含虚拟同步机的微电网预定义时间有功-频率二次控制

童立波[1]，叶 轩[1]，龙 涛[2]，郭方洪[1†]

(1. 浙江工业大学 信息工程学院，杭州 310014；2. 浙江康格电气有限公司，浙江 温州 325699)

摘 要: 针对存在外部未知扰动与通信拓扑动态变化的含虚拟同步机孤岛交流微电网, 为解决传统二次控制中频率恢复与有功分配存在的暂态干涉问题, 提出一种基于预定义时间观测器与辅助控制律的分布式滑模二次控制策略. 首先, 构建预定义时间有功分配观测器, 在暂态阶段完成一致性参数的分布式估计, 实现了有功功率缺额按设定比例分配与系统频率无差恢复的解耦控制; 其次, 结合预定义时间扰动观测器实现对时变未知扰动的主动前馈补偿, 从而有效削弱了滑模控制中的高频抖振现象; 同时, 设计了适应网络拓扑变化的保守控制参数, 确保微电网的频率与有功分配误差在人为设定的时间上限内严格收敛, 并基于 Lyapunov 理论严格证明了闭环控制系统的全局预定义时间稳定性; 最后, Matlab/Simulink 多工况仿真结果表明, 所提控制策略在负载突变、节点即插即用以及连续时变扰动等复杂运行工况下, 均能在设定的时间内实现频率与有功的快速稳定跟踪, 较现有方法展现出更优越的暂态调节性能与系统鲁棒性.

关键词: 孤岛交流微电网；虚拟同步机；分布式控制；预定义时间控制；二次控制；滑模控制

中图分类号: TP273 **文献标志码:** A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2026.0563

引用格式: 童立波, 叶轩, 龙涛, 等. 含虚拟同步机的微电网预定义时间有功-频率二次控制 [J]. 控制与决策, xxxx, x(x): xxxx-xxxx.

Predefined-time active power-frequency secondary control for microgrids with virtual synchronous generators

TONG Li-bo[1]，*YE Xuan*[1]，*LONG Tao*[2]，*GUO Fang-hong*[1†]

(1. College of Information Engineering， Zhejiang University of Technology， Hangzhou 310014， China；2. Zhejiang Kangge Electric Co., Ltd.，Wenzhou 325699，China)

Abstract: To address the secondary control problem of islanded AC microgrids with virtual synchronous generators (VSGs) subject to unknown external disturbances and dynamic communication topology changes, and to resolve the transient interference between frequency restoration and active power sharing in traditional secondary control, a distributed sliding mode secondary control strategy based on predefined-time observers and auxiliary control laws is proposed. Firstly, a predefined-time active power sharing observer is constructed to accomplish the distributed estimation of consensus parameters during the transient phase, thereby realizing the decoupled control between the proportional active power deficit sharing and the zero-error restoration of system frequency. Secondly, a predefined-time disturbance observer is incorporated to achieve active feedforward compensation for time-varying unknown disturbances, which effectively mitigates the high-frequency chattering phenomenon inherent in sliding mode control. Simultaneously, conservative control parameters adaptable to network topology changes are designed to guarantee the strict convergence of frequency and active power sharing errors within a preset time upper bound. Furthermore, the global predefined-time stability of the closed-loop control system is rigorously proved based on the Lyapunov theory. Finally, multi-scenario Matlab/Simulink simulation results demonstrate that under complex operating conditions—such as sudden load changes, plug-and-play of nodes, and continuous time-varying disturbances—the proposed control strategy achieves fast and stable tracking of frequency and active power within the predefined time, exhibiting superior transient regulation performance and system robustness compared with existing methods.

Keywords: islanded AC microgrids； virtual synchronous generator； distributed control； predefined-time control； secondary control； sliding mode control

收稿日期: 2026-06-11；**录用日期:** 2026-10-10.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (62373328).

责任编委: 马大中.

[†]通信作者. E-mail: fhguo@zjut.edu.cn.

本文附带电子附录文件, 可登录本刊官网该文“资源附件”区自行下载阅览.

0 引 言

近年来, 微电网因其能够高效整合分布式电源(Distributed Generator, DG) 与可再生能源而受到广泛关注, 其具备并网与孤岛两种运行模式[1]. 孤岛微电网普遍采用由一次、二次和三次控制构成的分层控制架构[2]. 其中, 一次控制多基于下垂控制策略以维持系统频率稳定并实现有功功率的初步分配[3]. 但随着高比例电力电子设备的接入, 孤岛交流微电网呈现出显著的低惯量、弱阻尼以及运行工况剧烈变化的特征. 为此虚拟同步机 (virtual synchronous generator, VSG) 技术被引入一次控制层以增强系统惯量[4]. 尽管如此, 一次控制仍存在稳态偏差, 无法实现频率的无差恢复与有功功率的精确分配. 因此, 二次控制被引入以补偿频率与功率偏差, 这对于保障孤岛微电网的安全稳定运行至关重要[5].

传统的二次控制多采用集中式方案[6],该方案对通信系统高度依赖, 不仅存在极高的计算负担与通信延迟, 且易面临局部故障的风险[7]. 为克服上述瓶颈, 分布式控制架构逐渐成为微电网二次控制的主流方案[8]. 文献 [9] 设计了一种基于下垂控制的分布式弹性二次控制策略, 能够将系统频率恢复到参考值, 并实现最优功率分配. 文献 [10] 提出了一种区别于现有基于频率测量的新型分布式分层控制策略, 用于 VSG 的频率恢复和功率分配. 文献 [11] 考虑到 VSG 的非线性动态特性, 提出了一种具有惯量支撑的 VSG 分布式二次控制策略.

在分布式二次控制的收敛性能研究中, 传统的控制策略通常表现为渐近收敛. 然而, 在低惯量微电网中, 频率和电压长时间的暂态偏离会导致保护装置误动作、电能质量恶化及环流损耗增加[12]. 为加快响应速度, 有限时间控制被引入二次控制设计. 文献 [13] 提出了一种基于下垂控制的孤岛微电网电压分布式有限时间控制和频率分布式共识控制的方法, 实现了电压和频率控制的分离. 通过引入非线性连续函数或分数幂项, 有限时间控制能在有限的步长内迫使误差收敛至零[14]. 然而, 有限时间控制的收敛时间上界严重依赖于系统的初始运行状态[12]. 因此, 孤岛微电网分布式固定时间控制在文献 [15] 被提出, 其能保证收敛时间上界与初始条件完全无关[16-17]. 文献 [18] 提出了一种结合内模控制与固定时间分布式协同的 VSG 二次控制方法, 以加速系统频率恢复并实现有功功率的精准分配. 但是, 传统固定时间控制对收敛时间上界的估计明显保守, 且收敛时间的估算略显复杂, 依赖于控制器参数[19]. 相比之下, 预定义时间控制通过一个显式的可调参数, 能直接设定系统误差收敛到零的上限时间[20-22]. 在孤岛微电网多样化和动态的运行条件下, 预定义时间控制极大地提升了系统的暂态性能与可控性. 文献 [23] 设计了一种基于集群的去中心化/分布式预定义时间控制器, 通过在耦合电流和电压元件中引入额外的增益, 同时实现电流均衡和电压恢复. 文献 [24] 设计了一个预定义时间滑模分布式二次控制器用于孤岛微电网的频率恢复和有功功率分配. 文献 [25] 使用分数阶微分算法, 设计了一种新型分布式分数阶预定义时间滑模控制器, 从而实现频率恢复和功率分配. 文献 [26] 提出了一种复合了预定义时间收敛方法和固定时间积分滑模方法的控制器, 用于交流微电网的分布式二次控制. 尽管上述控制策略在提升微电网暂态性能方面取得了显著进展, 但面对复杂多变的实际运行工况, 现有研究仍存在以下局限性: 1) 文献 [24-26] 主要针对传统一阶下垂控制进行设计. 在引入 VSG 的微电网中, 频率与有功功率存在复杂的二阶暂态耦合, 现有方法难以直接适用. 2) 文献 [24] 采用了时变缩放函数方法. 为避免趋近设定时间时的计算奇异性与逆变器饱和, 该方法引入了分段函数, 但这破坏了理论连续性并带来了稳态误差; 文献 [25] 和 [26] 则依赖分数阶运算或复合结构, 增加了系统复杂度. 3) 文献 [24-26] 主要依靠滑模控制的高切换增益抑制外部扰动, 极易在逆变器物理执行层引发高频抖振. 4) 文献 [10] 和文献 [25-26] 基于固定拓扑进行设计; 而文献 [24] 中的时变增益函数在面临拓扑变化时, 易因状态突变而产生剧烈的暂态控制冲击, 降低了系统运行的安全性.

因此, 本文结合分布式控制、预定义时间一致性、滑模控制方法, 提出了一种分布式预定义时间滑模二次控制策略. 对存在外部扰动以及拓扑改变的 VSG 微电网, 实现预定义时间内的频率恢复和有功功率缺额比例分配. 主要贡献可总结如下: 1) 揭示了 VSG 频率与有功功率的二阶耦合机理, 提出一种预定义时间有功功率分配观测器. 在暂态阶段估计稳态一致性参数并重构控制误差, 有效避免了因功频耦合于滑模控制律引发的暂态干涉与失稳风险. 2) 针对 VSG 的动态特性, 设计了一种基于辅助控制律的分布式预定义时间滑模控制器. 通过 Lyapunov 稳定性条件将期望的收敛时间转化为恒定的常数控制增益,有效避免了奇异性与控制律的分段切换. 同时在控制架构中集成预定义时间扰动观测器, 使系统能够在预定义时间内快速补偿微电网受到的各种

扰动. 3) 优化了分布式架构下预定义时间控制的参数设定, 满足微电网多机运行场景及拓扑变化工况下的预定义时间稳定需求.

1　VSG 特性分析和预备知识

1.1　VSG 一次控制原理与动态特性分析

孤岛交流微电网中逆变器采用 VSG 控制作为一次控制, 其典型控制结构框图如图 1 所示. R_{fi}、L_{fi}、C_{fi}分别为逆变器的滤波电阻、滤波电感、滤波电容; L_{gi}为网侧电感, V_i、i_i分别为逆变器输出电压、电流; P_{refi}、Q_{refi}分别为有功、无功功率参考值; P_{ei}、Q_{ei}分别为 VSG 输出的有功、无功功率; θ_i、E_i分别为 VSG 的相位和电势, 通过电压电流双环控制产生 SPWM 信号, 实现传统的 VSG 控制.

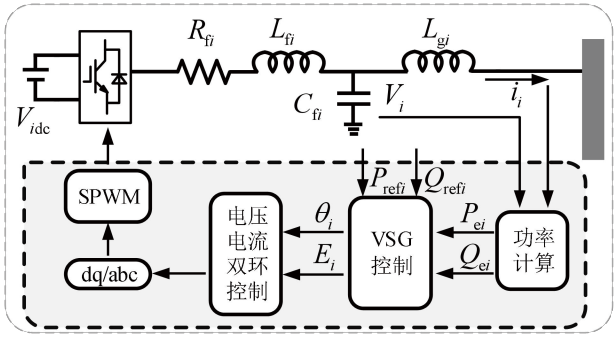


图 1　VSG 控制结构框图

VSG 的有功控制主要包括转子运动方程和一次调频环节[27-28], 如式 (1)、式 (2) 所示:

$$J_i\omega_{\mathrm{ref}}\frac{d\omega_i}{dt}=P_{\mathrm{m}i}-P_{\mathrm{e}i}-D_i\omega_{\mathrm{ref}}(\omega_i-\omega_{\mathrm{ref}}). \tag{1}$$

$$P_{\mathrm{m}i}=P_{\mathrm{ref}i}-k_{pi}(\omega_i-\omega_{\mathrm{ref}}). \tag{2}$$

式中, J_i和D_i分别为第i台 VSG 的虚拟转动惯量和阻尼系数; $P_{\mathrm{m}i}$为第i台 VSG 的机械功率; ω_i和ω_{ref}分别为第i台 VSG 的频率和参考频率; k_{pi}为第i台 VSG 的调频系数.

