

基于动态梯度相似度的多任务进化算法

李二超[†], 豆书欢, 刘 昀, 隋浩男

(兰州理工大学 自动化与电气工程学院, 兰州 730050)

摘要: 进化多任务优化通过在不同优化任务间共享隐式遗传信息来提升整体搜索效率. 然而, 当任务间相关性低时, 缺乏相关性度量的盲目知识迁移极易引发负迁移效应. 基于此, 提出一种基于动态梯度相似度的多任务进化算法 MFEA-DGS. 首先, 算法引入基于方向梯度下降的拟梯度算子, 通过构建任务的下降方向向量来感知解空间的几何特征, 实现高效的正向迁移. 其次, 提出一种动态梯度相似度策略, 通过计算源任务与目标任务梯度向量的方向余弦相似度, 并结合硬阈值截断机制物理阻断冲突任务, 自适应地调节知识迁移强度. 此外, 构建包含梯度算子与模拟二进制交叉及多项式变异的概率混合搜索框架, 利用进化算子的全局探索能力弥补单一梯度搜索易陷入局部最优的局限性, 显著提升了收敛精度. 在 CEC2017-MTSSO 和 WCCI2020-MTSSO 基准测试集上的实验结果表明, 与多种先进的多任务优化算法相比, MFEA-DGS 在收敛速度、求解精度及鲁棒性方面均表现出显著优势.

关键词: 多任务优化; 动态梯度相似度; 拟梯度几何感知; 自适应知识迁移; 混合搜索策略

中图分类号: TP18 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2026.0085

引用格式: 李二超, 豆书欢, 刘昀, 等. 基于动态梯度相似度的多任务进化算法 [J]. 控制与决策.

A multifactorial evolutionary algorithm based on dynamic gradient similarity

LI Er-chao[†], DOU Shu-huan, LIU Yun, SUI Hao-nan

(School of Automation and Electrical Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China)

Abstract: Evolutionary Multitasking enhances overall search efficiency by sharing implicit genetic information among distinct optimization tasks. However, when inter-task correlation is low, blind knowledge transfer without correlation measurement is highly prone to triggering negative transfer effects. To address this issue, this paper proposes a multifactorial evolutionary algorithm based on dynamic gradient similarity (MFEA-DGS). Firstly, a quasi-gradient operator based on directional gradient descent is introduced to construct descent direction vectors, enabling the algorithm to capture the geometric features of the solution space for efficient positive transfer. Secondly, a dynamic gradient similarity strategy is proposed to adaptively regulate the intensity of knowledge transfer and physically block conflicting tasks using a hard-threshold mechanism, by calculating the directional cosine similarity between the gradient vectors of the source and target tasks. Additionally, a probabilistic hybrid search framework combining the gradient operator with simulated binary crossover and polynomial mutation is constructed. This framework leverages the global exploration capability of evolutionary operators to compensate for the limitations of pure gradient search, which is prone to falling into local optima, thereby significantly improving convergence precision. Experimental results on the CEC2017-MTSSO and WCCI2020-MTSSO benchmark suites demonstrate that MFEA-DGS achieves superior performance in terms of convergence speed, solution accuracy, and robustness compared to several state-of-the-art multitasking algorithms.

Keywords: multi-task optimization; dynamic gradient similarity; quasi-gradient geometric perception; adaptive knowledge transfer; hybrid search strategy

收稿日期: 2026-01-25; 录用日期: 2026-04-24.

基金项目: 甘肃省科技计划重点研发计划项目 (25YFGA030); 甘肃省自然科学基金重点项目 (24JRRA173).

责任编委: 陈家伟.

[†]通信作者. E-mail: lecstarr@163.com.

0 引言

在人工智能与大数据技术飞速发展的驱动下, 现实世界中涌现出大量需要并发处理的复杂优化问题. 研究表明, 不同的优化任务之间往往蕴含着潜在的互补性知识, 若能在优化过程中充分挖掘并利用这些相关性, 将显著提升算法的求解效率. 这一理念已在大规模优化问题^[1]、生产调度^[2]、车辆路径规划^[3]以及多背包问题^[4]等领域取得了成功应用. 为了应对这一挑战, 进化多任务 (Evolutionary Multitasking, EMTO^[5-6]) 作为进化计算领域解决多任务问题的一种新兴范式, 应运而生并迅速成为研究热点.

多任务优化 (Multitasking Optimization, MTO) 旨在通过进化算法, 利用任务间自适应的知识迁移来诱发协同效应. 作为该领域的开创性工作, Gupta 等人^[5]提出的多因子进化算法 MFEA 创新性地构建了统一编码空间与多因子遗传机制. 该算法将不同任务的决策变量映射至同一高维空间, 并引入技能因子和标量适应度来评估个体在特定任务上的表现. 通过选型交配策略, MFEA 允许不同任务的个体在满足随机交配概率时进行隐式遗传物质交换. 这种机制打破了任务间的隔离壁垒, 实现了多任务的并发高效寻优, 通过源任务的优良基因辅助目标任务跳出局部最优.

尽管 MFEA 及其变体在多任务优化中表现优异, 但在处理复杂或异构任务时, 仍面临如何精准抑制负迁移的挑战. 针对这一难题, 相关学者在抑制负迁移方面开展了大量工作. 早期的研究尝试将单任务算子直接扩展至多任务框架^[7]. 在参数自适应方面, Bali 等人^[8]提出了 MFEA-II, 通过在线估计迁移矩阵来调整任务间的知识共享强度; Zheng 等人^[9]提出了 SREMTO, 利用自适应协同机制动态分配计算资源; Chen 等人^[10]提出了基于决策变量聚类的 MFEA-DV, 以应对高维问题. 在知识提取与对齐方面, Bali 等人^[11]提出了 LDA-MFEA, 利用线性变换对齐不同任务的搜索空间; Feng 等人^[12]提出了 EMEA, 利用自编码器学习任务间的映射关系; 针对深度生成模型的进一步应用, Wang 等人^[13]提出了 MFEA-VC, 结合变分自编码器与对比学习深度挖掘个体特征分布, 从而精准指导跨任务的种群收敛; Wang 等人^[14]提出了 MTEA-AD, 引入了异常检测机制; Yin 等人^[15]引入了基因异质性策略 MFEA-GHS 以应对任务间的分布差异; Zhou 等人^[16]提出了 MFEA-AKT, 构建了自适应知识迁移模型. 此外, 针

对复杂环境下的迁移机制控制, Zhao 等人^[17]提出了 MTEA-HKTS, 深入探讨了算法迭代过程中的知识迁移目标问题, 并据此构建了多阶段混合知识迁移策略. 而在解决异构任务的景观差异方面, Ma 等人^[18]利用基因相似度显式度量几何距离; Liang 等人^[19]引入了子空间对齐技术以减少分布偏移; Zhang 等人^[20]提出了双重知识迁移机制, 以及 Li 等人^[21]设计了知识引导采样策略, 进一步验证了几何或分布特征的有效性; Huang 等人^[22]则利用高斯分布构建了代理模型 G-MFEA. 此外, 已有综述工作也对多任务优化领域的发展进行了系统梳理. 程美英等^[23]从信息共享框架与迁移机制等角度总结了 MTO 的研究进展, 李水佳等^[24]进一步从技术进展、问题分类与应用等方面对 EMTO 进行了综述. 现有方法多依赖适应度分布来度量相似度. 但这种统计特征具有滞后性, 难以反映解空间的真实几何结构, 极易引发负迁移效应. 同时, 梯度方向直接指示了局部的最速下降趋势. 因此, 本文的核心动机是利用拟梯度向量的方向余弦, 替代滞后的统计比对. 通过显式、实时地感知几何一致性, 算法能更敏锐地识别任务冲突. 这种底层机制为精准规避负迁移提供了可靠依据.

鉴于此, 本文提出了一种基于动态梯度相似度的多任务进化算法 (A Multifactorial Evolutionary Algorithm based on Dynamic Gradient Similarity, MFEA-DGS). 不同于传统方法依赖滞后的统计特征, MFEA-DGS 旨在构建一种显式的几何感知机制.

本文的主要贡献如下:

1) 提出了基于零阶优化的拟梯度几何感知机制^[25]. 突破了传统进化算法在黑盒环境下的无向搜索局限, 该机制在不依赖显式导数的前提下, 通过局部探测精准提取解空间的一阶曲率特征. 这为种群在复杂适应度景观中的演化提供了明确的下降方向先验, 构成了多任务协同高效寻优的底层物理驱动力.

2) 构建了基于动态梯度相似度 DGS 的物理隔离与自适应迁移模型. 区别于传统基于标量适应度或分布特征的滞后性度量, 本文创新性地利用拟梯度向量的方向余弦在线量化任务间的演化一致性. 据此设计的“全局衰减与局部硬阈值截断”双重机制, 能够精准识别任务冲突, 从底层逻辑上物理阻断了异质知识的错误交互, 切实规避了负迁移风险.

3) 设计了由几何相似度驱动的概率混合搜索框架^[26]. 该框架突破了单一算子的性能瓶颈, 将具有显式下降导向的拟梯度算子与具有较强全局探索能力的传统交叉变异算子有机耦合. 通过基于相似度反

馈的智能算子切换, 算法有效弥补了单一梯度搜索在多模态峡谷地形中易陷入收敛震荡的缺陷, 实现了跨任务协同演化与局部高精度开发的动态闭环。

1 相关工作

1.1 多任务优化问题

与传统方法不同, EMTO 通过在一个统一的进化过程中并行搜索多个任务的最优解, 打破了任务间的隔离. 其主要优势在于能够挖掘并利用不同任务间潜在的相似特征, 借助种群的隐式并行能力实现全任务的协同优化. 在数学模型上, 假设一个优化场景包含 K 个任务, 其中第 i 个任务表示为 T_i . 令 \mathbf{x}_i 为维度为 D 的决策变量, 代表第 i 个任务搜索空间中的任意一个个体. 本文的目标是针对每一个任务 T_i , 找到使其目标函数值 $f_i(\mathbf{x}_i)$ 最小化的最优解 \mathbf{x}_i^* . 该多任务问题的通用数学模型可表示为:

$$\{\mathbf{x}_1^*, \dots, \mathbf{x}_K^*\} = \left\{ \arg \min_{\mathbf{x}_i \in X_i} f_i(\mathbf{x}_i) \mid i = 1, \dots, K \right\}. \quad (1)$$

值得注意的是, 随着任务数量的增加, 问题的性质会发生变化. 在学术界, 通常将任务数量的情形专门划分为超多任务优化范畴, 这通常需要更高效的知识迁移策略。

1.2 多因子进化算法

作为进化多任务优化的代表性框架, Gupta 等人提出的多因子进化算法 MFEA 受生物文化模因传递的启发, 旨在通过单个种群同时处理多个优化任务. MFEA 主要包含以下三个核心机制:

1) 统一解表示: 为了在不同任务之间实现遗传信息的共享, MFEA 建立了一个统一的搜索空间 $Y = [0, 1]^{D_{max}}$, 其中 $D_{max} = \max_j \{D_j\}$ 是所有 K 个任务中决策变量维度的最大值. 对于维度小于 D_{max} 的任务, 通常采用补零或截断的方式进行解码映射, 从而使得具有不同维度的任务个体能够在同一染色体结构下进行交叉和变异。

2) MFEA 核心评价指标: 引入了特定的属性来评估个体在多任务环境下的表现. 对于种群中的第 p 个个体, 主要定义了以下指标:

