{bmatrix}, \quad (32)$$

“*”表示可能存在的非零元素. 由式 (32) 可知, 当且仅当 $\rho(A - c_i \lambda_i BK) < 1$ 时, 闭环系统 (17) 的二分一致性问题可被解决. 由引理 5 可知, 当控制器增益 $K = (B^T P_1 B + R)^{-1} B^T P_1 A$, 且

$$|c_i \lambda_i - 1|^2 < \frac{1}{\lambda_{\max}(Q^{-1/2}W_sQ^{-1/2})} \quad (33)$$

时, 矩阵 $A - c_i \lambda_i BK$ 是 Schur 稳定的. 条件 (33) 等价为

$$|c_i \lambda_i - 1| < r_1. \quad (34)$$

又因矩阵 Ψ 的特征值 $\lambda_i (i = 1, 2, \dots, N)$ 分布在圆盘 $\bar{C}_{\psi i}(c_{\psi i}, r_{\psi i})$ 内. 代入式 (30), 有

$$\begin{aligned} \left| \lambda_i - \frac{\bar{d}_i + g_i}{1 + \bar{d}_i + g_i} \right| &\leqslant \frac{\bar{d}_i}{1 + \bar{d}_i + g_i} \Rightarrow \\ \left| \frac{1}{c_{\psi i}} \lambda_i - 1 \right| &\leqslant \frac{\bar{d}_i}{\bar{d}_i + g_i}. \end{aligned} \quad (35)$$

当条件 (31) 满足时, 圆盘 (35) 能够位于稳定域 (34) 内. 若条件 (30) 和 (31) 同时满足, 且存在合适的控制增益 c_i 和 K , 则使得全局闭环误差系统 (17) 渐近稳定. 进一步, 有 $\lim_{t \rightarrow \infty} \delta_i(k) = \lim_{t \rightarrow \infty} (x_i(k) - d_i x_0(k)) = 0$. 因此, 二分跟踪误差在分布式控制协议 (10) 下能够渐近收敛于零, 即二分状态一致是可实现的. \square

2.2 分布式输出反馈二分控制

本小节提出一种基于观测器的分布式输出反馈二分一致控制协议. 首先, 定义观测器估计误差

$$\omega_i(k) = \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij} (\hat{x}_j(k) - \text{sgn}(a_{ij}) \hat{x}_i(k)) + g_i (d_i \hat{x}_0(k) - \hat{x}_i(k)), \quad (36)$$

其中 $\hat{x}_i(k) \in \mathbb{R}^n$ 表示某一跟随者 v_i 的状态观测器信息. 此外, 假设领导者可以获取自身状态, 即 $\hat{x}_0(k) = x_0(k)$. 基于式 (36), 设计如下分布式控制协议:

$$u_i(k) = c_i (1 + \bar{d}_i + g_i)^{-1} K \omega_i(k). \quad (37)$$

其中: $c_i > 0$ 、 $(1 + \bar{d}_i + g_i)^{-1}$ 和 $K \in \mathbb{R}^{m \times n}$ 分别代表智能体 v_i 的常数耦合增益、加权因子和控制增益.

由式 (4)、(36) 和 (37), 跟随者的动力学方程为

$$x_i(k+1) =$$

$$Ax_i(k) + c_i (1 + \bar{d}_i + g_i)^{-1} BK \omega_i(k). \quad (38)$$

进一步计算出式 (38) 的紧凑形式如下:

$$x(k+1) =$$

$$(I_N \otimes A)x(k) - [\breve{C}(I + D + G)^{-1}(L^s + G) \otimes BK]\hat{x}(k) + [\breve{C}(I + D + G)^{-1}(GD) \otimes BK]\underline{x}_0(k). \quad (39)$$

分布式观测器设计如下:

$$\begin{aligned} \hat{x}_i(k+1) = \\ A\hat{x}_i(k) + Bu_i(k) - c_i(1 + \bar{d}_i + g_i)^{-1}F\varepsilon_i^0(k). \end{aligned} \quad (40)$$

