

控制与决策

Control and Decision

离散时间Markov跳变系统动态输出反馈有限时间 H_∞ 控制

李艳恺, 陈晨, 刘丁, 穆凌霞, 黄伟超

引用本文:

李艳恺, 陈晨, 刘丁, 等. 离散时间Markov跳变系统动态输出反馈有限时间 H_∞ 控制[J]. 控制与决策, 2025, 40(2): 617–625.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2024.0009>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

参数不确定离散时间系统的有限时间输出反馈预见控制器设计

Design of finite-time output feedback preview controller for discrete-time systems with parameter uncertainty
控制与决策. 2021, 36(9): 2074–2084 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1584>

有限频域线性重复过程的动态迭代学习控制

Dynamic iterative learning control for linear repetitive processes over finite frequency ranges
控制与决策. 2021, 36(3): 599–608 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0873>

基于反馈无源化的切换非线性系统 H_∞ 跟踪控制

Passification-based H_∞ tracking control for a class of switched nonlinear systems
控制与决策. 2021, 36(11): 2729–2734 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0798>

事件触发机制下分布时滞网络化控制系统 H_∞ 故障检测

Event-triggered H_∞ fault detection for networked control systems with distributed delays
控制与决策. 2020, 35(12): 3059–3065 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0456>

自适应事件触发的马尔科夫跳变多智能体系统一致性

Adaptive event-triggered consensus for Markovian jumping multi-agent systems
控制与决策. 2020, 35(11): 2780–2786 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.1507>

离散时间Markov跳变系统动态输出反馈有限时间 H_∞ 控制

李艳恺^{1,2,3†}, 陈晨^{1,2,3}, 刘丁^{1,2,3}, 穆凌霞^{1,2,3}, 黄伟超^{1,2,3}

- (1. 西安理工大学 自动化与信息工程学院, 西安 710048;
2. 西安理工大学 晶体生长设备及系统集成国家地方联合工程研究中心, 西安 710048;
3. 西安理工大学 陕西省复杂系统控制与智能信息处理重点实验室, 西安 710048)

摘要: 研究基于动态输出反馈的离散Markov跳变系统有限时间 H_∞ 控制问题. 针对实际系统中状态不可测和存在外界扰动的情况, 提出动态输出反馈控制策略, 同时基于有限时间 H_∞ 控制理论和Markov跳变系统理论, 分析闭环系统的稳定性并利用线性矩阵不等式(LMI)技术获取可行的充分条件. 所提方法给出了较为宽松的矩阵不等式解耦方案, 具有较大的适用范围. 最后, 通过数值案例验证所提控制方案的有效性.

关键词: 离散时间Markov跳变系统; 有限时间稳定; 动态输出反馈控制; 线性矩阵不等式技术; H_∞ 控制

中图分类号: O231 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2024.0009

引用格式: 李艳恺, 陈晨, 刘丁, 等. 离散时间Markov跳变系统动态输出反馈有限时间 H_∞ 控制[J]. 控制与决策, 2025, 40(2): 617-625.

Dynamic output feedback finite-time H_∞ control for discrete-time Markov jump system

LI Yan-kai^{1,2,3†}, CHEN Chen^{1,2,3}, LIU Ding^{1,2,3}, MU Ling-xia^{1,2,3}, HUANG Wei-chao^{1,2,3}

- (1. School of Automation and Information Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China;
2. National & Local Joint Engineering Research Center of Crystal Growth Equipment and System Integration, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China;
3. Key Laboratory of Shaanxi Province for Complex System Control and Intelligent Information Processing, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China)

Abstract: This paper mainly studies the finite-time H_∞ control problem of a discrete-time Markov jump system based on dynamic output feedback. In view of the unmeasurable state and external disturbance in the actual system, a dynamic output feedback control strategy is proposed. At the same time, based on the finite-time H_∞ control theory and Markov jump system theory, the stability of the closed-loop system is analyzed and the feasible sufficient conditions are obtained by using linear matrix inequality (LMI) technology. The proposed method gives a more relaxed matrix inequality decoupling scheme, which has a larger scope of application. Finally, the effectiveness of the proposed control scheme is verified by numerical examples.

Keywords: discrete-time Markov jump system; finite-time stability; dynamic output feedback control; LMI technique; H_∞ control

0 引言

许多实际工业系统,如硅单晶生长系统^[1-3]等,由于其本身存在多种运行状态以及外界扰动和其他随机因素,导致系统展现出不同的动态特性,采用单一模型对实际系统进行建模存在很大的建模误差,因此在建模过程中引入Markov跳变过程^[4-5]. Markov跳变系统由多个子系统组成,子系统之间的跳变转

移由Markov链确定. 同时,根据Markov跳变系统的转移概率已知情况,可分为完全已知^[6]、部分已知^[7]等;根据状态之间的转移过程和可观测性质,可分为Markov、半Markov^[8]和隐式Markov^[9]跳变系统. 如今,关于Markov跳变系统的稳定性分析以及控制器设计吸引了众多学者的研究,并产生了许多以Markov跳变系统为研究对象的成果. 文献[10-12]完

收稿日期: 2024-01-02; 录用日期: 2024-06-02.

基金项目: 国家自然科学基金项目(62127809, 62473310, 62103327); 中国博士后科学基金项目(2021MD703879, 2022T150524); 陕西省科技厅重点研发计划项目(2024GX-YBXM-298).

责任编辑: 王燕舞.

†通讯作者. E-mail: liyankai@xaut.edu.cn.

成了对多种Markov跳变系统的稳定性分析;文献[13-14]利用Markov跳变系统进行了故障诊断;针对Markov跳变系统中存在的各种扰动,文献[15-17]设计了干扰观测器及 H_∞ 控制器,结合前馈控制及反馈控制思想,构造出复合抗干扰控制器,从而实现系统的抗干扰控制。

另一方面,针对实际工业系统,通常期望系统状态在某一时间段内保持在一定阈值范围内.如在硅单晶生长过程中,希望在等径阶段晶体半径保持稳定,以生产出优良的硅单晶.渐近时间稳定是指,在足够长时间后系统状态能趋于稳定,不能满足实际工业生产过程的要求.有限时间稳定则是指系统能在有限时间内保持或达到稳定状态.有限时间稳定及有限时间有界的概念在文献[18]给出,文献[19-20]研究了切换系统的有限时间控制稳定. H_∞ 控制^[21-22]是指设计能够减小甚至抵消外部扰动或系统参数不确定性影响的控制器.文献[23-24]实现了对Markov跳变系统的有限时间 H_∞ 控制,使得在有限时间内系统状态保持在一定范围内。

在实际系统中,系统状态常常不能完全测量,因此需采用输出反馈^[25-26]实现控制目标.文献[27]设计了静态输出反馈控制器,而动态输出反馈控制器^[28]相比于静态输出反馈控制器在处理复杂系统时具有更好的性能.目前,针对连续时间Markov跳变系统的动态输出反馈已有相关内容^[29],在现有文献中,并没有针对离散时间Markov跳变系统有限时间 H_∞ 动态输出反馈控制的相关内容,故本文基于此问题进行研究。