(1) 因子排序 (r_j^p): 表示个体 p 在第 j 个任务上的排名. 如果该个体未被评估用于任务, 则其因子排序设为无穷大。

(2) 标量适应度 (φ_p): MFEA 将多任务的评价转化为单目标的标量值, 用于基于适应度的生存选择. 个体的标量适应度定义为其在所有任务中最优因子排序的倒数, 其具体计算公式如下:

$$\varphi_p = \frac{1}{\min_{j \in \{1, \dots, K\}} r_j^p}. \quad (2)$$

(3) 技能因子 (τ_p): 标识个体表现最优的任务索引. 若个体在任务上获得其最小的因子排序, 它表征了该个体所携带遗传信息的主要任务归属。

3) 选型交配: MFEA 的知识迁移主要通过选型交配机制实现. 在生成子代时, 算法根据随机交配概率 (rpm) 来决定两个父代是进行“同任务交配”还是“跨任务交配”:

(1) 同任务利用: 若两个父代具有相同的技能因子, 它们直接进行交叉, 增强了算法在特定任务上的局部开发能力。

(2) 跨任务探索: 若父代技能因子不同, 且随机数 $rand < rpm$, 则允许它们进行交叉. 这一过程实现了不同任务间隐式遗传信息的有效迁移。

1.3 基于扩散梯度下降的多因子进化算法

针对传统 MFEA 缺乏理论支撑及迁移机理不明确的问题, Liu 等人^[27] 提出了 MFEA-DGD. 该算法利用进化算子模拟分布式优化中的扩散梯度下降动力学过程, 理论上保证了满足联合强凸性条件下的几何级收敛. MFEA-DGD 包含三个核心机制: (1) 拟梯度估计: 针对黑盒优化问题, 引入 OpenAI-ES 采样方法. 通过在个体周围生成服从标准正态分布的扰动向量 ξ , 在无显式导数的情况下估计局部最速下降方向的拟梯度. 个体 p 在处的平滑梯度估计为:

$$\nabla f_\sigma(p) = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \frac{f(p + \sigma \xi_j) - f(p - \sigma \xi_j)}{2\sigma} \xi_j. \quad (3)$$

其中 σ 是平滑参数. 该机制使得算法能够在无导数的情况下捕获局部景观的最速下降方向。

(2) 梯度变换策略: MFEA-DGD 设计了一种全新的交叉算子——梯度变换策略, 以替代传统的 SBX 交叉. 该策略旨在模拟 DGD 算法中的扩散更新规则 $\theta_{t+1} = A(\theta_t - \eta \nabla f(\theta_t))$. 给定两个父代个体 p_1 和 p_2 , 以及一个随机生成的扩散矩阵 $A = [a_{11}, a_{12}; a_{21}, a_{22}]$, 该算子生成的子代定义为:

$$p_3 = a_{11}(p_1 - \eta \nabla f_{\sigma,1}(p_1)) + a_{12}(p_2 - \eta \nabla f_{\sigma,2}(p_2)). \quad (4)$$

其中 η 为学习率. (3) 拟梯度变异: 为了模拟单任务的梯度下降过程, MFEA-DGD 提出了拟梯度变异, 与完全随机的盲目扰动相比, 这种基于梯度的变异具有明确的方向先验. 该算子引导个体沿着其拟梯度的反方向进行确定性更新, 其公式为:

$$o = p - \eta \nabla f_\sigma(p). \quad (5)$$

与随机扰动相比, 这种基于梯度的变异具有明确的

方向性,能够显著提升局部搜索效率.

在进化过程中,算法根据随机交配概率决定个体执行路径:若满足迁移条件,执行梯度变换策略;否则,执行拟梯度变异.此外,辅以超矩形搜索策略以增强种群多样性.

2 提出方法

本文在 MFEA-DGD 框架的基础上提出了一种基于动态梯度相似度与概率混合算子的多因子进化算法 MFEA-DGS,旨在解决进化多任务优化中负迁移和任务关系度量不准确的问题.与 MFEA 依靠随机交配的隐式迁移或传统方法依赖静态适应度统计不同, MFEA-DGS 采用显式的梯度探测机制.该算法首先利用 DGD 采样构建拟梯度向量,通过余弦相似度在线量化任务间的几何一致性.其次,设计了一种“全局衰减与局部修正”的双重自适应策略来动态调控迁移强度.最后,为了兼顾算法的全局探索性与局部开发性,提出了一种基于相似度驱动的概率混合搜索算子.

2.1 算法整体流程

MFEA-DGS 的具体执行流程如图 1 所示.首先在统一搜索空间中初始化种群,并分配技能因子.在每一代进化开始时,首先划分子种群,接着利用 DGD 采样机制对当前任务的优良个体进行探测,构建拟梯度向量.接着,计算任务间的动态梯度相似度矩阵.基于该相似度,算法进入双重自适应迁移阶段:

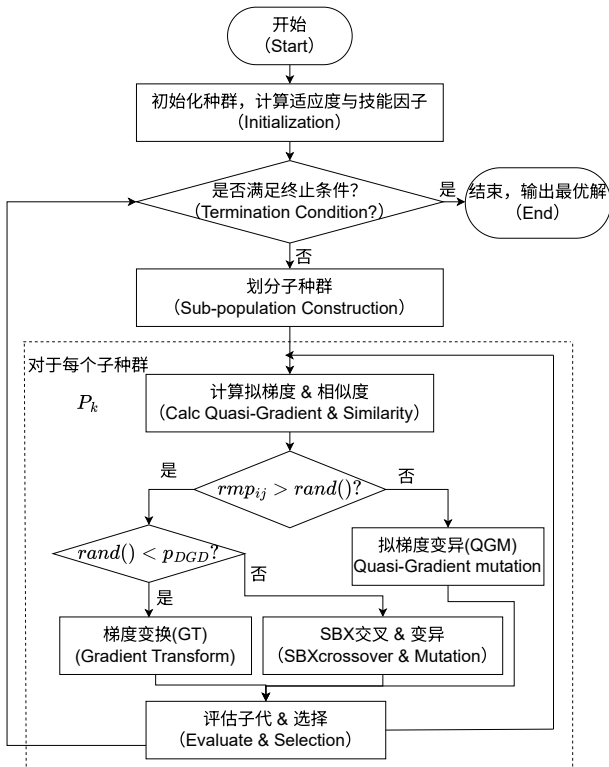


图1 MFEA-DGS 算法总体流程图

一方面通过全局衰减函数限制进化后期的无效交互,另一方面根据相似度矩阵对特定任务对的迁移概率进行定向增强或抑制.最后,根据修正后的概率执行混合搜索算子(包括梯度变换交叉、拟梯度变异以及传统交叉变异),生成子代并更新种群.

MFEA-DGS 的核心思想是将梯度下降的几何优势融入进化的随机搜索中.算法首先初始化 N 个个体并随机分配技能因子.在进化循环中,算法根据父代的技能因子一致性或随机交配概率来决定执行梯度变换还是拟梯度变异.每一代结束后,更新学习率 η 以适应当前的景观特征.

MFEA-DGS 算法总体流程如下:

- step1: 输入种群规模 N , 任务数量 K , 最大迭代次数 G_{max} , 采样数 M , 平滑参数 σ ;
- step2: 输出所有任务的最优解集;
- step3: 初始化: 在统一搜索空间生成种群 P , 随机分配技能因子, 计算标量适应度;
- step4: 设置当前代数 $g = 0$;
- step5: while $g < G_{max}$ do;
- step6: 划分子种群; 针对每个子种群根据算法 2, 对当前优良个体进行采样, 构建拟梯度向量集合 $\{g_1, \dots, g_K\}$ 并计算梯度相似度矩阵 S ;
- step7: 根据算法 3, 利用当前代数 g 和相似度矩阵 S , 计算任务对 (i, j) 之间的自适应迁移概率矩阵;
- step8: 根据算法 4, 利用 RMP 矩阵与嵌套概率分支执行混合算子, 生成子代种群 O ;
- step9: 评估子代 O , 合并 $P \cup O$, 根据标量适应度选择前 N 个个体进入下一代;
- step10: $g = g + 1$;
- step11: end while;

2.2 基于 DGD 采样的拟梯度构建与相似性度量

在进化多任务优化中,准确捕捉任务景观的几何特征是衡量任务相关性的前提.针对黑盒优化问题无法获取解析梯度的难题,本文基于动态梯度下降 DGS 理论,推导了零阶拟梯度估计方法,并据此构建了动态梯度相似度.

2.2.1 拟梯度估计的数学推导

设目标任务 k 的目标函数为 $f_k(x)$. 本文旨在在不利用显式求导的情况下,估计当前最优解 $x \in \mathbb{R}^D$ 处的梯度 $\nabla f_k(x)$. 根据多元函数的泰勒展开,函数 f_k 在点 x 处沿向量 v 的一阶近似可表示为:

$$f_k(x+v) \approx f_k(x) + \nabla f_k(x)^T v. \quad (6)$$

为了消除零阶项并降低估计误差,本文采用中心差分法.引入平滑参数(采样半径) σ 和服从标准正态分

布的随机扰动向量 $\xi \sim \mathcal{N}(0, I)$. 分别考察 $x + \sigma\xi$ 和 $x - \sigma\xi$ 两处的函数值:

$$f_k(x + \sigma\xi) \approx f_k(x) + \sigma\nabla f_k(x)^T \xi, \quad (7)$$

$$f_k(x - \sigma\xi) \approx f_k(x) - \sigma\nabla f_k(x)^T \xi. \quad (8)$$

将上述两式相减, 可得适应度差分 Δf :

$$f_k(x + \sigma\xi) - f_k(x - \sigma\xi) \approx 2\sigma\nabla f_k(x)^T \xi. \quad (9)$$

基于蒙特卡洛思想, 通过生成 M 个独立的采样方向 $\{\xi_j\}_{j=1}^M$, 可通过加权求和来无偏估计梯度方向. 最终, 任务 k 的拟梯度向量 g_k 的计算公式推导如下:

$$g_k = \frac{1}{2M\sigma} \sum_{j=1}^M [f_k(x + \sigma\xi_j) - f_k(x - \sigma\xi_j)] \xi_j. \quad (10)$$

该向量 g_k 在几何上指明了当前局部区域内, 适应度下降最快的演化方向. 公式 (10) 所提供的拟梯度估计方法, 其本质是基于零阶优化中的随机有限差分技术. 近年来, 该机制在黑盒优化环境下的理论可靠性得到了广泛且深入的证明. 例如, Zhang 等人^[28] 的最新研究严格证明, 基于标准两点估计的零阶梯度不仅能有效逼近真实梯度, 还具备隐式正则化特性, 能够引导搜索过程收敛至鲁棒性更强的平坦极小值区域. 此外, Ma 等人^[29] 的研究中也深入探讨了零阶估计器的渐近方差最小化问题, 证明了合理的扰动设计能够有效提取关键的方向信息. 由于本文旨在捕捉任务间宏观的下降趋势以计算方向余弦, 而无需精确获取精确的微观偏导数值, 上述最新研究充分印证了该拟梯度估计机制不仅在计算上高效, 且完全足以保障方向协同性度量的可靠性.

