

# 控制与决策

Control and Decision

## 基于模糊分类预选的代理辅助多目标进化算法

李二超, 吴煜

引用本文:

李二超, 吴煜. 基于模糊分类预选的代理辅助多目标进化算法[J]. *控制与决策*, 2025, 40(2): 553-562.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2024.0103>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### 基于R2指标和目标空间分解的高维多目标粒子群优化算法

R2 indicator and objective space partition based many-objective particle swarm optimizer

*控制与决策*. 2021, 36(9): 2085-2094 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0113>

#### 基于正态云模型的状态转移算法求解多目标柔性作业车间调度问题

State transition algorithm based on normal cloud model for solving multi-objective flexible job shop scheduling problem

*控制与决策*. 2021, 36(5): 1181-1190 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1233>

#### 基于向量角分解的高维多目标进化算法

Many-objective evolutionary algorithm based on vector angle decomposition

*控制与决策*. 2021, 36(3): 761-768 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0925>

#### 基于复杂昂贵仿真的体系效能多目标优化

Complex and expensive simulation based multi-objective optimization to system-of-system effectiveness

*控制与决策*. 2021, 36(3): 589-598 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0844>

#### 基于多种群分解预测的动态多目标引力搜索算法

Dynamic multi-objective gravitational searching algorithm based on multi-population decomposition prediction

*控制与决策*. 2021, 36(12): 2910-2918 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.1002>

# 基于模糊分类预选的代理辅助多目标进化算法

李二超<sup>†</sup>, 吴煜

(兰州理工大学 电气工程与信息工程学院, 兰州 730050)

**摘要:** 深入探究实际工程问题后,发现求解昂贵高维多目标优化问题的需求正在逐渐增多. 一般回归模型求解这类问题时,模型累积误差和运算量会急剧增加. 为更好地提高代理辅助进化算法的搜索效率,并平衡高维多目标问题中种群的收敛性与多样性,提出一种基于模糊分类预选策略的代理辅助进化算法(fuzzy classification pre-selection based surrogate-assisted multi-objective evolutionary algorithm, FCPSEA). 首先,初始化种群并进行昂贵评估,凭借非支配关系与拥挤度构造两档训练样本集;然后,利用训练样本和双档案算子来较为准确地引导分类器分类;最后,提出一种基于模糊分类预选的模型管理策略,根据预测的双档案类标签与隶属度来设置模型管理策略. 为验证所提算法的性能,在包含各种特征的两组测试问题上与近几年的经典算法进行对比实验. 实验结果表明,所提出的算法在求解昂贵高维多目标优化问题上具有较强的竞争力.

**关键词:** 代理辅助进化算法; 昂贵高维多目标优化; 分类预选; 分类代理模型; 模型管理; 进化算法

中图分类号: TP18

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2024.0103

引用格式: 李二超,吴煜. 基于模糊分类预选的代理辅助多目标进化算法[J]. 控制与决策, 2025, 40(2): 553-562.

## Fuzzy classification pre-selection based surrogate-assisted multi-objective evolutionary algorithm

LI Er-chao<sup>†</sup>, WU Yu

(College of Electrical and Information Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China)

**Abstract:** The demand for solving expensive high-dimensional multi-objective optimization problems is gradually increasing. When traditional regression models are used to tackle such issues, cumulative error and computational complexity tend to surge significantly. To enhance the search efficiency of agent-assisted evolutionary algorithms and strike a balance between convergence and diversity in high-dimensional multi-objective problems, this paper introduces a fuzzy classification pre-selection based surrogate-assisted multi-objective evolutionary algorithm (FCPSEA). Firstly, the population is initialized and evaluated, and two training sample sets are constructed using non-dominated relationships and congestion degree. Then, the training samples and a double-archive operator guide the classifier to categorize more accurately. Finally, a model management strategy is proposed based on fuzzy classification pre-selection, which is set according to the predicted double-archive class labels and membership degrees. To validate the performance of the proposed algorithm, comparative experiments are conducted with classical algorithms in recent years on two groups of test problems encompassing various features. The experimental results demonstrate that the algorithm exhibits strong competitiveness in solving expensive high-dimensional multi-objective optimization problems.

**Keywords:** surrogate-assisted evolutionary algorithm; expensive many-objective optimization; classification preselection; classification surrogate model; model management; evolutionary algorithm

## 0 引言

我国工业制造和创新智能技术正在飞速发展,出现了大量与实际工程问题有关的多目标优化<sup>[1]</sup>问题(many-objective optimization problems, MOPs)和昂贵多目标优化<sup>[2-3]</sup>问题(expensive many-objective optimization problems, EMOPs). 多目标优化问题即

含有多个相互冲突的目标,且需要找到各个目标达到“平衡状态”最优解集的问题. 如滤波器设计、熔炉设计实验<sup>[4]</sup>、车辆路径规划和工业调度控制等优化问题.

随着计算机技术<sup>[5]</sup>的发展,代理辅助进化算法在实际昂贵多目标优化问题中发挥着巨大作用. 例如

收稿日期: 2024-01-23; 录用日期: 2024-04-30.

基金项目: 国家自然科学基金项目(62063019); 甘肃省自然科学基金重点项目(24JRRA173).

责任编委: 阳春华.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: lecstarr@163.com.

农用拖拉机进气通风系统设计和汽车侧面抗撞性能优化问题,都被称为昂贵多目标优化问题. 针对这类EMOPs,且在真实评估次数有限的情况下,代理模型辅助进化算法<sup>[6]</sup> (surrogate-assisted evolutionary algorithms, SAEAs)是求解这类问题较为有效的一类算法. 通常这类算法通过构建廉价的代理模型来近似真实函数值,再用模型管理策略选取少部分解进行有限次的真实评估来指导进化方向.

近些年,为求解昂贵多目标优化问题而设计的代理辅助进化算法大致分为4类: 1) 建立回归模型来辅助不同的优化算法求解. Song等<sup>[7]</sup>提出KTA2,一种不需要参考向量而能够解决高维昂贵多目标问题的算法. 2) 来自于预选(pre-selection),选择可以区分优劣解的分类器作为代理模型. 比如基于分类的代理辅助多目标进化算法CSEA<sup>[8]</sup>,通过前馈神经网络(feedforward neural network, FNN)预测候选解与参考解之间的优势关系,且可根据代理模型提供的不确定信息来判断选择有前景的解进行真实评估. Zhang等<sup>[9]</sup>提出了一种基于帕累托支配的分类预选进化算法框架CPS-MOEA,根据非支配关系将种群分为两个集合,分别存储好解和坏解,训练分类器对新个体进行分类. 3) 建立代理模型去逼近性能评价指标,如SMS-EMOA. 4) 预测任一对解之间关系的代理模型. 如REMO<sup>[10]</sup>算法,建立面向不平衡数据的分类器,利用PBI方法的惩罚因子 $\delta$ ,保证正负样本相对平衡.

在SAEAs中,选取的训练样本<sup>[11]</sup>与构建的模型<sup>[12]</sup>会直接影响算法的搜索效率,设计合理的填充采样策略对算法性能的提高有促进作用. 2019年,一种分类预选的进化优化策略<sup>[13]</sup>被提出,该方案利用隶属函数来衡量候选解的质量,同时预选也是一种有效提高搜索效率的操作,目的是在适应度函数评估之前过滤出不值得评估的候选解.

在求解高维多目标优化问题<sup>[14]</sup> (many-objective optimization problem, MaOPs)时,会遇到计算复杂度增加、寻找全局最优解困难等难题. 一般通过特征选择或分解策略等方法,降低问题的维度与复杂度,或使用进化优化算法来求解问题. 但随着实际问题中目标空间维数和决策空间维度的增多,一般的多目标优化算法已很难平衡种群的收敛性和多样性. 因此,选择适合处理高维多目标问题的进化算法,再结合合适的代理模型和采样策略. 这种代理辅助进化算法在求解高维问题时也会得到不错的求解效果<sup>[15]</sup>. 基于此,本文提出一种基于模糊分类预选的代理辅助进化算法(fuzzy classification pre-selection

based surrogate-assisted multi-objective evolutionary algorithm, FCPSEA),用于求解昂贵高维多目标优化问题.

本文的主要贡献如下:

1) 提出采用模糊分类器作为代理模型,平衡类样本解的数量. 构建双层模型保证每次分类能兼顾收敛性和多样性,不易陷入局部最优.

2) 提出改进Two\_Arch2算子,利用算子与赋予标签的方法来准确引导分类器分类.