其中: $F \in \mathbb{R}^{n \times p}$ 为观测器增益; $\varepsilon_i^0(k)$ 为邻居输出估计误差, 具体形式为

$$\begin{aligned} \varepsilon_i^0(k) = \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij}(\tilde{y}_j(k) - \text{sgn}(a_{ij})\tilde{y}_i(k)) + \\ g_i(d_i\tilde{y}_0(k) - \tilde{y}_i(k)), \end{aligned} \quad (41)$$

$\tilde{y}_i(k) = \hat{y}_i(k) - y_i(k) = C\hat{x}_i(k) - Cx_i(k)$, 且满足 $\tilde{y}_0(k) = 0$. 对应的全局输出估计误差紧凑形式可描述为

$$\varepsilon^0(k) = -((L^s + G) \otimes C)(\hat{x}(k) - x(k)). \quad (42)$$

由式 (36) ~ (42) 可计算出全局观测器动态方程

$$\begin{aligned} \hat{x}(k+1) = \\ (I_N \otimes A)\hat{x}(k) + (I_N \otimes B)u(k) - \\ (\breve{C}(I + D + G)^{-1}(L^s + G) \otimes F)\tilde{y}(k) = \\ (I_N \otimes A - \breve{C}(I + D + G)^{-1}(L^s + G) \otimes \\ BK)\hat{x}(k) + (\breve{C}(I + D + G)^{-1}(L^s + G) \otimes FC) \cdot \\ \hat{x}(k) - (\breve{C}(I + D + G)^{-1}(L^s + G) \otimes \\ FC)x(k) + (\breve{C}(I + D + G)^{-1}(GD) \otimes BK)\underline{x}_0(k). \end{aligned} \quad (43)$$

进一步, 每个智能体的观测器误差可定义为

$$\eta_i(k) = \hat{x}_i(k) - x_i(k), \quad (44)$$

其中 $\eta(k) = [\eta_1^T(k), \eta_2^T(k), \dots, \eta_N^T(k)]^T \in \mathbb{R}^{Nn}$. 可直接得到如下紧凑形式:

$$\begin{aligned} \eta(k+1) = \\ [I_N \otimes A - \breve{C}(I + \bar{D} + G)^{-1}(L^s + G) \otimes FC]\eta(k) = \\ A_0\eta(k). \end{aligned} \quad (45)$$

其中

$$A_0 = I_N \otimes A - \breve{C}(I + \bar{D} + G)^{-1}(L^s + G) \otimes FC.$$

由式 (8) 和 (36) ~ (39) 可得如下全局误差系统:

$$\begin{aligned} \delta(k+1) = \\ [I_N \otimes A - \breve{C}(I + \bar{D} + G)^{-1}(L^s + G) \otimes BK]\delta(k) - \\ [\breve{C}(I + \bar{D} + G)^{-1}(L^s + G) \otimes BK]\eta(k) = \\ A_c\delta(k) + \breve{B}(k). \end{aligned} \quad (46)$$

其中

$$\breve{B}_c = -\breve{C}(I + \bar{D} + G)^{-1}((L^s + G) \otimes BK). \quad (47)$$

根据式 (45) ~ (47), 可得到由所有跟随者构成的如下全局闭环系统:

$$\begin{bmatrix} \delta(k+1) \\ \eta(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_c & \breve{B}_c \\ 0 & A_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta(k) \\ \eta(k) \end{bmatrix} = A_r \begin{bmatrix} \delta(k) \\ \eta(k) \end{bmatrix}. \quad (48)$$

由于闭环系统 (48) 的系统矩阵 A_r 具有块上三角形式, 其稳定性由主对角线的对角块矩阵 A_c 和 A_0 共同决定. 由引理 5 可知, 当增益 K 和 c_i 分别满足给定的两个条件 (21) 和 (30) 时, 矩阵 A_c 是 Schur 稳定的. 基于假设 3, 进一步给出以下引理来证明矩阵 A_0 的稳定性.