结合式 (1) 和式 (2) 可知, 当微电网负荷发生变动时, 一次控制将导致系统产生固有的稳态频率偏差. 为消除该稳态偏差, 需在一次调频回路中引入二次控制补偿u_i, 将调速器的机械功率指令修正为:

$$P_{\mathrm{m}i}=P_{\mathrm{ref}i}-u_i-k_{pi}(\omega_i-\omega_{\mathrm{ref}}). \tag{3}$$

将修正后的机械功率指令代入转子运动方程 (1), 并结合相角与角频率的微分关系, 第i台 VSG 的动态模型可重写为:

$$\dot{\theta}_i=\omega_i, \tag{4a}$$

$$\dot{\omega}_i=\frac{P_{\mathrm{ref}i}-P_{\mathrm{e}i}-u_i}{J_i\omega_{\mathrm{ref}}}-\frac{D_i\omega_{\mathrm{ref}}+k_{pi}}{J_i\omega_{\mathrm{ref}}}(\omega_i-\omega_{\mathrm{ref}}). \tag{4b}$$

式中θ_i为节点电压相角.

结合上述一次调频特性及微电网潮流方程, 利用泰勒展开在稳态工作点附近进行线性化[29-31], 可得 VSG 动态特性的二阶微分方程:

$$\begin{aligned}\Delta P_{\mathrm{m}i}-\Delta u_i=&J_i\omega_{\mathrm{ref}}\Delta\ddot{\theta}_i+D_i\omega_{\mathrm{ref}}\Delta\dot{\theta}_i+\\&\sum_{j\in\mathcal{N}_i}K_{Sij}(\Delta\theta_i-\Delta\theta_j).\end{aligned} \tag{5}$$

由式 (5) 可知, VSG 的频率动态特性和微电网内部的有功潮流经由虚拟惯量形成了耦合, 呈现出与下垂控制不同的频率有功功率二阶耦合关系. 因此, 若沿用现有的预定义时间二次控制方法, 非线性控制器将输出高频大幅值的调节信号. 在 VSG 系统中, 其会与系统的虚拟惯量发生剧烈对抗, 导致频率恢复与有功分配发生耦合, 引发暂态失稳.

1.2　图论及控制目标

考虑包含n台 VSG 的微电网系统, 将其通信拓扑建模为无向图$\mathcal{G}=(\mathcal{V},\mathcal{E},\mathcal{A})$, 其中$\mathcal{V}=\{1,\ldots,n\}$表示$n$个 VSG 节点的非空有限集合, $\mathcal{E}\subseteq\mathcal{V}\times\mathcal{V}$表示节点间通信链路的边集. $\mathcal{A}=[a_{ij}]\in\mathbf{R}^{n\times n}$定义为图$\mathcal{G}$的非负加权邻接矩阵. 对于无向图, 若$(i,j)\in\mathcal{E}$, 则$a_{ij}=a_{ji}=1$, 否则为 0. 定义节点$i$的邻居节点集合为$\mathcal{N}_i=\{j\in\mathcal{V}|(i,j)\in\mathcal{E}\}$. 设定无向图$\mathcal{G}$包含$n$个节点以及$n_\varepsilon$条通信链路, 那么可以定义每条边$e_k\in\mathcal{E}(k=1,\ldots,n_\varepsilon)$. 定义关联矩阵$\mathcal{M}=[m_{ik}]\in\mathbf{R}^{n\times n_\varepsilon}$, 若节点$i$为$e_k$起点, 则$m_{ik}=1$; 若节点$i$为$e_k$终点, 则$m_{ik}=-1$; 若无关联, 则$m_{ik}=0$. $\mathcal{D}=\mathrm{diag}(d_i)\in\mathbf{R}^{n\times n}$被定义为度矩阵, 其中$d_i=\sum_{j\in\boldsymbol{N_i}}a_{ij}$. 由此, 可推导出图$\mathcal{G}$的拉普拉斯矩阵$\mathcal{L}=\mathcal{D}-\mathcal{A}\in R^{n\times n}$. 定义一个具有微电网运行参考频率值信息的虚拟节点0, 记b_i为第i台 VSG 与虚拟节点间的通信权重. 定义对角阵$\mathcal{B}=\mathrm{diag}(b_i)\in\mathbf{R}^{n\times n}$, 如果节点$i$和节点0之间存在通信链路, 则$b_i=1$; 否则, $b_i=0$. 综上, 通信矩阵可定义为$\mathcal{H}=\mathcal{L}+\mathcal{B}$.

本文的控制目标是设计控制策略使得交流孤岛微电网在预定义时间内, 频率精确恢复到参考值, 并且有功功率相对于参考值的缺额基于预设定的比例完成分配, 具体可描述为:

1) 在预定义时间T_ω内, 频率恢复到参考值:

$$\lim_{t\to T_\omega}\omega_i(t)=\omega_{\mathrm{ref}}. \tag{6}$$

2) 在预定义时间T_p内, 有功功率缺额基于预设

定的比例完成分配:

$$\lim_{t\to T_p}\left(\frac{P_{\mathrm{ref}i}-P_{\mathrm{e}i}(t)}{\chi_i}-\frac{P_{\mathrm{ref}j}-P_{\mathrm{e}j}(t)}{\chi_j}\right)=0. \tag{7}$$

式中, χ_i和χ_j分别为第i、j台 VSG 预设定的比例.

1.3 相关引理与假设

为便于后续预定义时间观测器与控制器的设计, 并为闭环系统的稳定性证明奠定理论基础, 本节给出研究所需的系统假设及数学引理:

引理 1[32] 对于非线性系统$\dot{\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{f}(t,\boldsymbol{x})$, $\boldsymbol{x}\in\mathbf{R}^{n\times1}$是系统状态且$\boldsymbol{x}_0=\boldsymbol{x}(0)$, $\boldsymbol{f}(t,\boldsymbol{x})$是非线性函数, $t\in[t_0,\infty)$且$t_0\in R_+\cup\{0\}$. 如果存在一个径向无界的 Lyapunov 函数对该系统任意解$\boldsymbol{x}(t,\boldsymbol{x}_0)$满足以下条件:

$$\dot{V}\leqslant-\frac{2}{\gamma Ta'}(2a'V+a_1V^{1-\frac{\gamma}{2}}+a_2V^{1+\frac{\gamma}{2}}). \tag{8}$$

其中$0<\gamma<1$, $a_1>0$, $a_2>0$且$a'=\sqrt{a_1a_2}>0$, $T>0$, 系统平衡点在时间T内是预定义时间稳定的.

引理 2[32] 对于引理 1 所述系统$\dot{\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{f}(t,\boldsymbol{x})$, 如果存在径向无界的 Lyapunov 函数能满足以下条件:

$$\dot{V}\leqslant-\frac{2}{\gamma Ta'}(2a'V+a_1V^{1-\frac{\gamma}{2}}+a_2V^{1+\frac{\gamma}{2}})+\rho. \tag{9}$$

其中$0<\gamma<1$, $a_1>0$, $a_2>0$且$a'=\sqrt{a_1a_2}>0$, $T>0$, 且$0<\rho<\infty$, 则该系统平衡点是实际预定义时间稳定的. 系统将在最小上限时间$T_c<\sqrt{2}T$内, 收敛至如下残差集Ω:

$$\begin{aligned}\Omega=\{\lim_{t\to T_c}\boldsymbol{x}|V\leqslant\min\{&\frac{\rho\gamma Ta'}{2(2-\sqrt{2})a'},\\&(\frac{\rho\gamma Ta'}{a_1})^{\frac{2}{2-\gamma}},(\frac{\rho\gamma Ta'}{a_2})^{\frac{2}{2+\gamma}}\}\}.\end{aligned} \tag{10}$$

引理 3[33] 若无向图$\mathcal{G}$是连通的, 则其拉普拉斯矩阵$\mathcal{L}$为半正定矩阵, 其特征值满足: $0=\lambda_1(\mathcal{L})<\lambda_2(\mathcal{L})\leqslant\ldots\leqslant\lambda_n(\mathcal{L})$. 第二最小特征值代数连通性$\lambda_2(\mathcal{L})$满足: $\lambda_2(\mathcal{L})=\min\limits_{||x||\neq0,\sum\limits_{i=1}^{n}\boldsymbol{x}_i=0}\dfrac{\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\mathcal{L}\boldsymbol{x}}{||\boldsymbol{x}||^2}$, 其中$\boldsymbol{x}$为任意向量$\boldsymbol{x}=[x_1,x_2,\ldots,x_n]^{\mathrm{T}}\in\mathbf{R}^n$, 其二次型可表示为$\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\mathcal{L}\boldsymbol{x}=\dfrac{1}{2}\sum\limits_{i=1}^{n}\sum\limits_{j=1}^{n}a_{ij}(x_i-x_j)^2$. 由此可知, 在正交约束$1_n^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}=0$下, 成立如下不等式约束: $\lambda_2(\mathcal{L})\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}\leqslant\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\mathcal{L}\boldsymbol{x}\leqslant\lambda_n(\mathcal{L})\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}$.

引理 4[34] 假设$x_1,x_2,\ldots,x_n\geqslant0$, 对于任意$0<p\leqslant1$, 满足$\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^p\geqslant(\sum\limits_{i=1}^{n}x_i)^p$, 并且对于任意$p>1$, 满足$\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^p\geqslant n^{1-p}(\sum\limits_{i=1}^{n}x_i)^p$, 若将其扩展至任意向量$\boldsymbol{x}=[x_1,x_2,\ldots,x_n]^{\mathrm{T}}\in\mathbf{R}^n$, 则具有以下范数等价不等式: $||\boldsymbol{x}||_{2-p}^{2-p}\geqslant(||\boldsymbol{x}||_2^2)^{1-\frac{p}{2}}$, $||\boldsymbol{x}||_{2+p}^{2+p}\geqslant n^{-\frac{p}{2}}(||\boldsymbol{x}||_2^2)^{1+\frac{p}{2}}$.

引理 5[35] 对于任意$\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\in\mathbf{R}^n$以及任意对称正定矩阵$\boldsymbol{\Phi}\in\mathbf{R}^{n\times n}$, 有$2|\boldsymbol{a}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{b}|\leqslant\boldsymbol{a}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}^{-1}\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{b}$.

为了方便后续分析, 作出如下假设:

假设 1 通信网络拓扑图$\mathcal{G}$是无向且连通的, 且至少存在一个节点能够接收到频率参考值.

假设 2 定义所有微电网物理边界允许的连通拓扑子图构成有限集合$\Theta=\{\mathcal{G}_1,\ldots,\mathcal{G}_m\}$, 拓扑改变的离散信号记为$\varsigma$: $[0,+\infty)\to\{1,\ldots,m\}$. 在任意运行区间内, 激活的拓扑子图 $\mathcal{G}_\varsigma\in\Theta$均满足假设 1. 进一步, 受限于微电网设备容量与物理接口, 网络中接入的节点数与链路数存在固有物理上限$n_{\max}$和$n_{\mathcal{E},\max}$. 同时, 为避免拓扑重构时反复重置控制器参数, 确立最稀疏连通结构下的代数连通性下界$\lambda_{2,\min}$. 因此, 对于任意时刻t, 微电网拓扑图$\mathcal{G}_\varsigma$均满足:

$$0<n\leqslant n_{\max},\ 0<\lambda_{2,\min}\leqslant\lambda_2(\mathcal{L}),0<n_{\mathcal{E}}\leqslant n_{\mathcal{E},\max}. \tag{11}$$

式中, n、$\lambda_2(\mathcal{L})$、$n_{\mathcal{E}}$分别为时刻t微电网拓扑图$\mathcal{G}_\varsigma$中 VSG 节点个数、代数连通性以及通信链路数.

