

控制与决策

Control and Decision

基于周期事件触发机制的分布式资源分配算法

李志勇, 谈世磊

引用本文:

李志勇, 谈世磊. 基于周期事件触发机制的分布式资源分配算法[J]. 控制与决策, 2025, 40(2): 563–571.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2024.0351>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[基于协同控制的串联超级电容电压均衡策略](#)

Voltage equalization strategy for series-connected ultracapacitors based on cooperative control

控制与决策. 2021, 36(8): 1997–2001 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1736>

[基于神经网络的电力系统暂态稳定分布式自适应控制](#)

Neural network-based distributed adaptive control for power system transient stability

控制与决策. 2021, 36(6): 1407–1414 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1168>

[基于周期动态事件触发的网络化切换系统的分析与控制](#)

The analysis and control for networked switched systems based on periodic event-trigger

控制与决策. 2021, 36(10): 2467–2474 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0281>

[事件触发机制下分布时滞网络化控制系统 \$H_{\infty}\$ 故障检测](#)

Event-triggered H_{∞} fault detection for networked control systems with distributed delays

控制与决策. 2020, 35(12): 3059–3065 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0456>

[自适应事件触发的马尔科夫跳变多智能体系统一致性](#)

Adaptive event-triggered consensus for Markov jumping multi-agent systems

控制与决策. 2020, 35(11): 2780–2786 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.1507>

基于周期事件触发机制的分布式资源分配算法

李志勇¹, 谈世磊^{2†}

(1. 西南交通大学电气工程学院, 成都 611756; 2. 中国科学技术大学计算机科学与技术学院, 合肥 230026)

摘要: 针对有限通信带宽下的多智能体系统最优资源分配问题, 研究一种周期事件触发的分布式优化算法。首先, 在连续时间型分布式加权梯度算法上, 通过一种新的李雅普诺夫函数综合出一种事件触发通信机制, 其触发器只需以一个固定周期采样自身状态信息并评估触发条件来判断是否需要进行通信; 然后, 通过稳定性分析表明, 所提出分布式优化算法以指数速率收敛至最优解, 这种周期事件触发机制不仅自然地排除芝诺行为, 而且不需要触发器进行实时的检测; 最后, 通过数值仿真验证了所提出分布式事件触发优化算法的有效性。

关键词: 多智能体系统; 资源分配问题; 分布式优化; 周期事件触发通信; 指数收敛; 连续时间算法

中图分类号: TP273 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2024.0351

引用格式: 李志勇, 谈世磊. 基于周期事件触发机制的分布式资源分配算法[J]. 控制与决策, 2025, 40(2): 563-571.

Periodic event-triggered mechanism based distributed resource allocation algorithm

LI Zhi-yong¹, TAN Shi-lei^{2†}

(1. School of Electrical Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 611756, China; 2. School of Computer Science and Technology, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China)

Abstract: This article studies a periodic event-triggered distributed optimization algorithm for the optimal resource allocation of multi-agent systems under limited communication bandwidth. Based on the continuous-time distributed weighted gradient algorithm, a new Lyapunov function is proposed to synthesize an event-triggered communication mechanism. In this mechanism, each agent only needs to sample its own state information and evaluate the event-triggered condition at fixed intervals to determine whether communication is required. The stability analysis shows that the distributed optimization algorithm converges to the optimal solution at an exponential rate. The periodic event-triggered mechanism not only naturally eliminates Zeno behavior but also does not require real-time detection triggers. Finally, numerical simulations verify the effectiveness of the proposed distributed event-triggered optimization algorithm.

Keywords: multi-agent systems; resource allocation problem; distributed optimization; periodic event-triggered communication; exponential convergence; continuous-time algorithm

0 引言

多智能体系统分布式控制和优化由于具备良好的鲁棒性、可扩展性等优势在过去20年被广泛研究。分布式资源分配作为一类重要的多智能体系统分布式优化问题具有广阔的应用场景, 如多机器人系统的任务调度^[1]、智能电网的最优发电控制^[2-3]、多无人机协同运输的出力控制^[4]等, 因此, 大量学者在近年对各种各样的分布式资源分配问题进行了深入研究并

取得了较为丰富的成果^[5]。

针对等式约束的多智能体系统资源分配问题, 文献[6]研究了一种迭代型分布式加权梯度算法, 在二次连续可微且强凸的目标函数下, 采用线性矩阵不等式描述了通信边权重与算法稳定性间的关系; 文献[7]研究了连续时间型的分布式加权梯度算法, 并结合凸优化理论和李雅普诺夫方法分析了优化算法的稳定性; 利用目标函数的二阶信息, 文献[8]设计了一

收稿日期: 2024-04-01; 录用日期: 2024-06-06。

基金项目: 中央高校基本科研业务费项目(2682024CX006); 国家自然科学基金项目(62302475); 合肥市自然科学基金项目(202328)。

责任编辑: 王龙。

†通讯作者. E-mail: tanshilei@ustc.edu.cn.

种基于牛顿法的分布式资源分配算法;为了限制智能体可供应的资源量,基于投影技术和拉格朗日对偶原理,文献[9]和文献[10]分别提出了一种连续时间和离散时间型分布式原始对偶优化算法来解决资源分配问题;采用一种基于距离的精确罚函数来处理智能体的局部可行性约束,文献[11]和文献[12]分别提出了一种自适应调节罚参数的分布式原始对偶优化算法和分布式加权梯度算法,引入的自适应机制避免了传统精确惩罚法需要事先选择惩罚系数的弊端.

通信网络作为多智能体系统的基础,对分布式优化算法的设计和分析具有重要的影响.上述分布式资源分配算法考虑理想的通信网络,而实际的通信网络是非理想的,如通信信道存在时延滞后^[13]、单向通信^[14]、有限带宽^[15-16]等限制.本文关注有限通信带宽下的分布式资源分配问题.高通信带宽意味着高成本,为了降低智能体对通信带宽的需求量,事件触发通信机制被广泛应用于网络化系统的控制^[17].在迭代型分布式加权梯度算法上,文献[18]设计了一种事件触发通信的分布式资源分配算法;在文献[9]的分布式优化算法基础上,文献[19]研究了事件触发的分布式能源资源管理算法;文献[20]进一步研究了通信数据量化下的事件触发分布式资源分配算法;文献[21]针对一类模型不确定的多智能体系统,研究了一种事件触发的分布式资源分配算法.