3) 提出一种基于模糊分类预选策略的填充采样准则,选取具有收敛性和多样性好且不确定度大的个体进行昂贵的真实评估.

## 1 相关工作

### 1.1 昂贵多目标优化问题

昂贵多目标优化问题是指需要真实评估且代价昂贵的一类多目标优化问题. EMOPs的相关概念定义同样可以由MOPs的相关定义来表示. 以最小化问题为例,考虑以下多目标优化问题和昂贵多目标优化问题:

$$\begin{aligned} \min F(x) &= (f_1(x), \dots, f_m(x))^T; \\ \text{s.t. } x &= (x_1, \dots, x_d)^T. \end{aligned} \quad (1)$$

其中:  $x \in \mathbf{R}^d$ ,  $d$ 是决策维度;  $f_1(x), \dots, f_m(x)$ 是目标空间维度为 $m$ 的待优化目标函数. 一般 $m$ 小于等于3时,称为多目标优化问题;  $m$ 大于3时,称为高维多目标优化问题. Pareto解集在目标空间中的投影称为Pareto前沿(Pareto front, PF).

### 1.2 模糊分类器

模糊分类器是模糊集合论最流行的应用之一. 模糊 $K$ 最近邻<sup>[16]</sup> (fuzzy  $K$ -nearest neighbor, FKNN)是一种经典的模糊算法.

多局部幂均值模糊 $K$ 最近邻(multi-local power means fuzzy  $K$ -nearest neighbor, MLPM-FKNN)分类器<sup>[17]</sup>是一种基于FKNN开发的分类器,使用多局部幂均值向量来表示已知类别,并使用生成的均值向量来计算未标记样本与类的距离. 训练样本 $p$ 在由 $K$ 个最近邻表示的类中分配的隶属度为

$$u_i(p) = \frac{\sum_{j=1}^K u_{ij} (1/\|p - x_j\|^{2/(m-1)})}{\sum_{j=1}^K (1/\|p - x_j\|^{2/(m-1)})}. \quad (2)$$

其中:  $u_{ij}$ 是训练集中第 $i$ 类中第 $j$ 个样本的隶属度,  $m$ 是模糊强度参数. 通过模糊隶属度定义 $u_{ij}$ ,为每个训练样本 $x_i$ 找到 $K$ 个最近邻,每个表示类中 $x_j$ 的隶

属度计算如下:

$$u_{ij}(x_j) = \begin{cases} 0.51 + (n_j/K) \times 0.49, & j = i; \\ (n_j/K) \times 0.49, & j \neq i. \end{cases} \quad (3)$$

其中  $n_j$  表示观察到属于第  $j$  类的邻居数. 如果  $x_1, x_2, \dots, x_n$  是一组实数,  $p$  是一个参数, 则幂均值 ( $M_p$ ) 可以定义如下:

$$M_p = \begin{cases} \prod_{i=1}^n x_i^{1/n}, & p = 0; \\ \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^p\right)^{1/p}, & p \neq 0. \end{cases} \quad (4)$$

### 1.3 基于模糊分类的预选策略

基于模糊分类的预选策略 (fuzzy classification based pre-selection, FCPS) 应用在演化算法中的具体流程为: 首先随机产生初始种群  $\text{pop} = \{x^1, x^2, \dots, x^N\}$ , 判断是否达到停止条件. 若判断为是, 则输出结束; 若判断为否, 则将搜索到最优解的当前种群作为样本定义数据  $x$ . 然后为每个解  $x \in \text{pop}$  分配一个类标签  $l \in \{-1, +1\}$ . 其中:  $+1$  表示“好”样本,  $-1$  表示“差”样本. 基于定义的样本数据  $\{(x^i, l^i), i = 1, 2, \dots, N\}$  构建模糊分类模型. 父代解  $x$  产生候选解  $Y = \{y^1, y^2, \dots, y^N\}$ , 通过模型标记候选解  $Y$ , 得到解的隶属度值, 选出“好”类中隶属度值最大的候选解作为后代解. 最后根据函数适应度值, 挑选父代解  $x$  和后代解中较好的解进入下一代. 该策略能够在不需要计算真实函数适应度值的情况下判断解的优劣, 有效降低优化过程中的真实评估次数, 这点对于快速求解昂贵多目标问题是极其重要的. 基于 FCPS 的演化算法框架如图 1 所示.

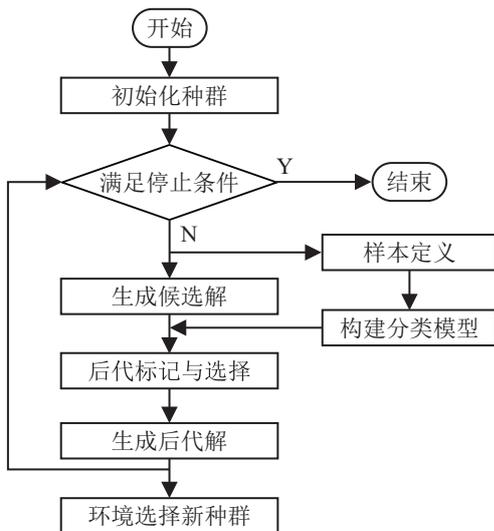


图 1 基于 FCPS 的演化算法框架

### 1.4 Two\_Arch2: 改进的双档案多目标优化算法

Two\_Arch2<sup>[18]</sup> 算法的主要思想是在进化搜索的

过程中维护两个不同的档案 CA 与 DA. 为两个档案使用不同的选择原则, 采用基于  $I_{\epsilon+}$  的质量指标作为选择 CA 的标准, 能够增强收敛性能, 在促进多样性的方面也有良好的表现. 有关指标计算如下所示:

$$I_{\epsilon+}(x_1, x_2) = \min_{\epsilon} (f_i(x_1) - \epsilon \leq f_i(x_2), 1 \leq i \leq m), \quad (5)$$

$$F(x_1) = \sum_{x_2 \in P \setminus \{x_1\}} -e^{-I_{\epsilon+}(x_2, x_1)/0.05}. \quad (6)$$

同时设计了一种基于  $L_p$  范数的多样性维护方案作为 DA 的选择方式,  $L_p$  距离在高维空间中表现更好. 该算法能够同时兼顾收敛性和多样性. Two\_Arch2 的流程如图 2 所示.

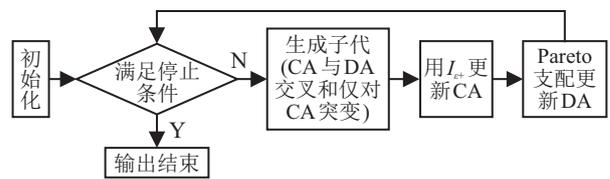


图 2 Two\_Arch2 的流程

## 2 基于模糊分类预选的代理辅助多目标进化算法

本文提出一种基于模糊分类预选的代理辅助进化算法 FCPSEA. 算法由 MLPM-FKNN 作为代理模型, 改进 Two\_Arch2 算法作为优化算子, 由赋予标签的方法来引导分类器分类. 最后为兼顾探索与开发, 达到更好的收敛速度和更稳定的性能, 根据分类结果的隶属度与标签进行填充采样来快速获取值得昂贵评估的个体. 图 3 为算法流程框架.

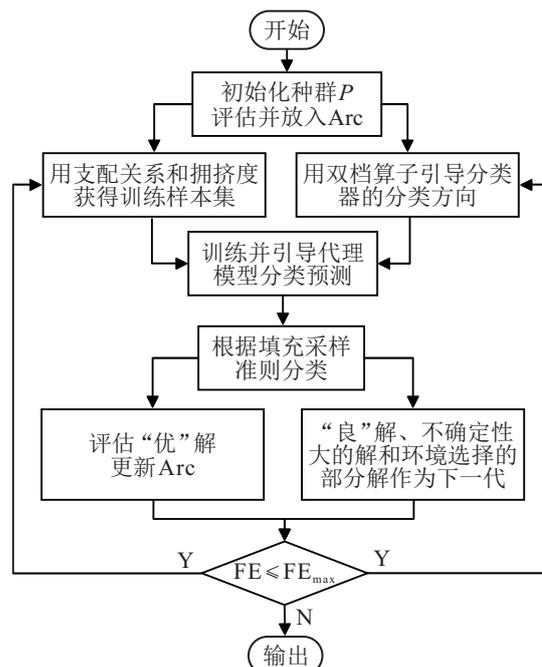


图 3 FCPSEA 算法流程

算法主要由初始化、训练样本选取、训练代理模型、填充采样和环境选择5部分组成。

1) 初始化. 采用拉丁超立方生成种群大小为  $N$  的种群  $P$ , 并进行昂贵评估, 将解放入 Arc.