2 预定义时间扰动观测器设计及稳定性分析

由于复杂的运行工况或未建模的动态特性、参数变化等原因, 微电网所遭受的扰动具有不同的形式. 假设系统未建模的动态为f_i', 系统参数J_i和D_i的未知偏移量分别为ΔJ_i、ΔD_i; 将光伏、风电等新能源出力间歇性导致的实际有功功率变化建模为ΔP_i. 因此可推导出集成的扰动项为:

$$d_i=\frac{-\Delta P_i-\Delta J_i\omega_{\mathrm{ref}}\dot{\omega}_i-\Delta D_i\omega_{\mathrm{ref}}(\omega_i-\omega_{\mathrm{ref}})+\mathrm{f}_i'}{J_i\omega_{\mathrm{ref}}}. \tag{12}$$

因此, 受外部扰动影响下的 VSG 频率动态特性可以根据式 (4b) 重新定义为:

$$\dot{\omega}_i=\frac{P_{\mathrm{ref}i}-P_{\mathrm{e}i}-u_i}{J_i\omega_{\mathrm{ref}}}-\frac{D_i\omega_{\mathrm{ref}}+k_{pi}}{J_i\omega_{\mathrm{ref}}}(\omega_i-\omega_{\mathrm{ref}})+d_i. \tag{13}$$

2.1 预定义时间扰动观测器设计

设计一个辅助控制系统:

$$\dot{\varpi}_i=\frac{P_{\mathrm{ref}i}-P_{\mathrm{e}i}-u_i}{J_i\omega_{\mathrm{ref}}}-\frac{D_i\omega_{\mathrm{ref}}+k_{pi}}{J_i\omega_{\mathrm{ref}}}(\omega_i-\omega_{\mathrm{ref}})+\alpha\delta_i. \tag{14}$$

式中, 状态误差$\delta_i=\omega_i-\varpi_i$, ϖ_i为设计的辅助系统

状态, α是一个正常数.

因此, 预定义时间扰动观测器可设计为:

$$\hat{d}_i = \alpha\hat{\delta}_i + \dot{\delta}_i. \tag{15}$$

式中, $\hat{d}_i$、$\hat{\delta}_i$分别为扰动d_i和状态误差δ_i的估计值, 受文献 [32] 启发, $\hat{\delta}_i$可设计为:

$$\dot{\hat{\delta}}_i = \dot{\delta}_i + c_1\tilde{\delta}_i + c_2\mathrm{sig}^{1-\gamma}(\tilde{\delta}_i) + c_3\mathrm{sig}^{1+\gamma}(\tilde{\delta}_i). \tag{16}$$

式中, $\mathrm{sig}^{\gamma}(\delta) = \mathrm{sgn}(\delta)|\delta|^{\gamma}$, sgn为符号函数. $\tilde{\delta}_i = \delta_i - \hat{\delta}_i$为状态估计误差, $0 < \gamma < 1$. 考虑到传统单机系统参数设计无法适应多机协同控制的问题, 因此引入$n_{\max}$, 对预定义时间控制参数进行了优化设计. 具体控制参数设计如下: $c_1 = \dfrac{1}{2}\dfrac{4}{\gamma T_1}$, $c_2 = (\dfrac{1}{2})^{\frac{1-\gamma}{2}}\dfrac{2a_1}{\gamma T_1 a'}$, $c_3 = (\dfrac{n_{\max}}{2})^{\frac{1+\gamma}{2}}\dfrac{2a_2}{\gamma n_{\max} T_1 a'}$, 其中$a_1 > 0$, $a_2 > 0$, $a' = \sqrt{a_1 a_2} > 0$, $T_1 > 0$为设定的观测器收敛上限时间.

由于误差的单调收敛特性, 扰动估计值$\hat{d}_i$的最大幅值通常出现在控制初始时刻. 结合式 (15) 与式 (16), 可推导出扰动估计值的上界为:

$$\begin{aligned}|\hat{d}_i|_{\max} \leqslant \alpha|\hat{\delta}_i(0)| + |\dot{\delta}_i(0)| + c_1|\tilde{\delta}_i(0)| + \\ c_2|\tilde{\delta}_i(0)|^{1-\gamma} + c_3|\tilde{\delta}_i(0)|^{1+\gamma}.\end{aligned} \tag{17}$$

式中, $\hat{\delta}_i(0)$、$\dot{\delta}_i(0)$、$\tilde{\delta}_i(0)$分别表示状态误差估计值、状态误差导数、状态估计误差的初始值.

2.2　稳定性分析

定义辅助控制系统向量$\boldsymbol{\varpi} = [\varpi_1, \ldots, \varpi_n]^{\mathrm{T}} \in \mathbf{R}^n$与扰动向量$\boldsymbol{d} = [d_1, \ldots, d_n]^{\mathrm{T}} \in \mathbf{R}^n$. 据此, 系统状态误差向量表示为$\boldsymbol{\delta} = \boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\varpi}$,状态估计误差向量为$\tilde{\boldsymbol{\delta}} = \boldsymbol{\delta} - \hat{\boldsymbol{\delta}}$, 其中$\hat{\boldsymbol{\delta}}$为状态估计向量. 扰动估计向量及其观测误差向量分别表示为$\hat{\boldsymbol{d}} = \alpha\hat{\boldsymbol{\delta}} + \dot{\boldsymbol{\delta}} \in \mathbf{R}^n$与$\tilde{\boldsymbol{d}} = \boldsymbol{d} - \hat{\boldsymbol{d}}$. 同时, 定义$0_n \in \mathbf{R}^n$为全 0 列向量.

结合式 (16), 状态估计误差的紧凑形式为:

$$\dot{\tilde{\boldsymbol{\delta}}} = \dot{\boldsymbol{\delta}} - \dot{\hat{\boldsymbol{\delta}}} = -c_1\tilde{\boldsymbol{\delta}} - c_2\mathrm{sig}^{1-\gamma}(\tilde{\boldsymbol{\delta}}) - c_3\mathrm{sig}^{1+\gamma}(\tilde{\boldsymbol{\delta}}). \tag{18}$$

下面给出表征扰动观测器预定义时间收敛性能的定理 1 如下:

定理 1: 考虑由式 (13) 描述的含未知外部扰动的孤岛交流微电网系统, 使用式 (15) 设计的预定义时间扰动观测器, 能够保证系统的状态估计误差向量与扰动观测误差向量均在设定的时间上限内精确收敛至零. 即$\tilde{\boldsymbol{\delta}}$和$\tilde{\boldsymbol{d}}$满足$\lim\limits_{t\to T_1}\tilde{\boldsymbol{\delta}} = 0_n$, $\lim\limits_{t\to T_1}\tilde{\boldsymbol{d}} = 0_n$.

证明　构造如下候选 Lyapunov 函数:

$$V_1 = \frac{1}{2}\tilde{\boldsymbol{\delta}}^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{\delta}}. \tag{19}$$

对其求导并代入式 (18) 后, 结合引理 3、引理 4 以及式 (11) 进行放缩, 代入设计的参数值, 可整理为:

$$\dot{V}_1 \leqslant -\frac{2}{\gamma T_1 a'}(2a'V_1 + a_1V_1^{1-\frac{\gamma}{2}} + a_2V_1^{1+\frac{\gamma}{2}}). \tag{20}$$

基于引理 1 和式 (20) 可知, 存在一个独立于初始状态且仅与参数T_1相关的界限,当$t \geqslant T_1$时, $\tilde{\boldsymbol{\delta}} = 0_n$. 且$\tilde{\boldsymbol{d}}$可化简为:

$$\tilde{\boldsymbol{d}} = \alpha\tilde{\boldsymbol{\delta}}. \tag{21}$$

因此当$t \geqslant T_1$时, $\tilde{\boldsymbol{d}} = 0_n$, 证明成立. 由于式 (18) 与 Lyapunov 导数中均不包含扰动项. 因此, 只要扰动连续可微, 观测器的收敛性独立于扰动的变化率.

3　分布式预定义时间二次控制器设计及稳定性分析

3.1　控制器整体架构

二次控制器的整体架构如图 2 所示. 下面对预定义时间滑模辅助控制器以及整体控制器进行设计.

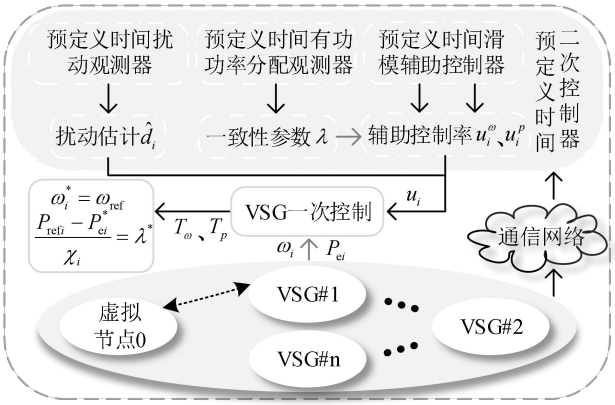


图 2　VSG 系统二次控制器整体架构

首先设计第i台 VSG 的辅助控制律$u_i^{\omega}(t)$和$u_i^{p}(t)$, 旨在驱动闭环系统满足如下动态特征:

$$\begin{cases}\dot{\omega}_i(t) = u_i^{\omega}(t), \\ \dfrac{P_{\mathrm{ref}i} - P_{ei}(t)}{\chi_i} = u_i^{p}(t).\end{cases} \tag{22}$$

结合式 (4)(13)(22) 可得:

$$\begin{aligned}u_i^{\omega}(t) = \frac{\chi_i u_i^{p}(t)}{J_i\omega_{\mathrm{ref}}} - \frac{u_i(t)}{J_i\omega_{\mathrm{ref}}} + \hat{d}_i(t) - \\ \frac{D_i\omega_{\mathrm{ref}} + k_{pi}}{J_i\omega_{\mathrm{ref}}}(\omega_i(t) - \omega_{\mathrm{ref}}).\end{aligned} \tag{23}$$

因此第i台 VSG 的分布式预定义时间二次控制补偿量$u_i(t)$为:

$$\begin{aligned}u_i(t) = -J_i\omega_{\mathrm{ref}}u_i^{\omega}(t) + \chi_i u_i^{p}(t) + J_i\omega_{\mathrm{ref}}\hat{d}_i(t) - \\ (D_i\omega_{\mathrm{ref}} + k_{pi})(\omega_i(t) - \omega_{\mathrm{ref}}).\end{aligned} \tag{24}$$

3.2　预定义时间有功功率分配观测器设计及稳定性分析

当孤岛交流微电网经历暂态过程达到稳态时,

有$\dot{\omega}_i=0$且$\omega_i=\omega_{\rm ref}$. 由式 (4) 可得单机稳态约束:

$$u_i^*=P_{{\rm ref}i}-P_{ei}^*. \tag{25}$$

式中, P_{ei}^*为第i台 VSG 稳态时的有功功率输出值, u_i^*为第i台 VSG 稳态时的二次控制补偿量.