在本文中,重点研究基于动态输出反馈控制器的离散时间Markov跳变系统有限时间 H_∞ 控制.主要贡献如下:

1) 针对存在外界干扰和系统状态不可测的离散时间Markov跳变系统,构造动态输出反馈控制器保证了系统有限时间有界且具有 H_∞ 性能。

2) 相比于文献[30],在求解控制器增益时使用了相等限制条件,从而增加了可行解的保守性.本文利用Lyapunov理论和LMI技术,给出了可行的充分条件,并通过一个数值仿真验证了本文所提出控制方案的可行性。

注意:在本文中, \mathbb{R}^n 表示 n 维实数向量, $\mathbb{Z}_{k \geq 0}$ 表示非负整数集合, $\mathbb{E}\{\cdot\}$ 表示数学期望, $\text{diag}\{\dots\}$ 表示块对角矩阵,矩阵中符号*表示矩阵对称位置的转置元素,矩阵 A 的转置和逆分别用 A^T 和 A^{-1} 表示, I 表

示适应维数的单位阵,矩阵 P 的最大、最小特征值分别用 $\lambda_{\max}\{P\}$ 和 $\lambda_{\min}\{P\}$ 表示,符号 \sup 和 \inf 表示上确界和下确界.如果没有明确说明矩阵维数,则矩阵之间维数相互兼容。

1 问题描述

考虑以下离散时间Markov跳变系统:

$$\begin{cases} x(k+1) = A_{\sigma(k)}x(k) + B_{\sigma(k)}u(k) + H_{\sigma(k)}\delta(k), \\ y(k) = C_{\sigma(k)}x(k). \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x(k) \in \mathbb{R}^{n_x}$ 为系统状态, $u(k) \in \mathbb{R}^{n_u}$ 为系统控制输入, $y(k) \in \mathbb{R}^{n_y}$ 为系统测量输出, $\delta(k)$ 为能量有界干扰, $A_{\delta(k)}$ 、 $B_{\delta(k)}$ 、 $H_{\delta(k)}$ 和 $C_{\delta(k)}$ 为系统已知矩阵。

假设1 外部干扰 $\delta(k)$ 满足能量有界条件^[8],即

$$\sum_{k=0}^{\infty} \delta^T(k)\delta(k) \leq d, \quad \forall k \in \mathbb{Z}_{k \geq 0}, d \in \mathbb{R} \geq 0.$$

切换过程 $\sigma(k)(k \geq 0)$ 服从一个离散过程、离散时间的Markov链,其值取自具有以下转移概率的有限集合 $S = \{1, 2, \dots, s\}$:

$$\Pr(\sigma(k+1) = j | \sigma(k) = i) = \pi_{ij}. \quad (2)$$

其中 $\pi_{ij} \in [0, 1]$ 表示系统从第 k 时刻模态 i 跳变到第 $k+1$ 时刻模态 j 的转移概率,且满足 $\sum_{j=1}^s \pi_{ij} = 1$ 。

动态输出反馈控制器相较于静态输出反馈控制器在一些系统动态性和不确定性较高的应用中具有更好的适应性和鲁棒性.因此,本文针对离散时间Markov跳变系统(1)构建如下动态输出反馈控制器:

$$\begin{cases} \bar{x}(k+1) = \bar{A}_{\sigma(k)}\bar{x}(k) + \bar{B}_{\sigma(k)}y(k), \\ u(k) = K_{\sigma(k)}\bar{x}(k). \end{cases} \quad (3)$$

其中: $\bar{x}(k) \in \mathbb{R}^{n_x}$ 为控制器状态, $u(k) \in \mathbb{R}^{n_u}$ 为控制器输出即系统控制输入, $\bar{A}_{\sigma(k)}$ 、 $\bar{B}_{\sigma(k)}$ 和 $K_{\sigma(k)}$ 为待确定的控制器增益矩阵。

将控制器(3)代入离散时间Markov跳变系统(1),可得如下闭环离散时间Markov跳变系统:

$$\begin{cases} \tilde{x}(k+1) = \tilde{A}_{\sigma(k)}\tilde{x}(k) + \tilde{H}_{\sigma(k)}\delta(k), \\ z(k) = \tilde{C}_{\sigma(k)}\tilde{x}(k). \end{cases} \quad (4)$$

其中

$$\begin{aligned} \tilde{x}(k) &= \begin{bmatrix} x(k) \\ \bar{x}(k) \end{bmatrix}, \quad \tilde{H}_{\sigma(k)} = \begin{bmatrix} H_{\sigma(k)} \\ 0 \end{bmatrix}, \\ \tilde{A}_{\sigma(k)} &= \begin{bmatrix} A_{\sigma(k)} & B_{\sigma(k)}K_{\sigma(k)} \\ \bar{B}_{\sigma(k)}C_{\sigma(k)} & \bar{A}_{\sigma(k)} \end{bmatrix}, \\ \tilde{C}_{\sigma(k)} &= [C_{\sigma(k)} \quad 0], \end{aligned}$$

且 $z(k)$ 为系统控制输出.

本文主要讨论离散时间Markov跳变系统有限时间 H_∞ 控制问题. 为了明确控制目标, 首先给出如下相关定义^[23].

定义1 闭环离散时间Markov跳变系统(4)关于 (c_1, c_2, \bar{R}_i, N) 有限时间稳定, 如果给定时间常数 $N \in \mathbb{Z}_{k \geq 0}$, 正定对称矩阵 $\bar{R}_i > 0$ 并且 $0 < c_1 < c_2$, 干扰 $\delta(k) = 0$, 对于 $\forall k \in \{1, 2, \dots, N\}$, 使得以下不等式成立:

$$\tilde{x}^T(0)\bar{R}_i\tilde{x}(0) \leq c_1 \Rightarrow \mathbb{E}\{\tilde{x}^T(k)\bar{R}_i\tilde{x}(k)\} < c_2. \quad (5)$$

定义2 闭环离散时间Markov跳变系统(4)关于 $(c_1, c_2, \bar{R}_i, N, d)$ 有限时间有界, 如果给定时间常数 $N \in \mathbb{Z}_{k \geq 0}$, 正定对称矩阵 $\bar{R}_i > 0$ 并且 $0 < c_1 < c_2$, 干扰 $\delta(k) \neq 0$, 使得不等式(5)成立.

定义3 闭环离散时间Markov跳变系统(4)关于 $(c_1, c_2, \bar{R}_i, N, d, \gamma)$ 有限时间有界, 且具有 H_∞ 性能, 如果以下条件成立:

1) 闭环离散时间Markov跳变系统(4)关于 $(c_1, c_2, \bar{R}_i, N, d)$ 有限时间有界;

2) 在零初始条件下, 闭环离散时间Markov跳变系统(4)的控制输出 $z(k)$ 满足

$$\mathbb{E}\left\{\sum_{k=0}^N z^T(k)z(k)\right\} \leq \gamma^2 \mathbb{E}\left\{\sum_{k=0}^N \delta^T(k)\delta(k)\right\}, \quad (6)$$

其中 $\gamma > 0$ 是 H_∞ 性能指标.

