

# 控制与决策

Control and Decision

基于标签时间Petri网的DES故障概率及发生时间预测

刘慧敏, 黎良

引用本文:

刘慧敏, 黎良. 基于标签时间Petri网的DES故障概率及发生时间预测[J]. *控制与决策*, 2025, 40(2): 581-589.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2024.0123>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

[基于广义主成分分析的重构故障子空间建模方法](#)

Reconstructed fault subspace modelling method based on generalized principal component analysis

*控制与决策*. 2021, 36(4): 808-814 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0818>

[标签Petri网的路径信息在故障诊断中的应用](#)

Application of path information of labeled Petri nets in fault diagnosis

*控制与决策*. 2021, 36(2): 325-334 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0698>

[基于马尔可夫过程的多部件系统劣化状态空间划分模型](#)

Multi-component system state space partition model based on Markov process

*控制与决策*. 2021, 36(2): 418-428 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0480>

[高超声速飞行器间歇故障改进自适应容错控制](#)

Improved adaptive fault-tolerant control of intermittent faults in hypersonic flight vehicle

*控制与决策*. 2021, 36(11): 2627-2636 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0483>

[基于不变网络模型和故障注入的分布式信息系统故障溯源方法](#)

Fault source location algorithm for distributed information system based on invariant network and fault injection

*控制与决策*. 2020, 35(11): 2723-2732 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0214>

# 基于标签时间Petri网的DES故障概率及发生时间预测

刘慧敏<sup>1</sup>, 黎良<sup>1,2†</sup>

1. 武汉科技大学信息科学与工程学院, 武汉 430081;
2. 武汉科技大学冶金自动化与检测技术教育部工程研究中心, 武汉 430081)

**摘要:** 为了解决部分可观离散事件系统 (discrete event systems, DES) 的故障预测问题, 提出一种基于标签时间 Petri 网的 DES 故障概率及发生时间的预测方法. 首先, 利用标签时间 Petri 网系统的修正状态类图, 得到与观测到的时间标签序列一致的有效路径, 从而获得初步的故障诊断结果; 然后, 根据检测到的故障类的概率密度分布, 并结合 Gauss-Kronrod 积分法计算每个故障类的发生概率; 接着, 将时间段细分, 进而预测故障类发生的时间, 实现对 DES 的故障预防; 最后, 以交替位协议为实例验证所提出方法的可利用性. 实验结果表明, 所提出方法能够有效地估计故障发生的概率, 并提供有针对性的故障发生时间信息; 其应用有望在实际工业系统中提高故障诊断的效率和准确性, 且能够提前预防故障的发生来降低系统故障造成的损失.

**关键词:** 离散事件系统; Petri 网; 概率密度函数; Gauss-Kronrod 积分法; 故障诊断; 故障预测

中图分类号: TP271 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2024.0123

引用格式: 刘慧敏, 黎良. 基于标签时间 Petri 网的 DES 故障概率及发生时间预测 [J]. 控制与决策, 2025, 40(2): 581-589.

## Prediction of fault probability and occurrence date for discrete event systems based on labeled time Petri nets

LIU Hui-min<sup>1</sup>, LI Liang<sup>1,2†</sup>

- (1. School of Information Science and Engineering, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430081, China;
2. Engineering Research Center for Metallurgical Automation and Measurement Technology of Ministry of Education, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430081, China)

**Abstract:** To solve the fault prediction of partially observed discrete event systems (DES), this paper proposes a prediction method for the fault probability and occurrence date of the DES based on labeled time Petri nets (LTPNs). By using the modified state class graph of an LTPN system, the feasible paths consistent with an observed time label sequence are computed so as to establish the preliminary fault diagnosis results. The occurrence probability of each detected fault class is calculated based on its probability density distribution and the Gauss-Kronrod integration method. Subsequently, the occurrence date of each fault class is predicted, enabling proactive prevention of faults. Finally, the availability of the proposed method is demonstrated through an alternating bit protocol. The results show that the proposed method can effectively estimate the fault probability and provide targeted information on fault occurrence date. In particular, its application is expected to enhance the efficiency and accuracy of fault diagnosis in practical systems, and prevent the occurrence of faults in advance, reducing unnecessary loss caused by system failures.

**Keywords:** discrete event systems; Petri nets; probability density function; Gauss-Kronrod integration method; fault diagnosis; fault prediction

## 0 引言

在系统工程领域, 大部分系统均可视为离散事件系统 (discrete event systems, DES) 来研究, 其特征在于系统状态空间是离散的且状态演化由事件驱动<sup>[1]</sup>. 由于自动机和 Petri 网能够很好地描述 DES 的并发、异步和冲突等行为, 被广泛应用于 DES 建模、监督控制

和故障诊断<sup>[2-3]</sup>. 对于实际系统而言, 高效的故障诊断技术至关重要, 国内外学者基于 Petri 网模型提出了许多解决方法, 以应对部分可观 DES 的故障诊断问题<sup>[4-5]</sup>.

文献 [6] 基于 Petri 网模型构造了一种在线诊断拓扑排序诊断图, 该方法与整数线性规划法相比具

收稿日期: 2024-01-29; 录用日期: 2024-06-22.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (62303359).

†通讯作者. E-mail: liangli@wust.edu.cn.

有较高的诊断效率;文献[7-8]对故障进行分类,通过改善求解线性规划问题的算法,减少了诊断中的计算复杂度.此外,部分学者通过添加概率信息,构建模糊Petri网或贝叶斯Petri网来判断故障发生的位置和概率,并将其应用于交通、通信等领域<sup>[9-11]</sup>.

在实时系统的故障诊断中,不仅要判断故障是否发生,还应提供有关故障类型和发生时间等信息.通过添加时间约束至Petri网的变迁中,衍生出一些带时间信息的Petri网模型,如时间Petri网(time Petri nets),并成功应用于DES监督控制和故障诊断<sup>[12-14]</sup>.文献[12]在时间Petri网系统的状态类图(state class graph, SCG)结构下构建了系统的故障诊断图(fault diagnosis graph, FDG),并基于FDG提出了一种在线故障诊断算法,该算法要求在每次观测后仅更新与可观变迁相关的部分FDG,从而有效降低计算复杂度;文献[13]基于SCG提出了标签时间Petri网系统的修正状态类图(modified SCG, MSCG)来表示系统的状态空间,并通过求解线性规划问题确定系统在给定时间内的可达状态得到故障诊断结果,该方法对部分可观DES的故障诊断具有重要意义,并为实际系统的可诊断性提供了有效依据<sup>[14]</sup>;文献[15]在文献[13]的基础上提出了一种观测MSCG,并利用该图中与变迁相关的时间约束,改善了求解有效的变迁序列所构建的线性规划问题,从而在一定程度上提高了DES状态估计的效率.

DES的故障可预测性是根据实际观测信息推断未来故障发生的能力,包括预测故障概率和发生时间<sup>[16]</sup>.很多学者利用定时自动机对系统进行建模,但是所计算的系统状态空间不能完整表征用于故障诊断的标签信息.因此,文献[17]利用部分可观随机Petri网对带有传感器的系统进行建模,提出了一种基于传感器获取的定时轨迹的增量算法,计算系统的一致行为集合,并对其进行概率评估;在此基础上,文献[18-19]简化了获取系统一致行为集合的算法,提供了一种基于部分可观随机Petri网的概率计算方法,为实际系统的可诊断性提供了有效依据.

综上,目前基于标签时间Petri网的故障类别和故障发生时间预测还有待研究.因此,本文在文献[13, 15]的基础上,进一步研究基于标签时间Petri网和MSCG的部分可观DES的故障概率和发生时间预测.首先,由MSCG得出满足整个系统与观测时间和标签序列一致的变迁序列;然后,利用Gauss-Kronrod积分法计算各故障类的发生概率;最后,计算故障类在某些时间段发生的概率,从而预测故障发生的时间.

## 1 基本概念

### 1.1 标签时间Petri网

Petri网(Petri nets, PN)为一个四元组 $N = (P, T, \text{Pre}, \text{Post})$ <sup>[13]</sup>.其中: $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ 为有限库所集; $T = \{t_1, t_2, \dots, t_m\}$ 为有限变迁集( $P \cup T \neq \emptyset, P \cap T = \emptyset$ ); $\text{Pre}$ 和 $\text{Post}: P \times T \rightarrow \mathbb{N}$ 分别为 $N$ 的前置和后置关联矩阵, $\mathbb{N}$ 为非负整数集. Petri网的关联矩阵为 $W = \text{Post} - \text{Pre}$ . Petri网的标识表示为 $M: P \rightarrow \mathbb{N}$ ,其含义为给每个库所分配非负整数个托肯(token).若 $M \geq \text{Pre}(:, t)$ ,则称变迁 $t$ 在 $M$ 下是使能的<sup>[13]</sup>.在标识 $M$ 下使能的变迁集记为 $A(M) = \{t \in T | M \geq \text{Pre}(:, t)\}$ .使能变迁 $t$ 在标识 $M$ 下触发后可获得新标识 $M' = M + W(:, t)$ .