2.2.2 动态梯度相似度计算

传统的相似度度量 (如互信息或秩相关系数) 主要基于适应度的统计分布, 往往忽略了景观的拓扑结构. 本文提出从几何角度出发, 利用拟梯度向量的夹角来量化任务间的演化一致性. 对于任意两个任务 T_i 和 T_j , 其拟梯度向量分别为 g_i 和 g_j . 定义动态梯度相似度 DGS 中 $\lambda_{i,j}$ 为两向量夹角的余弦值:

$$\lambda_{i,j} = \cos(\theta_{i,j}) = \frac{\mathbf{g}_i \cdot \mathbf{g}_j}{\|\mathbf{g}_i\|_2 \cdot \|\mathbf{g}_j\|_2}. \quad (11)$$

其中 $\|\cdot\|_2$ 表示向量的欧几里得范数. $\lambda_{i,j}$ 的取值范围为 $\in [-1, 1]$, 其物理意义明确:

$\lambda_{i,j} \rightarrow 1$ (正相关): 两任务的梯度下降方向高度重合, 表明它们共享相似的景观结构, 适合进行正向迁移.

$\lambda_{i,j} \rightarrow -1$ (负相关/冲突): 两任务的优化方向相反, 强行进行知识交互极易引发破坏性的负迁移效应.

$\lambda_{i,j} \rightarrow 0$ (不相关): 两任务的梯度正交, 互不影响. 算法 2 拟梯度构建与相似度计算步骤如下:

step1: 输入当前种群 P , 任务集 $\{T_1, \dots, T_K\}$;

step2: 输出梯度相似度矩阵 S ;

step3: for $k = 1$ to K do;

step4: 从任务 k 中选取当前最优个体 $x_{best,k}$;

step5: 生成 M 个服从标准正态分布的扰动向量 ξ_j ;

step6: 采样探测: 计算扰动点 $x + \sigma\xi_j$ 和 $x - \sigma\xi_j$ 的适应度;

step7: 梯度合成, 计算拟梯度向量 g_k ;

step8: end for;

step9: for $i = 1$ to K , $j = 1$ to K do;

step10: 计算余弦相似度 $\lambda_{i,j}$;

step11: end for;

2.3 双重自适应迁移策略

为了抑制负迁移并动态平衡种群的全局探索和局部开发能力, 本文构建了一种结合全局衰减与局部修正的自适应概率更新模型.

2.3.1 全局衰减机制

在进化初期, 种群分布较广, 任务间的潜在重叠区域较大, 较高的迁移概率有助于快速定位有潜力的子空间. 随着进化代数的增加, 种群逐渐收敛于各自的局部极值点, 此时过度的跨任务扰动会破坏收敛精度. 因此, 本文引入全局衰减函数来控制基础迁移意愿 RMP_{base} , 其公式为:

$$RMP_{base}(g) = RMP_{init} \cdot \exp(-\alpha \frac{g}{G_{max}}). \quad (12)$$

其中 RMP_{init} 为初始迁移概率, G_{max} 为最大迭代次数, $\alpha \geq 1$ 为非线性衰减系数. 该公式确保了算法从早期的协同进化平滑过渡到后期的独立收敛.

具体而言, 在进化初期, 种群分布广泛, 拟梯度能够提供可靠的宏观下降方向. 然而, 随着种群逐渐收敛至极值点附近的狭小平坦区域, 受局部数值噪声与浮点精度的干扰, 零阶拟梯度估计的方差会显著增大, 方向指引的可靠性随之降低. 全局衰减机制正是对此现象的自适应响应, 随着迭代次数 t 的增加, 基础迁移概率 RMP_{base} 逐渐衰减, 算法主动削弱了对跨任务梯度交叉算子的依赖. 该机制有效屏蔽了进化后期高方差梯度信息的误导, 促使种群平滑过渡至依赖模拟二进制交叉与多项式变异进行鲁棒的微观局部搜索, 从机制层面保障了算法全周期的收敛稳定性.

2.3.2 局部修正机制

在基础概率之上, 利用 2.1 节计算的相似度对特

定任务对的迁移概率进行定向修正. 修正逻辑遵循一致性激励与冲突性抑制的原则: 1) 定向增强: 当 $\lambda_{i,j} > 0$ 时, 表明任务间存在几何协同性. 本文将相似度映射为概率增量:

$$RMP_{i,j} = RMP_{base}(g) + \beta_{sim} \cdot \lambda_{i,j}. \quad (13)$$

其中 β_{sim} 为增强因子. 此时 $RMP_{i,j}$ 会突破基础值的限制, 加速优良基因在相似任务间的传播.

2) 定向抑制: 当 $\lambda_{i,j} < 0$ 时, 表明任务间存在严重冲突. 为了避免负迁移, 算法强制阻断信息交流, 令 $RMP_{i,j} = 0$. 这种硬阈值截断机制有效地构建了任务间的信息隔离屏障, 保证了算法在处理对抗性任务时的鲁棒性. 在此采用硬阈值而非 Sigmoid 等软平滑函数, 是基于非凸优化空间的几何特性. 当梯度相似度 $\lambda_{i,j}$ 为负时, 两任务寻优方向夹角大于 90° . 在复杂多模态地形中, 背离源任务的最优方向并不等价于指向目标任务的最优解, 因此机器学习中常用的负向学习策略在此极易将种群推入局部陷阱. 此外, 若采用软阈值, 系统在极端冲突下仍会保留微小的非零迁移概率, 在多代迭代中会导致不良基因持续侵入, 累积引发隐蔽的负迁移. 硬阈值截断作为严格的物理隔离机制, 从根本上阻断了此风险.

3) 独立寻优: 当 $\lambda_{i,j} = 0$ 时, 表明任务间的梯度方向正交且无明显几何相关性. 此时算法不进行额外的概率修正, 直接保留全局衰减后的基础迁移概率 RMP_{base} .

算法3 双重自适应迁移概率更新如下:

step1: 输入当前代数 g , 最大代数 G_{max} , 相似度矩阵 S , 初始概率 RMP_{init} ;

step2: 输出自适应迁移概率矩阵 RMP ;

step3: 全局衰减: 按公式 (12) 计算基础概率 RMP_{base} ;

step4: for $i = 1$ to K , $j = 1$ to K do;

step5: if $i == j$ then $RMP_{i,j} = 0$; continue;

step6: 局部修正;

step7: if $S_{i,j} > 0$ then;

step8: 按公式 (13) 计算 $RMP_{i,j}$;

step9: else if $S_{i,j} < 0$ then;

step10: $RMP_{i,j} = 0$;

step11: else;

step12: $RMP_{i,j} = RMP_{base}$;

step13: end if;

step14: end for;

2.4 概率混合搜索策略

基于自适应生成的迁移概率矩阵 RMP , MFEA-

DGS 设计了一种概率混合搜索框架. 该框架突破了仅依赖传统通用交叉算子的局限, 创新性地引入了具有明确物理意义的梯度驱动算子, 从而能够在跨任务迁移与任务内进化之间进行动态调控.

该混合搜索框架包含宏观与微观两个层面的调控. 在宏观层面, 算法首先根据父代个体的任务属性 (τ_1 与 τ_2) 判断是否进入跨任务迁移分支, 并由迁移概率 $RMP_{i,j}$ 决定是否允许信息交互; 在微观层面, 算法进一步引入基于梯度相似度的概率 P_{DGD} , 实现传统进化算子 SBX 与梯度驱动算子 DGD 的自适应切换. 具体的流程如图2所示.

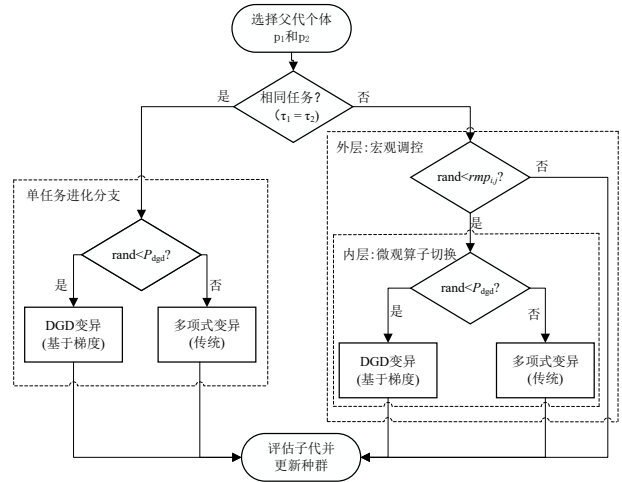


图2 概率混合搜索框架流程图

2.4.1 梯度变换交叉

当满足迁移条件 (即 $rand < RMP$) 时, 算法执行梯度变换交叉. 假设当前任务为 T_i , 辅助任务为 T_k , 该算子生成的交叉后代 p_c 定义为:

$$p_c = p - \eta \nabla f_{\sigma,k}(p) \quad (14)$$

其中, p 为父代个体, η 为自适应学习率, $\nabla f_{\sigma,k}(p)$ 为在位置 p 处计算得到的辅助任务拟梯度. 在算法实现中, η 被动态定义为 $\eta = \sigma/L$. 这里 σ 为兼顾多尺度探测的随机平滑参数, L 为基于指数移动平均机制实时更新的最大拟梯度范数, 其本质是通过动态估计局部 Lipschitz 常数, 来规避复杂景观下的梯度爆炸或消失风险. 该机制深度利用了辅助任务的几何特征来引导新解的生成. 式中变量下标 c 表示交叉操作, 意味着个体的更新方向并非源自自身, 而是叠加了来自异构任务真实的下降梯度信息. 这种跨任务的几何先验能够有效帮助个体跨越当前任务的局部极值障碍, 向着多任务共享的全局最优子空间稳健移动.

2.4.2 拟梯度变异

当不满足迁移条件时, 为了保证种群的收敛精

度, 算法执行拟梯度变异. 此时个体仅受自身任务信息的驱动, 生成的变异后代 p_m 定义为:

$$p_m = p - \eta \nabla f_{\sigma,i}(p). \quad (15)$$

与交叉算子不同, 公式 (15) 中的变量下标 m 代表变异操作, 且梯度源完全来自任务自身. 该算子模拟了确定性的梯度下降过程, 利用一阶曲率信息, 迫使子代严格沿着当前适应度改善最陡峭的方向移动. 这显著增强了算法在特定任务上的局部开发能力, 使其在搜索后期能够快速逼近高精度的最优解. 在跨任务迁移阶段, 算法并非盲目使用梯度算子, 而是设计了一个基于相似度的概率切换机制. 对于任务 T_i 和辅助任务 T_k , 算法根据其梯度相似度归一化得分计算梯度算子的选择概率 P_{DGD} :

$$P_{DGD} = \frac{S^2}{S^2 + (1 - S)^2}. \quad (16)$$

其中 S 为归一化后的相似度分数. 当随机数 $rand < P_{DGD}$ 时, 执行梯度变换交叉以利用几何信息加速收敛; 否则, 执行模拟二进制交叉与多项式变异算子以维持种群多样性并跳出局部最优. 这一机制确保了算法在高相似度时倾向于快速下降, 在低相似度时倾向于全局探索.

2.4.3 模拟二进制交叉与多项式变异

当未触发梯度变换时, 算法采用经典的遗传算法算子——模拟二进制交叉和多项式变异来维持种群的多样性并进行全局探索.

(1) 模拟二进制交叉 SBX 旨在模拟单点交叉的概率分布特性. 给定两个父代 p_1 和 p_2 , 生成的子代 $c_{1,j}$ 和 $c_{2,j}$ 在第 j 维上的计算公式为:

$$\begin{cases} c_{1,j} = 0.5[(1 + \beta_j)p_{1,j} + (1 - \beta_j)p_{2,j}] \\ c_{2,j} = 0.5[(1 - \beta_j)p_{1,j} + (1 + \beta_j)p_{2,j}] \end{cases} \quad (17)$$

其中 β_j 是由随机数 $u \in [0, 1]$ 生成的分布因子, 其计算公式为:

$$\beta_j = \begin{cases} (2u)^{\frac{1}{\eta_c+1}}, & \text{if } u \leq 0.5 \\ \left(\frac{1}{2(1-u)}\right)^{\frac{1}{\eta_c+1}}, & \text{if } u > 0.5 \end{cases} \quad (18)$$

其中 η_c 交叉分布指数, 在实验中均设定为 20.