引理1 (Schur补引理^[30]) 给定的对称矩阵不等式

$$\begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} \\ X_{21} & X_{22} \end{bmatrix} < 0$$

与以下两个条件等价:

- 1) $X_{11} < 0, X_{22} - X_{12}^T X_{11}^{-1} X_{12} < 0;$
- 2) $X_{22} < 0, X_{11} - X_{12} X_{22}^{-1} X_{12}^T < 0.$

注1 切换过程 $\sigma(k)$ 也表示Markov模态, 其含义为在时间间隔 $(k - \tau, k]$ ($0 < \tau \leq k$)内系统保持在第 $\sigma(k)$ 个模态. 不失一般性, 在后文中用 i 表示系统在时间间隔 $(k - \tau, k]$ 内保持在第 $\sigma(k)$ 个模态, 即 $\sigma(k) = i, i \in S$. $A_{\sigma(k)}, B_{\sigma(k)}$ 等模态相关矩阵将表示为 A_i, B_i 等.

2 主要结果

本文主要结果可以归结为两个定理, 并以LMI形式给出了能够保证闭环离散时间Markov跳变系统(4)是有限时间有界且具有 H_∞ 性能的充分条件.

定理1 闭环离散时间Markov跳变系统(4)关于 $(c_1, c_2, \bar{R}_i, N, d, \gamma)$ 有限时间有界且具有 H_∞ 性能, 对于给定的 $0 < c_1 < c_2, \gamma > 0, \mu \geq 1$ 和矩阵 $\bar{R}_i > 0$, 如果存在正定对称矩阵 $P_i (i \in S)$ 使得以下不等式成

立:

$$\begin{bmatrix} -\mu P_i & * & * & * \\ 0 & -\mu^{-N}\gamma^2 I & * & * \\ L_{1i} & L_{2i} & -W^{-1} & * \\ \tilde{C}_i & 0 & 0 & -I \end{bmatrix} < 0, \quad (7)$$

$$\sup_{i \in S} \{\lambda_{\max}(\tilde{P}_i)\} c_1 + \mu^{-N}\gamma^2 d < \mu^{-N} \inf_{i \in S} \{\lambda_{\min}(\tilde{P}_i)\} c_2. \quad (8)$$

其中

$$\begin{aligned} \tilde{P}_i &= \bar{R}_i^{-1/2} P_i \bar{R}_i^{-1/2}, \\ W &= \text{diag}\{P_1, \dots, P_s\}, \\ L_{1i}^T &= [\sqrt{\pi_{i1}} \tilde{A}_i^T, \sqrt{\pi_{i2}} \tilde{A}_i^T, \dots, \sqrt{\pi_{is}} \tilde{A}_i^T], \\ L_{2i}^T &= [\sqrt{\pi_{i1}} \tilde{H}_i^T, \sqrt{\pi_{i2}} \tilde{H}_i^T, \dots, \sqrt{\pi_{is}} \tilde{H}_i^T]. \end{aligned}$$

证明 构造Lyapunov函数如下:

$$V(k) = V(\tilde{x}(k), \sigma(k) = i) = \tilde{x}^T(k) P_i \tilde{x}(k). \quad (9)$$

根据式(4), 可以计算得

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{V(k+1)\} &= \\ \mathbb{E}\left\{\sum_{j=1}^s \Pr\{\sigma(k+1) = j | \sigma(k) = i\} \tilde{x}^T(k+1) P_j \tilde{x}(k+1)\right\} &= \\ [\tilde{A}_i \tilde{x}(k) + \tilde{H}_i \delta(k)]^T \sum_{j=1}^s \pi_{ij} P_j [\tilde{A}_i \tilde{x}(k) + \tilde{H}_i \delta(k)] &= \\ \begin{bmatrix} \tilde{x}(k) \\ \delta(k) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^s \pi_{ij} \tilde{A}_i^T P_j \tilde{A}_i & \sum_{j=1}^s \pi_{ij} \tilde{A}_i^T P_j \tilde{H}_i \\ \sum_{j=1}^s \pi_{ij} \tilde{H}_i^T P_j \tilde{A}_i & \sum_{j=1}^s \pi_{ij} \tilde{H}_i^T P_j \tilde{H}_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}(k) \\ \delta(k) \end{bmatrix} &= \\ \begin{bmatrix} \tilde{x}(k) \\ \delta(k) \end{bmatrix}^T \{[L_{1i} \ L_{2i}]^T W [L_{1i} \ L_{2i}]\} \begin{bmatrix} \tilde{x}(k) \\ \delta(k) \end{bmatrix}. & \quad (10) \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} W &= \text{diag}\{P_1, P_2, \dots, P_s\}, \\ L_{1i}^T &= [\sqrt{\pi_{i1}} \tilde{A}_i^T, \sqrt{\pi_{i2}} \tilde{A}_i^T, \dots, \sqrt{\pi_{is}} \tilde{A}_i^T], \\ L_{2i}^T &= [\sqrt{\pi_{i1}} \tilde{H}_i^T, \sqrt{\pi_{i2}} \tilde{H}_i^T, \dots, \sqrt{\pi_{is}} \tilde{H}_i^T]. \end{aligned}$$

首先证明闭环离散时间Markov系统(4)在零初始条件下满足 H_∞ 性能, 定义以下形式性能指标^[30]:

$$\begin{aligned} J(\tilde{x}(k), \delta(k), \sigma(k) = i) &= \\ \mathbb{E}\{V(k+1)\} - \mu V(k) + & \\ z^T(k)z(k) - \gamma^2 \mu^{-N} \delta^T(k)\delta(k). & \quad (11) \end{aligned}$$

将式(10)代入(11)中可得

$$\begin{aligned}
& J(\tilde{x}(k), \delta(k), \sigma(k) = i) = \\
& [\tilde{A}_i \tilde{x}(k) + \tilde{H}_i \delta(k)]^T \sum_{j=1}^s \pi_{ij} P_j [\tilde{A}_i \tilde{x}(k) + \tilde{H}_i \delta(k)] + \\
& [\tilde{C}_i \tilde{x}(k)]^T [\tilde{C}_i \tilde{x}(k)] - \mu \tilde{x}^T(k) P_i \tilde{x}(k) - \\
& \gamma^2 \mu^{-N} \delta^T(k) \delta(k) = \\
& \begin{bmatrix} \tilde{x}(k) \\ \delta(k) \end{bmatrix}^T \left\{ \begin{bmatrix} L_{1i} & L_{2i} \\ \tilde{C}_i & 0 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} W & * \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{1i} & L_{2i} \\ \tilde{C}_i & 0 \end{bmatrix} - \right. \\
& \left. \begin{bmatrix} \mu P_i & * \\ 0 & \gamma^2 \mu^{-N} I \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} \tilde{x}(k) \\ \delta(k) \end{bmatrix}. \quad (12)
\end{aligned}$$

使用引理1,并根据条件(7)可以得到以下不等式:

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} L_{1i} & L_{2i} \\ \tilde{C}_i & 0 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} W & * \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{1i} & L_{2i} \\ \tilde{C}_i & 0 \end{bmatrix} - \\
& \begin{bmatrix} \mu P_i & * \\ 0 & \gamma^2 \mu^{-N} I \end{bmatrix} < 0. \quad (13)
\end{aligned}$$

显然,根据式(13)可以得到

$$J(\tilde{x}(k), \delta(k), \sigma(k) = i) < 0. \quad (14)$$

根据式(11)和(14)可知

$$\begin{aligned}
& \mathbb{E}\{V(k+1)\} < \mu \mathbb{E}\{V(k)\} - \mathbb{E}\{z^T(k)z(k)\} + \\
& \gamma^2 \mu^{-N} \mathbb{E}\{\delta^T(k)\delta(k)\}. \quad (15)
\end{aligned}$$

递归计算式(15)可以得到

$$\begin{aligned}
& \mathbb{E}\{V(k)\} < \\
& \mu^k \mathbb{E}\{V(0)\} - \sum_{j=0}^{k-1} \mu^{k-j-1} \mathbb{E}\{z^T(j)z(j)\} + \\
& \gamma^2 \mu^{-N} \mathbb{E}\left\{ \sum_{j=0}^{k-1} \mu^{k-j-1} \delta^T(j)\delta(j) \right\}. \quad (16)
\end{aligned}$$

在零初始条件下,并且注意到对于所有 $k \in \mathbb{Z}_{k \geq 0}$ 都有 $V(k) \geq 0$,则可以得到

$$\begin{aligned}
& \sum_{j=0}^{k-1} \mu^{k-j-1} \mathbb{E}\{z^T(j)z(j)\} < \\
& \gamma^2 \mu^{-N} \mathbb{E}\left\{ \sum_{j=0}^{k-1} \mu^{k-j-1} \delta^T(j)\delta(j) \right\}. \quad (17)
\end{aligned}$$

注意到 $\mu \geq 1$,变换可得

$$\begin{aligned}
& \mathbb{E}\left\{ \sum_{j=0}^N z^T(j)z(j) \right\} \leq \\
& \sum_{j=0}^N \mathbb{E}\{\mu^{N-j} z^T(j)z(j)\} < \\
& \gamma^2 \mu^{-N} \mathbb{E}\left\{ \sum_{j=0}^N \mu^{N-j} \delta^T(j)\delta(j) \right\} \leq
\end{aligned}$$

$$\gamma^2 \mathbb{E}\left\{ \sum_{j=0}^N \delta^T(j)\delta(j) \right\}. \quad (18)$$

根据以上推导过程,已证明闭环离散时间Markov系统(4)满足 H_∞ 性能,接下来证明系统是有限时间有界的.根据引理1和条件(7)可以获得

$$[L_{1i} \ L_{2i}]^T W [L_{1i} \ L_{2i}] < \begin{bmatrix} \mu P_i & * \\ 0 & \mu^{-N} \gamma^2 I \end{bmatrix}. \quad (19)$$

通过式(10)和(19),可以得到

$$\begin{aligned}
& \mathbb{E}\{V(k+1)\} < \\
& \mu \tilde{x}^T(k) P_i \tilde{x}(k) + \mu^{-N} \gamma^2 \delta^T(k)\delta(k) < \\
& \mu \mathbb{E}\{V(k)\} + \mu^{-N} \gamma^2 \delta^T(k)\delta(k). \quad (20)
\end{aligned}$$

由假设1可知 $\sum_{k=0}^{\infty} \delta^T(k)\delta(k) \leq d$,对式(20)进行递归计算可得以下不等式:

$$\begin{aligned}
& \mathbb{E}\{V(k)\} < \\
& \mu^k \mathbb{E}\{V(0)\} + \mu^{-N} \gamma^2 \mathbb{E}\left\{ \sum_{k=1}^{j=0} \mu^{k-1-j} \delta^T(j)\delta(j) \right\} \leq \\
& \mu^k \mathbb{E}\{V(0)\} + \mu^{-N} \gamma^2 \mu^k d. \quad (21)
\end{aligned}$$

设 $\tilde{P}_i = \bar{R}_i^{-1/2} P_i \bar{R}_i^{-1/2}$,并注意到 $\mathbb{E}\{\tilde{x}^T(0)\bar{R}_i \tilde{x}(0)\} \leq c_1$,则可以得到

$$\begin{aligned}
& \mathbb{E}\{V(0)\} = \mathbb{E}\{\tilde{x}^T(0)\bar{R}_i^{1/2} \tilde{P}_i \bar{R}_i^{1/2} \tilde{x}(0)\} \leq \\
& \sup_{i \in S} \{\lambda_{\max}(\tilde{P}_i)\} c_1, \quad (22)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \mathbb{E}\{V(k)\} = \mathbb{E}\{\tilde{x}^T(k) P_i \tilde{x}(k)\} = \\
& \mathbb{E}\{\tilde{x}^T(k) \bar{R}_i^{1/2} \tilde{P}_i \bar{R}_i^{1/2} \tilde{x}(k)\} \geq \\
& \inf_{i \in S} \{\lambda_{\min}(\tilde{P}_i)\} \mathbb{E}\{\tilde{x}^T(k) \bar{R}_i \tilde{x}(k)\}. \quad (23)
\end{aligned}$$

根据式(21)~(23),可以得到

$$\begin{aligned}
& \mathbb{E}\{\tilde{x}^T(k) \bar{R}_i \tilde{x}(k)\} < \\
& \frac{\mu^k \sup_{i \in S} \{\lambda_{\max}(\tilde{P}_i)\} c_1 + \mu^{-N} \gamma^2 \mu^k d}{\inf_{i \in S} \{\lambda_{\min}(\tilde{P}_i)\}}. \quad (24)
\end{aligned}$$

根据条件(8),则对于所有 $k \in \{1, 2, \dots, N\}$,可以得到 $\mathbb{E}\{\tilde{x}^T(k) \bar{R}_i \tilde{x}(k)\} < c_2$,证明了闭环离散时间Markov系统(4)有限时间有界. \square

推论1 闭环离散时间Markov跳变系统(4)关于 (c_1, c_2, \bar{R}_i, N) 有限时间稳定,对于给定的 $\mu \geq 1, 0 < c_1 < c_2$,如果存在正定对称矩阵 $P_i (i \in S)$ 使得以下不等式成立:

$$\begin{bmatrix} -\mu P_i & * \\ L_{1i} & -W^{-1} \end{bmatrix} < 0, \quad (25)$$

$$\sup_{i \in S} \{\lambda_{\max}(\tilde{P}_i)\} c_1 < \mu^{-N} \inf_{i \in S} \{\lambda_{\min}(\tilde{P}_i)\} c_2. \quad (26)$$

其中 P_i, L_{1i} 和 W 与定理1中的含义相同.

注2 $\mu \geq 1$ 表示系统稳定程度,当 $\mu = 1$ 时,不仅可以得到保证Markov跳变系统稳定的充分条件,而且可保证受外界干扰的Markov跳变系统状态是有界的.