引理 6 在矩阵对 (A, C) 是可检测条件下, 选择观测器增益

$$F = AP_2C^T(CP_2C^T + \hat{R})^{-1}. \quad (49)$$

其中: 矩阵 $\hat{R} = \hat{R}^T > 0$, $P_2 = P_2^T > 0$. 令

$$r_2 = [\lambda_{\max}(\hat{Q}^{-1/2}M_s\hat{Q}^{-1/2})]^{-1/2}. \quad (50)$$

其中: $M_s = AP_2C^T(CP_2C^T + \hat{R})^{-1}CP_2A^T$, $\hat{Q} = \hat{Q}^T > 0$. 则当复数 $s(s \in \mathbb{C})$ 位于稳定域

$$|s - 1|^2 < \frac{1}{r_2^2} \quad (51)$$

内时, 矩阵 $A^T - sC^TF^T(s \in \mathbb{C})$ 是 Schur 稳定的.

证明 如果假设 3 成立, 即矩阵对 (A, C) 是可检测的, 则存在一个复数 $s(s \in \mathbb{C})$ 使得矩阵 $A^T - sC^TF^T$ 是 Schur 稳定的, 即 $A^T - sC^TF^T$ 的所有特征值的模值均小于 1. 另一方面, 离散代数黎卡提方程

$$\begin{aligned} P_2 = A^T P_2 A - (AP_2C^T)(CP_2C^T + \hat{R})^{-1} \cdot \\ (CP_2A^T) + \hat{Q}, \end{aligned} \quad (52)$$

存在正定对称矩阵解 $P_2 = P_2^T > 0$, 其中矩阵 $\hat{Q} = \hat{Q}^T > 0$. 代入式 (49), 可得

$$A^T P_2 A - P_2 + \hat{Q} - M_s = 0. \quad (53)$$

令

$$\Xi = (A^T - sC^TF^T)^*P_2(A^T - sC^TF^T) - P_2. \quad (54)$$

根据 Lyapunov 稳定性定理, 当 $\Xi < 0$ 成立时, 矩阵 $A^T - sC^TF^T(s \in \mathbb{C})$ 是 Schur 稳定的.

定义 $s = \text{Re}(s) + \text{Im}(s)i$, 根据式 (49) ~ (54), 进一步得到关于矩阵 Ξ 的如下变换:

$$\begin{aligned} \Xi = \\ (A^T - sC^TF^T)^*P_2(A^T - sC^TF^T) - P_2 = \\ AP_2A^T - P_2 - 2\text{Re}(s)AP_2C^T(CP_2C^T + \hat{R})^{-1} \cdot \\ CP_2A^T + (\text{Re}^2(s) + \text{Im}^2(s))AP_2C^T \cdot \\ (CP_2C^T + \hat{R})^{-1}(CP_2C^T + \hat{R} - \hat{R}). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (CP_2C^T + \hat{R})^{-1}CP_2A^T \leqslant \\
& AP_2A^T - P_2 - (\text{Re}^2(s) + \text{Im}^2(s) - 2\text{Re}(s)) \cdot \\
& AP_2C^T(CP_2C^T + \hat{R})^{-1}CP_2A^T - \\
& (\text{Re}^2(s) + \text{Im}^2(s))\hat{R}(CP_2C^T + \hat{R})^{-1}CP_2A^T \leqslant \\
& AP_2A^T - P_2 + (|s|^2 - 2\text{Re}(s))AP_2C^T. \\
& (CP_2C^T + \hat{R})^{-1}CP_2A^T \leqslant \\
& -\hat{Q} + |s - 1|^2M_s. \tag{55}
\end{aligned}$$

根据引理 1, 矩阵 \hat{Q} 可被分解为 $\hat{Q} = \hat{Q}^{1/2}\hat{Q}^{1/2}$, 当

$$|s - 1|^2\lambda_{\max}(\hat{Q}^{-1/2}M_s\hat{Q}^{-1/2}) - 1 < 0 \tag{56}$$

满足时, $\Xi < 0$ 成立. 因此, 如果

$$|s - 1|^2 < \frac{1}{\lambda_{\max}(\hat{Q}^{-1/2}M_s\hat{Q}^{-1/2})} = \frac{1}{r_2^2} \tag{57}$$