(2) 多项式变异 在交叉之后, 对子代进行多项式变异以防止早熟收敛. 变异后 y_j 的值计算公式为:

$$y_j = x_j + \delta_j(x_{j,\max} - x_{j,\min}). \quad (19)$$

其中 δ_j 计算公式为:

$$\delta_j = \begin{cases} (2r)^{\frac{1}{\eta_m+1}} - 1, & \text{if } r < 0.5 \\ 1 - [2(1-r)]^{\frac{1}{\eta_m+1}}, & \text{if } r \geq 0.5 \end{cases} \quad (20)$$

其中 η_m 为变异分布指数, 代码中设为 20.

算法 4 混合搜索策略

step1: 输入父代种群 P , 迁移概率矩阵 RMP , 拟梯度集合 $\{g_k\}$;
step2: 输出子代种群 O ;
step3: 初始化 $O = \emptyset$;
step4: for $t = 1$ to $N/2$ do;
step5: 随机选择两个父代 p_1, p_2 , 其技能因子为 τ_1, τ_2 ;
step6: 生成随机数 $rand \in [0, 1]$;
step7: Case1: 任务内进化 ($\tau_1 = \tau_2$);
step8: 执行梯度变换变异: $o_1 = p_1 - \eta \cdot g_{\tau_1}$;
step9: 将 o_1 加入 O ;
step10: Case2: 跨任务迁移 ($rand < RMP_{\tau_1, \tau_2}$);
step11: 计算选择概率 P_{DGD} (基于梯度相似度);
step12: if $rand() < P_{DGD}$ Then;
step13: 执行梯度变换交叉;
step14: else;
step15: 执行 SBX 交叉与多项式变异;
step16: end if;
step17: 将 o_1 加入 O ;
step18: Case3: 独立进化 (不满足迁移条件);
step19: 对 p_1, p_2 分别执行拟梯度变异;
step20: $o_1 = p_1 - \eta \cdot g_{\tau_1}$;
step21: $o_2 = p_2 - \eta \cdot g_{\tau_2}$;
step22: 将 o_1, o_2 加入 O ;
step23: end for;

3 实验与分析

在本节中, 为了全面验证 MFEA-DGS 算法在解决多任务优化问题上的有效性与鲁棒性, 本文选取了进化多任务领域广泛使用的 CEC2017-MTSO 和 WCCI2020-MTSO 基准测试集进行实验. 本文将 MFEA-DGS 与近年来提出的多种先进多任务进化算法进行了详细的对比分析, 并通过消融实验验证了所提核心策略的有效性.

3.1 测试问题与对比算法

本文采用 CEC2017 进化多任务优化竞赛发布的基准测试集 CEC2017-MTSO^[30] 进行实验验证. 该测试集包含 9 个多任务优化问题, 每个问题由两个不同的单目标连续优化任务组成. 根据任务间全局最优解在统一搜索空间中的重叠程度 (完全相交、部分相交、不相交) 以及适应度本文采用 CEC2017 进化多任务优化竞赛发布的基准测试集 CEC2017-MTSO^[30] 进行实验验证. 该测试集包含 9 个多任务优化问题, 每个问题由两个不同的单目标连续优化

任务组成,基于全局最优解的交集情况与地形相似度,上述对象被归纳为若干不同类别,各类的具体特性详见表1.

表1 CEC2017 基准测试问题的特性

问题	任务组	交叉程度	相似度
CI+HS	Griewank(T1)	完全相交	1.0000
	Rastrigin(T2)		
CI+MS	Ackley(T1)	完全相交	0.2261
	Rastrigin(T2)		
CI+LS	Ackley(T1)	完全相交	0.0002
	Schwefel(T2)		
PI+HS	Rastrigin(T1)	部分相交	0.8670
	Sphere(T2)		
PI+MS	Ackley(T1)	部分相交	0.2154
	Rosenbrock(T2)		
PI+LS	Ackley(T1)	部分相交	0.0725
	Weierstrass(T2)		
NI+HS	Rosenbrock(T1)	无相交	0.9434
	Rastrigin(T2)		
NI+MS	Griewank(T1)	无相交	0.3669
	Weierstrass(T2)		
NI+LS	Rastrigin(T1)	无相交	0.0016
	Schwefel(T2)		

除了常规的 CEC2017-MTSO 基准外,本文还选取了 WCCI2020-MTSO 复杂基准测试集以评估算法在更严苛环境下的性能.该测试集包含 10 个具有不同相关性水平的复杂多任务问题.相较于 CEC2017-MTSO, WCCI2020-MTSO 的任务适应度景观更为崎岖复杂,且包含更多高度不相关甚至存在冲突的任务组合.这些特征使得该测试集成为检验算法是否具备抑制负迁移能力以及在高维复杂空间中保持高效搜索能力的理想平台.

为了全面验证 MFEA-DGS 的有效性与竞争力,本文将其与 8 种代表性的多任务进化算法进行了对比.这些算法涵盖了从经典的隐式迁移、参数自适应到梯度辅助等多种机制,具体包括:作为进化多任务基准的 MFEA^[5],引入在线参数估计机制的 MFEA-II^[8];基于线性域适应策略的 LDA-MFEA^[11];利用异常检测机制抑制负迁移的 MTEA-AD^[14];实现自适应知识迁移的 MFEA-AKT^[16];结合变分自编码器与对比学习以深度挖掘个体特征分布并指导种群收敛的 MFEA-VC^[13];针对知识迁移目标问题构建多阶段混合知识迁移策略的 MTEA-HKTS^[17];以及同样利用梯度信息辅助搜索的同类竞争算法 MFEA-DGD^[27].

在实验结果的统计分析方面,本文采用 WilcoxonRank-SumTest 在 0.05 的显著性水平下评估 MFEA-DGS 与对比算法之间的性能差异.实验表

格中,最优的平均适应度值使用黑体突出显示.此外,符号“+”、“-”和“=”分别表示 MFEA-DGS 算法的性能显著优于、显著劣于和统计上相似于对比算法.

3.2 参数设置

本实验所有算法均基于开源平台 MTO-Platform 实现.

MFEA-DGS 算法中的参数设置为:

1) 所有任务种群大小设置为 100,各算法在每个测试问题上独立运行 30 次,为保证公平性,所有对比算法的特定参数设置都严格遵循其原始文献中的设置.

2) 最大函数评估次数设置为 $100,000 \times K$ (K 为任务数),即 CEC2017 基准问题上的最大函数评估次数为 200,000; WCCI2020 基准问题上的最大函数评估次数为 200,000.

3) 经广泛的实验测试与经验调优, MFEA-DGS 的特定超参数设定如下:自适应迁移概率 $rmp_{init} = 0.7$, 衰减系数 $\alpha = 3$, 梯度相似度学习率 $\beta_{sim} = 0.3$;此外,对于混合搜索策略, SBX 交叉和多项式变异的分布指数均设置为 $\eta_c = 20$, $\eta_m = 20$.

4) 拟梯度估计参数:为控制多任务环境下的计算开销,采样探测方向数设定为 1,即仅沿单一随机方向进行正反差分.同时,为适应复杂的适应度地形,平滑参数 σ 采用动态多尺度策略,在每一代迭代中从集合 $\{10^{-1}, 10^{-2}, 10^{-3}, 10^{-4}, 10^{-5}\}$ 内随机选取.该机制有效减小了截断误差,提升了提取下降梯度的可靠性.

3.3 实验结果分析

3.3.1 CEC2017 测试集上的结果及综合分析

表 2 展示了 MFEA-DGS 与其他多种先进的多任务优化算法在 CEC2017 测试问题上进行 30 次独立运行的统计结果.目标函数的平均适应度被用于评价算法性能,每个子任务的最佳结果以加粗形式突出显示.从实验结果可知,在与各类代表性基线算法的综合对比中, MFEA-DGS 展现出了显著的整体性能优势.具体而言,无论是对比经典的演化多任务模型,还是 MFEA-VC 与 MTEA-HKTS 等前沿算法, MFEA-DGS 均在绝大多数任务上展现出了显著的竞争优势,并在过半数的复杂任务上取得最优结果.其中, MFEA-DGD 凭借引入的部分梯度信息表现出次优水平.相比之下, MFEA-DGS 在执行多数任务时展现出了更为稳健且优越的寻优能力.这深刻印证了其在利用拟梯度几何信息进行正向迁移,以及通过双层混合搜索策略有效遏制负迁移方面的核心