注3 定理1完成了对闭环离散时间Markov系统有限时间有界且具有 H_∞ 性能证明,并给出了充分条件.由于条件中存在非线性,使得求解动态输出反馈控制器增益相当困难,因此在下面的定理中,采用LMI技术来获取控制器的增益.

定理2 考虑存在干扰 $\delta(k)$ 及状态不可测的离散时间Markov跳变系统,构造动态输出反馈控制器(3),则闭环离散时间Markov跳变系统(4)关于 $(c_1, c_2, \bar{R}_i, N, d, \gamma)$ 有限时间有界且具有 H_∞ 性能,对于给定的 $0 < c_1 < c_2, \gamma > 0, \mu \geq 1$ 和矩阵 $\bar{R}_i > 0$,如果存在标量 $0 < \alpha < 1$,以及矩阵 $\bar{X}_i > 0, Y_i > 0, i \in 1, \dots, S$,使得以下线性不等式条件成立:

$$\begin{bmatrix} -\mu X_i'' & * & * & \dots & * & * \\ 0 & -\mu^{-N}\gamma^2 I & * & \dots & * & * \\ A_1^{(4)} & H_1' & -\bar{X}_1 & 0 & 0 & * \\ \vdots & \vdots & 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ A_s^{(4)} & H_s' & \vdots & \ddots & -\bar{X}_s & 0 \\ C_i' & 0 & 0 & \dots & 0 & -I \end{bmatrix} < 0, \quad (27)$$

$$\begin{bmatrix} Y_i & I \\ I & X_{1i} \end{bmatrix} > 0, \quad (28)$$

$$\alpha \bar{R}_i^{-1} < \bar{X}_i < \bar{R}_i^{-1}, \quad (29)$$

$$\begin{bmatrix} \mu^{-N}\gamma^2 d - \mu^{-N}c_2 & \sqrt{c_1} \\ \sqrt{c_1} & -\alpha \end{bmatrix} > 0. \quad (30)$$

其中

$$X_i'' = \begin{bmatrix} Y_i & I \\ I & X_{1i} \end{bmatrix}, \bar{X}_i = \begin{bmatrix} X_{1i} & -X_{2i} \\ -X_{2i} & X_{2i} \end{bmatrix} > 0,$$

$$Y_i = (X_{1i} - X_{2i})^{-1} > 0,$$

$$C_i' = [C_{zi} \ C_{zi} X_{1i}], X_{1i} > X_{2i},$$

$$H_1' = \begin{bmatrix} \sqrt{\pi_{i1}} H_i \\ 0 \end{bmatrix}, \dots, H_s' = \begin{bmatrix} \sqrt{\pi_{is}} H_i \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$A_1^{(4)} = \begin{bmatrix} \sqrt{\pi_{i1}} A_i & \sqrt{\pi_{i1}} A_i X_{1i} - \sqrt{\pi_{i1}} B_i Z_i \\ \sqrt{\pi_{i1}} \bar{B}_i C_i & 0 \end{bmatrix},$$

\vdots

$$A_s^{(4)} = \begin{bmatrix} \sqrt{\pi_{is}} A_i & \sqrt{\pi_{is}} A_i X_{1i} - \sqrt{\pi_{is}} B_i Z_i \\ \sqrt{\pi_{is}} \bar{B}_i C_i & 0 \end{bmatrix}.$$

如果以上线性不等式条件可解,则可求解得到动态输出反馈控制器的增益

$$\bar{A}_i = \bar{B}_i C_i X_{1i} X_{2i}^{-1}, \bar{B}_i, K_i = Z_i X_{2i}^{-1}.$$

证明 对定理1中的式(7)左右同乘对角矩阵 $\text{diag}\{P_i^{-1}, I, I, I\}$,可以获得以下不等式:

$$\begin{bmatrix} -\mu P_i^{-1} & * & * & * \\ 0 & -\mu^{-N}\gamma^2 I & * & * \\ L_{1i} P_i^{-1} & L_{2i} & -W^{-1} & * \\ \tilde{C}_i P_i^{-1} & 0 & 0 & -I \end{bmatrix} < 0. \quad (31)$$

设 $\bar{X}_i = P_i^{-1}$,对式(31)进行拆分可得

$$\begin{bmatrix} -\mu \bar{X}_i & * & * & \dots & * & * \\ 0 & -\mu^{-N}\gamma^2 I & * & \dots & * & * \\ \sqrt{\pi_{i1}} \tilde{A}_i \bar{X}_i & \sqrt{\pi_{i1}} \tilde{H}_i & -\bar{X}_1 & 0 & 0 & * \\ \vdots & \vdots & 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \sqrt{\pi_{is}} \tilde{A}_i \bar{X}_i & \sqrt{\pi_{is}} \tilde{H}_i & \vdots & \ddots & -\bar{X}_s & 0 \\ \tilde{C}_i \bar{X}_i & 0 & 0 & \dots & 0 & -I \end{bmatrix} < 0, \quad (32)$$

并选择正定对称矩阵 \bar{X}_i 为

$$\bar{X}_i = \begin{bmatrix} X_{1i} & -X_{2i} \\ -X_{2i} & X_{2i} \end{bmatrix} > 0, X_{1i} > X_{2i}. \quad (33)$$

根据闭环离散时间Markov跳变系统(4)的矩阵参数,可以将不等式(32)重写为

$$\begin{bmatrix} -\mu \bar{X}_i & * & * & \dots & * & * \\ 0 & -\mu^{-N}\gamma^2 I & * & \dots & * & * \\ A_1' & H_1' & -\bar{X}_1 & 0 & 0 & * \\ \vdots & \vdots & 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ A_s' & H_s' & \vdots & \ddots & -\bar{X}_s & 0 \\ \tilde{C}_i \bar{X}_i & 0 & 0 & \dots & 0 & -I \end{bmatrix} < 0. \quad (34)$$

其中

$$A_1' = \begin{bmatrix} \sqrt{\pi_{i1}}(A_i X_{1i} - B_i K_i X_{2i}) & \rightarrow \\ \sqrt{\pi_{i1}}(\bar{B}_i C_i X_{1i} - \bar{A}_i X_{2i}) & \\ \sqrt{\pi_{i1}}(-A_i X_{2i} + B_i K_i X_{2i}) & \\ \sqrt{\pi_{i1}}(-\bar{B}_i C_i X_{2i} + \bar{A}_i X_{2i}) & \leftarrow \end{bmatrix},$$

\vdots

$$A_s' = \begin{bmatrix} \sqrt{\pi_{is}}(A_i X_{1i} - B_i K_i X_{2i}) & \rightarrow \\ \sqrt{\pi_{is}}(\bar{B}_i C_i X_{1i} - \bar{A}_i X_{2i}) & \\ \sqrt{\pi_{is}}(-A_i X_{2i} + B_i K_i X_{2i}) & \\ \sqrt{\pi_{is}}(-\bar{B}_i C_i X_{2i} + \bar{A}_i X_{2i}) & \leftarrow \end{bmatrix},$$

$$H'_1 = \begin{bmatrix} \sqrt{\pi_{i1}} H_i \\ 0 \end{bmatrix}, \dots, H'_s = \begin{bmatrix} \sqrt{\pi_{is}} H_i \\ 0 \end{bmatrix}.$$