2) 建立训练样本集. 通过解的支配关系与拥挤度程度构造两档训练样本集.

3) 训练代理模型. 使用训练样本与双档算子提供的检验样本来训练双层模糊分类器, 评估新解来更新分类器.

4) 填充采样准则. 根据分类器预测的双档案标签与隶属度, 将未评估的解和后代解组合为  $Q$ , 再将隶属度降序排序. 选取“优”解评估并更新 Arc, “良”解和不确定性大的解作为下一代的一部分.

5) 环境选择. 使用基于指标的多目标进化算法进行环境选择, 选取部分子代  $P_1$ . 最后通过组合  $P_1$ 、“良”解和不确定性大的解获得子代种群. 第2)~第5)阶段会重复执行, 达到评估的最大次数将终止循环并输出 Arc.

## 2.1 改进 Two\_Arch2 双档算子

本文将 Two\_Arch2 算法改进为双档算子, 是一种能够较为精准引导双层分类器分类的算子. CA 集中输出的解旨在引导分类器分类出收敛性较好的解, DA 集则旨在引导分类器分类出多样性较好的解.

改进 Two\_Arch2 双档算子的步骤如下:

step 1: 初始化 CA, 将种群  $P$  添加到 CA 集;

step 2: 由式(5)删除  $I_{\epsilon^+}$  最小的解, 更新剩余解的  $I_{\epsilon^+}$  值;

step 3: 直到 CA 获得固定数量的解;

step 4: 初始化 DA, 将种群  $P$  添加到 DA 集;

step 5: 将具有最大或最小目标值的边界解放入 DA;

step 6: 采用  $L_p(p < 1)$  距离作为相似度度量, 将相似度较小的解添加到 DA;

step 7: 直到 DA 获得足够的解;

step 8: while  $w \leq w_{\max}$ ;

step 9: 将 CA 与 DA 之间进行交叉操作, 其中仅对 CA 进行突变操作, 生成子代  $O$ ;

step 10: 将种群  $P$  替换为子代  $O$ , 分别添加至 CA 与 DA 中, 进行 step 2 与 step 6, 直到获得足够的解;

step 11:  $w = w + 1$ ;

step 12: end while;

step 13: 随机从 CA 和 DA 中各输出 3 个解作为检验样本.

采用一般的选择交叉变异优化算子已经无法满足本文中分类器对子代解的要求. Two-Arch2 算法与双档算子结构类似, 不同之处在于: 1) 两者特定作用不同, 双档算子强调算子化. 2) Two-Arch2 算法只将 DA 作为最后输出, 丧失了一部分收敛性; 双档算子能够充分利用 CA 与 DA, 从而提高分类器预测精度.

## 2.2 双层 MLPM-FKNN 模型

双层 MLPM-FKNN 模型使用第 1 分类器 ( $C_1$ ) 来保持解的收敛性, 第 2 个分类器 ( $C_2$ ) 保持解的多样性, 为每层模型定义一个由支配关系与拥挤度筛选出的训练样本集. 对于  $C_1$ , 将解预选标记为非支配解(正类)与支配解(负类). 对于  $C_2$ , 将解标记为不拥挤的非支配解(正类)与其余的解(负类).

以上策略收集训练样本, 可能会存在不同类之间分布不均匀的情况. 因此构建 MLPM-FKNN 的目的是使用局部均值幂向量来平衡类样本解的数量, 从而弥补数量多的类样本解会误导预测结果的不足.

构建 MLPM-FKNN 步骤如下.

step 1: 计算训练样本  $\{X_i\}_{i=1}^{N_c}$  与检验样本  $q$  之间的欧几里得距离, 并按升序对它们进行排序. 将  $q$  的  $k$  个最近邻  $nn^k$  设置为  $nn^k(q) = \{X_i, C_i\}_{i=1}^k$ .

step 2: 从  $k$  个最近邻中求得局部幂均值子样本  $\{M_p, r\}_{r=1}^t$ . 每个类的  $nn^k(q) : \{\omega_r\}_{r=1}^t, 1 \leq t \leq T$ .

step 3: 计算  $q$  与  $\{M_p, r\}_{r=1}^t$  之间的欧几里得距离. 借助方程(2)和计算  $u_{ij}$  的 crisp 方法, 使用加权距离将隶属度分配给  $\{\omega_r\}_{r=1}^t$ .

step 4: 将  $q$  分类到与其具有最高隶属度的相应类 ( $\omega^*$ ).

## 2.3 基于模糊分类预选的模型管理策略

在 SAEAs 中, 模型管理策略要能够选择出适合的解来更新模型, 这点至关重要. 本文设计的模型管理策略, 采纳了模糊分类预选策略的核心思想, 提出了一种基于模糊隶属度与类标签的填充采样策略. 由类标签与隶属度能直接筛选出值得评价的解和不值得评价的解, 无需花费多余的昂贵评估, 从而减少真实评估次数. 其中每一代会选取收敛性好和多样性好的解来增加模型预测的精准度, 减少优化成本, 同时也会选取不确定度大的解来提高代理模型的全局精度, 减少过早收敛的风险.

首先将未评估的解  $P_{\text{uneval}}$  经过代理模型预测分类, 未评估的解  $P_{\text{uneval}}$  与后代解组合为  $Q$ , 两类解的隶属度分别相加并降序排序, 最终解分为两类. 需要评估“优”解更新代理模型, 以供开发.“良”解和子代

生成没有评估的解,以进行探索,能够提高算法的准确度.除此之外,适当选取隶属度在0.5左右的解视为不确定性大的解,避免陷入局部最优.经过大量参数实验,认为隶属度排序最前的5% $N$ ( $N$ 是总体大小)的解被定义为“优”解,剩下前50% $N$ 的解是“良”解,之后5% $N$ 的解是具有不确定性大的解.选择并评估“优”解.最后使用基于指标的多目标进化算法进行环境选择.

### 3 仿真实验与结果分析

#### 3.1 测试问题与对比算法

为了验证本文算法对求解昂贵多目标问题的有效性,选用两个应用广泛的多目标优化问题测试函数MaF<sup>[19]</sup>和WFG<sup>[20]</sup>.其中WFG测试问题的复杂程度更高,处理起来更具有挑战性,能够提供更有效的依据来评估优化算法在各种不同问题上的表现性能.本文选择REMO<sup>[10]</sup>、CPS-MOEA<sup>[9]</sup>、MOEA/D-EGO<sup>[21]</sup>、MCEA/D<sup>[22]</sup>、Two\_Arch2<sup>[18]</sup>作为对比算法,与FCPSEA进行仿真对比实验.

所有实验对比都基于PlatEMO平台.实验结果数据表中的加深字体表示最优值.为了进行结果比较,各表中“+”“-”和“=”分别表示比较的算法是否显著优于、显著劣于和没有显著差异于本文提出的FCPSEA算法.

#### 3.2 参数设定与性能指标

FCPSEA算法中的参数设置如下.

1) 根据文献[17]的参数设定和大量实验,取MLPM-FKNN中的 $K$ 为7,设定 $p$ 和 $m$ 的值为3和2.

2) 双档算子迭代次数 $w_{max} = 5$ ,起始次数 $w = 1$ .所有参与实验的算法参数设置与性能指标如下.

1) 种群大小为100,各算法在每个测试问题上独立运行20次.为保证公平性,所有对比实验的特定参数设置都严格遵循原始文献中的设置.

2) MaF1~MaF6与WFG1~WFG9系列测试函数的属性、问题的目标数量和决策变量维度如表1和表2所示.每个算法的停止条件是达到最大评估次数, $FE_{max}$ 为500,目标数为 $M$ ,决策变量的个数为 $D$ .