随着嵌入式数字微处理器技术的普及,大多数控制系统建立在数字电路上,控制算法的执行以周期采样的方式进行.连续时间的事件触发优化算法^[19-21]需要智能体实时地检测触发条件,其需要专用的模拟电路才能实现,这通常会增加设备成本且降低系统灵活性.为了克服这个缺点,文献[22-23]研究了基于周期事件触发机制的分布式控制方案,这种方案只需智能体在采样时刻检测触发条件;文献[24]提出了一种基于加权平均一致性的周期事件触发优化算法,求解一类二次目标函数下的资源分配问题;进一步地,文献[25]研究了切换图下周期事件触发的分布式二次资源分配算法;针对目标函数为一般强凸的资源分配问题,文献[26]提出了一种周期事件触发的分布式原始对偶算法.虽然周期事件触发分布式资源分配问题的研究已取得一定成果,但是仍然存在一些问题有待进一步讨论.如:文献[24]算法的输出方程需要使用除法运算;文献[25-26]算法需要多个积分运算,使得这些算法的计算复杂度较大.因此,如何设计无除法运算或较少积分运算的分布式周期事件触发优化算法还需进一步研究.另外,现有的周期事件触

发分布式资源分配算法^[24-26]只在理论上保证渐近收敛,而一些实际应用期望实现指数收敛,因此,设计指数收敛的周期事件触发分布式优化算法也是一个值得研究的问题.

在现有研究的基础上,本文提出一种基于周期事件触发通信的分布式加权梯度优化算法,用于求解一类等式约束下的多智能体系统资源分配问题.主要内容包括以下两点:1)针对分布式加权梯度算法,提出一种新的李雅普诺夫函数进行稳定性分析;相比于现有文献[6-7, 12-13, 18]的分析方法,所提出方法可用于时变需求下分布式加权梯度算法的稳定性分析.2)不同于文献[19-21]的触发器需要实时检测,所提出触发器只需在周期采样时刻进行检测,并且更易于排除芝诺行为;相比于文献[24-26]的周期事件触发优化算法仅能保证渐近稳定,所提出周期事件触发算法以指数速率收敛至最优解.

1 问题描述

1.1 优化问题数学模型

考虑由 n 个智能体组成的多智能体系统,其目标是以分布式的方式且尽可能少的通信量求解如下资源分配问题:

$$\min f(x) = \sum_{i=1}^n f_i(x_i); \quad (1a)$$

$$\text{s.t. } \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n X_i. \quad (1b)$$

其中: $f(x) : R^n \rightarrow R$ 为多智能体系统的全局目标函数, $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ 为多智能体系统的决策变量, $f_i(x_i) : R \rightarrow R$ 为智能体 i 关于资源供应量(即决策变量) x_i 的局部目标函数, X_i 为智能体 i 的资源需求数据, $\sum_{i=1}^n X_i$ 为系统的总资源需求.本文对目标函数作出如下假设.

假设1 智能体 i 的局部目标函数 $f_i(x_i)$ 为二次函数,即 $f_i(x_i) = a_i x_i^2 + b_i x_i (a_i > 0)$.

注1 二次目标函数的资源分配问题在实际中广泛存在,如电力系统的发电成本优化^[7,10]和多无人机运输的出力优化^[4]等均可用二次优化求解.根据凸优化理论^[27]可知:假设1意味着局部目标函数是强凸的,因此优化问题(1)有唯一的最优解.

引理1^[27] 若资源分配问题(1)是强凸的,则 $x^* = [x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*]^T$ 为资源分配问题(1)的最优解当且仅当存在实数 η 满足以下条件:

$$\nabla f_i(x_i^*) = \eta, \forall i, \quad (2a)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i^* = \sum_{i=1}^n X_i. \quad (2b)$$

引理1描述了资源分配问题(1)最优解的特征,可以看出,最优分配值满足等式约束和梯度一致性,这为分析分布式优化算法的稳定性提供了理论基础.

注2 实际上,资源分配问题(1)在二次目标函数下的最优解可写出解析表达式 $x_i^* = \frac{\eta - b_i}{2a_i}$, 其中

$$\eta = \frac{\sum_{i=1}^n \left(X_i + \frac{b_i}{2a_i} \right)}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{2a_i}}$$

为最优拉格朗日乘子^[28]. 上述解

析解需要利用多智能体系统全局信息进行集中式求解,而本文关注如何利用尽可能少的智能体以及邻居的局部信息进行分布式求解. 此外,由解析解易知,若所有局部目标函数设置为 $f_i(x_i) = \frac{1}{2}x_i^2$, 则相应的最

$$\sum_{i=1}^n X_i$$

优解为 $x_i^* = \frac{i=1}{n}$, 即二次优化问题退化为平均一致性问题,这表明所提出算法也直接适用于平均一致性问题^[22].

1.2 图理论基础

多智能体系统的通信网络用加权无向图 $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E}, A)$ 表示. 其中: $\mathcal{V} = \{1, 2, \dots, n\}$ 为智能体集合, $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{V} \times \mathcal{V}$ 为通信链路的集合, $A = [a_{ij}] \in R^{n \times n}$ 为通信图的邻接矩阵. 若无向边 $(i, j) \in \mathcal{E}$, 则智能体 i 与 j 可交换彼此的信息, 因此 $a_{ij} = a_{ji} > 0$; 否则, $a_{ij} = a_{ji} = 0$. 智能体 i 的通信邻居集表示为 $N_i = \{j \in \mathcal{V} | (i, j) \in \mathcal{E}\}$. 若任意两个智能体间均存在一组通信边可连接它们, 则图 \mathcal{G} 是连通的. 图 \mathcal{G} 的入度矩阵定义为 $D = \text{diag}\{d_1, d_2, \dots, d_n\}$, 其中第 i 个对角元素 $d_i = \sum_{j \in N_i} a_{ij}$ 为智能体 i 的入度. 图 \mathcal{G} 的拉普拉斯矩阵定义为 $L = D - A$.

对于无向连通图和任意实向量 $y \in R^n$, 不等式 $y^T Ly \leq \lambda_n y^T y$ 成立, λ_n 为拉普拉斯矩阵的最大特征值. 若实向量满足 $1_n^T y = 0$, 1_n 为全是 1 的 n 维列向量, 则不等式 $y^T Ly \geq \lambda_2 y^T y$ 成立, λ_2 为拉普拉斯矩阵的最小非 0 特征值.

假设2 多智能体系统的通信图 \mathcal{G} 是无向且连通的.