成立, 则 $A^T - sC^TF^T(s \in \mathbb{C})$ 是 Schur 稳定的. \square

定理 2 当假设 1~假设 3 满足时, 针对由式(4)和(5)组成的离散线性多智能体设计基于观测器(40)的控制器(37). 当观测器增益 F 设计如式(49), 控制增益 K 设计如式(21), 常数耦合增益 c_i 设计如式(30), 且满足

$$\frac{\bar{d}_i}{\bar{d}_i + g_i} < \min\{r_1, r_2\} \tag{58}$$

时, 二分跟踪误差能够渐近收敛于零, 即可实现二分状态一致.

证明 若特征值 λ_i 满足条件 $\rho(A - c_i\lambda_i FC) < 1$, 则系统(48)可实现二分一致. 其中 $\rho(A - c_i\lambda_i FC)$ 表示 $A - c_i\lambda_i FC$ 的最大特征值的模值.

与定理 1 证明相似, 存在非奇异矩阵 T 满足

$$T^{-1}\Psi T = A, \tag{59}$$

其中矩阵 A 为约旦块矩阵. 对式(59)进行状态-空间变换 $\eta^0 = (T \otimes I_n)\eta$, 转化后的全局观测器误差为

$$\eta^0(k+1) = [I_N \otimes A - \tilde{C}A \otimes FC]\eta^0(k). \tag{60}$$

因此, $I_N \otimes A - \tilde{C}A \otimes FC$ 稳定时, 全局估计误差稳定, 即 $\rho(A - c_i\lambda_i FC) < 1$ 时, 系统(48)的二分一致性问题可被解决. 由引理 6 可知, 当观测器增益 $F = APC^T(CPC^T + \hat{R})^{-1}$, 且

$$|c_i\lambda_i - 1|^2 < \frac{1}{\lambda_{\max}(\hat{Q}^{-1/2}M_s\hat{Q}^{-1/2})} \tag{61}$$

时, 矩阵 $A - c_i\lambda_i FC$ 是 Schur 稳定的. 稳定域条件(61)可等价为

$$|c_i\lambda_i - 1|^2 < r_2, \tag{62}$$

进而可得圆 C 的稳定域半径为

$$r_2 = [\lambda_{\max}(\hat{Q}^{-1/2}M_s\hat{Q}^{-1/2})]^{-1/2}. \tag{63}$$

又因矩阵 Ψ 的特征值 $\lambda_i(i = 1, 2, \dots, N)$ 分布在圆盘

$\bar{C}_{\psi_i}(c_{\psi_i}, r_{\psi_i})$ 内, 且需使得全局误差系统(48)稳定, 有

$$\begin{cases} \frac{\bar{d}_i}{\bar{d}_i + g_i} < r_2, \\ c_i = \frac{1}{c_{\psi_i}} = \frac{1 + \bar{d}_i + g_i}{\bar{d}_i + g_i}. \end{cases} \tag{64}$$

即当增益 c_i 和 F 满足给定的条件(30)和(49)时, 系统(48)是 Schur 稳定的. 结合引理 5 的条件(31), 可知当条件(57)满足时, 即圆盘 $\bar{C}_{\psi_i}(c_{\psi_i}, r_{\psi_i})$ 的半径 r_{ψ_i} 能够同时分布在稳定域(23)和(51)内, 可得对角块矩阵 A 是 Schur 稳定的. 因此, 二分跟踪误差在分布式控制协议(37)下能够渐近收敛于零, 即二分状态一致是可实现的. \square

3 仿真算例

本节给出两个仿真算例, 分别用于验证所提出的分布式控制协议(10)和(37)的有效性. 考虑一个由 5 个跟随者和 1 个领导者组成的多智能体系统, 其满足结构平衡的通信网络拓扑如图 1 所示.