**定义1** 时间Petri网(time Petri nets, TPN)为一个二元组 $N_t = (N, Q)$ <sup>[13]</sup>.其中: $N$ 为其底层Petri网; $Q: T \rightarrow \mathbb{Q}^+ \times (\mathbb{Q}^+ \cup \{\infty\})$ ( $\mathbb{Q}^+$ 为非负有理数集)为时间函数,其含义是为每个变迁 $t_i \in T$ 均分配两个有理数 $l_i$ 和 $u_i$ ( $0 \leq l_i \leq u_i, l_i \neq \infty$ ),以形成变迁 $t_i$ 的静态触发区间,记为 $Q(t_i) = [l_i, u_i]$ .

**定义2** 标签时间Petri网(labeled TPN, LTPN)为一个二元组 $N_L = (N_t, \xi)$ <sup>[15]</sup>.其中: $N_t = (N, Q)$ 为一个TPN; $\xi: T \rightarrow L \cup \{\varepsilon\}$ 为一个标签函数,其为每个变迁 $t_i \in T$ 分配一个属于标签集 $L$ 的字母 $\gamma$ 或空字符串 $\varepsilon$ 的标签.

带有初始标识 $M_0$ 的LTPN称为LTPN系统,记作 $(N_L, M_0)$ .在LTPN系统中,一个时间变迁序列(time transition sequence, TTS)为一系列变迁-时间对,记为 $\sigma = (t_{i1}, \tau_1)(t_{i2}, \tau_2) \dots (t_{ih}, \tau_h) \in (T \times \mathbb{R}^+)^*$ ( $\mathbb{R}^+$ 为非负实数集).时间 $\tau_h$ 为对应变迁 $t_{ih}$ 触发的全局时间,且满足 $\tau_1 \leq \tau_2 \leq \dots \leq \tau_h$ .若忽略变迁的触发时间,则可用 $\hat{\sigma} = t_{i1}t_{i2} \dots t_{ih}$ 表示 $\sigma$ 的逻辑变迁序列.对于一个LTPN系统,若存在一个常数 $k$ ( $k \in \mathbb{N}^+$ 为一个正整数),使得对于任意标识 $M \in R(N_L, M_0)$ ,其任意库所的托肯数满足 $M(p) \leq k$ ,则LTPN系统是有界的.

根据事件的可观性,本文将LTPN中的变迁分为不可观变迁和可观变迁,其中标签为 $\varepsilon$ 的不可观变迁构成的集合表示为 $T_u = \{t \in T | \xi(t) = \varepsilon\}$ ,用标签集 $L$ 中的符号标记的可观变迁构成的集合记作 $T_o = \{t \in T | \xi(t) = \gamma, \gamma \in L\}$ .LTPN系统的一个时间标签序列(time label sequence, TLS)为 $\delta = (\gamma_1, \tau_1)(\gamma_2, \tau_2) \dots (\gamma_h, \tau_h) \in (L \times \mathbb{R}^+)^*$ ,其表示可观标签及其对应的观测时间.同理,可用 $\hat{\delta} = \gamma_1\gamma_2 \dots \gamma_h$ 表示与 $\delta$ 一致的逻辑标签序列.

本文将LTPN系统的状态表示为 $S_k = (M_k, \Phi_k)$ .其中: $M_k$ 为可达标识; $\Phi_k$ 为一组不等式 $\{l_i^k \leq \varphi_i \leq$

$u_i^k | t_i \in A(M_k)$ ,  $\varphi_i$  为在状态  $S_k$  下使能变迁  $t_i$  的动态触发时延<sup>[15]</sup>. 若  $t_i$  满足约束  $M_k \geq \text{Pre}(\cdot, t_i)$  和  $\max\{0, l_i^k\} \leq \varphi_i \leq \min_{j: t_j \in A(M_k)} \{u_i^k\}$ , 则  $t_i$  在状态  $S_k$  下是可触发的. 这里:  $\max\{0, l_i^k\}$  为  $t_i$  在  $S_k$  下的动态触发时延的非负下限,  $\min_{j: t_j \in A(M_k)} \{u_i^k\}$  为  $t_i$  在  $S_k$  下的动态触发时延的上限.

变迁  $t_j$  的使能度表示其在标识  $M$  处可触发的最大次数, 记为  $\eta_j(M)$ . 本文所考虑的LTPN服务器语义为单服务器策略, 其含义为给定标识下的使能变迁在任意时刻只能触发一次. 因此, LTPN系统中变迁的使能度始终为1, 即  $\eta_j(M) = 1$ .

## 1.2 修正的状态类图

LTPN系统的状态空间通常涉及对时间、状态空间、状态之间转换的描述, 近年来使用较广泛的抽象方法为修正的状态类图(modified SCG, MSCG), 其通过引入与变迁相关的标签、与边相关的计时变量和约束条件, 可完整地表达LTPN系统的状态演化过程<sup>[13]</sup>.

MSCG为一个有向图, 其节点被称为状态类. 每个状态类由可达标识及其所有使能变迁的触发区间组成, 记为  $C_k = (M_k, \Phi_k)$ , 其中  $\Phi_k = \{l_i^k \leq \varphi_i \leq u_i^k | t_i \in A(M_k)\}$  且  $\varphi_i$  为  $t_i \in A(M_k)$  在  $C_k$  下的触发时延. MSCG的边表示为  $(t_i, \xi(t_i), \Delta_i^k \in [l^*, u^*])$ , 其含义为变迁  $t_i \in A(M_k)$  从源节点到目标节点的传送信息. 这里:  $\xi(t_i)$  为变迁  $t_i$  的标签,  $\Delta_i^k \in [\max\{0, l_i^k\}, \min_{j: t_j \in A(M_k)} \{u_j^k\}]$  表示在下标为  $k$  的源节点下允许触发下标为  $i$  的变迁的时间. 限于篇幅, MSCG的构建算法可参考文献<sup>[13]</sup>.

为了保证MSCG的有界性, 所考虑的LTPN需要满足3个假设条件<sup>[13]</sup>: 1) LTPN系统是有界的; 2) 所有变迁对应的静态触发区间的上下界均为有理数; 3) 不存在可在0持续时间内触发的变迁环.

假设1)保证了LTPN系统可达标识有限<sup>[20]</sup>. 一个可达标识可能会触发相同的变迁集, 若变迁的静态发射区间的上下界为实数, 则LTPN系统的状态空间可能无限大, LTPN有限不足以保证MSCG有限. 因此, 假设2)的提出使得可达标识-定时约束的组合是有限数量的<sup>[13]</sup>. 假设3)避免了无限循环路径和无限长度路径的出现, 确保构建MSCG的算法能够在有限步内停止<sup>[21]</sup>. 同时, 假设2)和假设3)保证系统具有  $K$ -诊断性和  $\tau$ -诊断性<sup>[14]</sup>.

## 1.3 基于MSCG的状态估计和故障诊断

**定义3**<sup>[15]</sup> 给定一个TLS  $\delta$  和一个观测时间  $\tau \geq \tau_l(\delta)$ , 则与  $\delta$  和观测时间  $\tau$  一致的变迁序列集为

$$\begin{aligned} \Sigma(\delta, \tau) = & \{\hat{\sigma} \in T^* | M_0[\hat{\sigma}]M, \xi(\hat{\sigma}) = \delta, \tau_l(\hat{\sigma}) = \bar{\tau}, \bar{\tau} \leq \tau, \\ & \nexists t \in T_u : M[t], r_t(M_0, \hat{\sigma}) \leq \tau - \bar{\tau}\}. \end{aligned} \quad (1)$$

其中:  $\tau_l(\delta)$  为  $\delta$  中最后一个标签被观测到的时间,  $r_t(M_0, \hat{\sigma})$  为在标识  $M_0$  下变迁  $t$  的驻留时间,  $\bar{\tau}$  为  $\delta$  中最后一个变迁的触发时间.