定义 $Q = \begin{bmatrix} I & I \\ I & 0 \end{bmatrix}$, 并对不等式(34)左右同乘对角

矩阵 $\text{diag}\{Q, I, I, \dots, I\}$, 可以获得以下不等式:

$$\begin{bmatrix} -\mu X'_i & * & * & \dots & * & * \\ 0 & -\mu^{-N} \gamma^2 I & * & \dots & * & * \\ A''_1 & H'_1 & -\bar{X}_1 & 0 & 0 & * \\ \vdots & \vdots & 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ A''_s & H'_s & \vdots & \ddots & -\bar{X}_s & 0 \\ \tilde{C}_i \bar{X}_i Q & 0 & 0 & \dots & 0 & -I \end{bmatrix} < 0. \quad (35)$$

其中

$$X'_i = \begin{bmatrix} X_{1i} - X_{2i} & X_{1i} - X_{2i} \\ X_{1i} - X_{2i} & X_{1i} \end{bmatrix},$$

$$A''_1 =$$

$$\begin{bmatrix} \sqrt{\pi_{i1}} A_i (X_{1i} - X_{2i}) & \sqrt{\pi_{i1}} (A_i X_{1i} - B_i K_i X_{2i}) \\ \sqrt{\pi_{i1}} \bar{B}_i C_i (X_{1i} - X_{2i}) & \sqrt{\pi_{i1}} (\bar{B}_i C_i X_{1i} - \bar{A}_i X_{2i}) \end{bmatrix},$$

\vdots

$$A''_s =$$

$$\begin{bmatrix} \sqrt{\pi_{is}} A_i (X_{1i} - X_{2i}) & \sqrt{\pi_{is}} (A_i X_{1i} - B_i K_i X_{2i}) \\ \sqrt{\pi_{is}} \bar{B}_i C_i (X_{1i} - X_{2i}) & \sqrt{\pi_{is}} (\bar{B}_i C_i X_{1i} - \bar{A}_i X_{2i}) \end{bmatrix}.$$

设 $Y_i = (X_{1i} - X_{2i})^{-1} > 0$ 且 $\begin{bmatrix} Y_i & I \\ I & X_{1i} \end{bmatrix} > 0$, 则保证了

$X_{2i} = X_{1i} - Y_i^{-1} > 0$. 同时定义 $T_i = \begin{bmatrix} Y_i & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}$, 对不等式(35)左右同乘对角矩阵 $\text{diag}\{T_i, I, I, \dots, I\}$, 可以获得以下不等式:

$$\begin{bmatrix} -\mu X''_i & * & * & \dots & * & * \\ 0 & -\mu^{-N} \gamma^2 I & * & \dots & * & * \\ A'''_1 & H'_1 & -\bar{X}_1 & 0 & 0 & * \\ \vdots & \vdots & 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ A'''_s & H'_s & \vdots & \ddots & -\bar{X}_s & 0 \\ C'_i & 0 & 0 & \dots & 0 & -I \end{bmatrix} < 0. \quad (36)$$

其中

$$X''_i = \begin{bmatrix} Y_i & I \\ I & X_{1i} \end{bmatrix},$$

$$C'_i = \tilde{C}_i \bar{X}_i Q T_i = [C_{zi} \quad C_{zi} X_{1i}],$$

$$A'''_1 = \begin{bmatrix} \sqrt{\pi_{i1}} A_i & \sqrt{\pi_{i1}} (A_i X_{1i} - B_i K_i X_{2i}) \\ \sqrt{\pi_{i1}} \bar{B}_i C_i & \sqrt{\pi_{i1}} (\bar{B}_i C_i X_{1i} - \bar{A}_i X_{2i}) \end{bmatrix},$$

\vdots

$$A'''_s = \begin{bmatrix} \sqrt{\pi_{is}} A_i & \sqrt{\pi_{is}} (A_i X_{1i} - B_i K_i X_{2i}) \\ \sqrt{\pi_{is}} \bar{B}_i C_i & \sqrt{\pi_{is}} (\bar{B}_i C_i X_{1i} - \bar{A}_i X_{2i}) \end{bmatrix}.$$

定义 $Z_i = K_i X_{2i}$, 并取 $\bar{A}_i = \bar{B}_i C_i X_{1i} X_{2i}^{-1}$, 则根据不等式(36)可得式(27), 其中

$$A_1^{(4)} = \begin{bmatrix} \sqrt{\pi_{i1}} A_i & \sqrt{\pi_{i1}} A_i X_{1i} - \sqrt{\pi_{i1}} B_i Z_i \\ \sqrt{\pi_{i1}} \bar{B}_i C_i & 0 \end{bmatrix},$$

\vdots

$$A_s^{(4)} = \begin{bmatrix} \sqrt{\pi_{is}} A_i & \sqrt{\pi_{is}} A_i X_{1i} - \sqrt{\pi_{is}} B_i Z_i \\ \sqrt{\pi_{is}} \bar{B}_i C_i & 0 \end{bmatrix}.$$

另一方面, 定义 $\hat{X}_i = \bar{R}_i^{-1/2} \bar{X}_i^{-1} \bar{R}_i^{-1/2}$, 且由定理1可知 $\tilde{P}_i = \bar{R}_i^{-1/2} P_i \bar{R}_i^{-1/2}$, 则条件(8)可以改写为

$$\sup_{i \in S} \{\lambda_{\max}(\hat{X}_i)\} c_1 + \mu^{-N} \gamma^2 d < u^{-N} \inf_{i \in S} \{\lambda_{\min}(\hat{X}_i)\} c_2. \quad (37)$$

设 $\alpha \bar{R}_i^{-1} < \bar{X}_i < \bar{R}_i^{-1}$, 则不等式

$$\alpha^{-1} c_1 + \mu^{-N} \gamma^2 d < \mu^{-N} c_2 \quad (38)$$

成立, 可得出不等式(37)成立. 使用引理1可由式(38)得到条件(30).