2 优化算法设计和分析

2.1 算法设计

令多智能体系统的采样周期为 $h > 0$, 智能体 i 在每个采样时刻 $\{t_l = lh | l = 0, 1, \dots, m, \dots\}$ 检查触发条件, 则智能体 i 发送信息到邻居智能体的时刻为 $\{t_k^i = l_k^i h | l_k^i \in \mathbb{Z}, k = 0, 1, \dots\}$, 其中 $t_0^i = 0, \forall i$. 在连续时间型分布式加权梯度算法^[7]上, 提出如下周期事件触

发的分布式优化算法:

$$\dot{z}_i = u_i = k \sum_{j \in N_i} a_{ij} (\hat{\nabla} f_j(x_j) - \hat{\nabla} f_i(x_i)), \quad (3a)$$

$$x_i = z_i + X_i. \quad (3b)$$

其中: z_i 为智能体 i 的辅助状态变量, 其初始值满足 $\sum_{i=1}^n z_i(0) = 0$; u_i 为智能体 i 的控制输入; $k > 0$ 为控制增益; $\hat{\nabla} f_i(x_i)$ 为智能体 i 的最新广播梯度, 即在 $t \in [t_k^i, t_{k+1}^i]$, 有 $\hat{\nabla} f_i(x_i) = \nabla f_i(x_i(t_k^i))$. 将分布式算法(3)写为矩阵形式, 有

$$\dot{z} = -kL\hat{\nabla} f(x), \quad (4a)$$

$$x = z + X. \quad (4b)$$

这里: $z = [z_1, z_2, \dots, z_n]^T$, $X = [X_1, X_2, \dots, X_n]^T$, $\hat{\nabla} f(x) = [\hat{\nabla} f_1(x_1), \hat{\nabla} f_2(x_2), \dots, \hat{\nabla} f_n(x_n)]^T$.

为了设计触发器来决定需要通信的时刻, 定义智能体 i 的采样时刻梯度测量误差 $e_i(t_l)$ 为

$$e_i(t_l) = \hat{\nabla} f_i(x_i) - \nabla f_i(x_i(t_l)), \quad (5)$$

其中 $\nabla f_i(x_i(t_l))$ 为智能体 i 在采样时刻的梯度. 定义智能体 i 的广播梯度局部不一致误差 $\hat{\psi}_i$ 为

$$\hat{\psi}_i = \sum_{j \in N_i} a_{ij} (\hat{\nabla} f_i(x_i) - \hat{\nabla} f_j(x_j)). \quad (6)$$

基于以上定义, 智能体 i 的通信事件触发器设计为

$$\text{ET}_i(e_i(t_l), \hat{\psi}_i) = e_i(t_l)^2 - \mu_i \hat{\psi}_i^2 > 0, \quad (7)$$

其中 μ_i 为与智能体参数相关的正常数, 其表达式为

$$\mu_i = \delta_i \frac{2a_i - \frac{d_i a_i}{\alpha_i} - \frac{d_i a_i}{\beta_i} - 4kh\lambda_n a_i^2}{\alpha_i d_i a_i + \sum_{j \in N_i} \beta_j a_{ij} a_j}, \quad (8)$$

这里 $\delta_i \in (0, 1)$, $\alpha_i > d_i$ 和 $\beta_i > d_i$ 为智能体 i 的触发器参数.

注3 智能体 i 的触发器(7)在周期采样时刻 $t = t_l$ 时判断是否触发一次事件, 以进行相应的通信和控制输入更新: 若在 $t = t_l$ 时刻, 触发器(7)的不等式满足, 则智能体 i 触发一次事件, 智能体 i 将当前采样时刻的梯度 $\nabla f_i(x_i(t_l))$ 置为最新广播梯度 $\hat{\nabla} f_i(x_i)$, 发送给其通信邻居并更新自身控制输入, 同时智能体 i 的通信邻居在收到最新广播梯度 $\hat{\nabla} f_i(x_i)$ 时, 也进行控制输入更新; 若在 $t = t_l$ 时刻, 触发器(7)的不等式不满足, 则智能体 i 未触发一次事件, 不需要进行通信和控制输入更新. 由此可见, 智能体 i 的第 k ($k = 0, 1, \dots$) 次通信事件触发时刻(即发送信息到邻居智能体的时刻) $\{t_k^i\}$ 为周期采样时刻 $\{t_l\}$ 的一个子序列, 这表明触发器(7)实现了减少通信次数的目标. 相比于文献[19-21]优化算法的触发器需要利用

实时测量误差 $e_i(t)$ 进行实时的检测, 所提出触发器只在周期采样时刻 $t = t_l$ 进行检测, 因此所提出触发器比文献[19-21]触发器的计算负担更小且更易于在基于数字电路的控制设备上实现.

2.2 稳定性分析

下面给出本文的主要结果.

定理1 若假设1和假设2成立, 且多智能体系统的采样周期满足

$$0 < h < \min_{i=1}^n \left\{ \frac{2a_i - \frac{d_i a_i}{\alpha_i} - \frac{d_i a_i}{\beta_i}}{4k\lambda_n a_i^2} \right\}, \quad (9)$$

则在通信事件触发器(7)作用下, 分布式算法(3)以指数速率收敛至资源分配问题(1)的最优解, 且算法不存在芝诺行为.

证明 通信图是无向连通的, 因此由式(4a), 可得到以下等式:

$$1_n^\top \dot{z} = -k 1_n^\top L \hat{\nabla} f(x) = -k 0_n^\top \hat{\nabla} f(x) = 0. \quad (10)$$

考虑到 $\sum_{i=1}^n z_i(0) = 0$, 式(10)意味着 $\sum_{i=1}^n z_i(t) = 0$. 因此由式(4b), 可进一步得到 $\sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n X_i$, 即算法(3)始终满足最优化条件(2b).

选择以下李雅普诺夫函数:

$$V = \frac{1}{2} \nabla f(x)^\top L \nabla f(x), \quad (11)$$

其中 $\nabla f(x) = [\nabla f_1(x_1), \nabla f_2(x_2), \dots, \nabla f_n(x_n)]^\top$. 假设2的图连通性表明拉普拉斯矩阵 L 是半正定的, 0为 L 的一个简单特征值且 $\text{span}\{1_n\}$ 为 L 的零空间. 因此, 由文献[29]的定理1可知, V 关于梯度一致性误差 $\Lambda = L \nabla f(x)$ 是正定的. V 沿着系统(4)的时间导数为

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \nabla f(x)^\top L \dot{\nabla} f(x) = \\ &= \nabla f(x)^\top L \nabla^2 f(x) \dot{x} = \\ &= \nabla f(x)^\top L \nabla^2 f(x) \dot{z} = \\ &= -k \nabla f(x)^\top L \nabla^2 f(x) L \hat{\nabla} f(x), \end{aligned} \quad (12)$$

这里 $\nabla^2 f(x) = \text{diag}\{\nabla^2 f_1(x_1), \nabla^2 f_2(x_2), \dots, \nabla^2 f_n(x_n)\}$ 为海塞矩阵.