给定一个TLS  $\delta = (\gamma_{i1}, \tau_1)(\gamma_{i2}, \tau_2) \dots (\gamma_{ih}, \tau_h)$ , 可求出所有与  $\delta$  一致的逻辑变迁序列  $\hat{\sigma} = t_{i1}t_{i2} \dots t_{ik}$ . 根据MSCG的构建算法可得到  $\hat{\sigma}$  中变迁的相关信息  $(t_{ih}, \xi(t_{ih}), \Delta_{ih}^{q_h} \in [l^*, u^*])$ , 因此逻辑变迁序列  $\hat{\sigma} = t_{i1}t_{i2} \dots t_{ik}$  在MSCG中的一般路径表示为

$$\begin{aligned} \pi(\hat{\sigma}) = & C_{q1} \xrightarrow{t_{i1}, \xi(t_{i1}), \Delta_{i1}^{q1}} C_{q2} \xrightarrow{t_{i2}, \xi(t_{i2}), \Delta_{i2}^{q2}} \dots \\ & C_{qk} \xrightarrow{t_{ik}, \xi(t_{ik}), \Delta_{ik}^{qk}} C_{qk+1}. \end{aligned} \quad (2)$$

文献<sup>[15]</sup>给出了与路径  $\pi(\hat{\sigma})$  在  $\tau \geq \tau_l(\delta)$  时间内相关的约束不等式组和目标函数, 对使能变迁  $t_{iy} \in A(M_{qk+1})$  进行详细分析, 判断  $C_{qk+1}$  是否为路径  $\pi(\hat{\sigma})$  的最后一个可达状态类, 最终得出与给定  $\delta$  在时间  $\tau$  上一致有效路径.

与观测序列  $\delta$  和观测时间  $\tau$  一致的有效路径算法的复杂度主要与路径的搜索和约束方程个数有关. 假设在MSCG中与给定的  $\delta$  和  $\tau$  相一致的最长逻辑路径长度为  $\varrho$ , 则在MSCG中搜索出所有有效路径的复杂度为  $O(|T|^\varrho)$ , 其约束方程的个数最多为  $1 + |T| + \varrho|T| + 3\varrho$ <sup>[13]</sup>.

在基于Petri网的DES故障诊断中, 一般将不可观变迁集进一步分为  $T_u = T_f \cup T_{\text{reg}}$ . 其中:  $T_f$  为所有故障变迁的集合,  $T_{\text{reg}}$  为不可观且无异常行为变迁的集合. 将变迁集合  $T_f$  划分为不同的子集  $T_f^s (s \in \mathbb{N}^+)$ , 这里不同变迁表示不同的故障类.

**定义4**<sup>[13]</sup> 给定一个TLS  $\delta \in (L \times \mathbb{R}^+)^*$ 、故障类  $T_f^s$  以及观测时间  $\tau \geq \tau_l(\delta)$ , 故障诊断器定义为  $H : (L \times \mathbb{R}^+)^* \times \mathbb{R}^+ \times \{T_f^1, T_f^2, \dots, T_f^r\} \rightarrow \{\text{No}, \text{Ft}, \text{Un}\}$ .

- 1) 若  $\forall \hat{\sigma} \in \Sigma(\delta, \tau)$  且  $\forall t_f \in T_f^s, t_f \notin \hat{\sigma}$ , 则  $H(\delta, \tau, T_f^s) = \text{No}$ .
- 2) 若  $\forall \hat{\sigma} \in \Sigma(\delta, \tau), \exists t_f \in \hat{\sigma}$ , 则  $H(\delta, \tau, T_f^s) = \text{Ft}$ .
- 3) 若  $\exists \hat{\sigma} \in \Sigma(\delta, \tau), \exists t_f \in T_f^s$ , 使得  $t_f \in \hat{\sigma}$ ; 同时,  $\exists \hat{\sigma}' \in \Sigma(\delta, \tau)$ , 使得  $\forall t_f \in T_f^s, t_f \notin \hat{\sigma}'$ , 则  $H(\delta, \tau, T_f^s) = \text{Un}$ .

## 2 故障概率和发生时间预测

在实际工业领域中, 为了有效降低由故障引起的损失, 首要任务是对故障路径中特定故障类的发生概率进行预估. 其次, 通过对故障发生时间的估算, 识别出故障高发的时间段, 从而采取预防性措施. 下文将给出计算故障路径概率和预测故障发生时间的方法.

## 2.1 随机变量

在LTPN系统中,给定一个在时间 $\tau \geq \tau_l(\delta)$ 观测到的TLS $\delta = (\gamma_1, \tau_1)(\gamma_2, \tau_2) \dots (\gamma_h, \tau_h)$ ,通过定义3可求出在时间 $\tau$ 内与 $\delta$ 相一致的逻辑变迁序列集 $\Sigma(\delta, \tau)$ .由MSCG可知,其中每个变迁 $t_{ih}$ 在状态类 $C_k$ 下的触发时延 $\Delta_{ih}^k$ 为一个非负实数值(介于触发区间的下限与上限间),表示变迁触发的局部时间,全局时间 $\tau_h$ 为路径中各变迁触发时延的和.

本文假设LTPN系统变迁触发的时间和服从指数分布.每个变迁的触发时延 $\Delta_{ih}^k$ 是一个与全局时间 $\tau_h$ 相关的随机变量,表示为 $\Delta_{ih}^k(\tau_h)$ .在满足触发条件下,变迁 $t_{ih}$ 在状态类 $C_k$ 下具备一个发生速率 $\mu_{ih}^k \in \mathbb{R}^+$ ,表示单位时间内 $t_{ih}$ 的触发次数,则变迁 $t_{ih}$ 在 $\tau_h$ 时刻的触发时延 $\Delta_{ih}^k(\tau_h)$ 与其发生速率间满足 $\Delta_{ih}^k(\tau_h) = e^{-\mu_{ih}^k \tau_h}$ .变迁 $t_{ih}$ 的平均时延为

$$\overline{\Delta_{ih}^k}(\tau_h) = \int_0^\infty e^{-\mu_{ih}^k \tau_h} d\tau_h = \frac{1}{\mu_{ih}^k}. \quad (3)$$

因此,变迁 $t_{ih}$ 的发生速率为

$$\mu_{ih}^k = \frac{1}{\overline{\Delta_{ih}^k}(\tau_h)}. \quad (4)$$

在LTPN系统中,变迁 $t_{ih}$ 的触发时延是一个随机值,平均时延 $\overline{\Delta_{ih}^k}(\tau_h)$ 需要大量的数据进行训练才能得出,但是 $\overline{\Delta_{ih}^k}(\tau_h)$ 仍然为区间 $[l^*, u^*] = [\max\{0, l_{ih}^k\}, \min_{j:t_j \in A(M_k)} \{u_j^k\}]$ 中的某个值.为了简化计算,本文用触发时延上限和下限的平均值作为平均时延

$\Delta_{ih}^k(\tau_h)$ ,即 $\overline{\Delta_{ih}^k}(\tau_h) = (l^* + u^*)/2$ ,简记为 $\Delta_{ih}^k$ .若选取下限 $l^* \in \mathbb{R}^+$ 为平均时延,则时延 $\Delta_{ih}^k(\tau_h)$ 可能非常小,导致发生速率 $\mu_{ih}^k$ 很大(甚至为 $\infty$ );同理,若取上限值 $u^*$ 也会考虑不到下限值.综上,选取上下限的平均值可避免发生速率出现极限值的情况.

给定 $d$ 个独立的随机变量 $X_i$ ,对应其概率密度函数(probability density function, PDF)的参数为 $\lambda_i$  ( $i=1, 2, \dots, d$ ).若所有参数 $\lambda_i$ 相同,则随机变量的和 $B_d = \sum_{i=1}^d X_i$ 采用Erlang分布.在一般情况下, $\lambda_i$ 由两个不同值组成,分别为参数值 $\beta_j$ 和重数 $r_j$ .假设存在 $a$ 组不同的参数 $\lambda_i$ ,则 $\beta_j \in \{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_a\}$ ,  $r_j \in \{r_1, r_2, \dots, r_a\}$ ,且 $r_1 + r_2 + \dots + r_a = d$ .因此,在时域 $\varpi > 0$ 上, $B_d$ 的累积概率分布函数(cumulative distribution function, CDF)为

$$G_a(\varpi) = 1 - \left( \prod_{j=1}^a \beta_j^{r_j} \right) \sum_{k=1}^a \sum_{s=1}^{r_k} \frac{\Psi_{k,s}(-\beta_k) t^{r_k-s} \exp(-\beta_k)}{(r_k-s)!(s-1)!}. \quad (5)$$

其中: $\Psi_{k,s}(\varpi) = -\frac{\partial^{s-1}}{\partial x^{s-1}} \left\{ \prod_{j=0, j \neq k}^a (\beta_j + x)^{-r_j} \right\}$ 为第

$k$ 个参数的第 $s$ 阶重数值, $\beta_0=0, r_0=1$ <sup>[19]</sup>.