表2 MFEA-DGS 与其余 8 个对比算法在 CEC2017 的实验结果

	MFEA-DGS	MFEA-DGD	MFEA	MFEA-II	MFEA-AKT	LDA-MFEA	MTEA-AD	MFEA-VC	MTEA-HKTS
CI-HS-T1	4.44e-17 (1.32e-16)	0.00e+00 (0.00e+00)	3.07e-02 (2.52e-02)	5.17e-02 (2.97e-02)	3.29e-02 (2.16e-02)	9.89e-03 (1.09e-02)	1.13e-02 (6.73e-03)	2.46e-03 (6.09e-03)	4.85e-04 (2.52e-03)
CI-HS-T2	2.10e-12 (3.96e-12)	1.63e-07 (1.90e-07)	1.41e+02 (4.73e+01)	7.91e+01 (3.70e+01)	1.14e+02 (4.35e+01)	3.38e+01 (6.28e+01)	1.37e+01 (2.33e+01)	5.44e+00 (1.31e+01)	7.07e+00 (3.81e+01)
CI-MS-T1	1.29e-06 (7.67e-07)	6.49e-07 (4.90e-07)	1.18e+00 (5.11e-01)	1.02e-01 (1.00e-01)	2.41e+00 (4.72e-01)	2.06e-01 (4.23e-01)	1.73e-02 (4.53e-03)	1.14e-01 (2.52e-01)	3.04e-05 (7.03e-05)
CI-MS-T2	2.72e-09 (2.61e-09)	1.32e-07 (1.13e-07)	1.38e+02 (3.92e+01)	3.88e+00 (4.44e+00)	1.15e+02 (3.86e+01)	1.30e+01 (4.10e+01)	1.76e-01 (9.17e-02)	4.30e+00 (9.24e+00)	1.24e+01 (6.75e+01)
CI-LS-T1	3.96e+00 (8.52e-01)	4.10e+00 (7.13e-01)	2.03e+01 (7.52e-02)	2.12e+01 (5.31e-02)	2.03e+01 (7.59e-02)	2.08e+01 (1.54e-01)	2.09e+01 (4.48e-01)	6.35e-02 (9.04e-02)	5.41e+00 (9.00e+00)
CI-LS-T2	2.58e+02 (1.95e+02)	2.64e+02 (9.96e+01)	2.21e+03 (3.74e+02)	1.15e+03 (3.60e+02)	2.20e+03 (4.04e+02)	2.46e+03 (5.22e+02)	1.22e+03 (4.41e+02)	2.01e-01 (4.14e+01)	4.96e+02 (1.68e+03)
PI-HS-T1	0.00e+00 (0.00e+00)	1.78e-16 (9.73e-16)	2.99e+02 (5.72e+01)	3.80e+02 (2.83e+01)	2.68e+02 (6.53e+01)	2.78e+02 (6.93e+01)	3.82e+02 (1.55e+01)	1.87e+01 (2.04e+01)	2.56e-01 (1.40e+00)
PI-HS-T2	1.05e+02 (2.73e+01)	1.45e+02 (3.93e+01)	2.03e-02 (4.96e-02)	4.07e-03 (1.67e+03)	1.96e-02 (6.12e-02)	8.21e-03 (1.58e-02)	8.34e-03 (3.42e-03)	2.74e-02 (7.32e-02)	1.39e-10 (3.50e-10)
PI-MS-T1	2.22e+00 (2.45e-01)	2.25e+00 (2.49e-01)	6.18e-01 (5.75e-01)	1.95e-01 (1.62e-01)	2.67e+00 (5.04e-01)	1.59e-01 (2.99e-01)	6.41e-02 (9.34e-02)	1.72e+00 (3.77e-01)	2.34e-01 (5.39e-01)
PI-MS-T2	6.62e+00 (1.10e+01)	6.37e+00 (1.07e+01)	1.15e+02 (3.03e+01)	1.65e+02 (1.60e+02)	1.82e+02 (5.57e+01)	9.76e+01 (1.94e+01)	9.28e+01 (6.91e+00)	3.19e+01 (2.83e+01)	4.22e+01 (1.43e+01)
PI-LS-T1	3.23e-06 (2.52e-06)	6.66e-06 (6.60e-06)	1.71e+01 (6.83e+00)	3.34e-01 (2.68e-01)	1.70e+00 (4.77e-01)	4.35e+00 (7.35e+00)	1.46e-01 (1.82e-01)	1.57e-01 (2.30e-01)	3.82e-01 (7.04e-01)
PI-LS-T2	1.18e-03 (4.83e-04)	3.80e-03 (9.93e-04)	1.59e+01 (7.02e+00)	1.29e+00 (9.25e-01)	2.33e+00 (7.14e-01)	2.38e+00 (3.16e+00)	3.47e-01 (3.13e-01)	4.43e-01 (3.82e-01)	1.19e-02 (2.46e-03)
NI-HS-T1	9.10e+00 (1.37e+01)	4.18e+00 (5.11e+00)	2.04e+02 (1.01e+02)	2.11e+02 (3.77e+01)	2.37e+02 (1.11e+02)	1.62e+02 (5.06e+01)	1.67e+02 (4.16e+01)	3.28e+01 (2.46e+01)	4.31e+01 (1.41e+01)
NI-HS-T2	0.00e+00 (0.00e+00)	0.00e+00 (0.00e+00)	1.74e+02 (3.97e+01)	2.56e+02 (7.19e+01)	1.76e+02 (5.78e+01)	1.44e+02 (6.60e+01)	1.14e+02 (1.09e+02)	9.09e+00 (1.74e+01)	1.12e+01 (6.03e+01)
NI-MS-T1	3.13e-01 (2.04e-01)	1.66e-01 (1.36e-01)	4.44e-02 (1.88e-02)	1.33e-02 (5.01e-03)	2.81e-02 (1.20e-02)	2.64e-02 (1.62e-02)	1.45e-02 (4.06e-03)	1.72e-02 (2.85e-02)	7.64e-04 (3.24e-03)
NI-MS-T2	1.69e-02 (6.15e-03)	2.01e-02 (6.02e-03)	2.04e+01 (6.57e+00)	5.10e+00 (1.91e+00)	1.41e+01 (2.38e+00)	1.02e+01 (3.00e+00)	2.96e+00 (1.03e+00)	2.24e+00 (1.11e+00)	2.94e-02 (6.72e-02)
NI-LS-T1	0.00e+00 (0.00e+00)	1.18e-16 (4.51e-16)	3.03e+02 (6.72e+01)	3.85e+02 (2.10e+01)	2.95e+02 (5.30e+01)	3.13e+02 (7.63e+01)	3.84e+02 (1.89e+01)	3.31e+01 (2.80e+01)	4.92e+01 (2.10e+01)
NI-LS-T2	9.25e+03 (8.52e+02)	8.62e+03 (2.30e+03)	2.17e+03 (3.80e+02)	1.15e+03 (2.61e+02)	2.29e+03 (3.56e+02)	2.39e+03 (6.57e+02)	1.22e+03 (2.87e+02)	1.21e+00 (2.19e+00)	1.38e+03 (2.12e+03)
+/-/=	Base	3 / 8 / 7	4 / 14 / 0	4 / 14 / 0	3 / 15 / 0	4 / 14 / 0	4 / 14 / 0	6 / 12 / 0	4 / 13 / 1

机制优势, 从而赋予了算法更快的收敛速度与更高的求解精度。

从图 3 中的收敛曲线可以观察到, MFEA-DGS 在所有对比算法中展现出了最优的收敛性能, 具体表现为:

1) 针对高相似度及完全相交的任务: 如图 3(a) 与图 3(b) 所示, 在 CI+HS 等适应度景观高度重合的任务中, MFEA-DGS 的收敛精度实现了数量级的提升. 其内在机理在于: 在进化过程中, 算法计算得出的动态梯度相似度始终维持在较高水平. 这种几何层面的高度一致性持续激活局部修正机制, 促使种群高频调用梯度变换交叉算子. 通过引入异构任务真实的下降梯度信息, 算法对当前任务产生了显著的正向加速作用, 从而在协同环境中实现了快速的全局收敛。

2) 针对部分相交且存在理论最优解的任务: 如

图 3(c) 所示, 在 PI+HS-T1 任务中, MFEA-DGS 表现出卓越的寻优能力并成功收敛至理论全局最优解. 这表明动态梯度相似度感知机制即使在仅有部分重叠的搜索空间中, 依然能够精准捕捉有限的共性几何特征. 这种基于局部一阶演化信息的定向引导, 有效助力种群跃出复杂地形中的局部极值陷阱, 其寻优表现显著优于陷入停滞的其他对比算法。

3) 针对低相似度的复杂困难任务: 如图 3(d) 至图 3(f) 所示, 面对 PI+LS 及完全不相交的 NI+LS 等极易诱发负迁移的困难任务, 特别是 MTSO9 中的 Schwefel 函数, MFEA-DGS 表现出极强的鲁棒性. 传统多任务算法常因种群在决策空间中的绝对距离相近而发生错误的知识交叉. 相比之下, MFEA-DGS 能够敏锐洞察任务间演化方向的背离. 当面对冲突任务时, 动态梯度相似度的评估值会在进化初期迅速跌入负区间. 此时, 算法立即触发硬阈值截断机制,

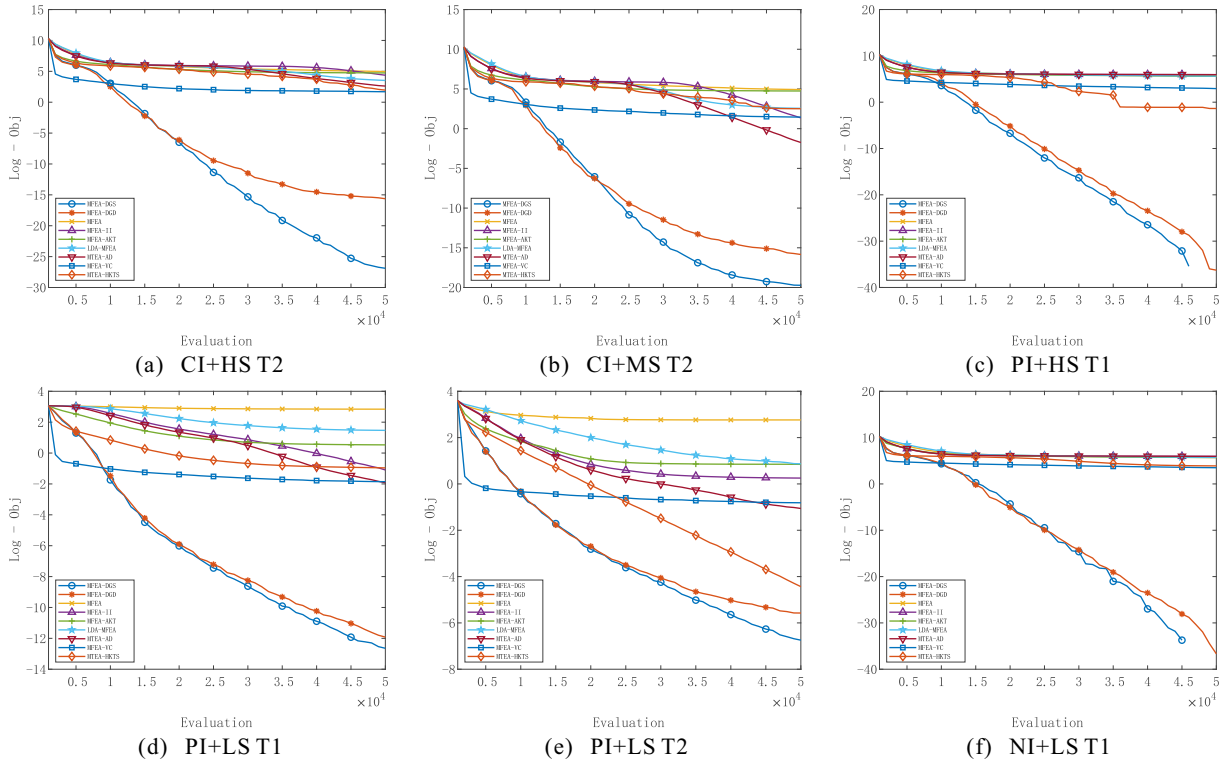


图3 MFEA-DGS 和其余 8 个对比算法在部分任务中的收敛曲线图

将跨任务迁移概率强制清零,在物理层面彻底切断具有破坏性的信息交互.随后,种群平滑切换至拟梯度变异模式,仅依赖自身景观的局部曲率进行深度开发.这一动态响应过程充分证明,动态梯度相似度能够在冲突环境下精准识别并阻断负迁移,保障算法的稳健收敛.

3.3.2 WCCI2020 测试集上的结果及综合分析

表 3 展示了 MFEA-DGS 与其他多种代表性先进算法在 WCCI2020 测试问题上进行 30 次独立运行的目标函数适应度平均值统计结果.由表 3 的实验数据可知,在与各类先进基线算法的综合对比中, MFEA-DGS 展现出了显著的整体性能优势.具体而言, MFEA-DGS 在绝大多数任务上取得了显著的竞争优势,并在半数的高难度复杂任务上取得了最佳的收敛精度.相较于 LDA-MFEA、MFEA-AKT 等各类主流对比算法, MFEA-DGS 在处理包含大量旋转、偏移及混合特征的复杂函数时展现出了更强的竞争力.这一结果有力地表明, MFEA-DGS 的混合搜索策略在极其复杂的多任务测试集上具备极高的鲁棒性,充分印证了梯度几何感知机制与双重自适应策略的有效结合,能够大幅提升算法应对高难度空间寻优的上限.

1) 传统进化算法通常因缺乏局部搜索的显式方向引导而陷入演化停滞或早熟收敛.相较之下, MFEA-DGS 的核心优势在于引入了由拟梯度向量构建的几何感知机制.依托基于梯度的概率混合搜

索框架,算法不仅能在全局层面利用种群信息在局部子空间进行高效的下降引导.这种全局多点探索与局部定向穿透相协同的搜索策略,使得 MFEA-DGS 能够有效跨越复杂崎岖的地形屏障,精准锁定高精度解.