表1 MaF系列测试函数特征及其参数设定

test function	feature	$M$	$D$
MaF1	Linear	3, 4, 6, 8, 10	$M + 9$
MaF2 ~ MaF6	Concave, MaF3 Convex Multi-modal, MaF4 Multi-modal, MaF5 Biased, MaF6 Degenerate	3, 4, 6, 8, 10	$M + 9$

表2 WFG系列测试函数特征及其参数设定

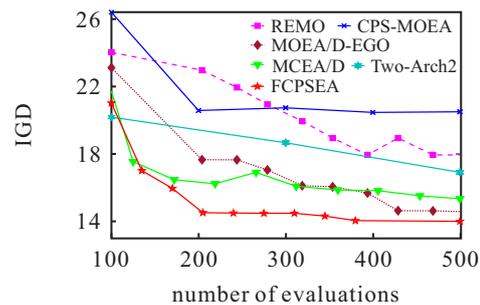
test function	feature	$M$	$D$
WFG1	Irregular PF and Preferred	3, 4, 6, 8, 10	$M + 9$
WFG2	Convex, Discontinuous	3, 4, 6, 8, 10	$M + 9$
WFG3	Linear, Degenerate	3, 4, 6, 8, 10	$M + 9$
WFG4 ~ WFG9	Concave, WFG4 Multimodal, WFG5 Deceptive, WFG6 Inseparable, WFG7 Preferred, WFG8 Inseparable Preferred, WFG9 Multimodal, Preferred	3, 4, 6, 8, 10	$M + 9$

3) 选用反世代距离IGD<sup>[23]</sup>(inverted generational distance)和超体积HV<sup>[24]</sup>(hypervolume)作为本文的性能指标.

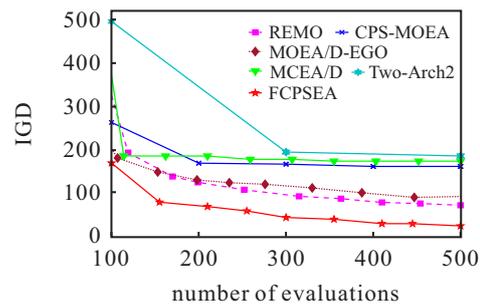
#### 3.3 实验结果分析

##### 3.3.1 在MaF测试集上的结果对比及综合分析

表3是6种算法在MaF1~MaF6测试问题上进行20次独立运行所获得的IGD对比结果.由表3可以看出:FCPSEA在具有反转PF的MaF1、多模态的MaF4和有偏向性的MaF5的各个维度上表现都是最好的.图4直观地表现出了6种算法在求解6目标和10目标MaF5问题上的IGD变化.观察对比图4(a)与图4(b)可以看出,在不同目标维度下,FCPSEA的IGD下降速度最快且保持IGD指标最小.说明FCPSEA在不同维度下,求解带有偏向性的问题时具备一定的竞争力.



(a) 6目标



(b) 10目标

图4 各算法在求解MaF5问题时的IGD变化

表3 6种算法在不同维数的MaF测试问题上获得的IGD平均值和标准差

问题	$M$	$D$	REMO	CPS-MOEA	MOEA-D/EGO	MCEA/D	Two_Arch2	FCPSEA
MaF1	3	12	1.586 8e-1(1.07e-1)-	3.555 8e-1(3.08e-2)-	3.468 9e-1(3.75e-2)-	1.104 6e-1(2.46e-2)-	2.760 0e-1(4.87e-2)-	<b>7.982 3e-2(1.01e-2)</b>
	4	13	2.106 2e-1(3.48e-2)=	5.139 9e-1(7.08e-2)-	4.693 8e-1(6.96e-2)-	2.295 4e-1(2.66e-2)-	3.790 5e-1(5.72e-2)-	<b>1.529 7e-1(1.95e-2)</b>
	6	15	3.646 5e-1(6.63e-2)-	6.675 7e-1(7.59e-2)-	6.985 5e-1(7.36e-2)-	4.176 4e-1(4.53e-2)-	5.775 0e-1(6.98e-2)-	<b>2.663 9e-1(3.61e-2)</b>
	8	17	4.839 4e-1(7.64e-2)=	8.131 7e-1(1.01e-1)-	8.158 0e-1(8.77e-2)-	4.974 8e-1(4.48e-2)-	7.487 2e-1(7.37e-2)-	<b>3.532 4e-1(3.89e-2)</b>
	10	19	5.008 3e-1(7.79e-2)=	9.066 5e-1(1.18e-1)-	9.006 7e-1(8.34e-2)-	5.132 1e-1(4.75e-2)-	7.662 3e-1(1.14e-1)-	<b>4.322 8e-1(5.19e-2)</b>
MaF2	3	12	4.720 5e-2(2.23e-3)+	9.071 4e-1(5.26e-3)-	9.241 3e-2(2.58e-3)-	<b>4.117 3e-2(2.57e-3)+</b>	6.634 1e-2(3.25e-3)-	5.358 8e-2(3.48e-3)
	4	13	<b>7.313 9e-2(1.59e-3)+</b>	1.740 7e-1(4.10e-3)-	1.279 9e-1(1.99e-3)-	8.365 3e-2(3.76e-3)+	1.026 6e-1(2.52e-3)=	1.002 8e-1(3.34e-3)
	6	15	<b>2.091 5e-1(2.33e-2)+</b>	2.582 5e-1(1.63e-2)=	2.910 0e-1(2.56e-2)-	2.235 1e-1(2.52e-2)=	2.096 1e-1(1.92e-2)=	2.460 6e-1(2.59e-2)
	8	17	2.841 5e-1(1.70e-2)+	3.611 8e-1(2.31e-2)=	4.518 6e-1(4.73e-2)=	2.945 4e-1(2.56e-2)+	<b>2.619 1e-1(2.05e-2)+</b>	4.412 7e-1(4.55e-2)
	10	19	3.432 9e-1(1.76e-2)+	4.735 5e-1(4.09e-2)+	5.716 4e-1(4.68e-2)=	3.843 2e-1(3.58e-2)+	<b>3.005 8e-1(2.18e-2)+</b>	5.689 7e-1(4.78e-2)
MaF3	3	12	8.235 1e+4(6.28e+4)+	1.569 3e+5(5.96e+4)=	4.143 7e+5(3.32e+5)-	<b>2.713 6e+4(2.44e+4)+</b>	1.301 7e+6(4.66e+6)-	2.075 7e+5(8.06e+4)
	4	13	1.237 7e+5(9.99e+4)+	1.856 2e+5(7.06e+4)+	4.830 8e+5(2.80e+5)-	<b>2.828 6e+4(2.25e+4)+</b>	1.681 8e+7(4.97e+7)-	3.207 8e+5(1.88e+5)
	6	15	1.986 0e+5(1.69e+5)+	2.825 1e+5(9.32e+4)+	5.347 1e+5(3.21e+5)=	<b>2.047 2e+4(1.91e+4)+</b>	6.245 0e+8(2.06e+9)-	6.677 6e+5(2.76e+5)
	8	17	2.990 6e+5(3.26e+5)+	4.683 1e+5(1.92e+5)+	5.102 5e+5(2.82e+5)+	<b>2.450 5e+4(2.16e+4)+</b>	1.269 4e+9(3.84e+9)-	8.175 8e+5(4.20e+5)
	10	19	2.675 7e+5(4.31e+5)=	4.881 9e+5(1.75e+5)+	5.504 6e+5(2.67e+5)-	<b>3.662 7e+4(1.80e+4)+</b>	7.317 3e+8(1.95e+9)-	3.671 8e+5(2.16e+5)
MaF4	3	12	4.639 6e+2(1.00e+2)-	2.883 4e+2(4.82e+1)=	3.073 6e+2(6.19e+1)-	5.890 6e+2(2.61e+2)-	1.000 2e+3(1.89e+2)-	<b>2.708 1e+2(4.04e+1)</b>
	4	13	1.036 2e+3(1.87e+2)-	3.877 4e+2(6.89e+1)=	3.749 2e+2(2.96e+1)=	7.537 6e+2(5.17e+2)-	2.145 9e+3(4.88e+2)-	<b>3.626 8e+2(8.03e+1)</b>
	6	15	3.522 9e+3(5.26e+2)-	5.564 5e+2(8.70e+1)=	5.704 3e+2(9.18e+1)-	2.926 4e+3(2.40e+3)-	9.598 7e+3(3.03e+3)-	<b>5.141 1e+2(1.28e+2)</b>
	8	17	1.442 0e+4(4.03e+3)-	7.426 0e+2(1.16e+2)-	6.173 8e+2(1.56e+2)=	1.385 3e+4(8.89e+3)-	3.842 6e+4(1.16e+4)-	<b>5.990 5e+2(1.07e+2)</b>
	10	19	5.223 1e+4(2.05e+4)-	8.120 5e+2(1.51e+2)-	8.074 7e+2(1.93e+2)-	1.020 6e+5(3.93e+4)-	1.646 1e+5(3.98e+4)-	<b>7.041 6e+2(1.70e+2)</b>
MaF5	3	12	7.303 1e-1(8.65e-2)-	6.216 0e-1(5.32e-2)-	6.933 2e-1(6.67e-2)-	3.157 2e+0(1.71e+0)-	3.232 6e+0(1.63e+0)-	<b>4.709 1e-1(2.21e-1)</b>
	4	13	1.958 3e+0(3.19e-1)-	7.269 0e-1(4.17e-2)=	7.289 9e-1(4.13e-2)-	6.076 1e+0(3.06e+0)-	6.400 2e+0(3.30e+0)-	<b>6.866 3e-1(1.14e-1)</b>
	6	15	8.708 3e+0(1.98e+0)-	8.407 1e-1(3.87e-2)-	9.081 8e-1(5.79e-2)-	1.481 4e+1(1.92e+0)-	1.409 5e+1(1.68e+0)-	<b>7.643 3e-1(8.93e-2)</b>
	8	17	3.231 3e+1(4.55e+0)-	9.125 4e-1(2.60e-2)-	9.922 1e-1(3.92e-2)-	4.616 4e+1(6.09e+0)-	4.785 8e+1(9.55e+0)-	<b>8.243 5e-1(1.10e-1)</b>
	10	19	1.105 6e+2(2.79e+1)-	9.943 0e-1(3.32e-2)-	1.054 1e+0(4.59e-2)-	2.631 1e+2(1.94e+2)-	1.603 7e+2(2.03e+1)-	<b>8.366 8e-1(6.98e-2)</b>
MaF6	3	12	1.513 8e+0(7.15e-1)-	2.022 6e+1(5.95e+0)-	1.029 9e+1(3.08e+0)-	<b>5.446 9e-1(1.94e-1)+</b>	1.145 3e+1(3.41e+0)-	1.010 2e+0(5.65e-1)
	4	13	1.941 3e+0(1.25e+0)-	2.251 2e+1(7.40e+0)-	1.094 6e+1(3.55e+0)-	<b>4.554 5e-1(1.06e-1)+</b>	9.340 0e+0(2.88e+0)-	1.529 1e+0(4.80e-1)
	6	15	1.451 6e+0(7.62e-1)-	2.216 2e+1(6.64e+0)-	1.349 8e+1(4.77e+0)-	<b>4.539 1e-1(1.31e-1)+</b>	1.417 3e+1(6.28e+0)-	2.803 7e+0(1.25e+0)
	8	17	1.864 8e+0(9.68e-1)+	3.096 3e+1(1.00e+1)-	1.466 0e+1(4.54e+0)-	<b>8.938 9e-1(3.03e-1)+</b>	1.607 9e+1(6.08e+0)-	1.308 2e+1(1.04e+1)
	10	19	1.588 7e+0(1.28e+0)+	2.924 2e+1(9.94e+0)-	1.351 9e+1(4.48e+0)=	3.338 3e+0(2.32e+0)+	1.478 3e+1(6.61e+0)=	1.806 0e+1(8.91e+0)
+ / - / =			11/14/5	4/19/7	1/23/6	14/15/1	2/25/3	