## 2.2 用于概率计算的分组路径

由于本文考虑的LTPN系统为部分可观,接下来需要对变迁进行分组.假设在一个变迁序列中存在一个可观变迁 $t_{k,h_k}$  ( $k \in \mathbb{N}^+, h_k \in \mathbb{N}^+$ ),而在可观变迁 $t_{k,h_k}$ 前存在 $h_k - 1$ 个不可观变迁,则第 $k$ 组变迁序列可表示为 $t_{k,1}t_{k,2} \dots t_{k,h_k-1}t_{k,h_k}$ .可观变迁 $t_{k,h_k}$ 的对应观测时间为 $\tau_k$ ,可将其标记为 $t_{k,h_k}(\tau_k)$ ,因此第 $k$ 组的变迁序列表示为 $t_{k,1}t_{k,2} \dots t_{k,h_k-1}t_{k,h_k}(\tau_k)$ .

由于有效路径的最后一个变迁可能具有不可观性,本文在该路径最后一个可观变迁后考虑一组可能存在的不可观变迁序列.

**定义5** 给定LTPN系统的一条有效路径 $\pi(\hat{\sigma})$ ,与 $\hat{\sigma} \in \Sigma(\delta, \tau)$ 一致的分组路径为

$$\omega(\hat{\sigma}) = t_{1,1} \dots t_{1,h_1-1}t_{1,h_1}(\tau_1)t_{2,1} \dots t_{2,h_2-1}t_{2,h_2}(\tau_2) \dots t_{k,1} \dots t_{k,h_k-1}t_{k,h_k}(\tau_k)t_{k+1,1} \dots t_{k+1,h_{k+1}-1}. \quad (6)$$

假定序列 $\hat{\sigma} = t_{i_1}t_{i_2}t_{i_3} \dots t_{i_{(k-2)}}t_{i_{(k-1)}}t_{i_k}$ 包含 $t_{i_2}$ 和 $t_{i_{(k-1)}}$ 两个可观变迁.由定义5可知, $\omega(\hat{\sigma}) = t_{1,1}t_{1,2}(\tau_1)t_{2,1} \dots t_{2,(k-4)}t_{2,(k-3)}(\tau_2)t_{3,1}$ ,结合有效路径 $\pi(\hat{\sigma})$ ,可得到 $\omega(\hat{\sigma}) = t_{i_1}t_{i_2}(\tau_1)t_{i_3} \dots t_{i_{(k-1)}}(\tau_2)t_{i_k}$ .下文将用 $\omega_0(\hat{\sigma})$ 表示分组路径 $\omega(\hat{\sigma})$ 始于初始标识 $M_0$ ,且与有效路径一致的分组路径集记作 $\Sigma(\delta, \omega_0(\hat{\sigma}))$ .

## 2.3 故障发生概率

在MSCG中,下一个状态类的生成仅由当前状态类决定,且每个状态类均关联一个概率.基于这些状态类的概率,下文将介绍故障发生概率的计算方法.

为了处理故障路径,分组路径 $\omega_0(\hat{\sigma})$ 需要满足假设条件4):LTPN系统中不存在两个瞬时触发的可观变迁.在计算故障发生概率时,本文采用对两个可观变迁间的不可观变迁的PDF和后一个可观变迁的CDF进行卷积,并对卷积结果进行积分的方法.因此,假设4)可避免卷积积分为0的情况.

由故障诊断器可得到含有不同故障类的有效路径,为了求得各故障类发生的归一化概率,首先由定义5,可求得所有分组路径 $\Sigma(\delta, \omega_0(\hat{\sigma}))$ ;然后,分别计算每条路径 $\omega_0(\hat{\sigma}) \in \Sigma(\delta, \omega_0(\hat{\sigma}))$ 的发生概率<sup>[18]</sup>,即

$$\Omega(\omega_0(\hat{\sigma})) = \text{PR}_a \cdot \text{PR}_b \cdot \text{PR}_c \cdot \text{PR}_d; \quad (7)$$

最后,对各分组路径的发生概率进行归一化计算,即

$$\text{PR}(\omega_0(\hat{\sigma})) = \Omega(\omega_0(\hat{\sigma})) / \sum_{\bar{\omega}_0(\hat{\sigma}) \in \Sigma(\delta, \omega_0(\hat{\sigma}))} \Omega(\bar{\omega}_0(\hat{\sigma})), \quad (8)$$

其中式(7)中各部分概率的解释如下.

1) 通常LTPN系统在运行一段时间后会趋向于稳定状态. 在这种情况下, 各状态类的概率不再发生显著变化, 且所有状态类的稳态概率和为1. 在 $\tau_0 = 0$ 时, 初始状态类 $C_0$ 的稳态概率记为 $PR_a$ . 由于MSCG的初始状态类 $C_0$ 具有唯一性, 经计算得到所有路径的概率后进行归一化的方法如式(8)所示. 每条分组路径均有同一个稳态概率 $PR_a$ , 即式(8)的分子和分母中存在公约数, 因此, 在归一化过程中不考虑概率 $PR_a$ 的影响.

2) 不考虑时间时, 逻辑变迁序列 $\hat{\sigma}$ 的触发概率为

$$PR_b(\hat{\sigma}, M_0) = \prod_{k=1,2,\dots,(K+1)} \left( \prod_{v=1,2,\dots,h_k} \frac{\eta_{k,v}(C(k, v-1)) \cdot \mu_{k,v}}{\sum_{t_j \in T} \eta_j(C(k, v-1)) \cdot \mu_j} \right). \quad (9)$$

其中:  $k=1, 2, \dots, (K+1), v=1, 2, \dots, (h_k-1)$  被用于分组, 其依据在于变迁是否可观. 假设第 $k$ 组的可观变迁 $t_{k,h_k}$ 前存在 $h_k-1$ 个不可观变迁, 则第 $k$ 组变迁可表示为 $t_{k,1} \dots t_{k,h_k-1} t_{k,h_k}$ , 这里由触发不可观变迁到达的状态类表示为 $C(k, v-1), \eta_{k,v}(C(k, v-1))$ 为状态类 $C(k, v-1)$ 下变迁 $t_{k,v}$ 的使能度,  $\mu_{k,v}$ 为变迁 $t_{k,v}$ 的平均触发速率;  $\eta_j(C(k, v-1))$ 为状态类 $C(k, v-1)$ 下所有使能变迁 $t_j$ 的使能度,  $\mu_j$ 为变迁 $t_j$ 的平均触发速率; 由触发可观变迁到达的状态类则为 $C(k, h_k)$ .

3) 概率 $PR_c$ 为某个时间段内变迁触发的概率, 也需可观变迁作为界线进行分组, 每组的概率由两部分组成: ①在观测时间 $\tau_k$ 前触发所有不可观变迁 $t_{k,1} \dots t_{k,h_k-1}$ , 但是不触发 $t_{k,h_k}$ 的概率; ②在时间区间 $[\tau_k, \tau_k + \Delta t]$ 内触发 $t_{k,h_k}$ 的概率, 其中 $\Delta t$ 为一个无限小的时间增量<sup>[18]</sup>. 因此, 每组的概率为

$$PR_c^i = \left( \int_{\tau_{k-1}}^{\tau_k} g_{h_k-1}(t) \cdot (1 - G_{h_k}(\tau_k - t)) dt \right) \times \sum_{t_j \in T} n_j(C(k)) \cdot \mu_j \cdot \Delta t. \quad (10)$$

其中:  $g_{h_k-1}$ 为触发变迁 $t_{k,1} \dots t_{k,h_k-1}$ 的PDF,  $G_{h_k}$ 为可观变迁 $t_{k,h_k}$ 触发的CDF,  $C(k)$ 为触发变迁 $t_{k,h_k}$ 的状态类, 整个时间段 $[\tau_0, \tau_{end}]$ 内的概率 $PR_c = \prod_{i=1}^k PR_c^i$ . 同时, 由假设4)可知,  $\tau_{k-1} \neq \tau_k$ , 使得在计算概率 $PR_c$ 时不会出现积分区间为0的情况.

4) 在路径 $\omega(\hat{\sigma})$ 最后一个可观变迁 $t_{k,h_k}$ 后, 可能存在两种情况: ①在可观变迁 $t_{k,h_k}$ 后不存在不可观变迁; ②在可观变迁 $t_{k,h_k}$ 后存在不可观变迁. 对于后者, 需要计算在时间段 $[\tau_k, \tau_{end}]$ 内不触发变迁 $t_{k,h_k}$ , 但

是触发不可观变迁序列 $t_{k+1,1} \dots t_{k+1,h_{k+1}-1}$ 的概率, 即

$$PR_d = \int_{\tau_k}^{\tau_{end}} g_{h_{k+1}-1}(t) \cdot (1 - G_{h_{k+1}}(\tau_k - t)) dt. \quad (11)$$

其中:  $g_{h_{k+1}-1}$ 为序列 $t_{k+1,1} \dots t_{k+1,h_{k+1}-1}$ 的PDF,  $G_{h_{k+1}}$ 为在触发 $t_{k+1,h_{k+1}-1}$ 后再触发其他变迁的CDF.