2) 针对存在欺骗性局部相似度的冲突任务:如图 4(c) 所示,在 MTSO8 这类极易诱发严重负迁移的困难环境中, MFEA-DGS 展现出了卓越的求解鲁棒性.在此类任务中,全局空间不相交但局部区域可能存在虚假的适应度统计相关性,导致传统依赖分布特征的多任务算法极易被误导并执行破坏性的知识交叉.而 MFEA-DGS 通过计算动态梯度相似度,能够从一阶几何特征的维度精准识别任务间的搜索空间错位.当检测到梯度方向背离时,算法能够迅速触发硬阈值截断机制,物理阻断带有欺骗性质的跨任务迁移引导,确保种群在强干扰环境下依然能够依靠独立的局部曲率信息实现稳健收敛.

3.4 策略有效性验证

为了验证 MFEA-DGS 中拟梯度几何感知、混合搜索策略及双重自适应迁移机制的有效性,本节将完整算法与 3 个去除特定组件的变体 (MFEA-DGS-FA、MFEA-DGS-ND、MFEA-DGS-NG) 在 CEC2017 测试集上进行了消融实验.表 4 和图 5 的实验结果表明,完整算法在绝大多数任务上的性能均优于所有变体,充分证明了各核心策略在协同优化中的不

表3 MFEA-DGS 与其余 8 个对比算法在 WCCI2020 的实验结果

	MFEA-DGS	MFEA-DGD	MFEA	MFEA-II	MFEA-AKT	LDA-MFEA	MTEA-AD	MFEA-VC	MTEA-HKTS
MTSO1-T1	6.14e+02 (1.58e+00)	6.15e+02 (1.81e+00)	6.41e+02 (7.18e+00)	6.04e+02 (1.55e+00)	6.17e+02 (3.37e+00)	6.35e+02 (7.68e+00)	6.04e+02 (4.66e+00)	6.16e+02 (2.11e+00)	6.04e+02 (1.73e+00)
MTSO1-T2	6.16e+02 (1.80e+00)	6.15e+02 (2.23e+00)	6.42e+02 (5.94e+00)	6.04e+02 (1.71e+00)	6.17e+02 (3.16e+00)	6.36e+02 (8.10e+00)	6.04e+02 (6.05e+00)	6.17e+02 (2.17e+00)	6.00e+02 (7.17e-02)
MTSO2-T1	7.01e+02 (7.68e-02)	7.01e+02 (9.80e-02)	7.00e+02 (1.50e-02)	7.00e+02 (3.18e-04)	7.00e+02 (3.37e-02)	7.00e+02 (3.02e-03)	7.00e+02 (1.43e-03)	7.00e+02 (9.79e-03)	7.00e+02 (1.82e-03)
MTSO2-T2	7.01e+02 (4.64e-02)	7.01e+02 (1.00e-01)	7.00e+02 (9.71e-03)	7.00e+02 (3.53e-04)	7.00e+02 (1.13e-02)	7.00e+02 (4.68e-03)	7.00e+02 (2.21e-03)	7.00e+02 (1.60e-02)	7.00e+02 (5.46e-08)
MTSO3-T1	9.46e+04 (6.16e+04)	1.01e+05 (4.39e+04)	2.10e+06 (1.25e+06)	2.15e+06 (9.34e+05)	4.03e+05 (2.36e+05)	2.21e+06 (1.32e+06)	1.71e+06 (9.36e+05)	4.40e+04 (1.56e+04)	4.80e+05 (5.79e+05)
MTSO3-T2	1.81e+05 (1.04e+05)	1.83e+05 (1.03e+05)	2.55e+06 (1.41e+06)	2.04e+06 (9.73e+05)	4.24e+05 (2.68e+05)	2.62e+06 (1.35e+06)	1.77e+06 (8.23e+05)	8.50e+04 (4.16e+04)	2.65e+06 (6.02e+06)
MTSO4-T1	1.30e+03 (5.61e-02)	1.30e+03 (4.89e-02)	1.30e+03 (1.14e-01)	1.30e+03 (6.21e-02)	1.30e+03 (8.45e-02)	1.30e+03 (8.95e-02)	1.30e+03 (6.13e-02)	1.31e+03 (7.64e-02)	1.30e+03 (6.64e-02)
MTSO4-T2	1.30e+03 (4.20e-02)	1.30e+03 (5.79e-02)	1.30e+03 (7.07e-02)	1.30e+03 (5.61e-02)	1.30e+03 (6.53e-02)	1.30e+03 (5.81e-02)	1.30e+03 (6.04e-02)	1.30e+03 (5.82e-02)	1.30e+03 (4.05e-02)
MTSO5-T1	1.56e+03 (1.38e+01)	1.56e+03 (1.25e+01)	1.53e+03 (8.58e+00)	1.53e+03 (6.89e+00)	1.53e+03 (6.57e+00)	1.53e+03 (9.05e+00)	1.53e+03 (3.97e+00)	1.53e+03 (1.05e+01)	1.51e+03 (2.84e+00)
MTSO5-T2	1.56e+03 (1.17e+01)	1.56e+03 (1.07e+01)	1.53e+03 (8.30e+00)	1.53e+03 (4.19e+00)	1.53e+03 (6.10e+00)	1.53e+03 (7.59e+00)	1.53e+03 (4.94e+00)	1.53e+03 (8.60e+00)	1.53e+03 (1.50e+00)
MTSO6-T1	7.41e+05 (4.36e+05)	6.51e+05 (3.13e+05)	1.35e+06 (8.99e+05)	1.23e+06 (7.59e+05)	1.21e+06 (5.72e+05)	1.65e+06 (1.16e+06)	1.15e+06 (7.54e+05)	3.71e+05 (2.94e+05)	6.38e+05 (3.30e+05)
MTSO6-T2	6.21e+05 (4.79e+05)	7.35e+05 (4.71e+05)	1.07e+06 (6.94e+05)	8.38e+05 (4.93e+05)	1.19e+06 (5.48e+05)	1.42e+06 (6.98e+05)	1.28e+06 (9.21e+05)	1.18e+06 (7.58e+05)	4.49e+06 (5.07e+06)
MTSO7-T1	3.08e+03 (3.10e+02)	2.99e+03 (3.23e+02)	3.21e+03 (3.11e+02)	2.81e+03 (3.59e+02)	3.16e+03 (4.14e+02)	3.20e+03 (3.85e+02)	2.84e+03 (3.40e+02)	3.13e+03 (5.09e+02)	2.84e+03 (3.72e+02)
MTSO7-T2	2.93e+03 (2.58e+02)	2.95e+03 (2.70e+02)	3.37e+03 (3.38e+02)	3.05e+03 (4.46e+02)	3.20e+03 (3.93e+02)	3.44e+03 (3.55e+02)	2.98e+03 (3.59e+02)	2.93e+03 (2.46e+02)	3.63e+03 (3.99e+02)
MTSO8-T1	5.20e+02 (4.55e-02)	5.20e+02 (2.85e-02)	5.20e+02 (9.11e-02)	5.21e+02 (3.55e-02)	5.20e+02 (1.02e-01)	5.21e+02 (1.45e-01)	5.20e+02 (3.38e-01)	5.20e+02 (1.12e-01)	5.20e+02 (5.90e-02)
MTSO8-T2	5.20e+02 (3.32e-02)	5.20e+02 (6.99e-02)	5.20e+02 (9.66e-02)	5.21e+02 (4.62e-02)	5.20e+02 (9.49e-02)	5.21e+02 (1.48e-01)	5.20e+02 (3.88e-01)	5.20e+02 (1.86e-01)	5.21e+02 (3.81e-02)
MTSO9-T1	8.11e+03 (7.75e+02)	8.08e+03 (7.70e+02)	8.26e+03 (9.02e+02)	1.38e+04 (1.83e+03)	8.09e+03 (8.75e+02)	9.10e+03 (1.23e+03)	8.67e+03 (1.75e+03)	8.17e+03 (8.29e+02)	8.17e+03 (1.14e+03)
MTSO9-T2	1.62e+03 (8.27e-01)	1.62e+03 (6.38e-01)	1.62e+03 (5.48e-01)	1.62e+03 (2.60e-01)	1.62e+03 (6.61e-01)	1.62e+03 (6.82e-01)	1.62e+03 (6.26e-01)	1.62e+03 (8.89e-01)	1.62e+03 (6.19e-01)
MTSO10-T1	1.56e+04 (5.49e+03)	1.77e+04 (6.55e+03)	3.56e+04 (1.66e+04)	3.04e+04 (8.99e+03)	3.33e+04 (1.50e+04)	5.00e+04 (1.83e+04)	2.88e+04 (6.98e+03)	2.25e+04 (1.03e+04)	1.79e+04 (8.27e+03)
MTSO10-T2	1.20e+06 (4.41e+05)	1.25e+06 (5.38e+05)	2.02e+06 (1.04e+06)	2.22e+06 (1.48e+06)	1.79e+06 (1.03e+06)	2.64e+06 (1.48e+06)	2.03e+06 (1.51e+06)	1.68e+06 (9.07e+05)	7.25e+06 (5.81e+06)
+/-/=	Base	0 / 4 / 16	4 / 14 / 2	7 / 12 / 1	4 / 12 / 4	4 / 15 / 1	7 / 11 / 2	7 / 9 / 4	7 / 9 / 4

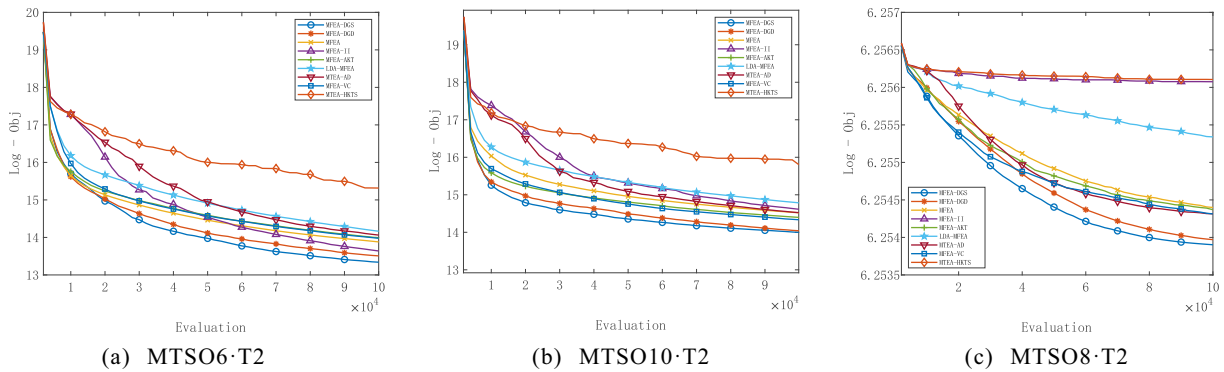


图4 MFEA-DGS 和其余 8 个对比算法在部分任务中的收敛曲线

可或缺性.