为了进一步分析式(12), 定义智能体 i 的实时梯度测量误差为 $e_i(t) = \hat{\nabla} f_i(x_i) - \nabla f_i(x_i)$, 实时梯度测量误差向量为 $e(t) = [e_1(t), e_2(t), \dots, e_n(t)]^\top$, 则梯度可写为 $\nabla f(x) = \hat{\nabla} f(x) - e(t)$. 因此式(12)变为

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -k (\hat{\nabla} f(x) - e(t))^\top L \nabla^2 f(x) L \hat{\nabla} f(x) = \\ &= -k \hat{\nabla} f(x)^\top L \nabla^2 f(x) L \hat{\nabla} f(x) + \\ &\quad k e(t)^\top L \nabla^2 f(x) L \hat{\nabla} f(x). \end{aligned} \quad (13)$$

令采样时刻梯度测量误差向量 $e(t_l) = [e_1(t_l), e_2(t_l), \dots, e_n(t_l)]^\top$ 和采样时刻梯度向量 $\nabla f(x(t_l)) = [\nabla f_1(x_1(t_l)), \nabla f_2(x_2(t_l)), \dots, \nabla f_n(x_n(t_l))]^\top$. 在任意两个连续采样时刻之间(即 $t \in [lh, lh+h]$ ($\forall l$) 时), 根据 $e(t_l)$ 和 $e(t)$ 的定义, 可得到

$$e(t) = e(t_l) + \nabla f(x(t_l)) - \nabla f(x).$$

由假设1可知

$$\nabla f(x(t_l)) - \nabla f(x) = \nabla^2 f(x)(x(t_l) - x).$$

对于 $t \in [lh, lh+h]$, 由 $\dot{z}(t) = \dot{z}(lh)$, 可得到 $x - x(t_l) = z - z(t_l) = -(t - t_l)kL\hat{\nabla} f(x)$. 因此, 得到 $e(t) = e(t_l) + (t - t_l)k\nabla^2 f(x)L\hat{\nabla} f(x)$, 将其代入式(13), 得到 \dot{V} 在 $t \in [lh, lh+h]$ ($\forall l$) 为

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -k \hat{\nabla} f(x)^\top L \nabla^2 f(x) L \hat{\nabla} f(x) + \\ &\quad k e(t_l)^\top L \nabla^2 f(x) L \hat{\nabla} f(x) + \\ &\quad (t - t_l)k^2 \hat{\nabla} f(x)^\top L \nabla^2 f(x) L \nabla^2 f(x) L \hat{\nabla} f(x) = \\ &\quad -k \sum_{i=1}^n \nabla^2 f_i(x_i) \hat{\psi}_i^2 + \\ &\quad k \sum_{i=1}^n d_i \nabla^2 f_i(x_i) \hat{\psi}_i e_i(t_l) - \\ &\quad k \sum_{i=1}^n \sum_{j \in N_i} a_{ij} \nabla^2 f_i(x_i) \hat{\psi}_i e_j(t_l) + \\ &\quad (t - t_l)k^2 \hat{\psi}^\top \nabla^2 f(x) L \nabla^2 f(x) \hat{\psi}, \end{aligned} \quad (14)$$

其中 $\hat{\psi} = [\hat{\psi}_1, \hat{\psi}_2, \dots, \hat{\psi}_n]^\top$. 通过 Young 不等式 $xy \leq \frac{x^2}{2\tau} + \frac{\tau y^2}{2}$ ($\tau > 0$) 对式(14)中的交叉项 $\hat{\psi}_i e_i(t_l)$ (取 $\tau = \alpha_i > 0$) 和 $\hat{\psi}_i e_j(t_l)$ (取 $\tau = \beta_i > 0$) 进行分解, 得到

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n d_i \nabla^2 f_i(x_i) \hat{\psi}_i e_i(t_l) &\leq \\ \sum_{i=1}^n \frac{d_i \nabla^2 f_i(x_i)}{2\alpha_i} \hat{\psi}_i^2 + & \\ \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i d_i \nabla^2 f_i(x_i)}{2} e_i(t_l)^2 & \end{aligned} \quad (15a)$$

和

$$\begin{aligned} -\sum_{i=1}^n \sum_{j \in N_i} a_{ij} \nabla^2 f_i(x_i) \hat{\psi}_i e_j(t_l) &\leq \\ \sum_{i=1}^n \sum_{j \in N_i} \frac{a_{ij} \nabla^2 f_i(x_i)}{2\beta_i} \hat{\psi}_i^2 + & \\ \sum_{i=1}^n \sum_{j \in N_i} \frac{\beta_i a_{ij} \nabla^2 f_i(x_i)}{2} e_j(t_l)^2 = & \\ \sum_{i=1}^n \sum_{j \in N_i} \frac{a_{ij} \nabla^2 f_i(x_i)}{2\beta_i} \hat{\psi}_i^2 + & \end{aligned}$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j \in N_i} \frac{\beta_j a_{ij} \nabla^2 f_j(x_j)}{2} e_i(t_l)^2, \quad (15b)$$

其中式(15)的最后一项由无向图 $a_{ij} = a_{ji}$ 的性质获得。注意到, 海塞矩阵为 $\nabla^2 f_i(x_i) = 2a_i$, 式(15)可进一步写为

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^n d_i \nabla^2 f_i(x_i) \hat{\psi}_i e_i(t_l) \leq \\ & \sum_{i=1}^n \left(\frac{d_i a_i}{\alpha_i} \hat{\psi}_i^2 + \alpha_i d_i a_i e_i(t_l)^2 \right) \end{aligned} \quad (16a)$$

和

$$\begin{aligned} & - \sum_{i=1}^n \sum_{j \in N_i} a_{ij} \nabla^2 f_i(x_i) \hat{\psi}_i e_j(t_l) \leq \\ & \sum_{i=1}^n \sum_{j \in N_i} \left(\frac{a_{ij} a_i}{\beta_i} \hat{\psi}_i^2 + \beta_j a_{ij} a_j e_i(t_l)^2 \right). \end{aligned} \quad (16b)$$

同时, 注意到 $t - t_l < h$, 则式(14)最后一项放缩为

$$\begin{aligned} & (t - t_l) k^2 \hat{\psi}^\top \nabla^2 f(x) L \nabla^2 f(x) \hat{\psi} \leq \\ & (t - t_l) k^2 \lambda_n \hat{\psi}^\top \nabla^2 f(x) \nabla^2 f(x) \hat{\psi} \leq \\ & 4hk^2 \lambda_n \sum_{i=1}^n a_i^2 \hat{\psi}_i^2. \end{aligned} \quad (17)$$

将式(16)和(17)代入(14), 得到

$$\begin{aligned} \dot{V} & \leq -k \sum_{i=1}^n \left(2a_i - \frac{d_i a_i}{\alpha_i} - \frac{d_i a_i}{\beta_i} - 4kh \lambda_n a_i^2 \right) \hat{\psi}_i^2 + \\ & k \sum_{i=1}^n \left(\alpha_i d_i a_i + \sum_{j \in N_i} \beta_j a_{ij} a_j \right) e_i(t_l)^2. \end{aligned} \quad (18)$$