一旦计算出每个路径 $\omega_0(\hat{\sigma}) \in \Sigma(\delta, \omega_0(\hat{\sigma}))$ 的发生概率, 即可推出故障类 $T_f^\alpha$ 在变迁序列集 $\Sigma(\delta, \tau)$ 中的概率, 即

$$PR(T_f^\alpha, \Sigma(\delta, \omega_0(\hat{\sigma}))) = \sum_{\omega_0(\hat{\sigma}) \in \Gamma_\alpha(\Sigma(\delta, \tau))} PR(\omega_0(\hat{\sigma})). \quad (12)$$

其中:  $\Gamma_\alpha(\Sigma(\delta, \tau)) = \{\omega_0(\hat{\sigma}) \in \Sigma(\delta, \omega_0(\hat{\sigma})) | T_f^\alpha \in T_f^s(\omega_0(\hat{\sigma}))\}$ 为 $\Sigma(\delta, \tau)$ 中所有含故障类 $T_f^\alpha$ 的分组路径集,  $T_f^s(\omega_0(\hat{\sigma}))$ 为路径 $\omega_0(\hat{\sigma})$ 中所有故障类的集合.

### 2.4 故障发生时间预测

本节将介绍如何评估故障变迁发生的PDF, 以便预测故障发生时间. 假设一个含有故障变迁 $t_\alpha$ 的路径 $\omega_0^\alpha(\hat{\sigma})$ , 变迁 $t_\alpha$ 发生在最后一个观测时间前, 其代表的故障类表示为 $T_f^\alpha$ . 若存在两个实测数据 $\tau_i$ 和 $\tau_{i+1}$ , 使得 $t_\alpha$ 的触发时间 $\tau_\alpha$ 存在于 $[\tau_i, \tau_{i+1}]$ 之间, 则故障路径表示为

$$\omega_0^\alpha(\hat{\sigma}) = \dots t_i t_{i,1} \dots t_{i,m} t_\alpha t_{i,m+1} \dots t_{i,n} t_{i+1} \dots \quad (13)$$

其中:  $t_i$ 为在 $\tau_i$ 时刻触发的可观变迁,  $t_{i+1}$ 为在 $\tau_{i+1}$ 时刻触发的可观变迁,  $t_{i,1} \dots t_{i,m} t_\alpha t_{i,m+1} \dots t_{i,n}$ 为在 $[\tau_i, \tau_{i+1}]$ 之间的不可观变迁序列.

首先, 考虑一个时间段 $[\tau_s, \tau_e] \subseteq [\tau_i, \tau_{i+1}]$ , 如图1所示. 计算故障类 $T_f^\alpha$ 在 $\omega_0^\alpha(\hat{\sigma})$ 中时间段 $[\tau_s, \tau_e]$ 的发生概率, 记为 $PR(\tau_\alpha \in [\tau_s, \tau_{i+1}] / \omega_0^\alpha(\hat{\sigma}))$ . 触发时间 $\tau_\alpha$ 可写为 $\tau_\alpha = \tau_i + l_\alpha$ . 其中:  $l_\alpha \geq 0$ 为一个随机变量, 表示变迁序列 $t_{i,1} \dots t_{i,m} t_\alpha$ 的持续触发时间和,  $l_\beta \geq 0$ 则表示变迁序列 $t_{i,m+1} \dots t_{i,n} t_{i+1}$ 的持续触发时间和. 本文用 $g_{l_\alpha}(x)$ 和 $g_{l_\beta}(x)$ 表示 $l_\alpha$ 和 $l_\beta$ 的PDF. 同时, 持续时间 $l_\alpha$ 和 $l_\beta$ 分别为 $m+1$ 个和 $n-m+1$ 个独立指数随机变量的和.

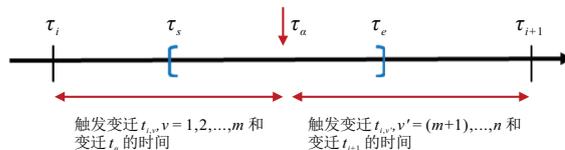


图1 时间区间 $[\tau_s, \tau_e] \subseteq [\tau_i, \tau_{i+1}]$ 分段示意图

考虑到两个连续的随机变量 $X$ 和 $Y$ , 在已知 $X$ 的PDF时,  $Y = y$ 的PDF可写为 $g_{X/Y=y}(x) =$

$g_{X,Y}(x,y)/g_Y(y)$ . 其中:  $g_{X,Y}(x,y)$  为  $X$  和  $Y$  的联合密度,  $g_Y(y)$  为  $Y$  的 PDF. 令  $X = l_\alpha, Y = l_\alpha + l_\beta, y = \tau_{i+1} - \tau_i, x$  为故障变迁的触发时间  $\tau_\alpha$ , 且已知联合密度  $g_{l_\alpha, l_\alpha + l_\beta}(x,y)$  等价于  $g_{l_\alpha, l_\beta}(x, y - x)$ , 则有

$$g_{l_\alpha / (l_\alpha + l_\beta = \tau_{i+1} - \tau_i)}(x) = \frac{g_{l_\alpha, l_\beta}(x, (\tau_{i+1} - \tau_i) - x)}{g_{l_\alpha + l_\beta}(\tau_{i+1} - \tau_i)}. \quad (14)$$

$l_\alpha$  与  $l_\beta$  相互独立, 故  $g_{l_\alpha, l_\beta}(x, (\tau_{i+1} - \tau_i) - x)$  和  $g_{l_\alpha + l_\beta}(\tau_{i+1} - \tau_i)$  分别由  $g_{l_\alpha}$  与  $g_{l_\beta}$  的乘积和卷积给出. 最终, 在区间  $[\tau_s - \tau_i, \tau_e - \tau_i]$  中对  $g_{l_\alpha / (l_\alpha + l_\beta = \tau_{i+1} - \tau_i)}(x)$  进行积分, 可得到故障类  $T_f^\alpha$  的发生概率.

**定理1** 给定 LTPN 系统的一条故障路径  $\omega_0^\alpha(\hat{\sigma})$  以及故障发生时间段  $[\tau_i, \tau_{i+1}]$ , 若故障发生前的  $(m+1)$  个独立指数随机变量的 PDF 为  $g_{l_\alpha}(x)$ , 剩余  $(n-m+1)$  个独立指数随机变量的 PDF 为  $g_{l_\beta}((\tau_{i+1} - \tau_i) - x)$ , 则在选取不同时间段  $[\tau_s, \tau_e] \subseteq [\tau_i, \tau_{i+1}]$  时, 故障类  $T_f^\alpha$  在路径  $\omega_0^\alpha(\hat{\sigma})$  中发生的概率为

$$\text{PR}(\tau_\alpha \in [\tau_s, \tau_e] / \omega_0^\alpha(\hat{\sigma})) = \begin{cases} \frac{\int_{\tau_s - \tau_i}^{\tau_e - \tau_i} g_{l_\alpha}(\varpi) g_{l_\beta}((\tau_{i+1} - \tau_i) - \varpi) d\varpi}{\int_0^{\tau_{i+1} - \tau_i} g_{l_\alpha}(\varpi) g_{l_\beta}((\tau_{i+1} - \tau_i) - \varpi) d\varpi}, \\ \tau_\alpha \in [\tau_i, \tau_{i+1}]; \\ 0, \tau_\alpha \notin [\tau_i, \tau_{i+1}]. \end{cases}$$

**证明** 由式(14)可知, 若  $\tau_\alpha \in [\tau_i, \tau_{i+1}]$ , 则  $x = l_\alpha$ , 且在故障路径  $\omega_0^\alpha(\hat{\sigma})$  中满足  $l_\alpha + l_\beta = \tau_{i+1} - \tau_i$ . 由于  $l_\alpha$  与  $l_\beta$  相互独立,  $g_{l_\alpha, l_\beta}(x, (\tau_{i+1} - \tau_i) - x)$  和  $g_{l_\alpha + l_\beta}(\tau_{i+1} - \tau_i)$  分别由  $g_{l_\alpha}(x)$  与  $g_{l_\beta}((\tau_{i+1} - \tau_i) - x)$  的乘积和卷积给出. 因此, 选取不同区间  $[\tau_s, \tau_e] \subseteq [\tau_i, \tau_{i+1}]$  对  $\int g_{l_\alpha}(\varpi) g_{l_\beta}((\tau_{i+1} - \tau_i) - \varpi) d\varpi$  进行积分, 可求出故障类  $T_f^\alpha$  的发生概率; 其次, 当  $\tau_\alpha \notin [\tau_i, \tau_{i+1}]$  时,  $l_\alpha + l_\beta \neq \tau_{i+1} - \tau_i$ , 不满足式(14), 积分区间不存在, 因此概率为 0.  $\square$

接下来考虑更一般的情况, 即  $[\tau_i, \tau_{i+n}]$  是由两个实际测量时间组成的最小时间区间(包含区间  $[\tau_s, \tau_e]$ ), 记为  $[\tau_s, \tau_e] \subseteq [\tau_i, \tau_{i+n}] (n > 1)$ , 如图2所示.