至此, 完成对定理2的证明, 给出了能够使得闭环离散时间 Markov 跳变系统(4)有限时间有界且具有 H_∞ 性能的可行充分条件, 以及相应的动态输出反馈控制器(3)增益矩阵. \square

3 数值仿真

在本节中, 通过数值案例来证明本文所提方法的有效性. 考虑一个具有双模态的离散时间 Markov 跳变系统, 其参数如下:

模态1:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1.1 & -0.405 \\ 0.3 & 1.31 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & -0.1 \end{bmatrix},$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} 0.5 & 1 \\ 0.8 & 1 \end{bmatrix}, C_{z1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0.5 & 1 \end{bmatrix},$$

$$H_1 = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.2 \end{bmatrix}, \bar{R}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

模态2:

$$A_2 = \begin{bmatrix} -1.1 & -0.267 \\ 0.5 & -0.134 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & -0.2 \end{bmatrix},$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0.8 & 1 \end{bmatrix}, C_{z2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0.5 & 1 \end{bmatrix},$$

$$H_2 = \begin{bmatrix} -0.3 \\ -0.1 \end{bmatrix}, \bar{R}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

该系统的Markov转移概率为

$$\text{Pr} = \begin{bmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} \\ \pi_{21} & \pi_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.4 \\ 0.3 & 0.7 \end{bmatrix}.$$

图1为系统基于转移概率的模态跳变过程. 系统其他参数选取为 $c_1 = 1, c_2 = 12, N = 100, d = 5, \gamma^2 = 0.6$ 和 $\mu = 1$; 设置离散时间Markov跳变系统和动态输出反馈控制器初始状态均为 $x(0) = \bar{x}(0) = [0.5, 0.2]^T$; 在系统中添加的能量有界干扰为 $\delta(k) = 6e^{-k} \sin(k)$, 其值满足假设1, 即 $\sum_{k=0}^{\infty} \delta^T(k)\delta(k) = 4.005 < d$. 通过定理2对上述系统构造动态输出反馈控制器, 并利用LMI技术进行求解可得

$$\bar{A}_1 = \begin{bmatrix} -0.2243 & 0.0324 \\ -0.0990 & -0.2431 \end{bmatrix},$$

$$\bar{B}_1 = \begin{bmatrix} 1.6685 & -1.6037 \\ -0.6365 & 0.1503 \end{bmatrix},$$

$$K_1 = \begin{bmatrix} 0.7871 & -0.4115 \\ -0.3238 & -4.6196 \end{bmatrix},$$

$$\bar{A}_2 = \begin{bmatrix} -0.4446 & 0.1050 \\ 0.2204 & -0.0554 \end{bmatrix},$$

$$\bar{B}_2 = \begin{bmatrix} 0.4845 & 0.1474 \\ 0.2356 & 0.0764 \end{bmatrix},$$

$$K_2 = \begin{bmatrix} -0.2867 & -0.0311 \\ 0.3245 & 0.0446 \end{bmatrix},$$

$$\alpha = 0.1094.$$

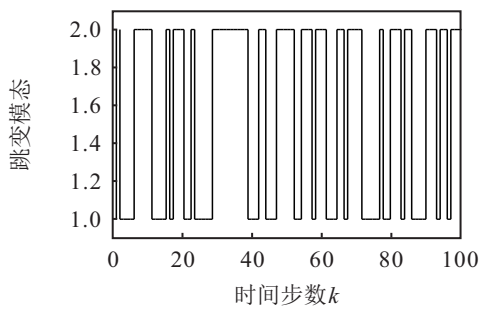


图1 Markov模态跳变过程

系统及控制仿真结果如图2~图4所示. 图2显示了离散时间Markov跳变系统状态变化曲线, 可以看出任意时刻 $k \in \{1, \dots, N\}$ 的系统状态 $x(k)$ 均满足条件(5), 即在任意时刻系统状态均满足 $\mathbb{E}\{\bar{x}^T(k)\bar{R}_i\bar{x}(k)\} < c_2 = 12$, 这表明系统有限时间有界. 图3显示了系统控制输入变化曲线, 图

4显示了闭环离散时间Markov跳变系统控制输出变化曲线, 可以看出控制输出 $z(k)$ 满足条件(6), 即 $\mathbb{E}\left\{\sum_{k=0}^N z^T(k)z(k)\right\} = 2.345 \leq \gamma^2 \mathbb{E}\left\{\sum_{k=0}^N \delta^T(k)\delta(k)\right\} = 2.403$, 这表明系统有限时间有界并具有 H_∞ 性能. 最终, 通过该数值仿真验证了本文所构造的动态输出反馈控制方案的可行性.

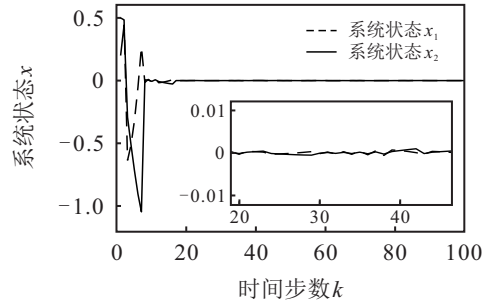


图2 离散时间Markov跳变系统状态曲线

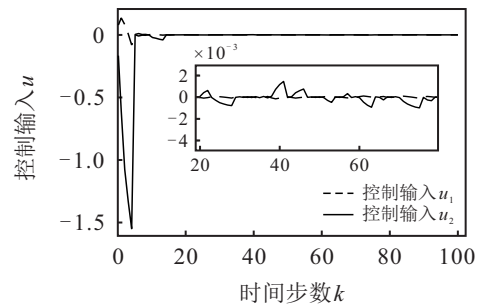


图3 离散时间Markov跳变系统控制输入曲线

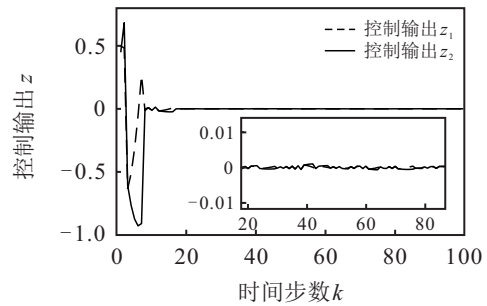


图4 离散时间Markov跳变系统控制输出曲线

4 结论

本文研究了离散时间Markov跳变系统的有限时间有界及 H_∞ 控制问题. 首先针对存在干扰及状态不可测的离散时间Markov跳变系统构造了动态输出反馈控制器, 然后基于Lyapunov理论证明了闭环离散时间Markov跳变系统有限时间有界且具有 H_∞ 性能, 并利用LMI技术给出了可行的充分条件, 求解出控制器矩阵; 最后, 通过一个数值案例验证了本文控制方案的可行性. 在未来工作中, 将考虑多种干扰并设计干扰观测器实现Markov跳变系统的复合抗干扰控制.

参考文献(References)