同时, 为满足 VSG 系统功率分配要求, 稳态时有功功率应满足以下一致性条件:

$$\frac{P_{{\rm ref}i}-P_{ei}^*}{\chi_i}=\frac{P_{{\rm ref}j}-P_{ej}^*}{\chi_j}=\lambda^*. \tag{26}$$

式中, λ^*为稳态时的有功功率分配一致性参数.

结合式 (26),考虑到系统功率平衡, 即$\sum\limits_{i=1}^{n}P_{ei}^*=\sum\limits_{i=1}^{n}P_{ei}(t)=\sum\limits_{i=1}^{n}P_{{\rm L}i}$, 可求得$\lambda^*$为:

$$\lambda^*=\frac{\frac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}(P_{{\rm ref}i}-P_{ei}(t))}{\frac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}\chi_i}. \tag{27}$$

3.2.1 预定义时间有功功率分配观测器设计

设计预定义时间有功功率分配观测器, 其状态量$x_i(t)$和$y_i(t)$分别用于估计平均功率缺额和平均功率分配比例, 分别设计如下:

$$\begin{aligned}\dot{x}_i(t)=&\dot{P}_{{\rm ref}i}-\dot{P}_{e\boldsymbol{i}}-\sum_{j\in\mathcal{N}_{\boldsymbol{i}}}a_{ij}(c_4(x_i-x_j)+\\&c_5{\rm sig}^{1-\gamma}(x_i-x_j)+c_6{\rm sig}^{1+\gamma}(x_i-x_j)),\end{aligned} \tag{28a}$$

$$\begin{aligned}\dot{y}_i(t);=&\dot{\chi}_i-\sum_{j\in\mathcal{N}_{\boldsymbol{i}}}a_{ij}(c_4(y_i-y_j)+\\&c_5{\rm sig}^{1-\gamma}(y_{\boldsymbol{i}}-y_j)+c_6{\rm sig}^{1+\gamma}(y_i-y_j)).\end{aligned} \tag{28b}$$

引入$\lambda_{2,\min}$以及$n_{\mathcal{E},\max}$, 可设计参数为$c_4=\frac{1}{2\lambda_{2,\min}}(\frac{4}{\gamma T_2}+1)$, $c_5=(\frac{1}{2\lambda_{2,\min}})^{1-\frac{\gamma}{2}}\frac{2a_1}{\gamma T_2 a'}$, $c_6=(\frac{n_{\mathcal{E},\max}}{2\lambda_{2,\min}})^{1+\frac{\gamma}{2}}\frac{2a_2}{\gamma n_{\mathcal{E},\max}T_2 a'}$.

在初始时刻, 各节点的观测状态需采用测量信息进行初始化, 即$x_i(0)=P_{{\rm ref}i}-P_{ei}(0)$、$y_i(0)=\chi_i$. 此外, 在拓扑突变时刻, 既有节点状态保持连续; 新接入节点利用本地测量初始化; 断开节点则依托观测器的动态一致性排除影响.

当$t\geqslant\sqrt{2}T_2$时, 可以注意到$x_i(t)$收敛于全局平均有功功率缺额的极小残差集, $y_i(t)$收敛于平均有功功率分配系数. 此外, 定义有功功率分配一致性参数λ_i为:

$$\lambda_i=\frac{x_i(t)}{y_i(t)}. \tag{29}$$

由式 (28) 可知, 在预定义时间T_2内, λ_i在任意暂态时刻的极值均被严格约束在初始分配比例的边界之内. 因此, 其上界可定义为:

$$|\lambda_i|_{\max}\leqslant\max_{j\in\mathcal{V}}|\frac{P_{{\rm ref}j}-P_{ej}(0)}{\chi_j}|. \tag{30}$$

式中, $P_{ej}(0)$表示节点j初始时刻的有功功率. 由式 (29) 对时间求导可得$\dot{\lambda}_i=\dfrac{\dot{x}_i(t)y_i(t)-x_i(t)\dot{y}_i(t)}{y_i^2(t)}$, 由于$y_i(t)\geqslant\min\limits_{j\in\mathcal{V}}\chi_j>0$恒成立, 且$\dot{x}_i(t)$、$\dot{y}_i(t)$因物理限幅亦有界, 因此$\lambda_i$最大变化率有界且记上界为$|\dot{\lambda}_i|_{\max}$.

3.2.2 稳定性分析

定义向量$\boldsymbol{P}=[P_{\rm ref1}-P_{e1},\dots,P_{{\rm ref}n}-P_{en}]^{\rm T}\in\mathbf{R}^n$, $\boldsymbol{\chi}=[\chi_1,\dots,\chi_n]^{\rm T}\in\mathbf{R}^n$, 状态向量$\boldsymbol{x}=[x_1,\dots,x_n]^{\rm T}\in\mathbf{R}^n$, $\boldsymbol{y}=[y_1,\dots,y_n]^{\rm T}\in\mathbf{R}^n$, 向量$\boldsymbol{\lambda}=[\lambda_1,\dots,\lambda_n]^{\rm T}\in\mathbf{R}^n$, 观测误差向量$\tilde{\boldsymbol{\lambda}}=[\tilde{\lambda}_1,\dots,\tilde{\lambda}_n]^{\rm T}\in{\rm R}^n$, 其中$\tilde{\lambda}_i$为有界观测误差. 定义全 1 列向量$1_n\in\mathbf{R}^n$. 由式 (35) 可知, $\boldsymbol{x}$和$\boldsymbol{y}$完全同构, 且均受拉普拉斯矩阵约束, 因此以状态向量$\boldsymbol{x}$为例进行证明.

首先写出式 (28a) 的紧凑形式:

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{x}}=&-c_4\mathcal{L}\boldsymbol{x}-c_5\mathcal{M}{\rm sig}^{1-\gamma}(\mathcal{M}^{\rm T}\boldsymbol{x})-\\&{\rm c}_6\mathcal{M}{\rm sig}^{1+\gamma}(\mathcal{M}^{\rm T}\boldsymbol{x})+\dot{\boldsymbol{P}}.\end{aligned} \tag{31}$$

定义平均状态向量$\overline{\boldsymbol{x}}=(\frac{1}{n}1_n^{\rm T}\boldsymbol{P})1_n$, $\overline{\boldsymbol{y}}=(\frac{1}{n}1_n^{\rm T}\boldsymbol{\chi})1_n$, 观测跟踪误差向量$\boldsymbol{e_x}=\boldsymbol{x}-\overline{\boldsymbol{x}}$. 基于假设 1 可知, $1_n^{\rm T}\boldsymbol{L}=0_n^{\rm T}$且$1_n^{\rm T}\mathcal{M}=0_{n_\mathcal{E}}^{\rm T}$, 对式 (31) 两边左乘$1_n^{\rm T}$并积分可得$1_n^{\rm T}\boldsymbol{e_x}=0$且$\mathcal{M}^{\rm T}\boldsymbol{x}=\mathcal{M}^{\rm T}\boldsymbol{e_x}$. 进而可得观测一致性跟踪误差向量动态为:

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{e}}_{\boldsymbol{x}}=&-c_4\mathcal{L}\boldsymbol{e_x}-c_5\mathcal{M}{\rm sig}^{1-\gamma}(\mathcal{M}^{\rm T}\boldsymbol{e_x})-\\&c_6\mathcal{M}{\rm sig}^{1+\gamma}(\mathcal{M}^{\rm T}\boldsymbol{e_x})+\dot{\boldsymbol{P}}-(\frac{1}{n}1_n^{\rm T}\dot{\boldsymbol{P}})1_n.\end{aligned} \tag{32}$$

下面给出表征预定义时间有功功率分配观测器收敛性能的定理 2 如下:

定理 2 在满足假设 1 的连通拓扑条件下, 使用设计的预定义时间有功功率分配观测器, 能够确保观测状态向量$\boldsymbol{x}$和$\boldsymbol{y}$均在人为设定的时间上限内精确收敛至有界残差集. 即$\lim\limits_{t\to\sqrt{2}T_2}(\boldsymbol{x}-\overline{\boldsymbol{x}})\in\Omega_x$、$\lim\limits_{t\to\sqrt{2}T_2}(\boldsymbol{y}-\overline{\boldsymbol{y}})\in\Omega_y$, 其中$\Omega_x$、$\Omega_y$分别为$\boldsymbol{x}$、$\boldsymbol{y}$在$t<\sqrt{2}T_2$时间上限内收敛的残差集.

证明 构造如下候选 Lyapunov 函数:

$$V_2=\frac{1}{2}\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{x}}^{\rm T}\boldsymbol{e_x}. \tag{33}$$

对其求导并结合图论性质, V_2的导数可写为:

$$\dot{V}_2 = \boldsymbol{e}_{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(\dot{\boldsymbol{P}} - (\frac{1}{n}1_n^{\mathrm{T}}\dot{\boldsymbol{P}})1_n) - c_4||\mathcal{M}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{x}}||_2^2 - c_5||\mathcal{M}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{x}}||_{2-\gamma}^{2-\gamma} - c_6||\mathcal{M}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{x}}||_{2+\gamma}^{2+\gamma}. \tag{34}$$

受限于微电网逆变器物理限幅以及 VSG 虚拟惯量对功率突变的抑制, 节点有功功率变化率严格有界, 因此$||\dot{\boldsymbol{P}} - (\frac{1}{n}1_n^{\mathrm{T}}\dot{\boldsymbol{P}})1_n||_2 \leqslant \kappa$恒成立, κ是一个正的常数. 结合引理 3 至引理 5 以及式 (11), 对式 (34) 进行放缩, 并代入设计的参数值, 可将其整理为:

$$\dot{V}_2 \leqslant -\frac{2}{\gamma T_2 a'}(2a'V_2 + a_1 V_2^{1-\frac{\gamma}{2}} + a_2 V_2^{1+\frac{\gamma}{2}}) + \rho. \tag{35}$$

式中, $\rho = \dfrac{1}{2}\kappa^2 \geqslant 0$为常数扰动界限.

结合引理 2 以及式 (10) 可知, 在暂态收敛阶段, $\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{x}}$满足$\lim\limits_{t\to\sqrt{2}T_2}\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{x}} = \lim\limits_{t\to\sqrt{2}T_2}(\boldsymbol{x} - \overline{\boldsymbol{x}}) \in \Omega_x$, 其中$\Omega_x$为:

$$\Omega_x = \{\lim_{t\to T_c}\boldsymbol{x} | V \leqslant \min\{\frac{\rho\gamma T a'}{2(2-\sqrt{2})a'}, (\frac{\rho\gamma T a'}{a_1})^{\frac{2}{2-\gamma}}, (\frac{\rho\gamma T a'}{a_2})^{\frac{2}{2+\gamma}}\}\}. \tag{36}$$

对于$\boldsymbol{y}$的证明同理. 此时应有$\boldsymbol{\lambda} = \lambda^* 1_n + \tilde{\boldsymbol{\lambda}}$. 由此可知, 观测器在$t < \sqrt{2}T_2$时间上限内实现了对有功功率分配一致性参数的有界跟踪估计, 证明成立.

3.3 分布式预定义时间滑模辅助控制器设计及稳定性分析

3.3.1 分布式预定义时间滑模辅助控制器设计

首先, 定义一个预定义时间滑模面$s_{\omega i}$:

$$s_{\omega i} = e_{\omega i} + \int_{t_0}^{t}(c_7 e_{\omega\mathrm{i}} + c_8 \mathrm{sig}^{1-\gamma}(e_{\omega i}) + c_9 sig^{1+\gamma}(e_{\omega i}))d\tau. \tag{37}$$

式中, $e_{\omega i} = \sum\limits_{j\in\mathcal{N}_i} a_{ij}(\omega_i - \omega_j) + b_i(\omega_i - \omega_{\mathrm{ref}})$为频率一致性误差. 引入$n_{\max}$, 可设计参数为$c_7 = \dfrac{1}{2}\dfrac{4}{\gamma T_3}$, $c_8 = (\dfrac{1}{2})^{1-\frac{\gamma}{2}}\dfrac{2a_1}{\gamma T_3 a'}$, $c_9 = (\dfrac{1}{2})^{1+\frac{\gamma}{2}}\dfrac{2a_2(2n_{\max})^{\frac{\gamma}{2}}}{\gamma T_3 a'}$.