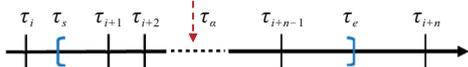


图2 时间区间  $[\tau_s, \tau_e] \subseteq [\tau_i, \tau_{i+n}]$  分段示意图

**定理2** 给定 LTPN 系统的一条故障路径  $\omega_0^\alpha(\hat{\sigma})$  以及故障发生所在时间段  $[\tau_i, \tau_{i+n}]$ , 即  $\tau_\alpha \in [\tau_i, \tau_{i+n}]$ . 若已知每条路径的故障发生概率, 则在选取不同时间段  $[\tau_s, \tau_e] \subseteq [\tau_i, \tau_{i+n}]$  时, 故障类  $T_f^\alpha$  在整个时间段  $[\tau_i, \tau_{i+n}]$  发生的总概率如下所示:

1)  $n = 1$  时

$$\text{PR}(T_f^\alpha, [\tau_s, \tau_e]) = \sum_{\omega_0^\alpha(\hat{\sigma}) \in \Sigma(\delta, \omega_0(\hat{\sigma}))} \text{PR}(\omega_0^\alpha(\hat{\sigma})) \times$$

$$\text{PR}(\tau_\alpha \in [\tau_s, \tau_e] / \omega_0^\alpha(\hat{\sigma})); \quad (15)$$

2)  $n > 1$  时

$$\text{PR}(T_f^\alpha, [\tau_s, \tau_e]) = \sum_{\omega_0^\alpha(\hat{\sigma}) \in \Sigma(\delta, \omega_0(\hat{\sigma}))} \text{PR}(\omega_0^\alpha(\hat{\sigma})) \times [\text{PR}(\tau_\alpha \in [\tau_s, \tau_{i+1}] / \omega_0^\alpha(\hat{\sigma})) + \text{PR}(\tau_\alpha \in [\tau_{i+1}, \tau_{i+n-1}] / \omega_0^\alpha(\hat{\sigma})) + \text{PR}(\tau_\alpha \in [\tau_{i+n-1}, \tau_e] / \omega_0^\alpha(\hat{\sigma}))]. \quad (16)$$

**证明** 由定理1可知, 若系统有多条包含故障类  $T_f^\alpha$  的故障路径, 则可求出每条路径中故障类  $T_f^\alpha$  的发生概率. 若要求出系统在时间段  $[\tau_i, \tau_{i+n}]$  故障类  $T_f^\alpha$  发生的总概率, 则分为以下两种情况讨论.

1) 当  $n = 1$  时, 故障类  $T_f^\alpha$  的总发生概率是将所有包含该故障类的路径在变迁序列集  $\Sigma(\delta, \tau)$  中的概率  $\text{PR}(\omega_0(\hat{\sigma}))$  与其在观测时间段  $[\tau_i, \tau_{i+1}]$  内的发生概率  $\text{PR}(\tau_\alpha \in [\tau_s, \tau_e] / \omega_0^\alpha(\hat{\sigma}))$  的积进行求和. 因此, 故障类  $T_f^\alpha$  发生的总概率如式(15)所示.

2) 当  $n > 1$  时, 故障类  $T_f^\alpha$  发生的总概率可将其在  $\Sigma(\delta, \tau)$  中的概率与其在时间段  $[\tau_i, \tau_{i+n}]$  发生的概率积进行求和. 又因时间区间  $[\tau_i, \tau_{i+n}]$  可划为不相交的时间段, 表示为

$$[\tau_s, \tau_e] = [\tau_s, \tau_{i+1}] \cup \bigcup_{k=1, 2, \dots, n-2} [\tau_{i+k}, \tau_{i+k+1}] \cup [\tau_{i+n-1}, \tau_e] = [\tau_s, \tau_{i+1}] \cup [\tau_{i+1}, \tau_{i+n-1}] \cup [\tau_{i+n-1}, \tau_e].$$

因此, 需要对每个时间区间积分求其故障的发生概率, 再求和获得时间段  $[\tau_i, \tau_{i+n}]$  的发生概率, 如式(16)所示.  $\square$

由定理1可知, 当  $\tau_\alpha \notin [\tau_i, \tau_{i+1}]$  时,  $\text{PR}(\tau_\alpha \in [\tau_s, \tau_e] / \omega_0^\alpha(\hat{\sigma})) = 0$ . 因此, 在观测过程中可由相应的标签确定故障变迁在某个时间段  $[\tau_i, \tau_{i+1}]$  触发, 然后只需考虑时间段  $[\tau_i, \tau_{i+1}]$  内的概率计算, 从而降低计算成本.

概率计算方法的复杂度主要由使用的积分法决定, 本文使用的 Gauss-Kronrod 积分法是结合 Gauss 点和 Kronrod 点及其权重进行积分计算, 其复杂度随积分节点的数量线性增加. 假设选择积分节点的数量为  $\psi$ , 则该方法的复杂度为  $O(\psi)$ . 故障发生概率计算方法的复杂度与有效路径的条数  $\rho$  和使用概率计算方法的复杂度相关<sup>[19]</sup>, 表示为  $O(\text{PR}(T_f^\alpha, \Sigma(\delta, \omega_0(\hat{\sigma})))) = O(|T|^\rho) \times O(\psi)$ . 故障发生时间的计算在故障发生概率的基础上得到, 因此, 故障发生时间预测方法的复杂度取决于要分析的含有故障的有效路径的条数  $\rho_f$  和故障发生概率计算方法的复杂度<sup>[19]</sup>, 表示为  $O(\text{PR}(\tau_\alpha \in [\tau_s, \tau_e] / \omega_0^\alpha(\hat{\sigma}))) = O(|T|^{\rho_f}) \times O(\text{PR}(T_f^\alpha, \Sigma(\delta, \omega_0(\hat{\sigma}))))$ .

### 3 交替位协议故障概率和发生时间预测

#### 3.1 交替协议位LTPN模型及其MSCG

交替位协议系统的工作流程主要是指两个终端间进行数据交换,其基本组成部分包括两个具有接收和发送信息的终端设备和信息传输介质.以交替位协议工作过程中的关键点为库所,以关键事件作为变迁可建立其LTPN模型<sup>[15]</sup>,如图3所示.其中:  $M_0 = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1]^T$ ;  $T_f = \{t_4, t_5\}$ ,且变迁  $t_4$  和  $t_5$  的含义分别为数据丢失和反馈信息丢失;其余库所和变迁含义参见文献<sup>[15]</sup>.根据MSCG生成算法构建交替位协议LTPN系统的MSCG如图4所示.

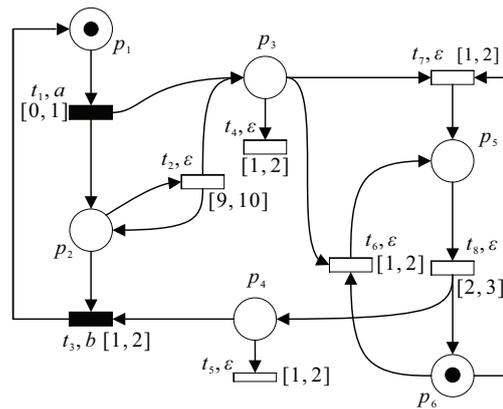


图3 交替位协议的LTPN模型<sup>[15]</sup>

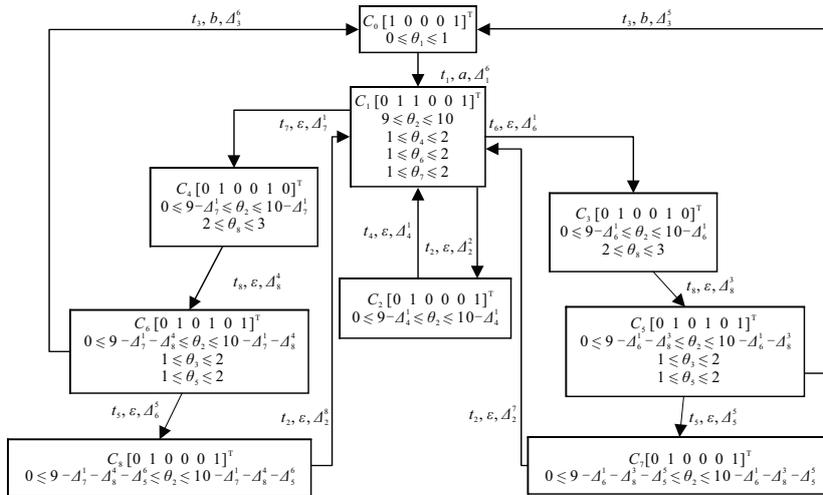


图4 交替位协议LTPN模型的MSCG

#### 3.2 交替位协议故障概率和发生时间预测

当在不同时间观测到多组可观序列时,通过计算可得到如表1所示的诊断结果.由定义3可知,观测时间要大于或等于有效路径中最后一个变迁触发的时间,即合理的时间取值最少要等于标签  $b$  被观测到的时间.