为了保证式(18)中 $\hat{\psi}_i^2$ 前的系数为正, 从而可进行后续的分析, 需取 $\alpha_i > d_i$ 和 $\beta_i > d_i$, 且采样周期 h 在如式(9)所示的区间。由于智能体的触发器强制 $ET_i(e_i(t_l), \hat{\psi}_i) \leq 0$, 式(18)变为

$$\dot{V} \leq -k \sum_{i=1}^n (1 - \delta_i) \gamma_i \hat{\psi}_i^2, \quad (19)$$

其中 $\gamma_i = 2a_i - \frac{d_i a_i}{\alpha_i} - \frac{d_i a_i}{\beta_i} - 4kh \lambda_n a_i^2$. 定义 $\bar{\delta} = \max_{i=1}^n \{\delta_i\}$, $\underline{\gamma} = \min_{i=1}^n \{\gamma_i\}$, 则由式(19), 可得到

$$\dot{V} \leq -k(1 - \bar{\delta}) \underline{\gamma} \hat{\nabla} f(x)^\top L L \hat{\nabla} f(x). \quad (20)$$

下面分析 $\hat{\nabla} f(x)^\top L L \hat{\nabla} f(x)$ 与 V 的关系, 从而给出 V 的收敛速率。令 $L^{1/2} 1_n = Y$, 则 $Y^\top Y = 1_n^\top L 1_n = 0$, 于是得到 $Y = 0_n$ (0_n 为全为 0 的 n 维列向量), 进一步地, 可得到 $Y^\top \hat{\nabla} f(x) = 1_n^\top L^{1/2} \hat{\nabla} f(x) = 0$ 。因此, 得到以下不等式:

$$\begin{aligned} \hat{\nabla} f(x)^\top L L \hat{\nabla} f(x) & = (L^{1/2} \hat{\nabla} f(x))^\top L L^{1/2} \hat{\nabla} f(x) \geq \\ & \lambda_2 \hat{\nabla} f(x)^\top L \hat{\nabla} f(x). \end{aligned} \quad (21)$$

将 $\nabla f(x) = \hat{\nabla} f(x) - e(t)$ 代入式(11), 得到

$$\begin{aligned} V & = \frac{1}{2} (\hat{\nabla} f(x) - e(t))^\top L (\hat{\nabla} f(x) - e(t)) = \\ & \frac{1}{2} (\hat{\nabla} f(x)^\top L \hat{\nabla} f(x) + e(t)^\top L e(t) - \\ & 2e(t)^\top L \hat{\nabla} f(x)). \end{aligned} \quad (22)$$

对式(22)的 $-2e(t)^\top L \hat{\nabla} f(x)$ 使用 Young 不等式, 得到

$$-2e(t)^\top L \hat{\nabla} f(x) \leq e(t)^\top L e(t) + \hat{\nabla} f(x)^\top L \hat{\nabla} f(x). \quad (23)$$

将式(23)代入(22), 可得到

$$\begin{aligned} V & \leq \hat{\nabla} f(x)^\top L \hat{\nabla} f(x) + e(t)^\top L e(t) \leq \\ & \hat{\nabla} f(x)^\top L \hat{\nabla} f(x) + \lambda_n e(t)^\top e(t). \end{aligned} \quad (24)$$

注意到, $e(t) = e(t_l) + (t - t_l) k \nabla^2 f(x) L \hat{\nabla} f(x)$, 因此, 有

$$\begin{aligned} e(t)^\top e(t) & = \\ & e(t_l)^\top e(t_l) + 2(t - t_l) k e(t_l)^\top \nabla^2 f(x) L \hat{\nabla} f(x) + \\ & (t - t_l)^2 k^2 \hat{\nabla} f(x)^\top L \nabla^2 f(x) \nabla^2 f(x) L \hat{\nabla} f(x) \leq \\ & e(t_l)^\top e(t_l) + (t - t_l) k e(t_l)^\top e(t_l) + \\ & (t - t_l) k \hat{\nabla} f(x)^\top L \nabla^2 f(x) \nabla^2 f(x) L \hat{\nabla} f(x) + \\ & (t - t_l)^2 k^2 \hat{\nabla} f(x)^\top L \nabla^2 f(x) \nabla^2 f(x) L \hat{\nabla} f(x) \leq \\ & (1 + hk) e(t_l)^\top e(t_l) + \\ & \bar{a} hk (1 + hk) \hat{\nabla} f(x)^\top L L \hat{\nabla} f(x). \end{aligned} \quad (25)$$

其中: 第 1 个不等式是对 $e(t_l)^\top \nabla^2 f(x) L \hat{\nabla} f(x)$ 应用 Young 不等式的结果, $\bar{a} = \max_{i=1}^n \{4a_i^2\}$. 由触发器强制条件, 将式(25)进一步变为

$$e(t)^\top e(t) \leq (1 + hk)(\bar{\mu} + \bar{a} hk) \hat{\nabla} f(x)^\top L L \hat{\nabla} f(x) \leq \varpi \lambda_n \hat{\nabla} f(x)^\top L \hat{\nabla} f(x). \quad (26)$$

这里: $\bar{\mu} = \max_{i=1}^n \{\mu_i\}$, $\varpi = (1 + hk)(\bar{\mu} + \bar{a} hk)$. 将式(26)代入(24), 得到

$$V \leq (1 + \varpi \lambda_n^2) \hat{\nabla} f(x)^\top L \hat{\nabla} f(x). \quad (27)$$

结合式(20)、(21)和(27), 可得到

$$\dot{V} \leq -\frac{k(1 - \bar{\delta}) \underline{\gamma} \lambda_2}{1 + \varpi \lambda_n^2} V. \quad (28)$$

式(28)表明 V 以指数速率 $\frac{k(1 - \bar{\delta}) \underline{\gamma} \lambda_2}{1 + \varpi \lambda_n^2}$ 收敛至 0, 由 V 的定义, 意味着 $\nabla f(x)$ 以指数速率收敛至 $\text{span}\{1_n\}$, 即梯度 $\nabla f(x)$ 收敛至最优化条件(2a)。因此, 所提出分布式算法(3)在通信事件触发器(7)下以指数速率收敛至多智能体系统资源分配问题(1)的最优解。此外, 采样周期 h 表明智能体 i 的两个连贯通信事件的

间隔时间 $t_{k+1}^i - t_k^i$ 至少为一个采样周期 h , 因此芝诺行为可排除. \square

注4 现存周期事件触发的分布式资源分配优化算法^[24-26]只保证渐近收敛性, 而所提出算法(3)能够保证指数收敛性. 同时, 文献[24]算法的输出方程需要1次加法和1次除法运算, 而所提出算法(3)的输出方程只需要1次加法运算; 文献[25]和文献[26]算法分别需要2个和3个积分运算, 而所提出算法(3)只需要1个积分运算. 因此, 所提出算法比文献[24-26]算法有更低的计算复杂度. 另外, 现有文献[6-7, 13, 18]对分布式加权梯度算法的稳定性分析采用 $f(x) - f(x^*)$ 作为李雅普诺夫函数, 而本文采用不依赖 x^* 的 $\frac{1}{2}\nabla f(x)^T L \nabla f(x)$ 作为李雅普诺夫函数. 当资源分配问题的需求时变时, 优化问题的最优解 $x^*(t)$ 是未知且时变的, 这使得含 $x^*(t)$ 的李雅普诺夫函数难以分析时变需求下分布式加权梯度算法的稳定性, 而所提出分析方法则可以, 相关结果将在下文的推论中给出. 据了解, 这是首个关于连续时间型分布式加权梯度算法在时变需求下的稳定性结论, 其展现出所提出分析方法的新颖性.