当$e_{\omega i}$到达并保持在滑模面上时, 得到:

$$s_{\omega i} = 0 \text{且} \dot{s}_{\omega i} = 0. \tag{38}$$

结合式 (37)、(38), 可得:

$$\dot{e}_{\omega i} = g_i\dot{\omega}_i - \sum_{j\in\mathcal{N}_\mathrm{i}} a_{ij}\dot{\omega}_j. \tag{39a}$$

$$\dot{e}_{\omega i} = -c_7 e_{\omega i} - c_8 \mathrm{sig}^{1-\gamma}(e_{\omega\mathrm{i}}) - c_9 sig^{1+\gamma}(e_{\omega i}) \tag{39b}$$

式中, $g_i = \sum\limits_{j\in\mathcal{N}_i} a_{ij} + b_i$.

结合式 (22)、(39a) 可得如下等式:

$$\dot{e}_{\omega i} = g_i u_i^{\omega} - \sum_{j=1}^{n} a_{ij}\dot{\omega}_j. \tag{40}$$

对式 (37) 滑模面$s_{\omega i}$求导, 可得其变化率为:

$$\dot{s}_{\omega i} = g_i u_i^{\omega} - \sum_{j=1}^{n} a_{ij}\dot{\omega}_j + c_7 e_{\omega i} + c_8 \mathrm{sig}^{1-\gamma}(e_{\omega i}) + c_9 \mathrm{sig}^{1+\gamma}(e_{\omega i}). \tag{41}$$

因此, 可设计频率等效控制律$u_{\mathrm{eq},i}^{\omega}$为:

$$u_{\mathrm{eq},i}^{\omega} = \frac{1}{g_i}(\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\dot{\omega}_j - c_7 e_{\omega i} - c_8 \mathrm{sig}^{1-\gamma}(e_{\omega i}) - c_9 \mathrm{sig}^{1+\gamma}(e_{\omega i})). \tag{42}$$

在微电网拓扑切换瞬间, 邻接权重的突变会导致一致性误差发生跳变从而引发剧烈的控制抖振. 因此, 需在该时刻将滑模面重置为 0.

为确保一致性误差$e_{\omega i}$能有效地到达滑模面, 设计频率到达控制律$u_{\mathrm{r},i}^{\omega}$:

$$u_{\mathrm{r},i}^{\omega} = -\frac{1}{g_i}(c_7 s_{\omega i} + c_8 \mathrm{sig}^{1-\gamma}(\mathrm{s}_{\omega\mathrm{i}}) + c_9 sig^{1+\gamma}(\mathrm{s}_{\omega i})). \tag{43}$$

结合式 (42)、(43), 可设计分布式预定义时间滑模频率辅助控制器为:

$$u_i^{\omega}; = \frac{1}{g_i}(\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\dot{\omega}_j - c_7 e_{\omega\mathrm{i}} - c_8 sig^{1-\gamma}(e_{\omega i}) - c_9 \mathrm{sig}^{1+\gamma}(e_{\omega i}) - c_7 \mathrm{s}_{\omega i} - c_8 sig^{1-\gamma}(s_{\omega i}) - c_9 \mathrm{sig}^{1+\gamma}(s_{\omega i})). \tag{44}$$

同理, 为实现有功功率缺额的精准分配, 可设计有功功率预定义时间滑模面s_{pi}为:

$$s_{pi} = e_{pi} + \int_{t_0}^{t}(c_7 e_{\mathrm{pi}} + c_8 sig^{1-\gamma}(e_{\mathrm{pi}}) + c_9 sig^{1+\gamma}(e_{pi}))d\tau. \tag{45}$$

式中, $e_{pi} = \lambda_i - u_i^p$.

此处不再引入实际的有功分配误差, 而是让虚拟控制律追踪观测器估计的一致性参数, 避免有功功率与频率耦合. 结合式 (59), 预定义时间滑模有功功率辅助控制器u_i^p设计为:

$$\dot{u}_i^p = \dot{\lambda}_i + c_7 e_{pi} + c_8 \mathrm{sig}^{1-\gamma}(e_{pi}) + c_9 sig^{1+\gamma}(e_{pi}) + c_7 s_{pi} + c_8 \mathrm{sig}^{1-\gamma}(s_{\mathrm{pi}}) + c_9 \mathrm{sig}^{1+\gamma}(\mathrm{s}_{pi}). \tag{46}$$

由于误差的单调收敛特性, 频率辅助控制量u_i^{ω}与有功辅助控制变化率$\dot{u}_i^p$的暂态上界满足:

$$|u_i^{\omega}|_{\max} \leqslant \frac{1}{g_i}(\sum_{j\in N_i} a_{ij}|\dot{\omega}_j(0)| + c_7(|e_{\omega i}(0)| + |s_{\omega i}(0)|) + c_8(|e_{\omega i}(0)|^{1-\gamma} + |s_{\omega i}(0)|^{1-\gamma}) + c_9(|e_{\omega i}(0)|^{1+\gamma} + |s_{\omega i}(0)|^{1+\gamma})). \tag{47a}$$

$$|\dot{u}_i^p|_{\max} \leqslant |\dot{\lambda}_i|_{\max} + c_7(|e_{pi}(0)| + |s_{pi}(0)|) + c_8(|e_{pi}(0)|^{1-\gamma} + |s_{pi}(0)|^{1-\gamma}) + c_9(|e_{pi}(0)|^{1+\gamma} + |s_{pi}(0)|^{1+\gamma}). \tag{47b}$$

式中, $\dot{\omega}_j(0)$、$e_{\omega i}(0)$、$s_{\omega i}(0)$、$e_{pi}(0)$、$s_{pi}(0)$分别为初始时刻节点j的频率导数、节点i的频率一致性误差、频率滑模面、有功误差以及有功滑模面.

结合式 (30)、(47b), 有功辅助控制量的暂态上界由稳态参考值与调节范围共同限定为:

$$|u_i^p|_{\max} \leqslant |\lambda_i|_{\max} + T_3|\dot{u}_i^p|_{\max}. \tag{48}$$

因此, 结合式 (17)、(24)、(47a)、(48), 二次控制输入峰值的上界满足:

$$\begin{aligned}|u_i|_{\max} \leqslant\ & J_i\omega_{\rm ref}|u_i^{\omega}|_{\max} + \chi_i|u_i^p|_{\max} + J_i\omega_{\rm ref}|\hat{d}_i|_{\max} + \\ & |D_i\omega_{\rm ref} + k_{pi}||\omega_i(0) - \omega_{\rm ref}|.\end{aligned} \tag{49}$$

针对滑模切换项引发的高频抖振, 所提扰动观测器通过前馈补偿削弱了对大增益切换项的依赖; 同时, VSG 的惯量与阻尼环节等效于二阶低通滤波器[36], 从物理机制上平滑高频控制纹波. 工程实现中亦可采用饱和函数或双曲正切函数进行替代.

3.3.2 稳定性分析

首先, 定义所有 VSG 单元的物理状态与控制量分别为: $\boldsymbol{P}_{\rm e} = [P_{\rm e1}, \dots, P_{\rm en}]^{\rm T}$, $\boldsymbol{P}_{\rm ref} = [P_{\rm ref1}, \dots, P_{\rm refn}]^{\rm T}$, $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1, \dots, \theta_n]^{\rm T}$, $\boldsymbol{\omega} = [\omega_1, \dots, \omega_n]^{\rm T}$, $\boldsymbol{u} = [u_1, \dots, u_n]^{\rm T}$. 其次, 定义滑模面向量分别为: $\boldsymbol{s}_{\boldsymbol{\omega}} = [s_{\omega 1}, \dots, s_{\omega n}]^{\rm T}$, $\boldsymbol{s}_{\boldsymbol{p}} = [s_{p1}, \dots, s_{pn}]^{\rm T}$; 辅助控制律向量分别为: $\boldsymbol{u}_{\boldsymbol{\omega}} = [u_1^{\omega}, \dots, u_n^{\omega}]^{\rm T}$, $\boldsymbol{u}_{\boldsymbol{p}} = [u_1^p, \dots, u_n^p]^{\rm T}$.

进一步, 定义转子方程参数以及有功功率分配参数的对角矩阵: $\boldsymbol{J} = \mathrm{diag}\{J_1\omega_{\rm ref}, \dots, J_n\omega_{\rm ref}\} \in \mathbf{R}^{n\times n}$, $\boldsymbol{D} = \mathrm{diag}\{D_1\omega_{\rm ref} + k_{p1}, \dots, D_n\omega_{\rm ref} + k_{pn}\} \in \mathbf{R}^{n\times n}$, $\boldsymbol{X} = \mathrm{diag}\{\chi_1, \dots, \chi_n\} \in \mathbf{R}^{n\times n}$.

结合式 (4)、(13)、(24), VSG 系统的整体频率动态模型可重写如下紧凑形式:

$$\dot{\boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{\omega}, \tag{50a}$$

$$\boldsymbol{J}\dot{\boldsymbol{\omega}} = \boldsymbol{P}_{\rm ref} - \boldsymbol{P}_{\rm e} - \boldsymbol{u} - \boldsymbol{D}(\boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega}_{\rm ref}1_n) + \boldsymbol{J}\boldsymbol{d}, \tag{50b}$$

$$\boldsymbol{u} = -\boldsymbol{J}\boldsymbol{u}_{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{X}\boldsymbol{u}_{\boldsymbol{p}} - \boldsymbol{D}(\boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega}_{\rm ref}1_n) + \boldsymbol{J}\hat{\boldsymbol{d}}. \tag{50c}$$

将式 (50c) 代入式 (50b), 化简后可得:

$$\dot{\boldsymbol{\omega}} = \boldsymbol{J}^{-1}(\boldsymbol{P}_{\rm ref} - \boldsymbol{P}_{\rm e} - \boldsymbol{X}\boldsymbol{u}_{\boldsymbol{p}}) + \boldsymbol{u}_{\boldsymbol{\omega}} + \tilde{\boldsymbol{d}}. \tag{51}$$

定义频率一致性误差向量$\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{\omega}} \in \mathbf{R}^n$、实际有功分配一致性误差向量$\boldsymbol{\sigma} \in \mathbf{R}^n$、有功辅助控制误差向量$\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{p}} \in \mathbf{R}^n$和频率误差向量$\tilde{\boldsymbol{\omega}} \in \mathbf{R}^n$分别为:

$$\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{\omega}} = (\mathcal{L} + \mathcal{B})(\boldsymbol{\omega} - \omega_{\rm ref}1_n) = \mathcal{H}\tilde{\boldsymbol{\omega}}, \tag{52a}$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{X}^{-1}(\boldsymbol{P}_{\rm ref} - \boldsymbol{P}_{\rm e}) - \lambda^*1_n, \tag{52b}$$

$$\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{p}} = \boldsymbol{\lambda} - \boldsymbol{u}_{\boldsymbol{p}}. \tag{53c}$$

由式 (51) 可知, 在系统达到稳态前, 存在由有功分配误差引起的暂态耦合项: $\boldsymbol{J}^{-1}(\boldsymbol{P}_{\rm ref} - \boldsymbol{P}_{\rm e} - \boldsymbol{X}\boldsymbol{u}_{\boldsymbol{p}})$. 结合式 (52b)、(52c) 以及有功分配观测误差$\tilde{\boldsymbol{\lambda}}$, 该耦合项可被分解为$\boldsymbol{J}^{-1}\boldsymbol{X}(\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{e}_{\boldsymbol{p}} - \tilde{\boldsymbol{\lambda}})$. 由于$\boldsymbol{\sigma}$、$\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{p}}$、$\tilde{\boldsymbol{\lambda}}$在暂态过程中均有界, 该耦合项在实际频率动态中是有界的, 且其能在预定义时间内, 被滑模原点邻域的高增益特性有效衰减至零. 即此时的实际闭环动态将等价于式 (40).