图5可视化了3个表现较好的算法在3目标MaF1测试函数上得到的非支配解与真实PF.可以直观地看出:在有限的真实函数评估下,只有FCPSEA更好地找到了真实PF,并具有一定程度的分布性,其余算法离真实PF有一定的距离或解分布均匀但不多.这归因于双档算子与采样策略的设计,保证种群的收敛性与多样性,且更新模型时对未知区域的探索

使算法避免陷入局部最优.表明了FCPSEA具有一定的竞争力,整体表现较好.

FCPSEA在凹型PF的MaF2和凹型PF多模态的MaF3上表现不佳.尤其是MaF3问题的IGD值整体都很高,可能需要进行更多次的真实评估才能更好地解决这类问题.虽然FCPSEA在退化PF的MaF6上的IGD值不如MCEA/D算法,但与REMO的表现持平.

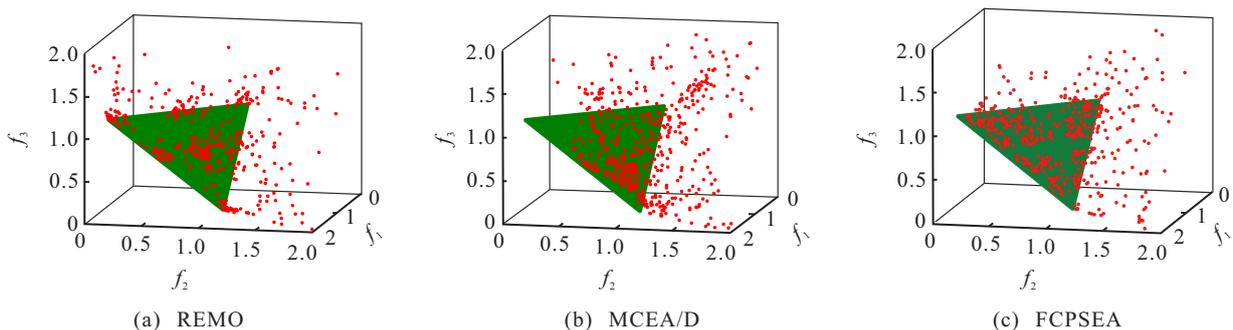


图5 3种算法在3目标MaF1测试问题上的分布情况

由 MaF 系列测试问题上的实验结果可知, FCPSEA 算法在整体性能上的表现最佳, 其次是 MCEA/D 算法. 进一步验证了基于分类的代理辅助进化算法在求解这类问题时的竞争力.

### 3.3.2 在 WFG 测试集上的结果对比及综合分析

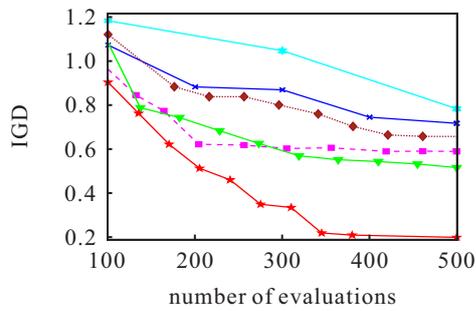
表 4 是 6 种算法在 WFG1 ~ WFG9 测试问题上进行 20 次独立运行所获得的 IGD 对比结果. 表 4 的实验数据表明: FCPSEA 在目标为 3、4、6、8、10 的共计