推论1 对于如下时变需求下的分布式加权梯度算法:

$$\dot{z}_i = k \sum_{j \in N_i} a_{ij} (\nabla f_j(x_j) - \nabla f_i(x_i)), \quad (29a)$$

$$x_i = z_i + X_i(t), \quad (29b)$$

状态变量 z_i 的初始值设置与分布式算法(3)相同. 若假设2成立, 智能体 i 的二次连续可微目标函数满足 $m_i \leq \nabla^2 f_i(x_i) \leq M_i$, 智能体 i 时变需求 $X_i(t)$ 的变化率满足 $\sup_{t \in [0, \infty)} |\dot{X}_i(t)| \leq \bar{X}_i$, 且控制增益满足 $k > 0.5\bar{M}$. 其中: m_i, M_i, \bar{X}_i 为正常数, $\bar{M} = \max_{i=1}^n \{M_i\}$. 则分布式算法(29)以指数收敛速率实现对时变最优解 $x^*(t)$ 的最终有界跟踪.

证明 条件 $m_i \leq \nabla^2 f_i(x_i) \leq M_i$ 表明目标函数 $f_i(x_i)$ 为 m_i 强凸且 M_i 光滑的^[7,9], 强凸性意味着时变最优解 $x^*(t)$ 是唯一的. 首先, 类似定理1的分析可知 $\sum_{i=1}^n x_i(t) = \sum_{i=1}^n X_i(t)$, 即分布式算法(29)在时变需求下始终满足最优化条件(2b). 然后, 选取 $V_1 = \frac{1}{2}\nabla f(x)^T L \nabla f(x)$ 为李雅普诺夫函数, V_1 沿着系统(29)的时间导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \nabla f(x)^T L \nabla^2 f(x) (-kL \nabla f(x) + \dot{X}) = \\ &\quad -k\Lambda^T \nabla^2 f(x)\Lambda + \Lambda^T \nabla^2 f(x)\dot{X}. \end{aligned} \quad (30)$$

其中: $\dot{X} = [\dot{X}_1(t), \dot{X}_2(t), \dots, \dot{X}_n(t)]^T$, $\Lambda = L \nabla f(x)$. 对式(30)右侧第2项应用Young不等式分解, 可得到

$$\Lambda^T \nabla^2 f(x) \dot{X} \leq \frac{\Lambda^T \nabla^2 f(x) \nabla^2 f(x) \Lambda}{2} + \frac{\dot{X}^T \dot{X}}{2} \leq$$

$$\frac{\bar{M}\Lambda^T \nabla^2 f(x)\Lambda}{2} + \frac{\dot{X}^T \dot{X}}{2}. \quad (31)$$

将式(31)代入(30), 得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &\leq -(k - 0.5\bar{M})\Lambda^T \nabla^2 f(x)\Lambda + 0.5\dot{X}^T \dot{X} \leq \\ &\quad -(k - 0.5\bar{M})m\Lambda^T \Lambda + 0.5\dot{X}^T \dot{X}, \end{aligned} \quad (32)$$

这里 $m = \min_{i=1}^n \{m_i\}$. 由不等式(21)可知, $\Lambda^T \Lambda = \nabla f(x)^T L L \nabla f(x) \geq \lambda_2 \nabla f(x)^T L \nabla f(x) = 2\lambda_2 V_1$, 将其代入式(32), 可得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &\leq -2(k - 0.5\bar{M})m\lambda_2 V_1 + 0.5 \sum_{i=1}^n \bar{X}_i^2 \leq \\ &\quad -c_1 V_1 + c_2. \end{aligned} \quad (33)$$

其中: $c_1 = 2(k - 0.5\bar{M})m\lambda_2$, $c_2 = 0.5 \sum_{i=1}^n \bar{X}_i^2$. 根据文献[30]的定理1可知, V_1 以至少 c_1 的指数速率最终收敛至有界区域 $\Theta \leq \frac{c_2}{c_1}$ 内, 这表明算法(29)使得多智能体系统的 $\nabla f(x)$ 实现了对最优化条件 $\eta(t)1_n$ 的最终有界跟踪. 因此, 算法(29)以指数收敛速率实现了对时变最优解 $x^*(t)$ 的最终有界跟踪. \square

注5 由定理1的稳定性分析可知, 所提出分布式算法(3)的采样周期上界值、收敛速率和通信次数与多智能体系统的控制增益密切相关. 控制增益增大将加快收敛速率, 但是, 将减小采样周期上界值且增加单位时间内的通信次数, 这是由于大的控制增益使得系统的状态变化更快; 反之, 减小控制增益将减慢收敛速率, 但是, 可以增大采样周期上界值且减少单位时间内的通信次数. 因此, 实际应用时应权衡收敛速率需求与系统通信能力, 选择合适的控制增益.

注6 所提出分布式算法是对现有分布式加权梯度算法^[6-7,12-13,18]的进一步研究, 尽管指数收敛算法能够满足大部分应用的需求, 但是一些应用需要优化算法具备有限时间收敛性能^[28], 因此, 未来值得进一步研究有限时间收敛的周期事件触发分布式资源分配问题. 另一方面, 如同现有分布式加权梯度算法, 所提出算法也需要传输智能体的梯度信息给其通信邻居. 在恶意网络窃听环境下, 梯度信息交换可能会导致隐私信息泄露. 因此, 研究具备隐私信息安全性的分布式资源分配算法是又一值得考虑的问题.

3 数值仿真

本节首先用数值仿真验证所提出理论结果的有效性, 然后将本文结果与一些现有结果进行比较. 仿真采用一个包含4智能体的系统, 智能体间的通信连接如图1所示. 邻接矩阵元素的权重取值为 {0, 1}, 智能体 i 目标函数系数 a_i, b_i 的取值如表1所示. 仿真中设置控制增益 $k=3$, 采样周期 $h=0.002$ s, 其余控制参数 $\delta_i, \alpha_i, \beta_i, z_i(0)$ 的取值如表1所示.