拟梯度几何感知机制的有效性: 变体 MFEA-DGS-NG 剥离了拟梯度驱动算子, 退化为仅依赖传

统交叉变异的基线模型. 实验数据表明, 该变体在多数测试任务上的收敛精度均呈现出显著的衰退. 这一性能落差深刻揭示了拟梯度机制在多任务协同中

表4 MFEA-DGS与3个变体在CEC2017上的实验结果

	MFEA-DGS-FA	MFEA-DGS-ND	MFEA-DGS-NG	MFEA-DGS
CI-HS-T1	0.00e+00(0.00e+00)	2.06e-15(2.45e-15)	5.80e-01(7.23e-02)	4.44e-17(1.32e-16)
CI-HS-T2	7.18e-09(5.38e-09)	3.07e-11(4.37e-11)	2.35e+02(5.63e+01)	2.10e-12(3.96e-12)
CI-MS-T1	2.63e-07(1.64e-07)	2.11e-06(1.38e-06)	7.91e+00(1.11e+00)	1.29e-06(7.67e-07)
CI-MS-T2	6.77e-09(4.54e-09)	7.28e-09(6.21e-09)	4.29e+02(1.05e+02)	2.72e-09(2.61e-09)
CI-LS-T1	2.04e+01(7.70e-02)	5.60e+00(5.03e+00)	2.03e+01(8.25e-02)	3.96e+00(8.52e-01)
CI-LS-T2	9.29e+03(1.03e+03)	1.11e+03(2.62e+03)	5.17e+03(4.30e+02)	2.58e+02(1.95e+02)
PI-HS-T1	0.00e+00(0.00e+00)	1.35e-13(2.51e-13)	9.01e+02(1.81e+02)	0.00e+00(0.00e+00)
PI-HS-T2	1.56e+02(3.56e+01)	1.21e+02(2.56e+01)	1.98e+01(4.98e+00)	1.05e+02(2.73e+01)
PI-MS-T1	2.66e+00(1.78e-01)	2.09e+00(2.73e-01)	4.73e+00(8.23e-01)	2.22e+00(2.45e-01)
PI-MS-T2	4.85e+01(1.96e-02)	1.02e+01(1.42e+01)	2.49e+03(1.07e+03)	6.62e+00(1.10e+01)
PI-LS-T1	3.09e-07(3.61e-07)	1.15e-05(1.11e-05)	8.73e+00(2.39e+00)	3.23e-06(2.52e-06)
PI-LS-T2	1.20e-03(2.96e-04)	2.78e-03(1.24e-03)	9.10e+00(2.27e+00)	1.18e-03(4.83e-04)
NI-HS-T1	4.85e+01(1.65e-02)	5.93e+00(9.82e+00)	2.35e+03(7.40e+02)	9.10e+00(1.37e+01)
NI-HS-T2	0.00e+00(0.00e+00)	1.72e-15(7.90e-15)	3.33e+02(9.56e+01)	0.00e+00(0.00e+00)
NI-MS-T1	0.946(6.35e-02)	0.190(1.40e-01)	0.613(7.23e-02)	0.313(2.04e-01)
NI-MS-T2	6.53e-03(1.34e-03)	2.34e-02(1.02e-02)	28.7(2.67e+00)	1.69e-02(6.15e-03)
NI-LS-T1	0.00e+00(0.00e+00)	5.41e-14(2.26e-13)	8.17e+02(1.63e+02)	0.00e+00(0.00e+00)
NI-LS-T2	9.29e+03(1.09e+03)	9.12e+03(1.00e+03)	5.12e+03(6.09e+02)	9.25e+03(8.52e+02)
+/-/=	4 / 9 / 5	1 / 10 / 7	2 / 16 / 0	Base

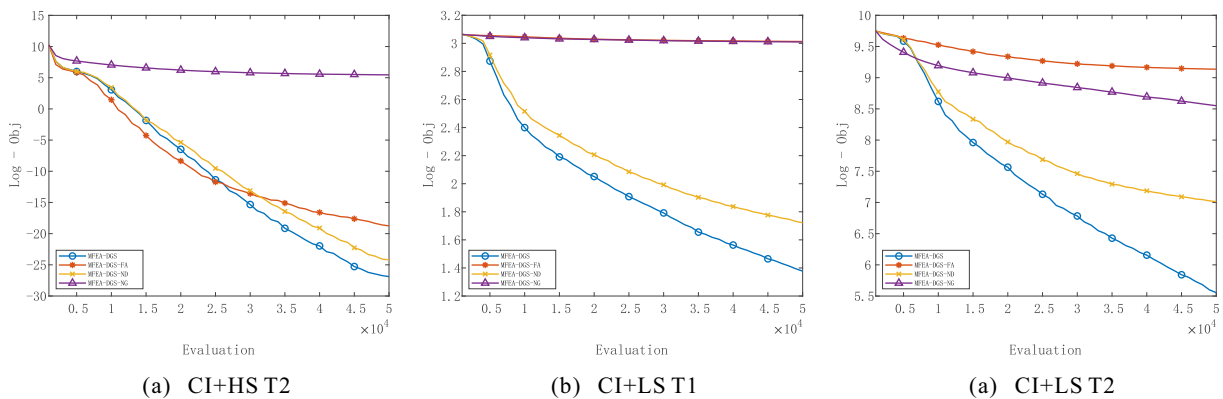


图5 MFEA-DGS与3个变体在部分任务中的收敛曲线图

的核心价值,其通过捕捉并利用解空间的局部一阶几何信息,为种群提供了显式的下降方向先验,从而有效突破了传统算子在复杂适应度景观下的无向搜索局限,构成了算法实现高效寻优的底层驱动力。

概率混合搜索框架的协同增益:针对移除模拟二进制交叉与多项式变异、仅保留拟梯度引导的变体 MFEA-DGS-ND,实验结果表明其在逼近全局最优解的过程中暴露出明显的收敛瓶颈,极易在搜索后期产生难以消除的稳态误差.完整算法之所以能够稳健地锁定理论最优值,根源在于混合框架实现了进化探索与局部开发的优势互补.传统交叉变异算子的引入极大增强了种群在极值区域的精细搜索能力,有效规避了单一梯度驱动在狭长峡谷或平坦地形中易诱发的收敛震荡问题。

双重自适应迁移机制的鲁棒性保障:针对采用固定跨任务迁移概率的变体 MFEA-DGS-FA,实验发现其在处理低相似度或冲突任务时暴露出严重的

鲁棒性短板.由于静态迁移策略无法感知任务间的实时演化动态,极易在寻优过程中引入异质知识的错误交互.相较之下,完整算法依托基于动态梯度相似度的自适应调控机制,能够精准评估跨任务知识共享的安全边界并动态调控迁移强度.该机制从底层逻辑上有效阻断了缺乏相关性度量所引发的负迁移路径,为算法在复杂多变的相关性环境下提供了坚实的稳健性保障。

3.5 参数敏感性分析

3.5.1 初始迁移概率 $rm_{p_{init}}$

本小节主要研究初始迁移概率 $rm_{p_{init}}$ 对 MFEA-DGS 算法性能的影响,并比较了在不同 $rm_{p_{init}}$ 值下 MFEA-DGS 的性能,即 $rm_{p_{init}} \in \{0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9\}$.根据表 5 可以观察到,当参数值 $rm_{p_{init}}$ 设定为 0.7 时, MFEA-DGS 算法在 18 个测试任务中取得 10 个最优结果,整体性能最优.基于此,在之后的

表5 不同 rmp_{init} 参数中 MFEA-DGS 的实验结果

初始迁移概率 rmp_{init}	最优结果个数
0.1	6
0.3	6
0.5	6
0.7	10

算法研究中, 采取 $rmp_{init} = 0.7$ 的参数设置.

3.5.2 衰减系数 α

本小节主要研究衰减系数 α 对 MFEA-DGS 算法性能的影响, 并比较了在不同 α 值下 MFEA-DGS 的性能, 即 $\alpha \in \{0.1, 1, 3, 5, 10\}$. 根据表6可以观察到, 当参数值设定为3时, MFEA-DGS 算法取得了9个最优结果, 性能最优. 基于此, 在之后的算法研究中, 采取 $\alpha = 3$ 的参数设置.

表6 不同 α 参数中 MFEA-DGS 的实验结果

衰减系数 α	最优结果个数
0.1	4
1	3
3	9
5	7
10	7

3.6 混合搜索策略的动态行为分析

为了探究混合搜索策略在不同进化阶段的内部状态, 本节对梯度算子与传统 SBX 算子的动态调用比例及实际贡献度进行了定量分析. 在算法运行的每一代中, 本文记录了各算子的调用频次. 同时, 本

文将该算子生成且适应度严格优于亲本的子代数量定义为“有效成功数”. 实验选取了 CEC2017 测试集中三种典型场景: 高度协同的 CI+HS、中等协同的 CI+MS 以及严重冲突的 NI+LS. 算子调用的动态变化趋势与阶段性量化统计分别如表7和图6所示:

表7 混合搜索策略在典型测试场景下的动态行为分析

问题	梯度比例(%)	SBX比例(%)	前期梯度成功数	前期SBX成功数	后期梯度成功数	后期SBX成功数
CI+HS	92.62	7.38	104.68	4.9	32.71	1.81
CI+MS	92.73	7.27	99.52	5.16	12.55	1.85
CI+LS	95.07	4.93	92.44	5.18	94.4	2.61
PI+HS	93.13	6.87	110.87	3.53	86.1	0.39
PI+MS	93.33	6.67	94.26	5.77	75.21	2.65
PI+LS	92.62	7.38	77.18	3.77	41.32	1.15
NI+HS	92.77	7.23	104.65	4.5	63.66	0.76
NI+MS	93.26	6.74	87.19	3.66	55.89	0.02
NI+LS	93.22	6.78	99.32	1.05	84.32	0.08

1) 针对高度协同 (CI+HS) 与中等协同 (CI+MS) 任务: 算子行为表现出显著的阶段性特征. 进化初期, 解空间内任务间的梯度方向高度一致, 算法频繁触发基于梯度的跨任务交叉. 如图6(a)和图6(c)前期阶段所示, 梯度算子占据主导地位. 结合表7可知, 其在两类任务前期的单代平均成功数分别高达104.68和99.52, 有力推动了种群快速收敛. 值得注意的是, 进化中后期种群趋于收敛导致局部地貌复杂化, 拟梯度估计的可靠性随之下降. 此时, 全局代数衰减策略发挥了关键作用, 促使梯度信息的引导