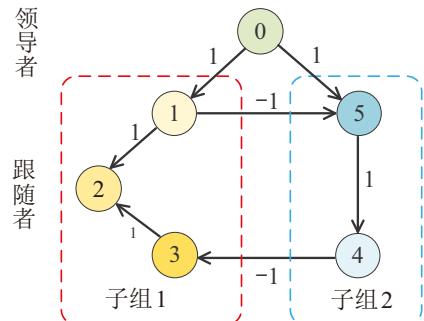


图1 通信网络拓扑

图 1 中, 节点 0 代表领导者, 节点 1~节点 5 代表跟随者. 同时, 将跟随者分为两个具有竞争关系的对立子组, 每个子组间的跟随者是合作关系, 即 $v_1 = \{1, 2, 3\}$, $v_2 = \{4, 5\}$. 可知, 用于分组的对角矩阵为 $\mathcal{D} = \text{diag}\{-1, -1, -1, 1, 1\}$. 针对系统状态方程(4)和(5), 系统矩阵参数分别为

$$\begin{aligned}
A &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \\
C &= [1 \ 0], \quad E = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.
\end{aligned}$$

3.1 状态反馈二分一致

本小节考虑状态反馈控制协议下的二分一致仿真结果. 基于引理 5, 可计算出控制增益矩阵 $K = [-0.1493 \ 0.8245]$. 基于定理 1, 控制协议(10)的常数耦合增益和加权因子分别设计为

$$\begin{aligned}c_{1,2,3,4,5} &= (4.3, 2.4, 3.2, 1.3, 1.9), \\ \tilde{d}_{1,2,3,4,5} &= (0.2, 0.4, 0.7, 0.5, 0.1), \\ g_{1,2,3,4,5} &= (0.1, 0.4, 0.3, 0.5, 0.8).\end{aligned}$$

图2给出了领导者和跟随者的二分状态轨迹。可以看出,子组1的跟随者4和跟随者5能够渐近跟踪于领导者的运动状态曲线,对立子组2的跟随者1~跟随者3能够跟踪于领导者的反向运动状态曲线,验证了基于状态反馈的分布式二分控制协议(10)的有效性。

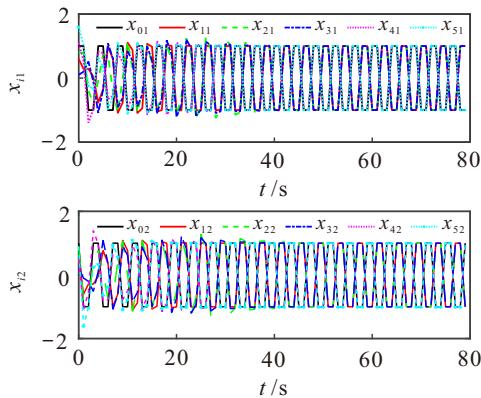


图2 控制协议(10)下的二分状态轨迹

3.2 输出反馈二分一致

本小节考虑输出反馈控制协议下的二分一致仿真结果。基于引理6,可计算出观测器增益矩阵 $F = [-0.1774 \ 0.7844]$ 。基于定理2,控制协议(37)的常数耦合增益和加权因子分别设计为

$$\begin{aligned}c_{1,2,3,4,5} &= (4.3, 2.4, 3.2, 1.3, 1.9), \\ \tilde{d}_{1,2,3,4,5} &= (0.2, 0.4, 0.7, 0.5, 0.1), \\ g_{1,2,3,4,5} &= (0.1, 0.4, 0.3, 0.5, 0.8).\end{aligned}$$

图3给出了领导者和跟随者的二分状态轨迹。可以看出,不同对立子组的跟随者都能够分别跟踪于领导者的正、负参考轨迹,最终实现了理想的二分状态一致,验证了基于输出反馈的分布式二分控制协议(37)的有效性。