下面给出表征微电网全局预定义时间频率恢复与有功功率缺额分配的定理 3 如下:

定理 3 考虑由式 (51) 描述的含有未建模扰动的交流孤岛微电网系统. 在满足假设 1 条件下, 所设计的控制器能够确保微电网频率在预定义时间上限内恢复至参考值, 同时各 VSG 的有功功率缺额在预定义时间上限内按比例精准分配. 即满足$\lim\limits_{t\to T_{\omega}} \boldsymbol{\omega} = \omega_{\rm ref}1_n$, $\lim\limits_{t\to T_p} \boldsymbol{X}^{-1}(\boldsymbol{P}_{\rm ref} - \boldsymbol{P}_{\rm e}) = \lambda^*1_n$.

证明 由定理 1 和定理 2 的证明可知, 当$t \geqslant T_1 + \sqrt{2}T_2$时, 有$\tilde{\boldsymbol{d}} = 0_n$, $\boldsymbol{\lambda} = \lambda^*1_n + \tilde{\boldsymbol{\lambda}}$.

下面给出滑模面的紧凑形式

$$\boldsymbol{s}_{\boldsymbol{\omega}} = \boldsymbol{e}_{\boldsymbol{\omega}} + \int_{t_0}^{t}(c_7\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{\omega}} + c_8\mathrm{sig}^{1-\gamma}(\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{\omega}}) + c_9\mathrm{sig}^{1+\gamma}(\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{\omega}}))d\tau, \tag{53a}$$

$$\boldsymbol{s}_{\boldsymbol{p}} = \boldsymbol{e}_{\boldsymbol{p}} + \int_{t_0}^{t}(c_7\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{p}} + c_8\mathrm{sig}^{1-\gamma}(\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{p}}) + c_9\mathrm{sig}^{1+\gamma}(\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{p}}))d\tau. \tag{53b}$$

结合式 (41)、(44), 频率滑模面动态为:

$$\dot{\boldsymbol{s}}_{\boldsymbol{\omega}} = -c_7\boldsymbol{s}_{\boldsymbol{\omega}} - c_8\boldsymbol{s}_{\boldsymbol{\omega}}\mathrm{sig}^{1-\gamma}(\mathrm{s}_{\boldsymbol{\omega}}) - c_9\boldsymbol{s}_{\boldsymbol{\omega}}\mathrm{sig}^{1+\gamma}(\mathrm{s}_{\boldsymbol{\omega}}). \tag{54a}$$

同理, 有功功率分配滑模面动态为:

$$\dot{\boldsymbol{s}}_{\boldsymbol{p}} = -c_7\boldsymbol{s}_{\boldsymbol{p}} - c_8\boldsymbol{s}_{\boldsymbol{p}}\mathrm{sig}^{1-\gamma}(\mathrm{s}_{\boldsymbol{p}}) - c_9\boldsymbol{s}_{\boldsymbol{p}}\mathrm{sig}^{1+\gamma}(\mathrm{s}_{\boldsymbol{p}}). \tag{54b}$$

构造如下候选 Lyapunov 函数:

$$V_3 = \frac{1}{2}\boldsymbol{s}^{\rm T}\boldsymbol{s}. \tag{55}$$

式中, $\boldsymbol{s} = [\boldsymbol{s}_{\boldsymbol{\omega}}^{\rm T}, \boldsymbol{s}_{\boldsymbol{p}}^{\rm T}]^{\rm T} \in \mathbf{R}^{2n}$. 对式 (55) 求导, 并结合引理 3、引理 4 以及式 (11) 进行放缩, 代入设计的参数值后可整理为:

$$\dot{V}_3 \leqslant -\frac{2}{\gamma T_3 a'}(2a'V_3 + a_1V_3^{1-\frac{\gamma}{2}} + a_2V_3^{1+\frac{\gamma}{2}}). \tag{56}$$

当系统进入滑模面后, $\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{\omega}}$和$\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{p}}$将受滑模动态控制. 定义误差向量$\boldsymbol{e} = [\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{\omega}}^{\rm T}, \boldsymbol{e}_{\boldsymbol{p}}^{\rm T}]^{\rm T} \in \mathbf{R}^{2n}$, 构造如下候选 Lyapunov 函数:

$$V_4 = \frac{1}{2}\boldsymbol{e}^{\rm T}\boldsymbol{e}. \tag{57}$$

将其求导后与$\dot{V}_3$的缩放类似, $\dot{V}_4$最终可整理为:

$$\dot{V}_4 \leqslant -\frac{2}{\gamma T_3 a'}(2a'V_4 + a_1V_4^{1-\frac{\gamma}{2}} + a_2V_4^{1+\frac{\gamma}{2}}). \tag{58}$$

因此, 结合引理 1 和式 (56)、(58) 可知, 存在一

个独立于初始状态且仅与人为设定参数T_3相关的界限, 使得$\boldsymbol{s}$满足$\lim\limits_{t\to T_3}\boldsymbol{s}=0_{2n}$, $\boldsymbol{e}$满足$\lim\limits_{t\to T_3}\boldsymbol{e}=0_{2n}$.

综上, 当$t\geqslant T_\omega=T_p=T_1+\sqrt{2}T_2+2T_3$时, 有$\boldsymbol{\omega}=\omega_{\text{ref}}1_n$且$\boldsymbol{u_p}=\boldsymbol{\lambda}$. 结合滑模面性质可知, 此时$\dot{\boldsymbol{\omega}}=0_n$. 由节点相角动态可知, $\boldsymbol{P}_{\text{e}}$趋于稳态, 因而有$||\dot{\boldsymbol{P}}-(\frac{1}{n}1_n^{\text{T}}\dot{\boldsymbol{P}})1_n||_2=0$. 由此, 式 (35) 可改写为$\dot{V}_2\leqslant-\frac{2}{\gamma T_2 a'}(2a'V_2+a_1V_2^{1-\frac{\gamma}{2}}+a_2V_2^{1+\frac{\gamma}{2}})$. 进而可得$\boldsymbol{\lambda}=\lambda^*1_n$, 即观测器残差不影响最终功率分配. 将上述分析结果代入式 (51) 并化简, 可整理为:

$$\boldsymbol{X}^{-1}(\boldsymbol{P}_{\text{ref}}-\boldsymbol{P}_{\text{e}})=\lambda^*1_n. \tag{59}$$

由此证明, 只要两段拓扑切换之间的时间满足预定义收敛时间约束, 频率与有功功率分配在预定义时间上限内, 均能满足$\lim\limits_{t\to T_\omega}\boldsymbol{\omega}=\omega_{\text{ref}}1_n$且$\lim\limits_{t\to T_p}\boldsymbol{X}^{-1}(\boldsymbol{P}_{\text{ref}}-\boldsymbol{P}_{\text{e}})=\lambda^*1_n$, 证明成立.

4　仿真实验及结果分析

为了验证本文所提二次控制方法的有效性和鲁棒性, 采用如图 3 所示的仿真结构及通信拓扑, 包含 4 台 VSG, 4 个线路负载以及 1 个切换负载, 且仅有 VSG#1 能获取节点 0 的参考频率值. 仿真环境选用变步长 ode45 求解器进行求解, 二次控制器与观测器的离散控制采样周期设为1×10^{-5}s. 各 VSG 初始输出频率设为参考角频率$\omega_{\text{ref}}=100\pi$rad/s, 扰动观测器辅助状态初始化为 $\varpi_i(0)=\omega_{\text{ref}}$, 有功分配观测器状态初始化为$x_i(0)=P_{\text{ref}i}-P_{ei}(0)$、$y_i(0)=\chi_i$. 同时设定二次控制输入量的物理限幅为±200000.

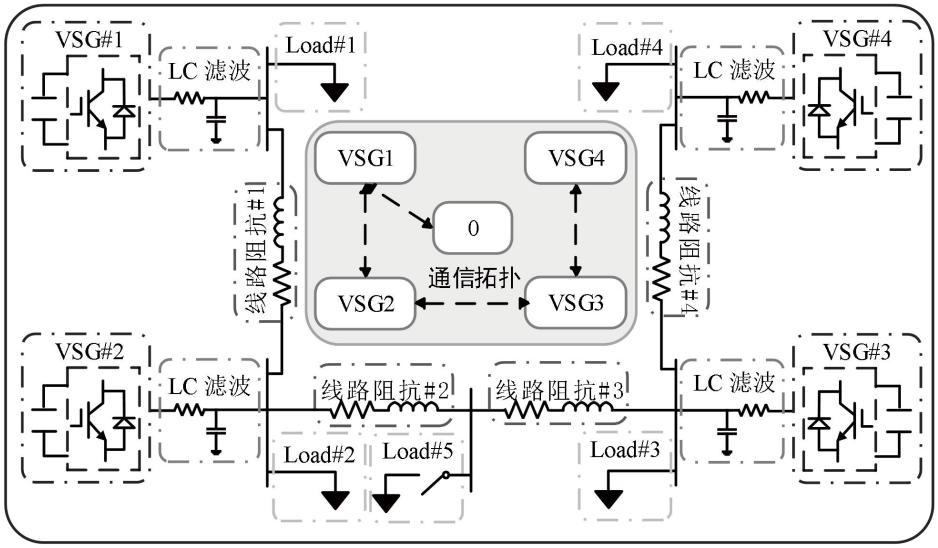


图 3　4 台 VSG 微电网的仿真结构及通信拓扑

微电网的部分仿真参数如表 1 所示, 控制器以及观测器参数选取分别为: $T_1=0.2$ s、$T_2=0.141s$、$T_3=0.3$ s; $\gamma=0.2$、$a_1=1$、$a_2=1$; $\alpha=100$.

表 1　VSG 微电网系统仿真参数

	D	J	k_p	P_{ref}	L_{f}	C_{f}
VSG#1	160	0.3	2000	24 kW	0.35mH	0.2μF
VSG#2	100	0.1875	1250	15 kW		
VSG#3	133	0.25	1666	20 kW		
VSG#4	120	0.225	1500	18 kW		
线路阻抗	L_l			R_l		
	1272μH			0.35Ω		
负载	Load#1	Load#2	Load#3	Load#4	Load#5	
	100kW	60 kW	50 kW	75 kW	100 kW	

此时微电网拓扑参数设为$n_{\max}=4$, $n_{\varepsilon,\max}=6$, $\lambda_{2,\min}=2-\sqrt{2}$. 针对本文控制器的控制目标, 设定节点 0 的参考频率$f=50$Hz, 有功功率缺额分配比例$\chi_1:\chi_2:\chi_3:\chi_4=6:2:4:3$, 完成控制目标的预定义时间为$T_\omega=T_p=T_1+\sqrt{2}T_2+2T_3\approx1s$.