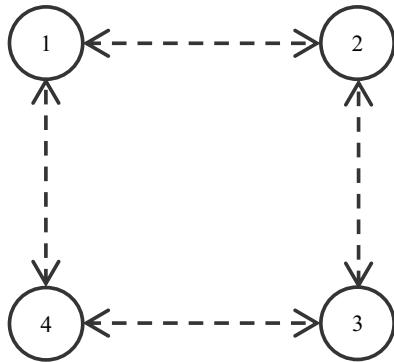


图1 多智能体系统通信拓扑

表1 目标函数系数和控制参数

智能体 <i>i</i>	a_i	b_i	δ_i	α_i	β_i	$z_i(0)$
智能体1	0.357	2.854	0.89	3.5	3.2	0
智能体2	0.086	12.61	0.65	3.4	4.1	0
智能体3	0.198	6.039	0.78	4.6	3.7	0
智能体4	0.628	1.327	0.97	5.5	5.8	0

图2~图5分别为多智能体系统在资源需求数据 $X_1 = 40$ 、 $X_2 = 50$ 、 $X_3 = 30$ 、 $X_4 = 20$ 下的仿真结果.

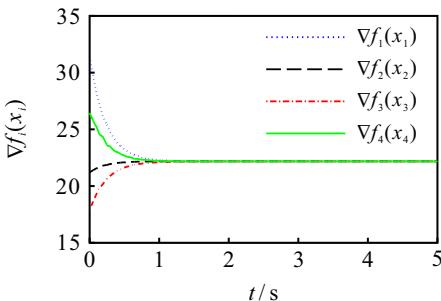


图2 智能体的梯度轨迹

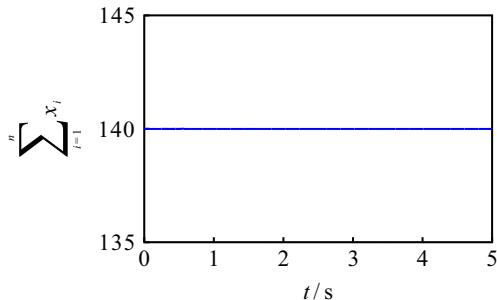


图3 决策变量总和的轨迹

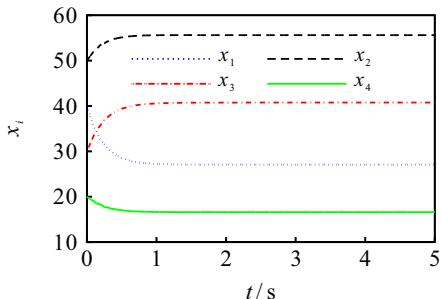


图4 智能体的决策变量轨迹

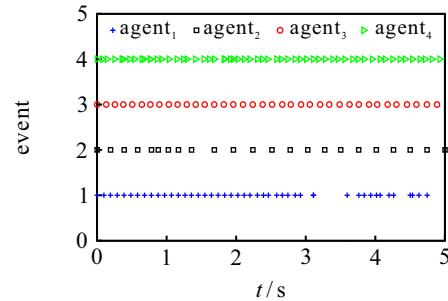


图5 智能体的触发时刻

图2显示每个智能体的梯度收敛至一致性值22.17;图3显示所有智能体的决策变量和始终等于总资源需求 $\sum_{i=1}^n X_i = 140$, 即最优化条件(2)满足;同时,由图4可见,每个智能体的决策变量收敛至相应的最优值 $x^* = [27.06, 55.60, 40.74, 16.60]^T$, 这表明所提出算法(3)能够求得资源分配问题(1)的最优解;图5显示了智能体的事件触发时刻,每个触发时刻表示智能体需要进行一次通信,由图5可见,事件触发机制避免了连续周期的通信.

作为对比,表2给出文献[7]无触发机制分布式加权梯度算法、文献[26]事件触发分布式原始对偶算法与所提出事件触发分布式加权梯度算法(3)收敛至 $V \leq 0.001$ 智能体所需的通信次数.

表2 智能体的通信次数

智能体 <i>i</i>	智能体1	智能体2	智能体3	智能体4
文献[7]算法	839	839	839	839
文献[26]算法	97	56	73	74
本文算法	15	8	11	18

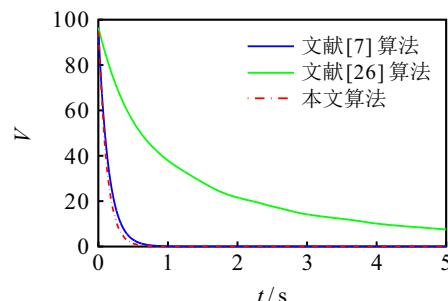


图6 李雅普诺夫函数的轨迹

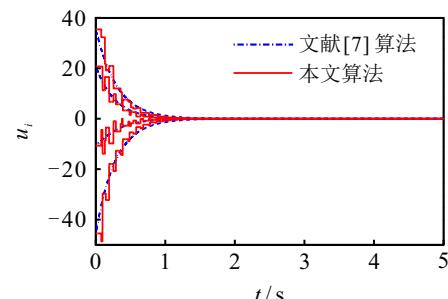


图7 本文算法和文献[7]算法的控制输入

由表2可见,事件触发的算法比无触发机制的算法能够大大减少通信次数,这表明事件触发机制能够有效降低通信负担。另外,图6为上述3个算法下李雅普诺夫函数的进化轨迹。由图6可见,所提出事件触发的分布式加权梯度算法比文献[7]无触发机制的分布式加权梯度算法有更快的收敛速率,这是由于事件触发机制使得控制输入在两个连贯事件间保持为常数,使得在控制的早期阶段事件触发算法的控制输入比无触发机制算法的控制输入大,这一现象可在如图7所示的所提出算法和文献[7]算法的控制输入曲线(即分布式加权梯度算法在有或无事件触发机制下的控制输入)发现。同时,由图6可见,所提出周期事件触发算法比文献[26]周期事件触发算法有更快的收敛速率,这展示了所提出指数收敛算法的优势。

4 结 论

本文提出了一种周期事件触发机制的分布式加权梯度算法,降低了多智能体系统求解资源分配问题对通信带宽的需求。基于一种新的李雅普诺夫函数,不仅给出了所提出周期事件触发算法实现最优资源分配的充分条件,也分析了时变需求下分布式加权梯度算法的稳定性。所提出周期事件触发算法不仅避免了触发器的实时检测,还能保证算法以指数速率收敛至最优解。在后续的研究中,将在一般强凸目标函数和隐私安全需求下,进一步研究指数收敛甚至有限时间收敛的周期事件触发分布式时变资源分配算法。

参考文献(References)