表1 诊断结果

TLS $\delta$	时间 $\tau$	有效路径	故障路径
(a, 1)(b, 7)	7.5	$t_1 t_6 t_8 t_3$ 、 $t_1 t_6 t_8 t_3$	$\emptyset$
		$t_1 t_4 t_2 t_6 t_8 t_3$ $t_1 t_4 t_2 t_7 t_8 t_3$	$\hat{\sigma}_1 : t_1 t_4 t_2 t_6 t_8 t_3$ $\hat{\sigma}_2 : t_1 t_4 t_2 t_7 t_8 t_3$
(a, 1)(b, 14)	14.5	$t_1 t_6 t_8 t_5 t_2 t_6 t_8 t_3$	$\hat{\sigma}_3 : t_1 t_6 t_8 t_5 t_2 t_6 t_8 t_3$
		$t_1 t_6 t_8 t_5 t_2 t_7 t_8 t_3$	$\hat{\sigma}_4 : t_1 t_6 t_8 t_5 t_2 t_7 t_8 t_3$
		$t_1 t_7 t_8 t_5 t_2 t_7 t_8 t_3$	$\hat{\sigma}_5 : t_1 t_7 t_8 t_5 t_2 t_7 t_8 t_3$
		$t_1 t_7 t_8 t_5 t_2 t_6 t_8 t_3$	$\hat{\sigma}_6 : t_1 t_7 t_8 t_5 t_2 t_6 t_8 t_3$
		$t_1 t_6 t_8 t_5 t_2 t_6 t_8 t_3$	
		$t_1 t_6 t_8 t_5 t_2 t_7 t_8 t_3$	

若在时间  $\tau = 7.5$  (单位时间) 观测到时间标签序列  $\delta_1 = (a, 1)(b, 7)$ , 则与  $\delta_1$  逻辑一致的变迁序列为  $t_1 t_6 t_8 t_3$ 、 $t_1 t_7 t_8 t_3$ 、 $t_1 t_4 t_2 t_6 t_8 t_3$ 、 $t_1 t_4 t_2 t_7 t_8 t_3$ 、 $t_1 t_6 t_8 t_5 t_2 t_6 t_8 t_3$ 、 $t_1 t_6 t_8 t_5 t_2 t_7 t_8 t_3$ 、 $t_1 t_7 t_8 t_5 t_2 t_6 t_8 t_3$ 、 $t_1 t_7 t_8 t_5 t_2 t_7 t_8 t_3$  等. 通过求解可得到有效变迁序列为  $t_1 t_6 t_8 t_3$ 、 $t_1 t_7 t_8 t_3$ . 所有有效路径中不包含故障变迁  $t_4$

和  $t_5$ , 故  $H(\delta_1, \tau, T_f^4) = \text{No}$  和  $H(\delta_1, \tau, T_f^5) = \text{No}$ , 即系统没有发生故障.

由表1可知, 与在时间  $\tau = 14.5$  观测到的 TLS  $\delta_2 = (a, 1)(b, 14)$  一致的分组路径集为  $\Sigma(\delta_2, \omega_0(\hat{\sigma})) = \{\omega_0(\hat{\sigma}_1), \omega_0(\hat{\sigma}_2), \omega_0(\hat{\sigma}_3), \omega_0(\hat{\sigma}_4), \omega_0(\hat{\sigma}_5), \omega_0(\hat{\sigma}_6)\}$ . 通过计算可知, 在  $\Sigma(\delta_2, \omega_0(\hat{\sigma}))$  中, 故障变迁  $t_4$  发生的概率为  $\text{PR}(T_f^4, \Sigma(\delta_2, \omega_0(\hat{\sigma}))) = 38.13\%$ , 故障变迁  $t_5$  发生的概率为  $\text{PR}(T_f^5, \Sigma(\delta_2, \omega_0(\hat{\sigma}))) = 61.87\%$ . 因此, 当该系统发生故障时, 发生数据丢失的故障概率较大.

故障变迁  $t_4$  所在的分组路径有  $\omega_0(\hat{\sigma}_1)$  和  $\omega_0(\hat{\sigma}_2)$ , 故包含故障类  $T_f^4$  的故障路径可表示为  $\omega_0^4(\hat{\sigma}_1) = t_1(1)t_4 t_2 t_6 t_8 t_3(14)$  和  $\omega_0^4(\hat{\sigma}_2) = t_1(1)t_4 t_2 t_7 t_8 t_3(14)$ . 由观测到的 TLS 可将区间  $[0, 14.5]$  分为3个时间段:  $[0, 1]$ 、 $[1, 14]$  和  $[14, 14.5]$ , 且由 TLS 可知, 故障变迁  $t_4$  发生在  $[1, 14]$  内. 通过求解得知故障路径  $\omega_0(\hat{\sigma}_1)$  与  $\omega_0(\hat{\sigma}_2)$  中各变迁的平均触发速率相同. 如图5(a)所示, 当  $[\tau_s, \tau_e]$  在时间段  $[\tau_1, \tau_2]$  内取不同值时, 故障类发生的概率是不同的. 如当  $[\tau_s, \tau_e] = [1, 2]$  时,  $\text{PR}(\tau_4 \in [1, 2]) / \omega_0^4(\hat{\sigma}_1) = 17.36\%$ ; 当  $[\tau_s, \tau_e] = [2, 3]$  时, 故障类  $T_f^4$  的发生概率为  $\text{PR}(\tau_4 \in [2, 3]) / \omega_0^4(\hat{\sigma}_1) = 9.65\%$ .

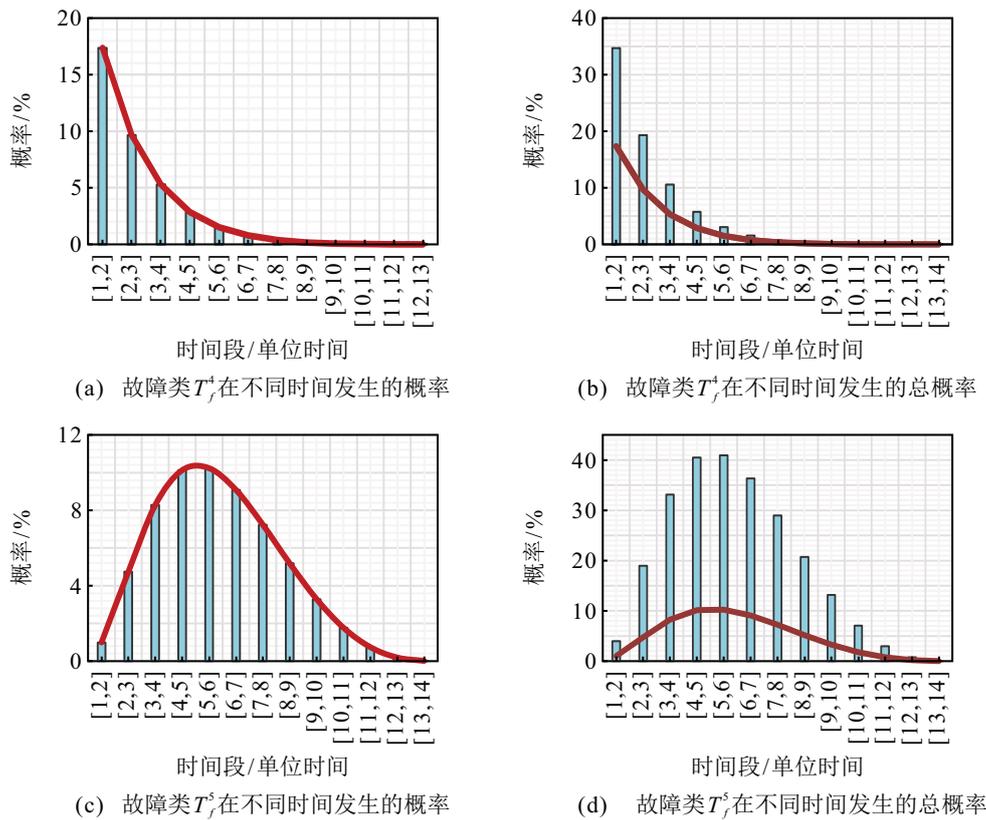


图5 不同故障类在不同时间发生的概率

进一步地,由定理2可知, $T_f^4$ 在时间段 $[\tau_s, \tau_e] = [1, 2]$ 发生的总概率为 $PR(T_f^4, [1, 2]) = PR(\tau_4 \in [1, 2] / \omega_0^4(\hat{\sigma}_1)) + PR(\tau_4 \in [1, 2] / \omega_0^4(\hat{\sigma}_2)) = 34.72\%$ ,其余时间段的总概率分布如图5(b)所示.由图5(b)可知,故障类 $T_f^4$ 在时间段 $[1, 2]$ 内发生的总概率最大,因此可在时间段 $[1, 2]$ 前对故障变迁 $t_4$ 进行干预.同理,图5(c)为包含故障类 $T_f^5$ 的各故障路径 $\omega_0(\hat{\sigma}_3)$ 、 $\omega_0(\hat{\sigma}_4)$ 、 $\omega_0(\hat{\sigma}_5)$ 、 $\omega_0(\hat{\sigma}_6)$ 的概率分布,图5(d)为故障类 $T_f^5$ 的总概率分布,可知故障类 $T_f^5$ 在时间段 $[5, 6]$ 内发生的总概率最大.