- [1] Verezub N A, Prostomolotov A I. Mechanics of growing and heat treatment processes of monocrystalline silicon[J]. *Mechanics of Solids*, 2020, 55(5): 643-653.
- [2] Li Y K, Ren B, Liu D. Model predictive control of event triggering in silicon single crystal growth processes[C]. 2022 China Automation Congress. Xiamen, 2022: 4817-4822.
- [3] Ren J C, Liu D, Wan Y. Modeling and application of Czochralski silicon single crystal growth process using hybrid model of data-driven and mechanism-based methodologies[J]. *Journal of Process Control*, 2021, 104: 74-85.
- [4] 王国良, 秦奋. Markov系统矩阵未知情况下的控制器设计[J]. *控制与决策*, 2016, 31(7): 1265-1271.
(Wang G L, Qin F. Stabilization of Markovian jump systems with unknown system matrices[J]. *Control and Decision*, 2016, 31(7): 1265-1271.)
- [5] Ntinias V, Rubio A, Sirakoulis G C. Probabilistic resistive switching device modeling based on Markov jump processes[J]. *IEEE Access*, 2021, 9: 983-988.
- [6] Wan H Y, Luan X L, Stojanovic V, et al. Self-triggered finite-time control for discrete-time Markov jump systems[J]. *Information Sciences*, 2023, 634: 101-121.
- [7] Li Y K, Sun H B, Zong G D, et al. Composite adaptive anti-disturbance resilient control for Markovian jump systems with partly known transition rate and multiple disturbances[J]. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 2017, 31(7): 1077-1097.
- [8] 郑柏浩, 嵇小辅, 朱毅. 不确定离散半马尔可夫跳变系统的有限时间鲁棒 H_∞ 控制[J]. *控制与决策*, 2024, 39(3): 836-844.
(Zheng B H, Ji X F, Zhu Y. Robust finite-time H_∞ control for uncertain discrete-time semi-Markov jump systems[J]. *Control and Decision*, 2024, 39(3): 836-844.)
- [9] Romero L H, Ribeiro J R, Costa E F. On the H_2 control of hidden Markov jump linear systems[J]. *IEEE Control Systems Letters*, 2023, 7: 1315-1320.
- [10] Li X H, Zhang W D, Lu D K. Stability and stabilization analysis of Markovian jump systems with generally bounded transition probabilities[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2020, 357(13): 8416-8434.
- [11] 周绍伟, 陈兵, 刘洪霞. 带乘性噪声的非齐次Markov跳跃系统有限时间稳定性[J]. *控制与决策*, 2018, 33(3): 565-570.
(Zhou S W, Chen B, Liu H X. Finite-time stability for nonhomogeneous Markov jump systems with multiplicative noises[J]. *Control and Decision*, 2018, 33(3): 565-570.)
- [12] Wu X T, Shi P, Tang Y, et al. Stability analysis of semi-markov jump stochastic nonlinear systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2022, 67(4): 2084-2091.
- [13] Shen Y, Wu Z G, Shi P, et al. Dissipativity based fault detection for 2D Markov jump systems with asynchronous modes[J]. *Automatica*, 2019, 106: 8-17.
- [14] Cheng P, He S P, Stojanovic V, et al. Fuzzy fault detection for Markov jump systems with partly accessible hidden information: An event-triggered approach[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2022, 52(8): 7352-7361.
- [15] 高倩, 高宪文, 齐文海. 带有执行器饱和的变时滞Markovian跳变系统的DOBC控制[J]. *控制与决策*, 2019, 34(9): 1857-1866.
(Gao Q, Gao X W, Qi W H. Disturbance-observer-based control for Markovian jump systems with time-varying delay and actuator saturation[J]. *Control and Decision*, 2019, 34(9): 1857-1866.)
- [16] Sun H B, Li Y K, Zong G D, et al. Disturbance attenuation and rejection for stochastic Markovian jump system with partially known transition probabilities[J]. *Automatica*, 2018, 89: 349-357.
- [17] Yang J Q, Bu X H, Yu Q X, et al. Observer-based controller design for nonlinear semi-Markov switched system with external disturbance[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2020, 357(13): 8435-8453.
- [18] Amato F, Ambrosino R, Ariola M, et al. On the finite-time boundedness of linear systems[J]. *Automatica*, 2019, 107: 454-466.
- [19] Wang F, Chen B, Sun Y M, et al. Finite time control of switched stochastic nonlinear systems[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2019, 365: 140-152.
- [20] 杨坤, 沈艳霞, 纪志成. 时变时滞连续切换奇异系统的一致有限时间稳定分析[J]. *控制与决策*, 2014, 29(7): 1316-1320.
(Yang K, Shen Y X, Ji Z C. Uniform finite-time stability for a class of continuous-time switched descriptor systems with time-varying delay[J]. *Control and Decision*, 2014, 29(7): 1316-1320.)
- [21] 潘晓真, 黄金杰, 郝现志. 时滞仿射线性参数变量系统的有记忆 H_∞ 状态反馈控制[J]. *控制与决策*, 2019, 34(4): 709-717.
(Pan X Z, Huang J J, Hao X Z. Memory state feedback H_∞ control for affine linear parameter variable systems with time delay[J]. *Control and Decision*, 2019, 34(4): 709-717.)
- [22] Peng C, Wu J C, Tian E G. Stochastic event-triggered H_∞ control for networked systems under denial of service attacks[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2022, 52(7): 4200-4210.

- [23] Tian G T. Finite-time H_∞ control for stochastic Markovian jump systems with time-varying delay and generally uncertain transition rates[J]. International Journal of Systems Science, 2021, 52(12): 2446-2459.
- [24] Gao X B, Ren H R, Deng F Q, et al. Observer-based finite-time H_∞ control for uncertain discrete-time nonhomogeneous Markov jump systems[J]. Journal of the Franklin Institute, 2019, 356(4): 1730-1749.
- [25] 李丽, 卢延荣, 于晓. 参数不确定离散时间系统的有限时间输出反馈预见控制器设计[J]. 控制与决策, 2021, 36(9): 2074-2084.
(Li L, Lu Y R, Yu X. Design of finite-time output feedback preview controller for discrete-time systems with parameter uncertainty[J]. Control and Decision, 2021, 36(9): 2074-2084.)
- [26] Wu L G, Gao Y B, Liu J X, et al. Event-triggered sliding mode control of stochastic systems via output feedback[J]. Automatica, 2017, 82: 79-92.
- [27] Tian Y X, Yan H C, Zhang H, et al. Resilient static output feedback control of linear semi-markov jump systems with incomplete semi-Markov kernel[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2021, 66(9): 4274-4281.
- [28] Li Y K, Chen M, Li T, et al. Anti-disturbance reference mode resilient dynamic output feedback control for turbofan systems[J]. Applied Mathematics and Computation, 2020, 378: 125183.
- [29] de Oliveira A M, Costa O L V, Fragoso M D, et al. Dynamic output feedback control for continuous-time Markov jump linear systems with hidden Markov models[J]. International Journal of Control, 2022, 95(3): 716-728.
- [30] Zhang Y, Liu C. Observer-based finite-time H_∞ control of discrete-time Markovian jump systems[J]. Applied Mathematical Modelling, 2013, 37(6): 3748-3760.

作者简介

李艳恺(1987—), 男, 副教授, 博士, 硕士生导师, 主要研究方向为Markov跳变控制系统、复合抗干扰控制, E-mail: liyankai@xaut.edu.cn;

陈晨(2000—), 男, 硕士生, 主要研究方向为Markov跳变系统、抗干扰控制、硅单晶生长, E-mail: chenchen427@foxmail.com;

刘丁(1957—), 男, 教授, 博士, 博士生导师, 主要研究方向为硅单晶生长设备、过程控制与核心工艺, E-mail: liud@xaut.edu.cn;

穆凌霞(1988—), 女, 副教授, 博士, 硕士生导师, 主要研究方向为故障诊断与健康健康管理, E-mail: mulingxia@xaut.edu.cn;

黄伟超(1984—), 男, 副教授, 博士, 硕士生导师, 主要研究方向为复杂系统建模与优化、多物理场耦合建模与仿真, E-mail: huangwc@xaut.edu.cn.