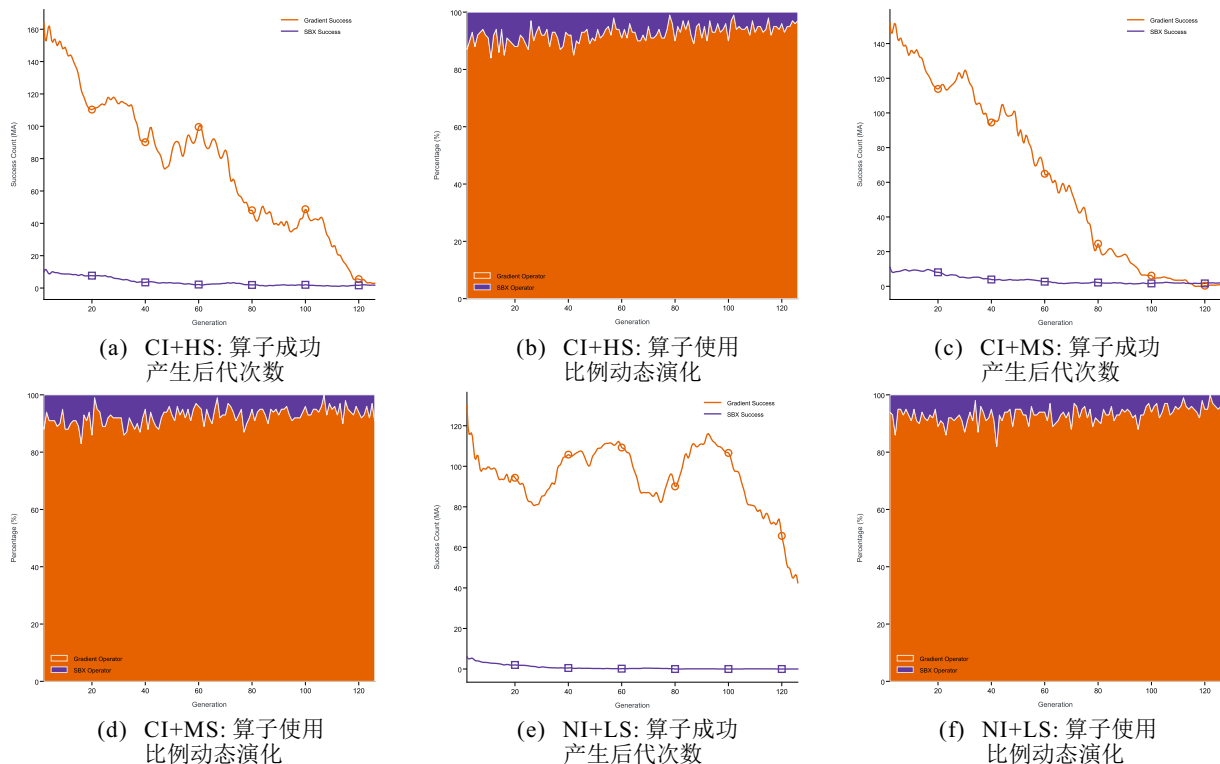


图6 混合搜索算子在不同相关性任务中的动态行为演化

权重自然减弱. 如图 6 后期曲线所示, SBX 算子与多项式变异的随机扰动优势开始显现, 尽管其总调用频率受限, 但生成的子代仍保持了稳定的成活率. 这种动态切换有效维持了种群多样性, 避免了算法陷入局部极值.

2) 针对严重冲突 (NI+LS) 任务: 算子的行为模式发生了本质改变. 由于动态梯度相似度 DGS 精准检测到任务间的负相关性, 算法的局部修正机制被迅速触发. 该机制从物理层面大幅削减甚至阻断了跨任务的知识迁移概率. 因此, 算法抑制了基于 SBX 和梯度交叉的跨任务交互行为, 搜索模式自适应转化为仅依赖单任务自身几何历史信息的拟梯度变异. 如图 6(e) 和图 6(f) 所示, 这种处于物理隔离状态的单任务拟梯度变异, 在整个进化周期内持续提供了 50 至 130 次的单代有效成功数.

综合上述分析, 该动态定量实验充分验证了 MFEA-DGS 内部机制的有效性. 算法能够精准感知任务环境的几何相似度: 面对协同任务时, 算法依赖梯度引导实现解空间的快速穿透; 面对冲突任务时, 算法主动切断跨任务交互, 转为高效的独立梯度下降. 这种自适应的算子切换与隔离机制, 从根本上阻断了负迁移的发生, 并最大化了正向知识迁移的增益.

4 结论

本文提出一种基于动态梯度相似度的多任务进化算法 MFEA-DGS. 首先, 该算法引入基于方向梯度下降的拟梯度算子, 利用解空间的几何特征构建下降方向以促进正向迁移; 其次, 采用动态梯度相似度驱动的双重自适应迁移策略, 结合全局衰减机制, 实现了对迁移强度的精准调控及对负迁移的有效阻断; 最后, 融合梯度算子与模拟二进制交叉等传统算子形成混合搜索框架, 针对不同进化阶段动态平衡了收敛速度与全局探索能力. 基准测试与消融实验结果充分证明, 本文所提算法具有较强的竞争力, 特别是在处理高相似度协同与适应度景观冲突任务时具有明显优势, 同时具备良好的鲁棒性.

尽管 MFEA-DGS 在处理双任务优化问题上表现出了优越的性能, 但在未来的工作中仍有以下方向值得进一步探索: 研究更高效的任务相关性度量方法, 将 MFEA-DGS 扩展至超多任务优化场景, 以应对大规模任务并发优化的挑战; 探究在高维决策空间下拟梯度估计的有效性, 进一步提升算法在处理大规模优化问题时的计算效率; 将提出的算法框架应用于受约束的实际工程优化问题中, 如无人

协同路径规划或复杂网络资源调度, 以验证其实际应用价值.

参考文献 (References)

- [1] 梁静, 刘睿, 瞿博阳, 等. 进化算法在大规模优化问题中的应用综述[J]. 郑州大学学报: 工学版, 2018, 39(3): 15-21.
(Liang J, Liu R, Qu B Y, et al. Overview of the Application of Evolutionary Algorithms in Large-Scale Optimization Problems[J]. Journal of Zhengzhou University: Engineering Science, 2018, 39(3): 15-21.)
- [2] 宋强磊, 车阿大. 量子进化算法在生产调度中的应用综述[J]. 计算机应用研究, 2012, 29(5): 1601-1605.
(Song Q L, Che A D. Survey on application of quantum evolutionary algorithm in production scheduling[J]. Application Research of Computers, 2012, 29(5): 1601-1605.)
- [3] 宋晓博, 高经纬, 张朝衍. 基于改进蚁群算法的越野车辆路径规划研究[J]. 计算机仿真, 2023, 40(10): 200-204.
(Song X B, Gao J W, Zhang C X. Research on off-road vehicle path planning based on improved ant colony algorithm[J]. Computer Simulation, 2023, 40(10): 200-204.)
- [4] 王研, 王志刚. 差异演化算法求解多选择背包问题[J]. 科学技术与工程, 2011, 11(34): 8405-8408.
(Wang Y, Wang Z G. Differential evolution for multiple-choice knapsack problem[J]. Science Technology and Engineering, 2011, 11(34): 8405-8408.)
- [5] Gupta A, Ong Y S, Feng L. Multifactorial evolution: Toward evolutionary multitasking[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2016, 20(3): 343-357.
- [6] Ong Y S, Gupta A. Evolutionary multitasking: A computer science view of cognitive multitasking[J]. Cognitive Computation, 2016, 8(2): 125-142.
- [7] Feng L, Zhou W, Zhou L, et al. An empirical study of multifactorial PSO and multifactorial DE[C]. IEEE Congress on Evolutionary Computation. Donostia, 2017: 921-928.
- [8] Bali K K, Ong Y S, Gupta A, et al. Multifactorial evolutionary algorithm with online transfer parameter estimation: MFEA-II[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2020, 24(1): 69-83.
- [9] Zheng X L, Qin A K, Gong M G, et al. Self-regulated evolutionary multitask optimization[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2020, 24(1): 16-28.
- [10] Chen Y, Zhong J, Feng L, et al. Enhancing evolutionary multitasking via decision variable clustering for many-task optimization[J]. IEEE Transactions on Emerging Topics in Computational Intelligence, 2020, 4(3): 369-384.
- [11] Bali K K, Gupta A, Feng L, et al. Linearized domain adaptation in evolutionary multitasking[C]. IEEE Congress on Evolutionary Computation. Donostia, 2017:

- 1295-1302.
- [12] Feng L, Zhou L, Zhong J H, et al. Evolutionary multitasking *via* explicit autoencoding[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2019, 49(9): 3457-3470.
- [13] Wang R L, Feng X, Yu H Q. Contrastive variational auto-encoder driven convergence guidance in evolutionary multitasking[J]. *Applied Soft Computing*, 2024, 163: 111883.
- [14] Wang C, Liu J, Wu K, et al. Solving multitask optimization problems with adaptive knowledge transfer *via* anomaly detection[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2022, 26(2): 304-318.
- [15] Yin J, Zhu A, Zhu Z, et al. Evolutionary multitasking with gene heterogeneity strategy[C]. *IEEE Congress on Evolutionary Computation*. Wellington, 2019: 1002-1009.
- [16] Zhou L, Feng L, Tan K C, et al. Toward adaptive knowledge transfer in multifactorial evolutionary computation[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2021, 51(5): 2563-2576.
- [17] Zhao B, Cui Z H, Yang J Q, et al. A multi-task evolutionary algorithm for solving the problem of transfer targets[J]. *Information Sciences*, 2024, 681: 121214.
- [18] Ma X L, Zheng Y J, Zhu Z X, et al. Improving evolutionary multitasking optimization by leveraging inter-task gene similarity and mirror transformation[J]. *IEEE Computational Intelligence Magazine*, 2021, 16(4): 38-53.
- [19] Liang Z P, Dong H, Liu C, et al. Evolutionary multitasking for multiobjective optimization with subspace alignment and adaptive differential evolution[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2022, 52(4): 2096-2109.
- [20] Zhang T Y, Gong W Y, Li Y C. Multitask differential evolution with adaptive dual knowledge transfer[J]. *Applied Soft Computing*, 2024, 165: 112040.
- [21] Li Y C, Gong W Y, Li S J. Multitask evolution strategy with knowledge-guided external sampling[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2024, 28(6): 1733-1745.
- [22] Huang L, Feng L, Wang H, et al. Surrogate-assisted evolutionary multitasking *via* bi-directional knowledge transfer[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2020, 24(2): 315-329.
- [23] 程美英, 钱乾, 倪志伟. 多任务优化算法综述[J]. *控制与决策*, 2023, 38(7): 1802-1815.
(Cheng M Y, Qian Q, Ni Z W. Review of multi-task optimization algorithm[J]. *Control and Decision*, 2023, 38(7): 1802-1815.)
- [24] 李水佳, 李延焱, 王锐, 等. 进化多任务优化综述: 技术进展、问题分类及应用[J]. *控制与决策*, 2026, 41(4): 987-1004.
(Li S J, Li Y C, Wang R, et al. Survey on evolutionary multitask optimization: Technical advances, problem classification, and applications[J]. *Control and Decision*, 2026, 41(4): 987-1004.)
- [25] Salimans T, Ho J, Chen X, et al. Evolution strategies as a scalable alternative to reinforcement learning[J/OL]. 2017, arXiv: 1703.03864.
- [26] Katoch S, Chauhan S S, Kumar V. A review on genetic algorithm: Past, present, and future[J]. *Multimedia Tools and Applications*, 2021, 80(5): 8091-8126.
- [27] Liu Z B, Li G, Zhang H L, et al. Multifactorial evolutionary algorithm based on diffusion gradient descent[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2024, 54(7): 4267-4279.
- [28] Zhang L, Li B, Thekumparampil K K, et al. Zeroth-order optimization finds flat minima[J/OL]. 2025, arXiv: 2506.05454.
- [29] Ma S, Huang H. Revisiting zeroth-order optimization: Minimum-variance two-point estimators and directionally aligned perturbations[C]. *International Conference on Learning Representations*. Singapore, 2025.
- [30] Da B, Ong Y S, Feng L, et al. Evolutionary multitasking for single-objective continuous optimization: Benchmark problems, performance metric, and baseline results[J/OL]. 2017, arXiv: 1706.03470.

作者简介

李二超 (1980–), 男, 教授, 博士, 博士生导师, 主要研究方向为人工智能、进化计算, E-mail: lecstarr@163.com;

豆书欢 (2000–), 男, 硕士生, 主要研究方向为多任务优化, E-mail: 251958159@qq.com;

刘昀 (1999–), 男, 博士生, 主要研究方向为进化计算、智能优化, E-mail: lutly23@163.com;

隋浩男 (2002–), 男, 硕士生, 主要研究方向为多任务优化, E-mail: 1029134504@qq.com.