3.3 概率计算的对比和分析

通过上述示例可知,对于符合给定假设条件的LTPN系统,可计算出每个故障类的概率和发生时间范围.当前,许多学者在基于Petri网的故障发生概率方面进行了广泛研究,并提出了多种概率计算方法,本文选取一些具有代表性的文献进行对比,如表2所示.

表2 概率计算方法比较

文献	模型	状态空间	概率计算方法	故障预测
本文	标签时间Petri网	MSCG	Gauss-Kronrod积分	是
[9]	加权模糊Petri网	模糊概率网	置信概率	否
[10]	标签时间Petri网	MSCG	量子贝叶斯概率	否
[18-19]	随机Petri网	可达图	Gauss-Kronrod积分	是

文献[9]中概率的设置和命题的设定存在不确定

性,可能会影响诊断的准确性,且该方法大多应用于电力系统;文献[10]在计算不同故障类的发生概率时需要建立不同的量子贝叶斯子网,且计算过程涉及量子概率振幅表和量子贝叶斯推理,模型建立过于复杂,诊断效率较低;在故障发生时间预测方面,文献[18-19]采用随机Petri网建模,该模型适用于事件具有固定时延的系统;而本文选取标签时间Petri网模型,其每个事件(变迁)的发生具有一个随机时延,解决了不定时延系统的故障预测问题,提高了方法的适用性.所提出方法在利用离线计算的MSCG对系统进行在线诊断的基础上,降低了故障概率计算的复杂度且具有较好的诊断能力,适用于实时系统的故障概率和故障发生时间的预测.

4 结论

为了获得部分可观离散事件系统的故障发生的类别和时间,本文研究了基于标签时间Petri网的DES故障概率和发生时间的预测问题.首先,通过求解改进的MSCG路径信息构建的线性规划问题,对系统故障进行了初步诊断和分析;然后,采用Gauss-Kronrod积分法计算故障发生概率,并在观测时间段内分析了不同时间段内故障发生的概率,以估计故障发生的时间;最后,通过一个交替位协议的实例验证了所提出方法的有效性.然而,所提出方法应用于大

型的复杂系统时,仍然需要进一步减少有效路径和概率计算方法的复杂度,未来的研究可围绕这两方面进行.

### 参考文献(References)

- [1] Cassandras C G, Lafortune S. Introduction to discrete event systems[M]. New York, 2008: 1-50.
- [2] 伊思嘉, 罗继亮, 李旭航, 等. 基于Petri网和人工势场的柔性制造启发式优化方法[J]. 控制与决策, 2024, 39(6): 1977-1985.  
(Yi S J, Luo J L, Li X H, et al. Heuristic optimal method of flexible manufacturing based on Petri nets and artificial potential field[J]. Control and Decision, 2024, 39(6): 1977-1985.)
- [3] 黄楠, 刘富春, 赵锐, 等. 基于动态观测的随机离散事件系统故障诊断[J]. 控制与决策, 2022, 37(2): 417-423.  
(Huang N, Liu F C, Zhao R, et al. Failure diagnosis of stochastic discrete event systems based on dynamic observations[J]. Control and Decision, 2022, 37(2): 417-423.)
- [4] 赵相福, 欧阳丹彤. 离散事件系统基于模型诊断的研究进展[J]. 计算机科学与探索, 2011, 5(2): 114-127.  
(Zhao X F, Ouyang D T. Progress on model-based diagnosis of discrete-event systems[J]. Journal of Frontiers of Computer Science and Technology, 2011, 5(2): 114-127.)
- [5] 方欢, 方贤文, 李德权. 基于Petri网的故障诊断研究理论的综述[J]. 计算机科学, 2014, 41(3): 17-22.  
(Fang H, Fang X W, Li D Q. Review on fault diagnosis theory and application based on Petri nets[J]. Computer Science, 2014, 41(3): 17-22.)
- [6] Wang Y, Yin L, Zhu G H. Online fault diagnosis of labeled Petri nets based on reachability graphs and topological sorting[J]. IEEE Access, 2020, 8: 162363-162372.
- [7] 阙蔡雄, 刘富春, 赵锐, 等. 基于Petri网诊断器的离散事件系统模式故障的在线诊断[J]. 控制理论与应用, 2020, 37(7): 1621-1627.  
(Que C X, Liu F C, Zhao R, et al. On-line pattern diagnosis of discrete event systems with Petri net diagnosers[J]. Control Theory & Applications, 2020, 37(7): 1621-1627.)
- [8] Zhu G H, Feng L, Li Z W, et al. An efficient fault diagnosis approach based on integer linear programming for labeled Petri nets[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2021, 66(5): 2393-2398.
- [9] 闫丽梅, 徐伟丽, 徐建军. 基于改进的方向性加权模糊Petri网配电网故障诊断[J]. 现代电力, 2023, 40(3): 399-407.  
(Yan L M, Xu W L, Xu J J. Fault diagnosis of distribution network based on improved directionality weighted fuzzy Petri net[J]. Modern Electric Power, 2023, 40(3): 399-407.)
- [10] 张信哲, 张治国, 丁晓彬, 等. 部分可观时间Petri网故障的贝叶斯诊断[J]. 应用科技, 2020, 47(1): 61-67.  
(Zhang X Z, Zhang Z G, Ding X B, et al. Bayesian estimation of fault diagnosis based on POTPN[J]. Applied Science and Technology, 2020, 47(1): 61-67.)
- [11] 叶丹丹, 吴维敏, 苏宏业. 标签Petri网的路径信息在故障诊断中的应用[J]. 控制与决策, 2021, 36(2): 325-334.  
(Ye D D, Wu W M, Su H Y. Application of path information of labeled Petri nets in fault diagnosis[J]. Control and Decision, 2021, 36(2): 325-334.)
- [12] Wang X, Mahulea C, Silva M. Diagnosis of time Petri nets using fault diagnosis graph[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2015, 60(9): 2321-2335.
- [13] Basile F, Cabasino M P, Seatzu C. State estimation and fault diagnosis of labeled time Petri net systems with unobservable transitions[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2015, 60(4): 997-1009.
- [14] Basile F, Cabasino M P, Seatzu C. Diagnosability analysis of labeled time Petri net systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2017, 62(3): 1384-1396.
- [15] Li L, Deng M X, Liu B, et al. State estimation in labeled time Petri net systems using observed modified state class graph[J]. Information Sciences, 2024, 656: 119922.
- [16] Genc S, Lafortune S. Predictability of event occurrences in partially-observed discrete-event systems[J]. Automatica, 2009, 45(2): 301-311.
- [17] Lefebvre D. Fault diagnosis and prognosis with partially observed stochastic Petri nets[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers — Part O: Journal of Risk and Reliability, 2014, 228(4): 382-396.
- [18] Ammour R, Leclercq E, Sanlaville E, et al. Faults prognosis using partially observed stochastic Petri-nets: An incremental approach[J]. Discrete Event Dynamic Systems, 2018, 28(2): 247-267.
- [19] Ammour R, Leclercq E, Sanlaville E, et al. Datation of faults for Markovian stochastic DESs[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2019, 64(7): 2961-2967.
- [20] Berthomieu B, Diaz M. Modeling and verification of time dependent systems using time Petri nets[J]. IEEE Transactions on Software Engineering, 1991, 17(3): 259-273.
- [21] He Z, Li Z W, Giua A, et al. Some remarks on “state estimation and fault diagnosis of labeled time Petri net systems with unobservable transitions” [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2019, 64(12): 5253-5259.

### 作者简介

刘慧敏(1998—),女,硕士生,主要研究方向为Petri网理论、离散事件系统故障诊断, E-mail: 2315763976@qq.com;  
黎良(1989—),男,副教授,博士,主要研究方向为离散事件系统监督控制、Petri网理论与应用, E-mail: liangli@wust.edu.cn.