表 4 6 种算法在不同维数的 WFG 测试问题上获得的 IGD 平均值和标准差

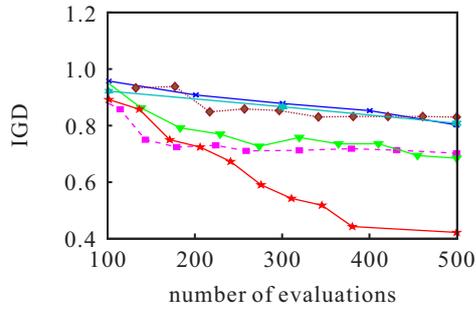
问题	<i>M D</i>	REMO	CPS-MOEA	MOEA/D-EGO	MCEA/D	Two_Arch2	FCPSEA
WFG1	3 12	1.508 7e+0(5.20e-2)-	8.501 4e-1(1.25e-2)-	8.210 9e-1(3.90e-2)-	2.024 7e+0(9.07e-2)-	2.190 1e+0(1.24e-1)-	<b>7.476 4e-1(2.62e-2)</b>
	4 13	1.778 2e+0(7.56e-2)-	9.123 6e-1(1.57e-2)-	8.999 7e-1(5.61e-2)-	2.459 1e+0(6.90e-2)-	2.409 1e+0(9.93e-2)-	<b>8.062 1e-1(2.87e-2)</b>
	6 15	2.221 0e+0(1.40e-1)-	9.335 5e-1(2.22e-2)=	9.037 9e-1(5.50e-2)=	2.672 5e+0(8.19e-2)-	2.740 6e+0(7.75e-2)-	<b>8.472 1e-1(3.49e-2)</b>
	8 17	2.575 4e+0(1.24e-1)-	9.172 0e-1(1.86e-2)=	9.118 2e-1(5.64e-2)-	3.097 7e+0(9.17e-2)-	3.061 3e+0(6.74e-2)-	<b>8.175 3e-1(3.02e-2)</b>
	10 19	2.931 8e+0(9.61e-2)-	9.151 2e-1(1.78e-2)-	8.849 0e-1(6.68e-2)-	3.447 3e+0(9.01e-2)-	3.396 1e+0(3.87e-2)-	<b>8.134 3e-1(4.19e-2)</b>
WFG2	3 12	6.268 5e-1(1.78e-1)-	2.313 5e-1(1.59e-2)=	2.120 5e-1(1.50e-2)=	5.262 9e-1(5.73e-2)-	6.966 6e-1(1.16e-1)-	<b>1.152 2e-1(1.29e-2)</b>
	4 13	7.516 0e-1(1.65e-1)-	2.622 8e-1(1.43e-2)-	2.423 2e-1(2.60e-2)-	8.462 8e-1(1.14e-1)-	9.766 0e-1(1.62e-1)-	<b>1.385 5e-1(1.66e-2)</b>
	6 15	1.279 5e+0(4.19e-1)-	3.007 0e-1(2.21e-2)-	2.644 3e-1(3.51e-2)-	1.410 8e+0(2.70e-1)-	1.746 3e+0(4.10e-1)-	<b>1.695 0e-1(2.25e-2)</b>
	8 17	1.877 6e+0(7.11e-1)-	3.170 2e-1(2.58e-2)-	2.910 2e-1(3.86e-2)-	2.312 4e+0(5.23e-1)-	2.561 7e+0(6.69e-1)-	<b>1.893 4e-1(2.25e-2)</b>
	10 19	2.493 2e+0(6.14e-1)-	3.372 1e-1(3.75e-2)-	2.917 0e-1(4.64e-2)=	4.044 0e+0(8.49e-1)-	3.713 6e+0(1.01e+0)-	<b>2.105 3e-1(3.25e-2)</b>
WFG3	3 12	4.375 5e-1(3.84e-2)-	2.817 2e-1(2.44e-2)-	2.979 3e-1(1.18e-2)-	4.502 3e-1(7.42e-2)-	5.877 0e-1(5.26e-2)-	<b>1.552 5e-1(2.95e-2)</b>
	4 13	5.160 1e-1(6.29e-2)-	5.450 6e-1(4.92e-2)-	5.019 1e-1(4.73e-2)-	6.422 3e-1(8.92e-2)-	7.571 9e-1(6.08e-2)-	<b>3.192 2e-1(5.11e-2)</b>
	6 15	<b>7.353 4e-1(7.93e-2)+</b>	2.384 3e+0(2.53e-1)-	1.969 0e+0(3.53e-1)-	7.607 7e-1(6.38e-2)=	1.134 1e+0(7.03e-2)=	1.222 4e+0(2.81e-1)
	8 17	<b>8.980 6e-1(1.48e-1)+</b>	9.580 2e+0(1.62e+0)-	7.817 0e+0(8.06e-1)-	9.086 6e-1(7.88e-2)+	1.454 7e+0(7.63e-2)=	4.537 0e+0(1.06e+0)
	10 19	<b>1.065 9e+0(1.71e-1)+</b>	3.813 4e+1(4.56e+0)-	3.510 2e+1(3.80e+0)+	1.155 0e+0(1.66e-1)+	1.784 4e+0(1.00e-1)+	1.835 9e+1(3.91e+0)
WFG4	3 12	3.957 8e-1(2.59e-2)-	1.465 5e-1(5.14e-3)-	1.496 6e-1(5.68e-3)-	4.455 8e-1(4.56e-2)-	5.756 6e-1(5.53e-2)-	<b>8.139 8e-2(5.46e-3)</b>
	4 13	7.405 7e-1(1.08e-1)-	2.231 2e-1(5.60e-3)-	2.081 1e-1(8.73e-3)-	9.947 2e-1(7.82e-2)-	1.214 9e+0(1.24e-1)-	<b>1.373 5e-1(6.55e-3)</b>
	6 15	2.009 4e+0(2.09e-1)-	3.644 9e-1(1.07e-2)=	<b>3.336 4e-1(1.66e-2)+</b>	2.067 1e+0(8.54e-2)-	3.280 9e+0(2.85e-1)-	3.477 7e-1(4.91e-2)
	8 17	4.787 6e+0(8.85e-1)-	4.943 9e-1(1.32e-2)=	<b>4.586 8e-1(4.59e-2)+</b>	3.595 3e+0(1.43e-1)-	5.999 2e+0(3.59e-1)-	6.045 2e-1(3.71e-2)
	10 19	7.240 7e+0(1.08e+0)-	5.927 2e-1(1.94e-2)+	<b>5.651 6e-1(7.48e-2)+</b>	5.957 6e+0(4.24e-1)-	8.918 2e+0(6.06e-1)-	7.140 3e-1(3.32e-2)
WFG5	3 12	4.335 9e-1(3.64e-2)-	1.525 3e-1(7.93e-3)-	1.430 1e-1(7.82e-3)=	3.657 1e-1(4.17e-2)-	6.802 2e-1(3.12e-2)-	<b>1.122 2e-1(9.33e-3)</b>
	4 13	7.632 4e-1(2.44e-2)-	2.380 1e-1(8.82e-3)-	2.036 1e-1(1.38e-2)=	8.696 7e-1(7.18e-2)-	1.211 7e+0(5.75e-2)-	<b>1.716 7e-1(8.16e-3)</b>
	6 15	1.852 8e+0(1.43e-1)-	3.799 5e-1(6.91e-3)-	3.423 8e-1(2.56e-2)-	2.097 1e+0(7.52e-2)-	2.831 4e+0(1.84e-1)-	<b>2.845 9e-1(1.41e-2)</b>
	8 17	3.851 9e+0(2.79e-1)-	5.160 9e-1(1.09e-2)=	<b>4.905 4e-1(2.41e-2)=</b>	4.356 3e+0(2.75e-1)-	4.914 9e+0(2.90e-1)-	5.050 4e-1(3.54e-2)
	10 19	6.121 2e+0(6.93e-1)=	5.926 9e-1(1.22e-2)=	<b>5.819 0e-1(2.01e-2)+</b>	7.469 7e+0(4.24e-1)-	7.167 6e+0(4.42e-1)-	6.081 0e-1(2.64e-2)
WFG6	3 12	7.195 3e-1(3.62e-2)-	2.383 3e-1(7.20e-3)-	2.023 7e-1(8.24e-3)-	6.556 4e-1(9.13e-2)-	7.771 7e-1(3.99e-2)-	<b>1.472 7e-1(1.76e-2)</b>
	4 13	9.757 6e-1(3.11e-2)-	3.161 3e-1(1.05e-2)-	2.514 2e-1(8.41e-3)-	1.208 3e+0(8.72e-2)-	1.358 8e+0(1.16e-1)-	<b>2.040 9e-1(1.54e-2)</b>
	6 15	2.007 2e+0(9.41e-2)-	4.418 0e-1(1.32e-2)-	3.552 9e-1(1.28e-2)=	2.403 2e+0(1.49e-1)-	2.955 9e+0(2.05e-1)-	<b>3.247 7e-1(1.60e-2)</b>
	8 17	3.799 3e+0(3.24e-1)-	5.653 0e-1(1.11e-2)-	<b>4.565 3e-1(1.98e-2)+</b>	4.573 4e+0(3.77e-1)-	5.221 5e+0(2.07e-1)-	5.063 6e-1(3.70e-2)
	10 19	5.868 9e+0(4.68e-1)-	6.348 9e-1(1.27e-2)=	<b>5.220 2e-1(3.01e-2)+</b>	7.211 4e+0(6.35e-1)-	7.503 8e+0(4.14e-1)-	6.032 5e-1(2.47e-2)
WFG7	3 12	5.356 9e-1(4.89e-2)-	1.786 2e-1(5.50e-3)-	1.825 2e-1(5.87e-3)-	4.797 0e-1(3.23e-2)-	6.405 9e-1(3.60e-2)-	<b>9.424 8e-2(8.70e-3)</b>
	4 13	8.505 8e-1(8.36e-2)-	2.575 5e-1(6.01e-3)-	2.326 9e-1(6.20e-3)-	1.029 5e+0(1.15e-1)-	1.175 8e+0(5.67e-2)-	<b>1.524 1e-1(9.22e-3)</b>
	6 15	1.911 3e+0(1.31e-1)-	4.031 0e-1(1.29e-2)-	3.751 3e-1(1.98e-2)-	2.390 0e+0(2.46e-1)-	2.804 0e+0(1.40e-1)-	<b>2.773 0e-1(2.46e-2)</b>
	8 17	3.640 4e+0(3.05e-1)-	5.467 5e-1(1.85e-2)-	5.536 4e-1(3.30e-2)-	5.163 6e+0(5.43e-1)-	5.273 1e+0(3.60e-1)-	<b>5.008 2e-1(4.34e-2)</b>
	10 19	6.066 1e+0(3.85e-1)-	6.327 6e-1(2.00e-2)-	6.220 6e-1(4.30e-2)=	8.560 0e+0(1.27e+0)-	7.896 8e+0(5.21e-1)-	<b>5.835 0e-1(3.14e-2)</b>
WFG8	3 12	6.863 7e-1(4.00e-2)-	2.349 9e-1(9.25e-3)-	2.412 9e-1(7.69e-3)-	7.392 7e-1(7.15e-2)-	8.285 3e-1(4.21e-2)-	<b>1.589 5e-1(1.00e-2)</b>
	4 13	1.090 7e+0(1.00e-1)-	3.308 7e-1(1.17e-2)-	2.991 1e-1(5.28e-3)-	1.326 2e+0(9.97e-2)-	1.404 1e+0(3.68e-2)-	<b>2.295 0e-1(7.35e-3)</b>
	6 15	2.315 4e+0(1.35e-1)-	4.689 3e-1(9.46e-3)-	4.181 9e-1(1.17e-2)-	2.583 1e+0(2.85e-1)-	3.166 8e+0(1.34e-1)-	<b>3.783 2e-1(1.89e-2)</b>
	8 17	4.465 6e+0(3.76e-1)-	6.000 1e-1(1.77e-2)-	<b>5.488 4e-1(1.89e-2)+</b>	5.189 6e+0(6.56e-1)-	5.531 6e+0(2.38e-1)-	5.623 0e-1(1.79e-2)
	10 19	6.574 6e+0(2.68e-1)-	6.596 6e-1(1.23e-2)=	<b>5.967 7e-1(2.72e-2)+</b>	7.753 7e+0(9.58e-1)-	7.842 0e+0(4.14e-1)-	6.532 2e-1(2.13e-2)
WFG9	3 12	5.860 6e-1(7.63e-2)-	2.090 9e-1(1.26e-2)-	2.173 5e-1(1.76e-2)-	5.082 7e-1(8.22e-2)-	6.975 4e-1(4.92e-2)-	<b>9.956 8e-2(1.45e-2)</b>
	4 13	9.846 4e-1(1.06e-1)-	3.005 2e-1(1.59e-2)-	2.839 5e-1(1.58e-2)-	1.020 1e+0(8.01e-2)-	1.358 6e+0(1.05e-1)-	<b>1.615 9e-1(1.59e-2)</b>
	6 15	2.514 5e+0(3.68e-1)-	4.480 2e-1(1.30e-2)-	4.318 0e-1(2.37e-2)-	2.111 5e+0(1.05e-1)-	3.046 2e+0(1.80e-1)-	<b>3.034 9e-1(1.61e-2)</b>
	8 17	4.453 7e+0(5.95e-1)-	5.965 1e-1(1.55e-2)-	5.697 4e-1(2.93e-2)-	4.146 0e+0(4.79e-1)-	5.412 8e+0(3.15e-1)-	<b>5.015 8e-1(4.05e-2)</b>
	10 19	6.634 7e+0(6.93e-1)-	6.544 6e-1(1.17e-2)-	6.430 9e-1(3.55e-2)=	7.508 1e+0(7.10e-1)-	7.731 3e+0(6.42e-1)-	<b>6.053 6e-1(1.86e-2)</b>
+ / - / =		3/41/1	1/35/9	9/27/9	2/42/1	1/42/2	