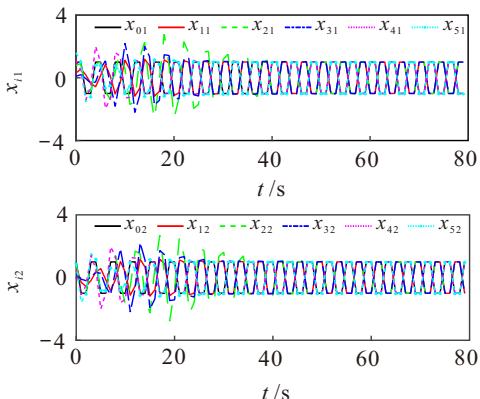


图3 控制协议(37)下的二分状态轨迹

4 结论

本文基于状态反馈和输出反馈研究了符号有向图下离散线性多智能体的领导-跟随二分状态一致性问题。首先,根据盖尔圆盘定理和离散代数黎卡提方程,设计了一类新型分布式状态反馈二分控制器。其次,考虑系统状态不可测情况,引入分布式观测器设计输出反馈控制器,并给出了实现二分状态一致的充分条件。本文在控制器及观测器设计过程中,引入了与系统拓扑矩阵相关的常数耦合增益,能够使得闭环系统包含在单位圆的稳定域内。最后,给出了两个仿真算例并验证了设计二分控制协议的有效性。未来工作将研究切换拓扑和执行器故障下离散线性多智能体系统二分容错一致性控制问题。

参考文献 (References)

- [1] 林河, 梁潇, 方勇纯, 等. 面向多无人飞行器的有界跟踪控制方法的设计与验证[J]. 控制理论与应用, 2021, 38(9): 1324-1332.
(Lin H, Liang X, Fang Y C, et al. Design and verification of bounded tracking control method for multi-unmanned aerial vehicle[J]. Control Theory & Applications, 2021, 38(9): 1324-1332.)
- [2] Liu X, Lai B J, Lin B, et al. Joint communication and trajectory optimization for multi-UAV enabled mobile Internet of vehicles[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2022, 23(9): 15354-15366.
- [3] 闫敬, 徐龙, 曹文强, 等. 基于深度强化学习的多潜器编队控制算法设计[J]. 控制与决策, 2023, 38(5): 1457-1463.
(Yan J, Xu L, Cao W Q, et al. Design of formation control algorithm for multiple autonomous underwater vehicles based on deep reinforcement learning[J]. Control and Decision, 2023, 38(5): 1457-1463.)
- [4] 马煜文, 李贤伟, 李少远. 无控制器间通信的线性多智能体一致性的降阶协议[J]. 自动化学报, 2023, 49(9): 1836-1844.
(Ma Y W, Li X W, Li S Y. A reduced-order protocol for linear multi-agent consensus without inter-controller communication[J]. Acta Automatica Sinica, 2023, 49(9): 1836-1844.)
- [5] Zuo Z, Ke R, Han Q L. Fully distributed adaptive practical fixed-time consensus protocols for multi-agent systems[J]. Automatica, 2023, 157: 111248.
- [6] Chen J X, Xie J, Li J M, et al. Human-in-the-loop fuzzy iterative learning control of consensus for unknown mixed-order nonlinear multi-agent systems[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2024, 32(1): 255-265.
- [7] 刘忠信, 刘慧, 李杨博, 等. 基于观测器的线性时变时滞多智能体系统一致性[J]. 控制与决策, 2019, 34(9): 1885-1892.
(Liu Z X, Liu H, Li Y B, et al. Observer-based consensus of linear multi-agent systems with time-