场景 1: 控制器总体性能测试

为测试控制器的整体控制性能以及在负载突变工况下的有效性, 采用如图 3 所示的拓扑结构和通信连接完成如下测试:

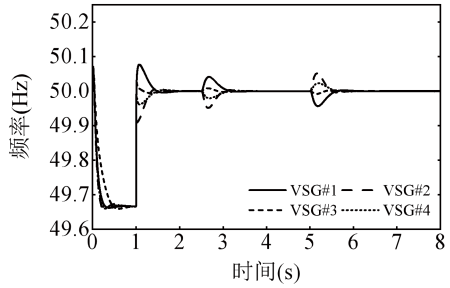
1) 在$t=0$ s时, 仅激活微电网的一次控制.

2) 在$t=1$ s时, 加入二次控制器.

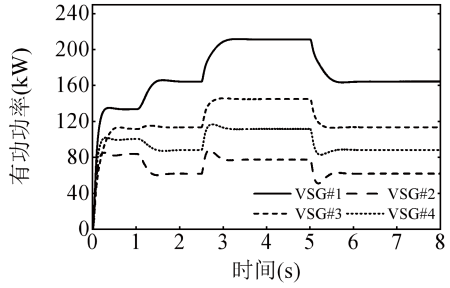
3) 在$t=2.5$ s时, 加入 Load#5, 总负载为 385 kW.

4) 在$t=5$ s时, 切除 Load#5, 总负载为 285 kW.

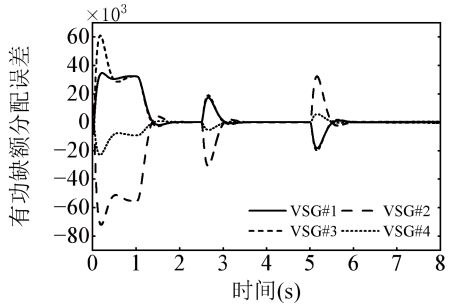
场景 1 的仿真结果如图 4 所示, 分别给出了 VSG 的频率、输出有功功率、有功功率缺额分配误差以及二次控制输入. 可以看到在 0 至 1 秒, 频率偏离参考值. 在第 1 秒时加入所提出的分布式预定义时间二次控制器, 设定的收敛时间上限为 1 秒. 由图可知, VSG 的频率经过 0.8 秒完成恢复, 有功功率缺额经过 0.8 秒按设定的比例完成分配, 且控制输入峰值小



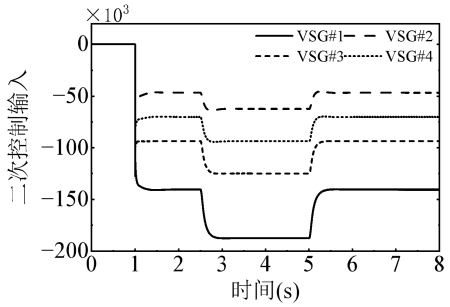
(a) VSG 的频率输出



(b) VSG 的有功功率输出



(c) VSG 的有功缺额分配误差



(d) 二次控制输入

图 4 场景 1 中各 VSG 参数输出

于逆变器限幅. 因此, 所提控制策略能在预定义时间完成控制目标, 且适用于负载突变的情况.

场景 2: 即插即用和拓扑变化测试

为测试所提控制策略在即插即用以及拓扑改变工况下的有效性, 设置了场景 2 仿真测试, 采用如下所示变化的拓扑结构完成测试:

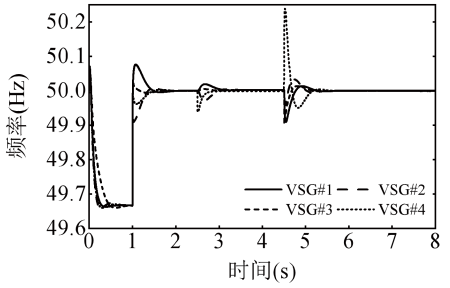
1) 在$t = 0$ s时, 仅激活微电网的一次控制.

2) 在$t = 1$ s时, 加入二次控制器.

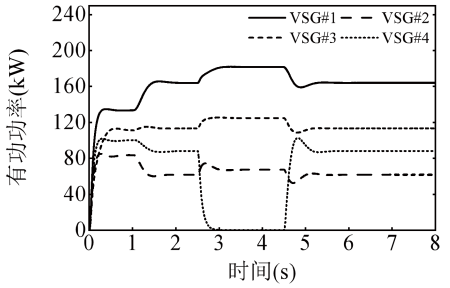
3) 在$t = 2.5$ s时, 切除 VSG#4.

4) 在$t = 4.5$ s时, 将 VSG#4 与 VSG#2 相连.

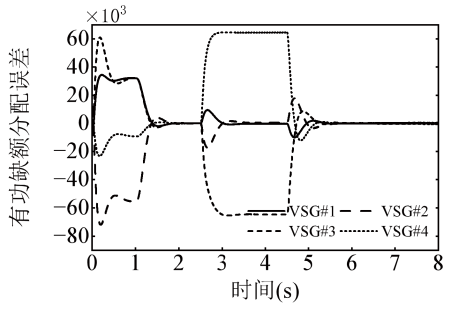
仿真结果如图 5 所示, 分别给出了 VSG 的频率、输出有功功率以及有功功率缺额分配误差.



(a) VSG 的频率输出



(b) VSG 的有功功率输出



(c) VSG 的有功缺额分配误差

图 5 场景 2 中各 VSG 参数输出

在第 2.5 秒时切除 VSG#4, 由图 5 可知, VSG 的频率和有功功率缺额均在 3.4 秒时分别完成恢复与比例分配. 在第 4.5 秒时加入 VSG#4 并仅与 VSG#2 连通, 可以看出 VSG 的频率和有功功率缺额均在 3.4 秒时分别完成恢复与比例分配. 因此, 在即插即用以及拓扑改变工况下, 所提控制策略能在预定义时间完成控制目标.

场景 3: 外部扰动测试

为测试所提控制策略在外部扰动情况下的有效性和鲁棒性, 在图 3 所示拓扑结构下设置了场景 3 仿真测试:

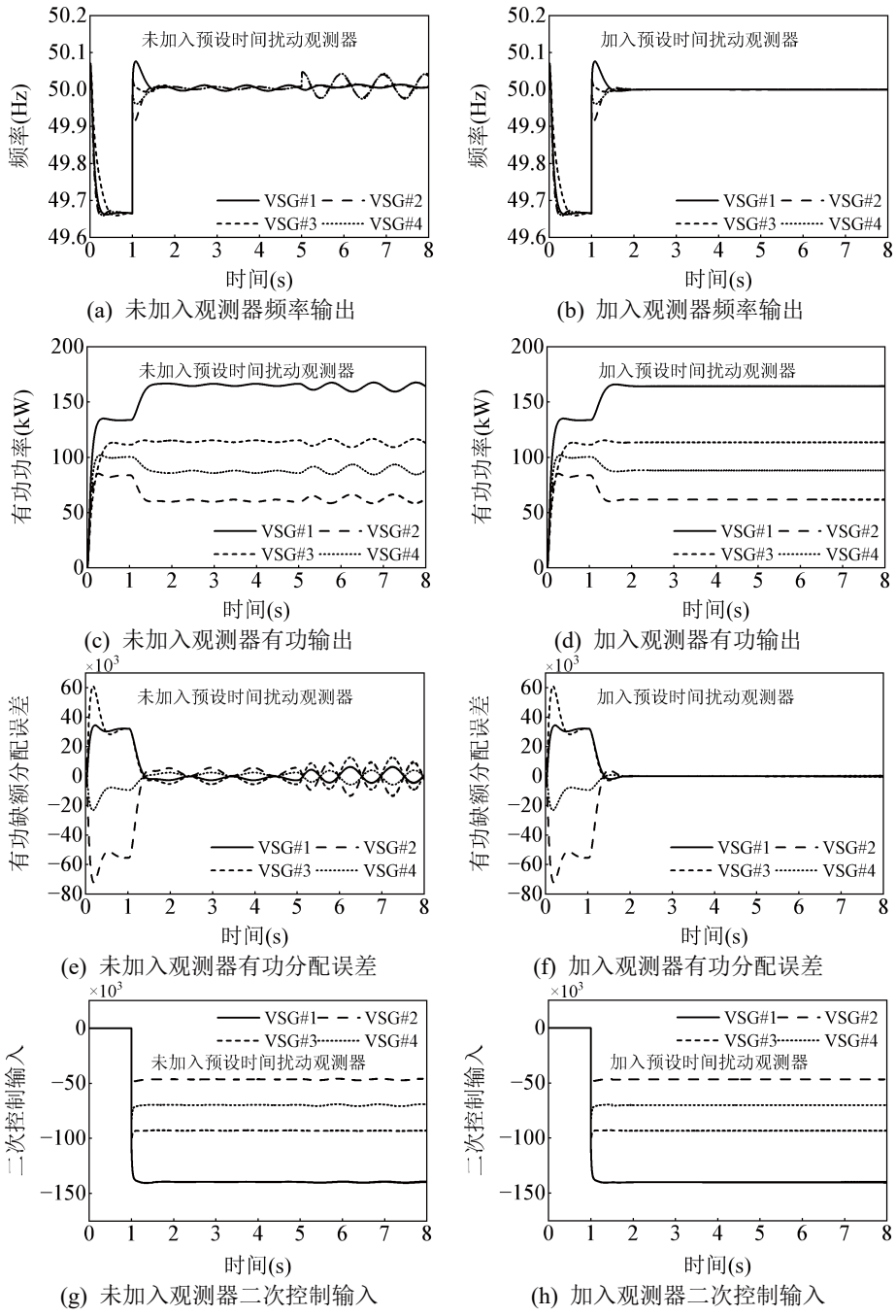
1) 在$t = 0$ s时, 仅激活微电网的一次控制.

2) 在$t = 1$ s时, 加入二次控制器.

3) 在$t = 1.5$ s时, 对 VSG#1、VSG#3 施加值为$30\sin(2\pi t) + 30$的时变扰动.

4) 在$t = 5$ s时, 继续对 VSG#2、VSG#4 施加值为$120\cos(2\pi t) + 50$的时变扰动.

仿真结果如图 6 所示, 对比了加入与未加入预定义时间扰动观测器两种情况下, VSG 的频率、输出有功功率、缺额分配误差以及二次控制输入情况. 仿真在第 1.5 秒时对 VSG#1、VSG#3 施加值为



(a) 未加入观测器频率输出　(b) 加入观测器频率输出

(c) 未加入观测器有功输出　(d) 加入观测器有功输出

(e) 未加入观测器有功分配误差　(f) 加入观测器有功分配误差

(g) 未加入观测器二次控制输入　(h) 加入观测器二次控制输入

图 6　场景 3 中各 VSG 参数输出

表 2　相关文献控制器参数选取

	参数取值
文献[10]	$k=10$
文献[18]	$\xi=0.5\ k_e=6000\ k_p=24\ k_{p*}=20\ k_\omega=22000$
文献[24]	$T_s=0.7s\ T_r=0.3s\ l_*=1000\ \gamma_\omega=\gamma_p=0.01$

$30\sin(2\pi t)+30$的时变扰动，在第 5 秒时对 VSG#2、VSG#4 施加值为$120\cos(2\pi t)+50$的时变扰动.

场景 4: 与现有方法对比测试

为进一步表明所提出控制策略的优势, 分别将本文的控制策略与文献 [10] 渐近收敛的方法、文献 [18] 基于 VSG 的固定时间方法以及文献 [24] 基于下垂控制的预定义时间滑模方法进行对比. 选取的控制器参数如表 2 所示. 选用图 3 的拓扑结构和通信连接, 分别对三种控制策略进行场景 1 负载突变和场景 3 外部扰动的测试.