45个WFG的测试函数上,取得33个全局最优结果.其中:FCPSEA在WFG1、WFG2、WFG9的各个维度上均取得了最佳结果,并在WFG3和WFG4的3目标和4目标上表现最佳,在WFG5、WFG6和WFG8的3、4、6目标上表现最佳.总体表现能够显示出本算法的强大竞争力.

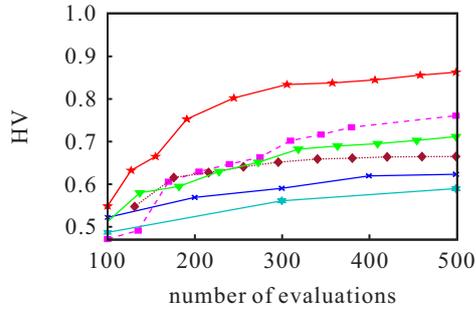
WFG1问题的PF是凸型且带有偏好特性的,WFG2问题的PF是不连续的.为了更直观地感受不



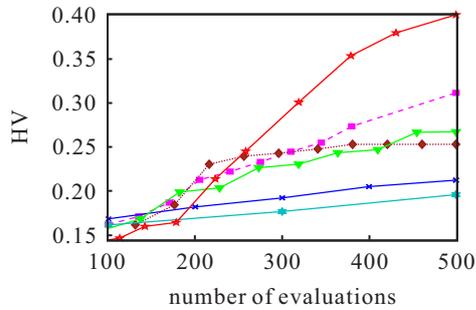
(a) WFG2的IGD变化



(b) WFG6的IGD变化



(c) WFG2的HV变化



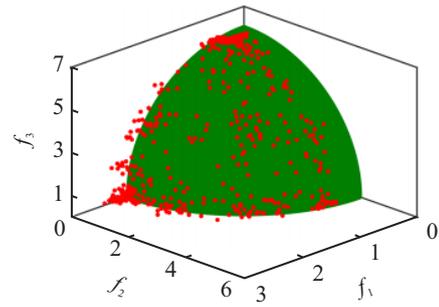
(d) WFG6的HV变化

— REMO      — MOEA/D-EGO      — Two-Arch2  
— CPS-MOEA      — MCEA/D      — FCPSEA

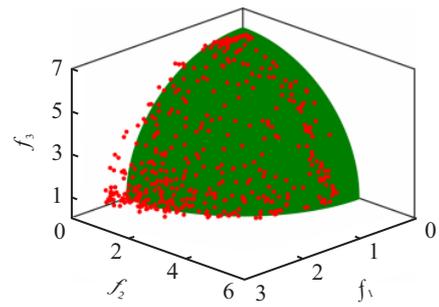
图6 各算法在求解3目标WFG2和WFG6问题时IGD与HV的变化

同算法在WFG2问题上的表现,图6(a)、6(c)可视化了6种算法在求解3目标WFG2问题时的IGD与HV的变化情况.从图6能够看出:FCPSEA算法的IGD指标下降速度最快,HV指标上升最明显.

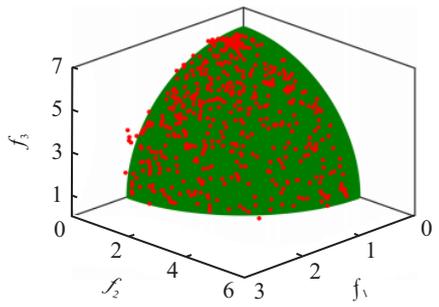
WFG3是一个退化问题,WFG4和WFG9是两类多模态特征问题,其中WFG9同时也是带有偏好特征的问题.图7可视化了3个表现较好的算法在3目标WFG9测试函数上的解集分布,明显可以看到FCPSEA具有更好的分布性与收敛性.



(a) REMO



(b) MCEA/D



(c) FCPSEA

图7 3种算法在3目标WFG9问题上的解集分布情况

在WFG5、WFG6、WFG8问题中,FCPSEA取得了较为不错的表现.为更直观地展现本算法在WFG6测试函数上的表现,图6(b)、6(d)分别可视化了6种算法在求解3目标WFG6问题时的IGD与HV的变化情况.图中直观反映出:无论是IGD值还是HV值的变化,FCPSEA在对比算法中都极具优势.WFG7具有凹型的、有偏好的PF特性,FCPSEA在实验的各个维度均取得了全局最优的结果.为更直观地展示

FCPSEA 的表现,图8给出3个求解性能较好的算法在8目标WFG7测试函数上的最终解集平行坐标图,可以看出FCPSEA算法性能较好.