- [1] Camisa A, Testa A, Notarstefano G. Multi-robot pickup and delivery via distributed resource allocation[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2023, 39(2): 1106-1118.
- [2] Li Z Y, Chen G. Fixed-time consensus based distributed economic generation control in a smart grid[J]. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, 2022, 134: 107437.
- [3] 王丹璐, 孙秋野, 苏涵光. 多微网系统端网协同分布式实时智能优化[J]. 控制与决策, 2024, 39(11): 3801-3809.
(Wang D L, Sun Q Y, Su H G. Collaborative distributed real-time intelligent optimization of multi-microgrid system[J]. Control and Decision, 2024, 39(11): 3801-3809.)
- [4] Wang B, Sun S, Ren W. Distributed time-varying quadratic optimal resource allocation subject to nonidentical time-varying Hessians with application to multiquadrotor hose transportation[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2022, 52(10): 6109-6119.
- [5] 刘腾飞, 秦正雁, 姜钟平. 分布式反馈优化研究现状与发展[J]. 控制与决策, 2023, 38(8): 2301-2312.
(Liu T F, Qin Z Y, Jiang Z P. Distributed feedback optimization: Status and prospects[J]. Control and Decision, 2023, 38(8): 2301-2312.)
- [6] Xiao L, Boyd S. Optimal scaling of a gradient method for distributed resource allocation[J]. Journal of Optimization Theory and Applications, 2006, 129(3): 469-488.
- [7] Cherukuri A, Cortés J. Distributed generator coordination for initialization and anytime optimization in economic dispatch[J]. IEEE Transactions on Control of Network Systems, 2015, 2(3): 226-237.
- [8] Alaviani S S, Kelkar A G, Vaidya U. A distributed second-order gradient continuous-time algorithm for resource allocation[C]. American Control Conference. Atlanta, 2022: 204-209.
- [9] Yi P, Hong Y G, Liu F. Initialization-free distributed algorithms for optimal resource allocation with feasibility constraints and application to economic dispatch of power systems[J]. Automatica, 2016, 74: 259-269.
- [10] Zhlobaryssov M, Hadjicostis C N, Domínguez-García A D. Fast coordination of distributed energy resources over time-varying communication networks[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2023, 68(2): 1023-1038.
- [11] 时侠圣, 徐磊, 杨涛. 基于鞍点法的自适应分布式资源分配算法[J]. 控制与决策, 2023, 38(7): 2042-2048.
(Shi X S, Xu L, Yang T. An adaptive distributed resource allocation algorithm via saddle point dynamics[J]. Control and Decision, 2023, 38(7): 2042-2048.)
- [12] Lian M K, Guo Z Y, Wang X X, et al. Adaptive exact penalty design for optimal resource allocation[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2023, 34(3): 1430-1438.
- [13] Chen F, Chen X Z, Xiang L Y, et al. Distributed economic dispatch via a predictive scheme: Heterogeneous delays and privacy preservation[J]. Automatica, 2021, 123: 109356.
- [14] Chen G, Li Z Y. Distributed optimal resource allocation over strongly connected digraphs: A surplus-based approach[J]. Automatica, 2021, 125: 109459.
- [15] 杨菲阳, 于志永, 蒋海军, 等. 事件触发间歇通讯下多智能体系统的固定时间分布式优化[J]. 控制与决策, 2023, 38(5): 1412-1419.
(Yang F Y, Yu Z Y, Jiang H J, et al. Distributed fixed-time optimization for multi-agent systems via event-triggered intermittent communication[J]. Control and Decision, 2023, 38(5): 1412-1419.)
- [16] 赵华荣, 彭力, 吴治海, 等. 随机时延下多输入多输出系统的分布式优化[J]. 控制与决策, 2023, 38(10): 2451-2457.

- 出多智能体系统事件触发双向编队[J]. 控制与决策, 2024, 39(4): 1251-1259.
- (Zhao H R, Peng L, Wu Z H, et al. Event-triggered bipartite formation for multi-input multi-output multi-agent systems with random delays[J]. Control and Decision, 2024, 39(4): 1251-1259.)
- [17] Nowzari C, Garcia E, Cortés J. Event-triggered communication and control of networked systems for multi-agent consensus[J]. Automatica, 2019, 105: 1-27.
- [18] Li C J, Yu X H, Yu W W, et al. Distributed event-triggered scheme for economic dispatch in smart grids[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2016, 12(5): 1775-1785.
- [19] Li Y S, Zhang H G, Liang X D, et al. Event-triggered-based distributed cooperative energy management for multienergy systems[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2019, 15(4): 2008-2022.
- [20] Li K X, Liu Q S, Zeng Z G. Quantized event-triggered communication based multi-agent system for distributed resource allocation optimization[J]. Information Sciences, 2021, 577: 336-352.
- [21] Sarafraz M S, Tavazoei M S. Uncertain multiagent systems with distributed constrained optimization missions and event-triggered communications: Application to resource allocation[J]. IEEE Systems Journal, 2023, 17(1): 270-281.
- [22] Meng X Y, Chen T W. Event based agreement protocols for multi-agent networks[J]. Automatica, 2013, 49(7): 2125-2132.
- [23] Fan Y, Yang Y, Zhang Y. Sampling-based event-triggered consensus for multi-agent systems[J]. Neurocomputing, 2016, 191: 141-147.
- [24] Zhao Z Y, Chen G, Dai M X. Distributed event-triggered scheme for a convex optimization problem in multi-agent systems[J]. Neurocomputing, 2018, 284: 90-98.
- [25] Jin K Q, Yu M, Hou G L. Sampled-data self-triggered consensus-based economic dispatch problem under switching graph[J]. Journal of Mathematical Analysis and Applications, 2020, 491(2): 124371.
- [26] Li K X, Liu Q S, Zeng Z G. Multiagent system with periodic and event-triggered communications for solving distributed resource allocation problem[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2023, 53(10): 6245-6256.
- [27] Boyd S, Vandenberghe L. Convex optimization[M]. Cambridge, 2004: 1-716.
- [28] Chen G, Ren J H, Feng E N. Distributed finite-time economic dispatch of a network of energy resources[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2017, 8(2): 822-832.
- [29] Qin J H, Zhang G S, Zheng W X, et al. Neural network-based adaptive consensus control for a class of nonaffine nonlinear multiagent systems with actuator faults[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2019, 30(12): 3633-3644.
- [30] Li Z X, Yan J, Yu W W, et al. Event-triggered control for a class of nonlinear multiagent systems with directed graph[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2021, 51(11): 6986-6993.

作者简介

李志勇(1992—),男,讲师,博士,主要研究方向为多智能体系统分布式优化与控制、智能电网经济发电控制, E-mail: lizhiyong@sjtu.edu.cn;

谈世磊(1990—),男,讲师,博士,主要研究方向为预设性能控制、事件触发控制, E-mail: tanshilei@ustc.edu.cn.