为客观量化不同控制策略的控制性能, 以 VSG#1 为代表统计了各方法在负载突变与连续时变扰动工况下的部分指标, 具体内容如表 3 所示. 其中调节时间t_s定义为频率和有功状态进入并保持在稳态误差带 (±0.01Hz) 所需的时间; 最大频率偏差$|\Delta f|_{\max}$定义为暂态过程中跌落或冲高的频率极值幅度; 功率缺额分配误差$|e_p|$定义为稳态后的分配一致性误差; 控制输入峰值$|u|_{\max}$定义为暂态过程中的最

表 3 多工况下本文与现有文献方法指标对比

		t_s(s)	$\|\Delta f\|_{\max}$(Hz)	$\|e_p\|$(W)	$\|u\|_{\max}$
场景1	本文方法	0.8	0.048	13.7	187361
	文献[10]	1.5	0.042	21.1	189521
	文献[18]	1.3	0.055	34.6	27708
	文献[24]	发散	/	/	/
场景3	本文方法	0.8	0.072	8.1	140104
	文献[10]	振荡	0.031	637.9	148637
	文献[18]	振荡	0.103	320.2	9715
	文献[24]	发散	/	/	/

大控制输入绝对值. 场景 1 中指标于 2.5 秒后开始统计, 场景 3 中指标于 1.5 秒后开始统计.

由表 3 可知, 本文方法的收敛速度明显优于文献 [10] 渐近收敛方法, 以及文献 [18] 固定时间控制方法, 且有功缺额分配误差显著低于文献 [10] 方法与文献 [18] 方法. 而在外部扰动工况下, 文献 [10] 与文献 [18] 方法的系统频率与有功均出现振荡, 其有功缺额分配误差大幅增加. 另外, 文献 [24] 预定义时间滑模方法应用于 VSG 控制时, 其频率大幅发散, 有功功率剧烈振荡. 进一步验证了本文方法在含 VSG 微电网预定义时间有功-频率二次控制中的有效性.

综合上述四组场景的仿真结果可知: 场景 2 验证了定理 1 的有效性; 场景 1 与场景 3 验证了定理 2 和定理 3 的理论正确性; 场景 4 则通过对比测试, 进一步突显了本文方法相较于现有方法的优越性.

5 结 论

针对存在未知扰动与拓扑变化的 VSG 孤岛交流微电网二次控制问题, 本文提出了一种分布式预定义时间滑模二次控制策略. 首先, 利用扰动观测器实现了外部时变扰动的前馈补偿. 基于保守的控制参数设计, 保障了拓扑变化工况下的收敛性能; 其次, 构建预定义时间有功分配观测器以及辅助滑模控制器, 实现了有功功率缺额按比例分配与频率恢复的解耦控制. 基于 Lyapunov 理论严格证明了闭环系统的预定义时间稳定性. 多工况仿真结果表明, 所提策略在负载突变、节点即插即用及外部扰动下均能在预定义时间内快速收敛, 综合控制性能优于现有对比方法. 后续研究将进一步探索控制器参数的动态自适应机制, 以提升复杂动态拓扑下的调节能力.

参考文献 (References)

[1] 楼琦凯, 陈蓓, 丁勐, 等. 虚假数据注入攻击下直流微电网的滑模控制[J]. 控制与决策, 2022, 37(12): 3207-3214.
(Lou Q K, Chen B, Ding M, et al. Sliding mode control of DC microgrid under false data injection attack[J]. Control and Decision, 2022, 37(12): 3207-3214.)

[2] Zhao G L, Jin L Q, Wang Y F. Distributed event-triggered secondary control for islanded microgrids with disturbances: A hybrid systems approach[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2023, 38(2): 1420-1431.

[3] Deng C, Guo F H, Wen C Y, et al. Distributed resilient secondary control for DC microgrids against heterogeneous communication delays and DoS attacks[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2022, 69(11): 11560-11568.

[4] Zhang Q, Li Y, Ding Z W, et al. Self-adaptive secondary frequency regulation strategy of micro-grid with multiple virtual synchronous generators[J]. IEEE Transactions on Industry Applications, 2020, 56(5): 6007-6018.

[5] Zhang Y J, Peng C. Adaptive H∞ event-triggered load frequency control in islanded microgirds with limited spinning reserve constraints[J]. Protection and Control of Modern Power Systems, 2023, 8(1): 30.

[6] 许德明, 李泽, 崔国增, 等. 孤岛微电网异构电池储能系统的分布式有限时间次级控制[J]. 控制与决策, 2021, 36(8): 2034-2041.
(Xu D M, Li Z, Cui G Z, et al. Distributed finite-time secondary control for heterogeneous battery energy storage systems in an islanded microgrid[J]. Control and Decision, 2021, 36(8): 2034-2041.)

[7] Xiao H F, Liu G Y, Huang J F, et al. Parameterized and centralized secondary voltage control for autonomous microgrids[J]. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, 2022, 135: 107531.

[8] Wu J H, Guo F H, Yang F W, et al. Resilient net zero: An overview on secure control methods for networked microgrids[J]. IEEE Industrial Electronics Magazine, 2026, 20(1): 20-32.

[9] Guo F H, Huang Z, Wu J H, et al. Distributed secondary resilient controller design for islanded AC microgrids under stealthy frequency sensor attack[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, 2024, 71(12): 6203-6214.

[10] Feng K, Liu C H. Distributed hierarchical control for fast frequency restoration in VSG-controlled islanded microgrids[J]. IEEE Open Journal of the Industrial Electronics Society, 2022, 3: 496-506.

[11] Huang X, Qi D L, Chen Y L, et al. Distributed self-triggered privacy-preserving secondary control of VSG-based AC microgrids[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2025, 16(2): 850-862.

[12] Sarrafan N, Rostami M A, Zarei J, et al. Improved distributed prescribed finite-time secondary control of inverter-based microgrids: Design and real-time implementation[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2021, 68(11): 11135-11145.

[13] Guo F H, Wen C Y, Mao J F, et al. Distributed secondary voltage and frequency restoration control of droop-controlled inverter-based microgrids[J]. IEEE

Transactions on Industrial Electronics, 2015, 62(7): 4355-4364.

[14] 梁洪涛, 李慧平, 喻俊志. 无速度测量的微小型 UUV 鲁棒积分有限时间渐近跟踪控制[J]. 控制与决策, 2025, 40(1): 196-204.
(Liang H T, Li H P, Yu J Z. Robust finite time prescribed performance asymptotic control of small UUV trajectory tracking without velocity measurement[J]. Control and Decision, 2025, 40(1): 196-204.)

[15] Ni J K, Cao H, Liu X H, et al. Fixed-time leader-follower consensus based secondary voltage control for microgrid under directed communication graph[C]. 2021 IEEE International Conference on Real-time Computing and Robotics. Xining, 2021: 566-571.

[16] 陈刚, 李志勇, 韦梦立. 孤岛微电网的分布式固定时间二次协调控制[J]. 控制与决策, 2019, 34(1): 205-212.
(Chen G, Li Z Y, Wei M L. Distributed fixed-time secondary coordination control of islanded microgrids[J]. Control and Decision, 2019, 34(1): 205-212.)

[17] Zuo Z Y, Defoort M, Tian B L, et al. Distributed consensus observer for multiagent systems with high-order integrator dynamics[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2020, 65(4): 1771-1778.

[18] Wang S, Wei B, Zhao C. Internal model and fixed-time distributed control of microgrids for fast frequency support and recovery[J]. Available at SSRN 5690540.

[19] 刘恩豪, 贾新春, 段苏娜, 等. 有界控制增益下异构多智能体系统的预设时间时变编队跟踪[J]. 控制与决策, 2026, 41(5): 1265-1274.
(Liu E H, Jia X C, Duan S N, et al. Prescribed-time time-varying formation tracking of heterogeneous multi-agent systems with bounded control gains[J]. Control and Decision, 2026, 41(5): 1265-1274.)

[20] Jiménez-Rodríguez E, Muñoz-Vázquez A J, Sánchez-Torres J D, et al. A Lyapunov-like characterization of predefined-time stability[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2020, 65(11): 4922-4927.

[21] Ning B D, Han Q L, Zuo Z Y. Bipartite consensus tracking for second-order multiagent systems: A time-varying function-based preset-time approach[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2021, 66(6): 2739-2745.

[22] 刘尚坤, 谢俊江, 黄景丽, 等. 多智能体系统层级预定义时间最优容错控制[J]. 控制与决策, 2026, 41(5): 1242-1256.
(Liu S K, Xie J J, Huang J L, et al. Hierarchical predefined-time optimal fault-tolerant control for multi-agent systems[J]. Control and Decision, 2026, 41(5): 1242-1256.)

[23] Guo F H, Ye X, Wu J H, et al. A decentralized/distributed cluster-based predefined-time control for DC networked microgrids in the presence of constant power loads[J]. Automatica, 2026, 183: 112657.

[24] Xu M L, Si G Q, Fan D T, et al. Predefined-Time sliding mode-Based distributed secondary control for AC islanded microgrids with directed and variable communication topologies[J]. Electric Power Systems Research, 2026, 256: 112848.

[25] Huang S H, Xiong L Y, Zhou Y, et al. Distributed predefined-time secondary frequency and average voltage control for islanded AC microgrids[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2023, 38(5): 4191-4205.

[26] Zaery M, Muhammad Amrr S, Abushokor A, et al. Robust predefined-time frequency and voltage control for AC microgrid under disturbances[J]. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 2026, 23: 4198-4212.

[27] Long B, Liao Y, Chong K T, et al. MPC-controlled virtual synchronous generator to enhance frequency and voltage dynamic performance in islanded microgrids[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2021, 12(2): 953-964.

[28] Shi K, Wang Y, Sun Y X, et al. Frequency-coupled impedance modeling of virtual synchronous generators[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2021, 36(4): 3692-3700.

[29] Guo F H, Li Z C, Wu J H, et al. A decentralized-distributed control framework for configurable networked microgrids[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2025, 72(1): 959-968.

[30] Zhang C Y, Zhao J F, Dou X B, et al. Distributed secondary adaptive frequency coordination and oscillation suppression control of heterogeneous VSGs in islanded microgrids[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2025, 21(8): 6251-6261.

[31] Fu S Q, Sun Y, Li L, et al. Power oscillation suppression of multi-VSG grid *via* decentralized mutual damping control[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2022, 69(10): 10202-10214.

[32] Xie S Z, Chen Q. Predefined-time disturbance estimation and attitude control for rigid spacecraft[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2024, 71(4): 2089-2093.

[33] Olfati-Saber R, Murray R M. Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2004, 49(9): 1520-1533.

[34] Hu B, Guan Z H, Fu M Y. Distributed event-driven control for finite-time consensus[J]. Automatica, 2019, 103: 88-95.

[35] Ren W, Cao Y C. Distributed coordination of multi-agent networks: Emergent problems, models, and issues[M]. London: Springer London, 2011: 45-47.

[36] Yu Y, Guan Y J, Kang W F, et al. A generic inertial-response preserved active-damping control for grid-forming inverters emulating synchronous machines[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2025, 72(6): 5897-5905.

作者简介

童立波 (2001−), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为分布式控制、微电网, E-mail: tonglibo23@163.com;

叶轩 (2001−), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为分布式控制, 微电网, E-mail: yexuan@zjut.edu.cn;

龙涛 (1981−), 男, 高级工程师, 主要研究方向为机电制造, E-mail: 474106212@qq.com;

郭方洪 (1987−), 男, 副教授, 博士生导师, 主要研究智能电网、分布式优化与控制, E-mail: fhguo@zjut.edu.cn.