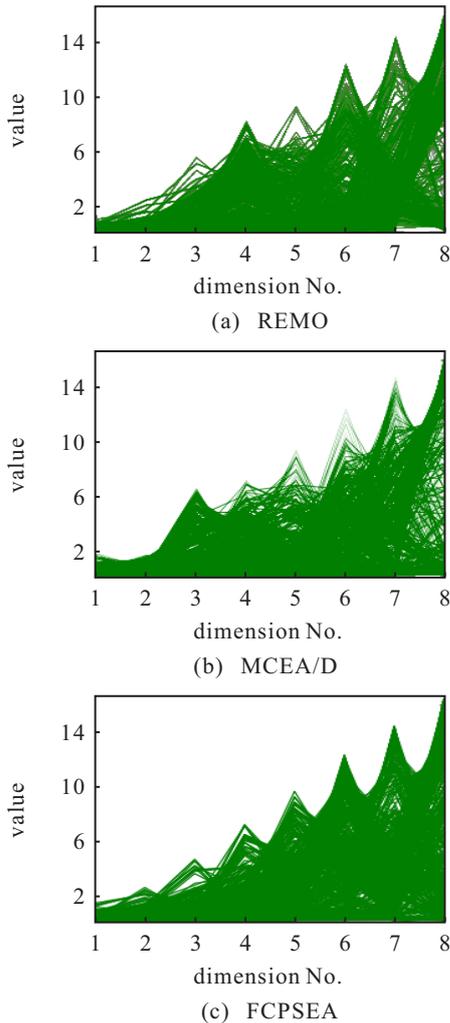


图8 3种算法在WFG7测试问题上最终解集的平行坐标

综合测试函数MaF与WFG的实验对比结果,利用双档算子精确引导分类器分类,配合使用模型管理策略来进行选解,能够提高算法的整体性能.基于以上分析可以得出:FCPSEA能够明显优于其他算法,且整体表现最好,具有一定的竞争力.

## 4 结论

本文提出了一种基于模糊分类预选的昂贵多目标优化算法FCPSEA,用于求解昂贵高维多目标优化问题.该算法将Two\_Arch2算法改进为双档算子,能够较为精准地引导双层分类器分类,兼顾探索与开发,再利用类标签与模糊隶属度进行填充采样策略.将本文算法在MaF与WFG测试集上与近年提出的先进算法进行对比实验,结果表明:本文算法在求解昂贵高维多目标优化问题上更具有竞争力,尤其对于求解退化问题和帕累托前沿不规则或有偏好特性的问题具有很大的优势,但对于具有多模态特征问题的

求解性能一般.因此,下一步工作主要围绕2个方面进行改进:一是针对具有多模态特征的问题,使用集成学习并考虑模型的选择与混合,使算法具有更好的普适性;二是将算法扩展至带约束条件的多目标优化问题中,以满足实际工程应用的需求.

## 参考文献(References)

- [1] 郑金华. 多目标进化算法及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2007: 1-55.  
(Zheng J H. Multi-objective evolutionary algorithm and its application[M]. Beijing: Science Press, 2007: 1-55.)
- [2] 徐三水, 李军华, 李凌, 等. 基于分解和聚类的昂贵高维多目标进化算法[J]. 控制与决策, 2024, 39(2): 440-448.  
(Xu S S, Li J H, Li L, et al. Decomposition and cluster based expensive many-objective evolutionary algorithm[J]. Control and Decision, 2024, 39(2): 440-448.)
- [3] 王浩, 孙超利, 张国晨. 基于估值不确定度排序顺序均值采样的昂贵高维多目标进化算法[J]. 控制与决策, 2023, 38(12): 3317-3326.  
(Wang H, Sun C L, Zhang G C. Sampling based on mean value of ranking on approximation uncertainties for expensive many-objective evolutionary algorithm[J]. Control and Decision, 2023, 38(12): 3317-3326.)
- [4] 郭单. 数据与模型驱动的复杂工业过程智能优化方法及应用研究[D]. 沈阳: 东北大学, 2019.  
(Guo S. Research on intelligent optimization method and application of complex industrial process driven by data and model[D]. Shenyang: Northeastern University, 2019.)
- [5] Li Y J. The application analysis of artificial intelligence in computer network technology[C]. 2021 IEEE Asia-Pacific Conference on Image Processing, Electronics and Computers. Dalian, 2021: 1126-1129.
- [6] 顾清华, 张晓玥, 陈露. 基于改进集成学习分类的代理辅助进化算法[J]. 控制与决策, 2022, 37(10): 2456-2466.  
(Gu Q H, Zhang X Y, Chen L. Improved ensemble learning classification based surrogate-assisted evolutionary algorithm[J]. Control and Decision, 2022, 37(10): 2456-2466.)
- [7] Song Z S, Wang H D, He C, et al. A kriging-assisted two-archive evolutionary algorithm for expensive many-objective optimization[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2021, 25(6): 1013-1027.
- [8] Pan L Q, He C, Tian Y, et al. A classification-based surrogate-assisted evolutionary algorithm for expensive many-objective optimization[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2019, 23(1): 74-88.

- [9] Zhang J Y, Zhou A M, Zhang G X. A classification and Pareto domination based multiobjective evolutionary algorithm[C]. 2015 IEEE Congress on Evolutionary Computation. Sendai, 2015: 2883-2890.
- [10] Hao H, Zhou A M, Qian H, et al. Expensive multiobjective optimization by relation learning and prediction[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2022, 26(5): 1157-1170.
- [11] Buche D, Schraudolph N N, Koumoutsakos P. Accelerating evolutionary algorithms with Gaussian process fitness function models[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C: Applications and Reviews, 2005, 35(2): 183-194.
- [12] Shahriari B, Swersky K, Wang Z Y, et al. Taking the human out of the loop: A review of Bayesian optimization[J]. Proceedings of the IEEE, 2016, 104(1): 148-175.
- [13] Zhou A M, Zhang J Y, Sun J Y, et al. Fuzzy-classification assisted solution preselection in evolutionary optimization[J]. Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence, 2019, 33(1): 2403-2410.
- [14] 刘建昌, 李飞, 王洪海, 等. 进化高维多目标优化算法研究综述[J]. 控制与决策, 2018, 33(5): 879-887.  
(Liu J C, Li F, Wang H H, et al. Survey on evolutionary many-objective optimization algorithms[J]. Control and Decision, 2018, 33(5): 879-887.)
- [15] 肖人彬, 李贵, 陈峙臻. 进化超多目标优化研究进展及展望[J]. 控制与决策, 2023, 38(7): 1761-1788.  
(Xiao R B, Li G, Chen Z Z. Research progress and prospect of evolutionary many-objective optimization[J]. Control and Decision, 2023, 38(7): 1761-1788.)
- [16] Keller J M, Gray M R, Givens J A. A fuzzy  $K$ -nearest neighbor algorithm[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, 1985, SMC-15(4): 580-585.
- [17] Mailagaha K M, Luukka P, Collan M. An enhancement of fuzzy  $K$ -nearest neighbor classifier using multi-local power means[C]. Proceedings of the 2019 Conference of the International Fuzzy Systems Association and the European Society for Fuzzy Logic and Technology (EUSFLAT 2019). Paris: Atlantis Press, 2019: 83-90.
- [18] Wang H D, Jiao L C, Yao X. Two\_Arch2: An improved two-archive algorithm for many-objective optimization[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2015, 19(4): 524-541.
- [19] Cheng R, Li M Q, Tian Y, et al. A benchmark test suite for evolutionary many-objective optimization[J]. Complex & Intelligent Systems, 2017, 3(1): 67-81.
- [20] Huband S, Hingston P, Barone L, et al. A review of multiobjective test problems and a scalable test problem toolkit[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2006, 10(5): 477-506.
- [21] Zhang Q F, Liu W D, Tsang E, et al. Expensive multiobjective optimization by MOEA/D with Gaussian process model[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2010, 14(3): 456-474.
- [22] Sonoda T, Nakata M. Multiple classifiers-assisted evolutionary algorithm based on decomposition for high-dimensional multiobjective problems[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2022, 26(6): 1581-1595.
- [23] Ishibuchi H, Masuda H, Tanigaki Y, et al. Modified distance calculation in generational distance and inverted generational distance[C]. International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization. Cham: Springer, 2015: 110-125.
- [24] While L, Hingston P, Barone L, et al. A faster algorithm for calculating hypervolume[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2006, 10(1): 29-38.

### 作者简介

李二超(1980-), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为人工智能、进化计算、机器人控制, E-mail: lecstarr@163.com;

吴煜(2000-), 女, 硕士生, 主要研究方向为代理模型辅助优化, E-mail: 1468332188@qq.com.