- varying delays[J]. *Control and Decision*, 2019, 34(9): 1885-1892.)
- [8] Wang Y J, Yuan Y, Liu J G. Finite-time leader-following output consensus for multi-agent systems via extended state observer[J]. *Automatica*, 2021, 124: 109133.
- [9] Guo B H, Guo N, Cen Z S. Obstacle avoidance with dynamic avoidance risk region for mobile robots in dynamic environments[J]. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2022, 7(3): 5850-5857.
- [10] 李欣, 蔡光斌, 吴彤, 等. 一种基于应力矩阵的无人机集群队形变换控制方法[J]. *控制与决策*, 2024, 39(7): 2195-2204.
(Li X, Cai G B, Wu T, et al. A control method of UAV cluster formation transformation based on stress matrix[J]. *Control and Decision*, 2024, 39(7): 2195-2204.)
- [11] Ma Q, Xu S Y. Intentional delay can benefit consensus of second-order multi-agent systems[J]. *Automatica*, 2023, 147: 110750.
- [12] Zhou Y, Wen G H, Wan Y, et al. Consensus tracking control for a class of general linear hybrid multi-agent systems: A model-free approach[J]. *Automatica*, 2023, 156: 111198.
- [13] 相国梁, 郭胜辉. 基于未知输入观测器的多智能体一致性控制[J]. *控制理论与应用*, 2022, 39(4): 682-690.
(Xiang G L, Guo S H. Consensus control for multi-agent based on unknown input observer[J]. *Control Theory & Applications*, 2022, 39(4): 682-690.)
- [14] Altafini C. Consensus problems on networks with antagonistic interactions[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2013, 58(4): 935-946.
- [15] Wang Q, Zino L, Tan D Y, et al. Fully distributed quantized secure bipartite consensus control of nonlinear multiagent systems subject to denial-of-service attacks[J]. *Neurocomputing*, 2022, 505: 101-115.
- [16] Cai Y L, Zhang H G, Li W H, et al. Distributed bipartite adaptive event-triggered fault-tolerant consensus tracking for linear multiagent systems under actuator faults[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2022, 52(11): 11313-11324.
- [17] 王志超, 刘开恩, 纪志坚, 等. 多智能体系统的分布式快速有限时间二分跟踪一致性[J]. *控制与决策*, 2023, 39(10): 3289-3296.
(Wang Z C, Liu K E, Ji Z J, et al. Distributed fast finite-time bipartite tracking consensus for multi-agent systems[J]. *Control and Decision*, 2023, 39(10): 3289-3296.)
- [18] Zhang J, Zhang H G, Liang Y L, et al. Adaptive bipartite output tracking consensus in switching networks of heterogeneous linear multiagent systems based on edge events[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2023, 34(1): 79-89.
- [19] 马小陆, 谭毅波, 梅宏. 符号图下含扰动的多智能体系统预定时间二分一致性[J]. *控制与决策*, 2024, 39(5): 1517-1526.
(Ma X L, Tan Y B, Mei H. Predefined-time bipartite consensus of multi-agent systems with disturbances under signed graph[J]. *Control and Decision*, 2024, 39(5): 1517-1526.)
- [20] Miao S X, Su H S, Wang D. Event-based bipartite consensus of second-order discrete-time multi-agent systems with matrix-weighted signed networks[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2023, 360(4): 3077-3094.
- [21] Xu C J, Qin Y Y, Su H S. Observer-based dynamic event-triggered bipartite consensus of discrete-time multi-agent systems[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2023, 70(3): 1054-1058.
- [22] Zhang J, Ding D W, Lu Y R, et al. Distributed fault-tolerant bipartite output synchronization of discrete-time linear multiagent systems[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2023, 53(2): 1360-1373.
- [23] Han T, Zheng W X. Bipartite output consensus for heterogeneous multi-agent systems via output regulation approach[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2021, 68(1): 281-285.
- [24] Liang H J, Zhang H G, Wang Z S, et al. Consensus robust output regulation of discrete-time linear multiagent systems[J]. *CAA Journal of Automatica Sinica*, 2014, 1(2): 204-209.
- [25] Horn R A, Johnson C R. Matrix analysis[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2012.

作者简介

姚瑶 (2000-), 女, 硕士生, 主要研究方向为多智能体系统分布式协同控制, E-mail: yaoyao_vip888@163.com;

张捷 (1994-), 男, 讲师, 博士, 硕士生导师, 主要研究方向为多智能体系统分布式协同控制, E-mail: zhangjie_hao_666@163.com;

王健安 (1984-), 男, 教授, 博士, 硕士生导师, 主要研究方向为复杂网络同步控制, E-mail: jiananwang@tyust.edu.cn;

李晓磊 (1989-), 男, 副教授, 博士, 硕士生导师, 主要研究方向为信息物理系统安全控制, E-mail: xiaolei@ysu.edu.cn;

李志强 (1993-), 男, 工程师, 博士, 主要研究方向为从事信息物理系统安全控制, E-mail: zhiquangli1030@163.com.